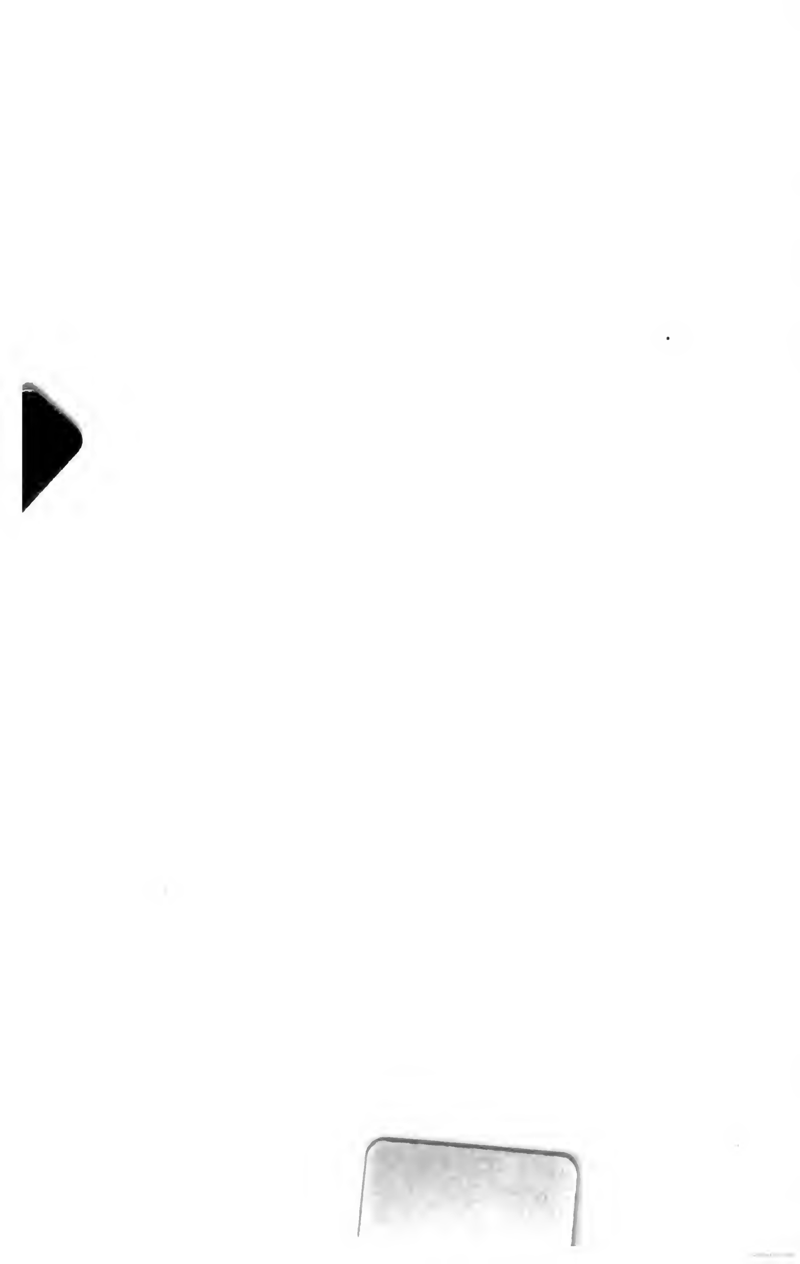
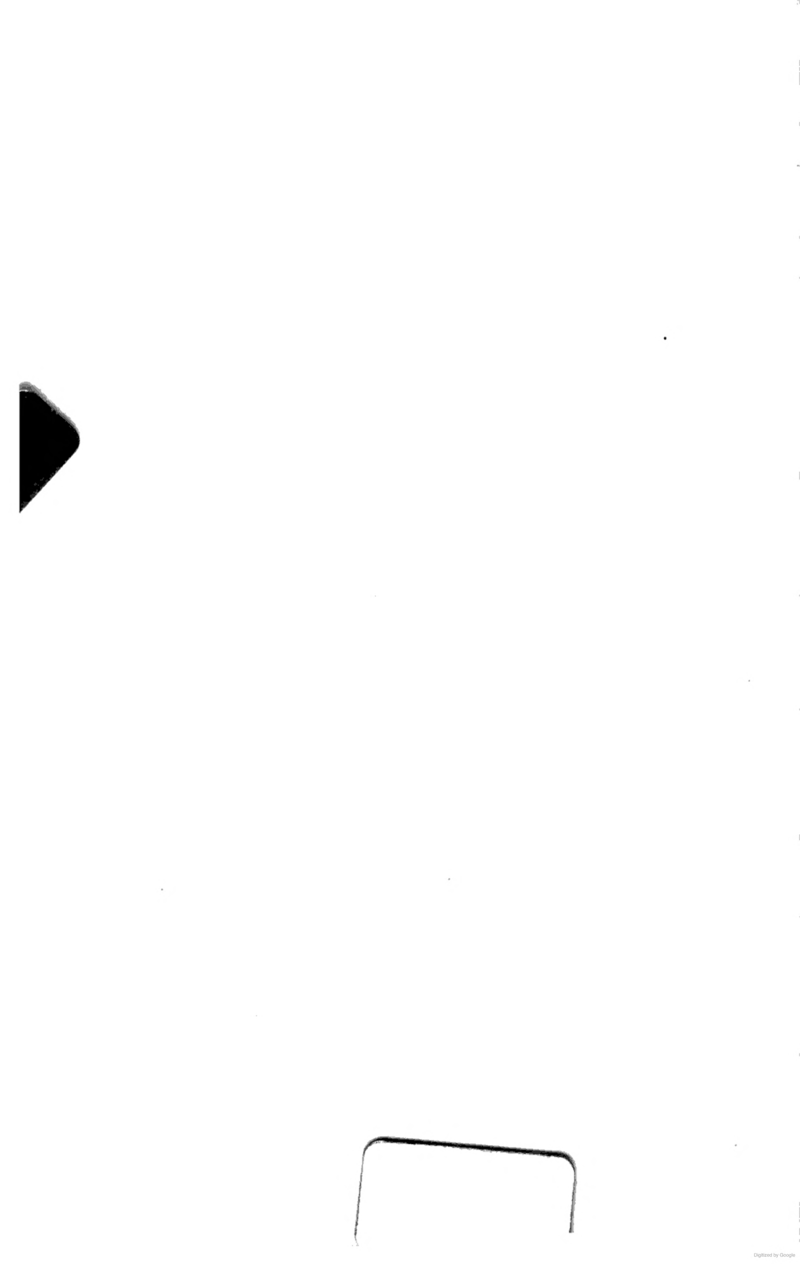


Q113
.H4
v.2
c.2

11/6

Digitized by Google



Digitized by Google

Q113
.H4
v.2
c.2

1/6

Digitized by Google

Digitized by Google

HELMHOLTZ

WISSENSCHAFTLICHE ABHANDLUNGEN.

11
4

WISSENSCHAFTLICHE

ABHANDLUNGEN

VON

HERMANN HELMHOLTZ

ORD. PROFESSOR A. D. UNIVERSITÄT, MITGLIED D. AKADEMIE D. WISSENSCHAFTEN
ZU BERLIN.

ZWEITER BAND.

MIT FÜNF LITHOGRAPHIRTEN TAFELN.

LEIPZIG
JOHANN AMBROSIUS BARTH.
1883.

Alle Rechte vorbehalten.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Digitized by Google

Inhaltsübersicht

des zweiten Bandes.

Physikalische Optik.

Seite

XLIX. Ueber die Theorie der zusammengesetzten Farben. 1852. . . . 3
L. Ueber Herrn D. Brewster's neue Analyse des Sonnenlichtes. 1852 24
LI. Ueber die Zusammensetzung von Spectralfarben. 1855 . 45
LII. Ueber die Empfindlichkeit der menschlichen Netzhaut für die brechbarsten Strahlen des Sonnenlichtes. 1855 . . . 71
LIII. Ueber die Messung der Wellenlänge des ultravioletten Lichtes, von E. Esselbach. 1855. 78
LIV. Mathematisch-physikalische Excurse. 1867 83
LV. Ueber die Grenzen der Leistungsfähigkeit der Mikroskope. 1873 183
LVI. Die theoretische Grenze für die Leistungsfähigkeit der Mikroskope. 1874 185
LVII. Zur Theorie der anomalen Dispersion. 1874 213

Physiologische Optik.

LVIII. Beschreibung eines Augenspiegels zur Untersuchung der Netzhaut im lebenden Auge. 1851 229
LIX. Ueber eine neue einfachste Form des Augenspiegels. 1852. 261
LX. Ueber eine bisher unbekannte Veränderung am menschlichen Auge bei veränderter Accommodation. 1853 280
LXI. Ueber die Accommodation des Auges. 1856 283
LXII. Ueber Farbenblindheit. 1859 346
LXIII. Ueber die Contrasterscheinungen im Auge. 1860 . . . 350
LXIV. Ueber die Bewegungen des menschlichen Auges. 1863 . 352
LXV. Ueber die normalen Bewegungen des menschlichen Auges. 1863 360
LXVI. Ueber die Form des Horopters, mathematisch bestimmt. 1862 420
LXVII. Ueber den Horopter. 1864 427
LXVIII. Bemerkungen über die Form des Horopters. 1864 . . . 478
LXIX. Ueber den Einfluss der Raddrehung der Augen auf die Projection der Retinalbilder nach Aussen. 1864 482
LXX. Das Telestereoskop. 1857 484
LXXI. Ueber stereoskopisches Sehen. 1865 492
LXXII. Ueber die Bedeutung der Convergenzstellung der Augen für die Beurtheilung des Abstandes binocular gesehener Objecte. 1878. 497

Physiologische Akustik.

LXXIII. Ueber die Mechanik der Gehörknöchelchen. 1867 . . . 503
LXXIV. Die Mechanik der Gehörknöchelchen und des Trommelfelles. 1869 515
LXXV. Ueber die Schallschwingungen in der Schnecke des Ohres. 1869 582

Erkenntnisstheorie.

Seite

LXXVI. Ueber die Natur der menschlichen Sinnesempfindungen. 1852 591
LXXVII. Ueber die thatsächlichen Grundlagen der Geometrie. 1866 610
LXXVIII. Ueber die Thatsachen, die der Geometrie zum Grunde liegen. 1868 618
LXXIX. Ueber den Ursprung und Sinn der geometrischen Sätze; Antwort gegen Herrn Professor Land. 1878 640

Physiologie.

LXXX. De Fabrica Systematis nervosi Evertebratorum. 1842. 663
LXXXI. Wärme, physiologisch. 1845 680
LXXXII. Ueber das Wesen der Fäulniss und Gährung. 1843 . 726
LXXXIII. Ueber den Stoffverbrauch bei der Muskelaction. 1845. 735
LXXXIV. Ueber die Wärmeentwickelung bei der Muskelaction. 1847 745
LXXXV. Messungen über den zeitlichen Verlauf der Zuckung animalischer Muskeln und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reizung in den Nerven. 1850 764
LXXXVI. Messungen über Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reizung in den Nerven. Zweite Reihe. 1852 . . . 844
LXXXVII. Ueber die Methoden, kleinste Zeittheile zu messen, und ihre Anwendung für physiologische Zwecke. 1850 . 862
LXXXVIII. Ueber die Geschwindigkeit einiger Vorgänge in Muskeln und Nerven. 1855 881
LXXXIX. Die Resultate der neueren Forschungen über thierische Elektricität. 1852 886
XC. Versuche über das Muskelgeräusch. 1864 924
XCI. Ueber den Muskelton. 1866 928
XCII. Mittheilungen, betreffend Versuche über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reizung in den motorischen Nerven des Menschen, welche Herr N. Baxt aus Petersburg im Physiologischen Laboratorium zu Heidelberg ausgeführt hat. 1867 932
XCIII. Neue Versuche über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reizung in den motorischen Nerven der Menschen, ausgeführt von N. Baxt aus Petersburg. 1870 . . . 939
XCIV. Ueber die Zeit, welche nöthig ist, damit ein Gesichtseindruck zum Bewusstsein kommt, Resultate einer von Herrn N. Baxt im Heidelberger Laboratorium ausgeführten Untersuchung. 1871 947
XCV. Ueber die Bewegungen des Brustkastens. 1856 . . . 953
XCVI. Die Wirkungen der Muskeln des Armes. 1856 . . . 955

Nachtrag neuester Abhandlungen.

XCVII. Die Thermodynamik chemischer Vorgänge. 1882 . . 958
XCVIII. Zur Thermodynamik chemischer Vorgänge. 1882 . . 979
IC. Ueber absolute Maassysteme für electrische und magnetische Grössen. 1882 993

Personen-Register 1006
Sach-Register 1011
Druckfehlerverzeichniss 1020

Nachweis zu den am Ende des Bandes befindlichen Figurentafeln.

Da der Text vor den Tafeln fertig gestellt wurde, sind Irrthümer in den Beziehungen zwischen Text und Tafeln vorgekommen, welche man hiernach zu berichtigen bittet.

Tafel I Fig. 1—5 gehören zu Abhandlung LI, Fig. 14 und 15 zu Abhandlung LXXXIV. (Auf Seite 749 als Tafel IV bezeichnet.)
Tafel II gehört zu Abhandlung LXXXVI. (Im Text ohne Bezeichnung.)
Tafel III gehört zu Abhandlung LXI.
Tafel IV gehört zu Abhandlung LVIII. (Im Text als Tafel I bezeichnet.)
Tafel V gehört zu Abhandlung LXXXV.

Physikalische Optik.

Digitized by Google

XLIX.

Ueber die Theorie der zusammengesetzten Farben.

Aus: Poggendorff's Annalen der Physik und Chemie. Bd. 87. S. 45—66. — J. Müller's Archiv für Anatomie und Physiologie. Jahrgang 1852. S. 461—482. Habilitationsschrift.

Die Lichtstrahlen verschiedener Wellenlänge und Farbe 45
unterscheiden sich in ihrer physiologischen Wirkung dadurch wesentlich von den Tönen verschiedener Schwingungsdauer und musikalischer Höhe, dass je zwei der ersteren, gleichzeitig auf dieselben Nervenfasern einwirkend, eine einfache Empfindung hervorbringen, aus welcher auch das geübteste Sinnesorgan nicht mehr die einzelnen zusammensetzenden Elemente erkennen kann, während zwei Töne durch ihr Zusammenwirken zwar die eigenthümlichen Empfindungen der Harmonie und Disharmonie erzeugen, aber dabei doch stets vom Ohre einzeln empfunden und erkannt werden. Diese Vereinigung der Eindrücke zweier verschiedener Farben zu einem einzigen neuen Farbeneindruck ist offenbar ein rein physiologisches Phänomen und hängt nur von der eigenthümlichen Reactionsweise des Sehnerven ab. Objectiv im rein-physikalischen Gebiete findet eine solche Vereinigung niemals statt, die Strahlen verschiedener Farben gehen vielmehr stets ohne allen gegenseitigen Einfluss neben einander her, und wo sie dem Auge auch vereinigt erscheinen sollten, sind sie durch physikalische Mittel stets von einander zu scheiden.

Die Untersuchung des Zusammenwirkens der Farben hat auf die Lehre von den Grundfarben geführt, aus denen alle anderen combinirt wären, oder wenigstens combinirt werden

könnten. Man hat diese Lehre aber von Anfang an nur auf eine einzige Art von Erfahrungen gegründet, nämlich auf diejenigen, welche durch die Mischung der Farbstoffe gewonnen waren und von denen man stets annahm, dass sie dieselben Resultate geben müssten wie die Zusammensetzung des ge-
46 färbten Lichtes selbst, eine Annahme, deren Unrichtigkeit ich im Folgenden nachzuweisen beabsichtige.

Schon Plinius spricht davon, dass die ältesten griechischen Maler mit vier Farbstoffen alles darzustellen gewusst hätten, während man in seiner Zeit deren viel mehr besässe und damit doch nicht so viel, wie Jene, leistete. Leonardo da Vinci, ebenso berühmt als wissenschaftlicher Bearbeiter der Malerei, wie als Künstler, kennt noch nicht die Lehre von den drei sogenannten Grundfarben, er nennt ausser Schwarz und Weiss, welche jedoch nicht im eigentlichen Sinne Farben wären, vier, nämlich Gelb, Grün, Blau und Roth. Die nachher allgemein angenommenen drei Grundfarben, Roth, Gelb und Blau, finden sich, und zwar, wie es scheint, als eine damals allgemein anerkannte wissenschaftliche Thatsache, einem Versuch zur Classification der Farben und Farbstoffe von Waller zu Grunde gelegt in den *Philosophical Transactions* des Jahres 1686, also noch vor Newton's Untersuchungen über die Zerlegung des weissen Lichts durch das Prisma, zu einer Zeit, wo man eben noch keine andere Methode Farben zusammenzusetzen kannte, als die Mischung der Farbstoffe. Auch in den späteren Versuchen, die natürlichen Farben nach ihrer Zusammensetzung aus den genannten drei Grundfarben zu classificiren, von Castell, dem Astronomen Mayer, Lambert, Hay, Forbes[1]) wird überall die Mischung der Farbstoffe zu Grunde gelegt. Als Repräsentanten der Grundfarben und zur Darstellung der zusammengesetzten Mischfarben gebraucht Mayer Zinnober, Königsgelb, Bergblau, Lambert Carmin, Gummi-Gutti und Berliner-Blau, welche schon reinere

[1]) P. Castell, Farbenclavier. — Mayer, in Göttinger gel. Anzeigen. 1758. St. 147 — J. H. Lambert, Beschreibung einer Farbenpyramide. Berlin, 1772. (Darin ist auch die ältere Literatur zusammengestellt.) — D. R. Hay, *Nomenclature of Colours*. — J. D. Forbes in *Philosophical Magazine Vol. XXXIV. p.* 161.

Mischungen geben, und Hay, dessen Geschicklichkeit in der Wahl und dem Gebrauche der Farben für diesen Zweck 47 Forbes besonders rühmt, Carmin, Chromgelb und französisches Ultramarin.

Einige Physiker versuchten es auch, den drei Grundfarben eine objective Existenz anzuweisen. Es war zuerst Mayer, der die Ansicht aufstellte, den drei Grundfarben könnten wohl dreierlei verschiedene Arten Licht, ein rothes, ein gelbes und ein blaues entsprechen, deren jedes Strahlen von allen Abstufungen der Brechbarkeit lieferte. Es wäre demnach an jeder Stelle des Spectrums rothes, gelbes und blaues Licht gemischt, die sich aber nicht durch ihre Brechbarkeit unterschieden und sich deshalb durch das Prisma nicht trennen liessen.

Am rothen Ende des Spectrums sollte das rothe Licht überwiegen, am blauen das blaue, in der Mitte das gelbe. Dieselbe Ansicht wurde später von D. Brewster aufgestellt, und dieser berühmte Physiker glaubte durch Absorption in gefärbten durchsichtigen Mitteln die Trennung der verschiedenen Arten des Lichtes in allen Theilen des Spectrums wirklich bewerkstelligen zu können.

Newton hatte, nach seiner Entdeckung der Zusammensetzung des weissen Lichtes aus farbigem, sieben Hauptfarben im Spectrum angenommen: Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo, Violett. Er wählte diese Zahl wahrscheinlich wegen der Analogie, die er zwischen den Farben und den musikalischen Intervallen der Durtonleiter suchte, und die er auch der bekannten Eintheilung seiner siebenfarbigen Scheibe zu Grunde legte. Wohl nur deshalb hat er Blau und Indigoblau unterschieden. Dass er diese Unterscheidung gerade in den blauen Farbentönen vornahm, liegt wohl daran, dass die meisten Prismen die blaue Hälfte des Spectrums unverhältnissmässig ausdehnen, und Newton die Breite der Farbenstreifen unmittelbar mit den musikalischen Intervallen vergleichen wollte. Uebrigens musste er sich mit sehr unvollkommenen Apparaten behelfen, und konnte deshalb auch nur wenige Beobachtungen über die Resultate künstlicher Vereinigung von zwei oder mehreren prismatischen Farben anstellen, welche im Ganzen mit den aus der Mischung von Farbstoffen entnommenen übereinzu- 48

stimmen schienen. Auch er benutzt daneben die Resultate der Vermischung farbiger Pulver.

Newton hat seine Spectra stets mit Sonnenlicht dargestellt und nicht die Methoden angewendet, welche nöthig sind um ganz vollständige Trennung der verschiedenfarbigen Strahlen zu erhalten, deshalb auch nicht die Fraunhofer'schen Linien im Sonnenlichte gesehen. Wollaston[1]) stellte zuerst ein so reines Spectrum dar, dass einige dieser Linien darin gesehen werden konnten. Er blickte nach einer feinen Spalte, welche Tageslicht einfallen liess, durch ein sehr gutes Flintglasprisma mit unbewaffnetem Auge hin, und sah, wie es unter diesen Umständen in der That der Fall ist, vier gut abgegrenzte Farbenstreifen im Spectrum: Roth, Gelbgrün, Blau und Violett. Es ist nämlich der Uebergang von röthlichem Orange durch Orange und Gelb in Gelbgrün, der von Grün in Blau und von Blau in Violett im Flintglasspectrum so schnell, dass er ohne Anwendung eines vergrössernden Fernrohres dem Auge fast verschwindet. Dabei begrenzen die Fraunhofer'schen Linien G und H das Violett auf beiden Seiten sehr scharf, der Uebergang von Grün in Blau wird durch die Linien b und F markirt, und der an sich schon sehr schmale Streifen des reinen Gelb ist im reflectirten Himmelslichte verhältnissmässig lichtschwach, sodass es gegen das stärkere Roth und Grün zurücktritt, und diese beiden Farben unmittelbar aneinander zu grenzen scheinen. Wollaston nimmt deshalb vier Grundfarben an: Roth, Grün, Blau, Violett.

Thomas Young tritt Wollaston's Beschreibung des Spectrums bei und verändert darnach seine Theorie des Farbensehens, welche er zuerst auf die gewöhnlich angenommenen drei Grundfarben: Roth, Gelb und Blau gegründet hatte, indem er dafür jetzt Roth, Grün und Violett setzt, wobei man voraussetzen muss, dass er gewusst habe, aus prismatischem
40 Roth und Grün lasse sich Gelb, aus prismatischem Grün und Violett Blau mischen. Die erwähnte Theorie von Young ist wichtig, weil darin den drei Grundfarben eine bestimmte physiologische Bedeutung untergelegt wird. Er nimmt an, dass die

1) *Philos. Transact.* 1802. *P. II. p.* 378.

an der Oberfläche der Retina gelegenen Theilchen eigenthümlicher Schwingungen fähig wären, und dass an jeder Stelle Theilchen von dreierlei verschiedener Schwingungsdauer sich neben einander vorfänden, entsprechend den Oscillationsgeschwindigkeiten der drei Grundfarben, Violett, Grün und Roth, welche im Verhältniss wie 7, 6 und 5 ständen. Wäre die Schwingungszahl eines Lichtstrahls 5, so würde er bloss auf die rothempfindenden Nervenenden wirken; wäre sie $5^1/_2$, so würde er gleichzeitig die roth- und die grünempfindenden anregen und dadurch die gemischte Empfindung des Gelb hervorbringen u. s. w.

Uebrigens habe ich ebenso wenig wie Forbes, bei Newton's Nachfolgern bis in die neueste Zeit Versuche über die Mischung einzelner prismatischer Farben gefunden. Es scheint, dass man die Sache stets durch die Mischversuche mit farbigen Pulvern als vollständig erledigt angesehen hat. Ja, man hat sich sogar durch abweichende Resultate, welche der Farbenkreisel gab, nicht darauf aufmerksam machen lassen, dass hier Schwierigkeiten verborgen liegen.

Die Zurückführung der Farben auf drei Grundfarben hat bei den verschiedenen Beobachtern dreierlei verschiedenen Sinn:

1) entweder, dass die Grundfarben solche seien, aus denen alle möglichen anderen zusammengesetzt seien, oder sich mindestens zusammensetzen liessen;

2) oder, wie bei Mayer und Brewster, dass die Grundfarben dreierlei objectiven Arten des Lichtes entsprächen;

3) oder, dass sie, wie bei Thomas Young, dreierlei verschiedenen Grundempfindungsarten der Sehnervenfasern entsprächen, aus denen die übrigen Farbenempfindungen sich zusammensetzten.

Auf die zweite Ansicht und die Gründe, wodurch Brewster 50
sie zu stützen versucht hat, werde ich an einem anderen Orte zurückkommen, und glaube im Stande zu sein diese Gründe zu widerlegen. Die beiden anderen Ansichten müssen aber jedenfalls an den prismatischen Farben, als den reinsten und gesättigtesten, welche wir kennen, geprüft werden. Das soll die Aufgabe vorliegenden Aufsatzes sein.

Das Mittel, dessen ich mich bedient habe, um sämmtliche Combinationen aus je zwei einfachen Spectralfarben herzustellen, ist folgendes: Ich schneide in einen schwarzen Schirm zwei hinreichend schmale ($^1/_4$ Linie breite) Spalten ein, welche zusammen ein V bilden. Beide sind unter 45^0 gegen den Horizont geneigt, stossen mit ihren unteren Enden zusammen, und schliessen somit einen rechten Winkel zwischen sich ein. Nach diesen Spalten sieht man aus genügender Entfernung (12 Fuss) durch ein Fernrohr und Prisma hin. Das Prisma ist dicht vor dem Objectivglase des Fernrohres in der Stellung der kleinsten Ablenkung befestigt, und die Kante seines brechenden Winkels steht vertical. Es ist bekannt, dass man durch ein verticales Prisma, nach einer verticalen Spalte blickend, ein rechteckiges Spectrum sieht, in welchem die Farbenstreifen und die Fraunhofer'schen Linien vertical verlaufen.. Sieht man durch ein verticales Prisma nach einer schiefen Spalte, so bekommt das Spectrum die Form eines schiefwinkligen Parallelogramms mit zwei horizontalen und zwei der schiefen Spalte parallelen Seiten. Die Farbenstreifen und Fraunhoferschen Linien laufen natürlich hier auch der Spalte parallel. Sehen wir nach unserer zusammengesetzten Winkelspalte, so decken sich die Spectra seiner beiden Schenkel theilweise, und da in dem einen die Farbenstreifen von oben links nach unten rechts, im andern von oben rechts nach unten links verlaufen, so durchschneiden sie sich gegenseitig unter rechten Winkeln. Jeder Farbenstreifen des einen schneidet in dem beiden Spectren gemeinsamen Felde jeden des andern, und wir bekommen so-
51 mit gleichzeitig sämmtliche Combinationen, welche aus je zwei einfachen Farben gebildet werden können.

Da es darauf ankommt die Spalte in ihrer ganzen Ausdehnung gleichmässig zu erleuchten, kann man directes Sonnenlicht nicht wohl anwenden, und muss sich mit reflectirtem Lichte des Himmels, oder mit dem einer gleichmässig von der Sonne beschienenen weissen Fläche begnügen. Diese Erleuchtungen reichen in der Regel auch vollkommen aus.

Das von mir angewendete Flintglasprisma, dem Hrn. Professor Neumann zugehörig, liess bei Anwendung von Sonnenlicht und einer feinen Spalte eine sehr grosse Zahl der feineren

Fraunhofer'schen Linien sehen. In dem Spectrum der eben beschriebenen, etwas breiteren Winkelspalte waren wenigstens die stärkeren noch deutlich sichtbar, namentlich die von Fraunhofer durch die Buchstaben *A, B, D, E, b, F, G* und *H* bezeichneten. Die Anwesenheit dieser Linien giebt zunächst die Bürgschaft dafür, dass in dem Spectrum jedes einzelnen Schenkels die verschiedenfarbigen Strahlen nicht übereinander greifen konnten, dass ich es also mit wirklich reinen Farbenstrahlen zu thun hatte; und zweitens erleichtern sie sehr die Orientirung in dem gemischten Felde, durch welches man sie deutlich verlaufen sehen kann. Mein Fernrohr hat ein Fadenkreuz aus zwei sich rechtwinkelig kreuzenden Fäden, diese stellte ich den dunkelen Linien der beiden sich deckenden Spectra parallel. Die Fäden bezeichnen dann nach dem oberen und unteren Rande des lichten Feldes zu, wo ungemischte Farben liegen, unmittelbar die beiden reinen Farben, welche an ihrem Kreuzungspunkte gemischt sind.

Es ist nöthig, die relative Intensität der gemischten Farben ändern zu können. Das bewirkte ich, indem ich das Prisma aus seiner verticalen Stellung in eine mehr oder weniger schiefe brachte. Seine Fassung, mit der es an das vordere cylindrische Ende des Fernrohres befestigt war, liess sich um dieses als Axe drehen, und es konnte so in jede beliebige Stellung gegen den Horizont gebracht werden. Um zu erläutern, wie dadurch 52
die Lichtintensität des Spectrums geändert werde, beschränken wir unsere Betrachtungen zunächst auf eine einzige Spalte. Die Lichtintensität des Spectrums hängt von der Menge Licht ab, die durch die Spalte auf das Prisma und Fernrohr fällt, und von dem scheinbaren Flächenraum des Spectrums, zu dessen Beleuchtung diese Lichtmenge verwendet wird. Die Lichtmenge, welche überhaupt einfällt, ändert sich nicht, wenn wir das Prisma um die Axe des Fernrohres drehen, wohl aber der erleuchtete Flächenraum des Spectralbildes. Letzterer hat, wie schon oben bemerkt ist, die Gestalt eines Parallelogramms. Zwei seiner Seiten sind der Spalte parallel und stets eben so lang, wie die Spalte selbst im Fernrohr erscheint. Die beiden anderen Seiten stehen senkrecht auf der Kante des brechenden Winkels, und ihre Länge hängt nur von der zerstreuenden Kraft

des Prisma ab. Das Spectrum bildet also ein Parallelogramm, dessen Seiten constant sind, dessen Winkel aber durch Drehung des Prisma um die Axe des Fernrohres geändert werden können. Bekannte Sätze der elementaren Geometrie lehren, dass der Flächeninhalt eines solchen Parallelogramms am grössten ist, wenn es rechte Winkel hat, und desto kleiner wird, je schiefer die Winkel werden. Da nun eine gleiche Menge Licht eine kleinere Fläche heller erleuchtet als eine grössere, so muss die scheinbare Helligkeit des Spectralbildes am kleinsten sein, wenn es ein Rechteck ist, d. h. wenn die brechende Kante der Spalte parallel ist, und desto heller werden, je grösser der Winkel zwischen beiden wird.

Die beiden Schenkel unserer Winkelspalte geben, durch ein verticales Prisma gesehen, zwei gleich helle Spectren, weil die Richtung der brechenden Kante mit beiden den gleichen Winkel von 45^0 macht; drehen wir aber das Prisma um die Axe des Fernrohres, so wird der eine Winkel grösser, der andere kleiner, und es variiren dabei die beiden Spectren in jedem beliebigen relativen Verhältniss ihrer Helligkeit.

Je heller man auf diese Weise ein Spectrum macht, desto
53 näher rücken seine Farbenstreifen zusammen; um daher die Reinheit der Farben nicht zu sehr zu beeinträchtigen, ist es rathsam, stärkere Unterschiede der Helligkeit nicht auf die bisher beschriebene Weise hervorzubringen, sondern durch andere Mittel. Sehr leicht geschieht dies, indem man dünnere oder dickere, geölte oder nicht geölte Papierblättchen hinter die eine Spalte setzt. Diese lassen nur einen kleinen Theil des auffallenden Lichts durchscheinen, während durch die andere Spalte das ungeschwächte Himmelslicht einfällt.

Hat man sich in der beschriebenen Weise ein Feld hergestellt, welches mit den Mischfarben je zweier reiner Spectralfarben bedeckt ist, so wird man sich bald überzeugen, dass man die Färbung, namentlich der weisslicheren Stellen, dieses Feldes zu beurtheilen unfähig ist, so lange man gleichzeitig gesättigte Farben daneben hat.

Es ist also durchaus nöthig die Stellen, über deren Farbe man urtheilen will, getrennt von den übrigen zu betrachten. Wenn man mit dem Fernrohr beobachtet, ist das Mittel dazu sehr

einfach. Man stelle das Fadenkreuz auf die fragliche Stelle ein und entferne sich mit dem Auge ein bis zwei Fuss vom Oculare. Aus dieser Entfernung sieht man nur eine sehr kleine Stelle des farbigen Bildes durch das Ocular hindurch, deren Farbe man unbehindert durch die Gegensätze blendenderer Farben beurtheilen kann. Die Fäden des Fadenkreuzes und ihre Kreuzungsstelle findet man, wenn man fernsichtig genug ist, auch bei dieser Entfernung des Auges leicht wieder; wenn nicht, doch mit Hülfe eines schwachen Concavglases, welches der Accommodation des Auges passend nachhilft. Um die beobachtete Farbencombination schnell wiederfinden und einem Anderen zeigen zu können, bringe ich in dieser Entfernung vom Oculare des Fernrohres einen verstellbaren dunkelen Schirm mit einer kleinen runden Oeffnung an, durch welche das Auge nach dem Oculare des Fernrohres hin zu sehen hat. Will man statt der zusammengesetzten Farbe wieder die beiden constituirenden einfachen sehen, so lässt man von einem Anderen erst die eine, dann die andere Spalte bedecken, 54
sodass immer nur die eine der beiden gemischten Farben stehen bleibt, oder man schaltet zwischen das Auge und die Oeffnung im Schirm, wodurch es nach dem Oculare hinsieht, ein zweites kleines Prisma ein, welches statt des einen hellen Flecks im Oculare zwei mit getrennten Farben erscheinen lässt. Zur sicheren Bestimmung sehr weisslicher Mischfarben ist es vortheilhaft, ein weisses, weiss erleuchtetes Papierblatt rings um die Oeffnung des Oculars anzubringen, und mit dessen Farbe die beobachtete Farbe zu vergleichen. Auch habe ich bemerkt, dass das Auge bei längerer Betrachtung sehr weisslicher Mischfarben für feine Farbenunterschiede unempfindlich wird, und es rathsam ist, es zuweilen eine Zeit lang ausruhen oder auf den Gegenständen der Umgebung herumschweifen zu lassen. Bei erneuerter Beobachtung der Mischfarbe sieht man dann oft eine farbige Beimischung des scheinbaren Weiss deutlich, die man vorher nicht mehr erkennen konnte, und die bei längerer Betrachtung auch wieder verschwindet.

Auf diese Weise ist es möglich sämmtliche Combinationen zweier prismatischen einfachen Strahlen in allen Abstufungen ihrer relativen Stärke herzustellen und ungestört von anderen

Farbeneindrücken zu betrachten. Meine Beobachtungen, deren Hauptpunkte ich mir von mehreren anderen, in Beurtheilung der Farben geübten Personen bestätigen liess, um nicht durch etwa vorhandene subjective Fehler meiner Augen getäuscht zu werden, haben folgende von den bisherigen Ansichten zum Theil auffallend abweichende Resultate gegeben.

1. *Roth* giebt mit Orange ein röthlicheres Orange, mit Gelb Orange; die gemischten Farben unterscheiden sich nicht merklich von den Abstufungen des Orange, die in dem einfachen Spectrum vorkommen. Mit Grün giebt es ein Gelb, welches weniger gesättigt, fahler ist, als das einfache Gelb, und bei vorwaltendem Roth durch Orange in Roth, bei vorwaltendem Grün durch Gelbgrün in Grün übergeht. Mit den
55 grünblauen Tönen des Spectrums entsteht eine fleischfarbene, mit den himmelblauen eine rosarothe Farbe, welche bei überwiegendem Blau in weissliches Violett, mit überwiegendem Roth in Carminroth übergeht. Vereinigt man endlich das Roth mit weiter nach dem Ende des Spectrums hin gelegenen indigoblauen oder violetten Strahlen, so bekommt man ein immer dunkleres und gesättigteres Purpurroth.

2. *Orange* mit Gelb giebt ein gelblicheres Orange, mit Grün ein fahles Gelb, mit Blau fleischfarbene Töne, die bei Indigo und Violett in Carminroth übergehen.

3. *Gelb* mit Grün giebt ein grünliches Gelb, ähnlich den dazwischen gelegenen Farbentönen des Spectrums. Mit Himmelblau giebt es ein schwach grünliches Weiss, mit Indigoblau *reines Weiss*, mit Violett ein schwach fleischfarbenes Weiss, das bei überwiegendem Violett in weissliches Violett, bei überwiegenderem Gelb in weissliches Gelb übergeht.

4. *Grün* giebt mit Blau Grünblau, mit Indigo ein Hellblau, welches aber viel matter und weisslicher ist als das des Spectrums, ebenso mit Violett Hellblau.

5. *Blau* mit Indigo giebt die dazwischenliegenden Töne, mit Violett ein Dunkelblau, das aber weniger gesättigt ist als das Indigo des Spectrums.

6. *Indigo* mit Violett die dazwischenliegenden Töne.

Die auffallendste und von den bisherigen Ansichten abweichendste Thatsache ist die, dass unter den Farben des Spec-

trums nur zwei vorkommen, welche zusammen reines Weiss
geben, also Complementarfarben sind, und dass dies Gelb und
Indigoblau sind, zwei Farben, aus deren Verbindung man bis-
her fast immer Grün entspringen liess. Das Gelb, welches man
zu dieser Mischung gebraucht, ist ein sehr schmaler Strich im
Spectrum, zwischen den Linien *D* und *E* gelegen, und etwa
dreimal so weit von *E* als von *D* entfernt, ein Gelb, welches
weder in das Orange, noch in das Grünliche zieht und unter
den Pigmenten am besten durch das chromsaure Bleioxyd
(Chromgelb) wiedergegeben wird. Das dazu gehörige Blau hat
eine grössere Breite und umfasst die Abstufungen dieser Farbe, 56
welche Newton und Fraunhofer als Indigo bezeichnen,
etwa von der Mitte zwischen den Linien *F* und *G* bis gegen *G*
hin. Unter den Farbstoffen giebt dunkles Ultramarin diese
Farbe aber besser wieder als das mehr violette Indigo. Hat
man die Mischungsfarben durch zwei gleich helle Spectra eines
Flintglasprisma hervorgebracht und zur Erleuchtung das Licht
der Wolken gebraucht, so ist es gerade die Mitte zwischen
den Linien *F* und *G*, welche für das Weiss die richtige Licht-
intensität hat. Nach dem Violett und der Linie *G* zu wird
das Blau immer lichtschwächer, und hier muss es daher relativ
zum Gelb verstärkt werden, um Weiss zu geben. Aus diesem
Grunde fällt z. B. im Spectrum eines weisslich blauen Himmels
das Weiss nahe der Linie *G*. Auch das hellere Blau des
Spectrums mehr nach der Linie *F* hin giebt mit reinem
Gelb, und das Violett mit einem etwas in das Grünliche ziehen-
den Gelb bei passender Abgleichung ihrer relativen Intensi-
täten, Farbentöne, welche dem Weiss sehr ähnlich werden,
aber doch immer einen Anflug von Färbung behalten. Sie
ziehen meist in das Fleischfarbene, Bläuliche und Grünliche
hinüber; zuweilen ist es auch schwer der Färbung einen be-
stimmten Namen zu geben, aber niemals ist es mir gelungen,
aus diesen Farben ein klares, reines Weiss zu erhalten. Wenn
die Untersuchung mit vollkommeneren Instrumenten ausgeführt
würde, als es die meinigen waren, welche dem Felde der zu-
sammengesetzten Farben eine grössere Flächenausdehnung zu
geben erlaubten, würden sich die Grenzen der weissgebenden
Strahlen wahrscheinlich genauer angeben lassen, weil die Ver-

gleichung der Farbentöne grösserer Flächen viel leichter und schärfer auszuführen ist. [1])

Durch die weissgebenden Strahlen wird die ganze Breite des Spectrum in drei Abtheilungen getheilt. Deren erste, die rothe, entspricht, wenn man die Verhältnisse der Lichtschwingungen mit denen der Schallwellen vergleicht, etwa dem Intervalle einer kleinen Terz, die mittlere grüne einer grossen Terz,
57 und die dritte violette ist etwas kleiner als eine kleine Terz. Farben der ersten und zweiten verbinden sich zu gelben Tönen mit Uebergängen in Roth, Fleischfarbe, Weiss und Grün, solche der zweiten und dritten zu blauen mit Uebergängen in Grün, Weiss und Violett, solche der ersten und dritten zu purpurrothen mit Uebergängen in Fleischfarben, Rosa und Violett.

Was die Zusammensetzungen von drei einfachen Farben betrifft, so dürfen wir wohl voraussetzen, dass Weiss nur dann entstehen könne, wenn Strahlen aus den drei verschiedenen Abtheilungen des Spectrum passend vereinigt werden. Es lässt sich wenigstens nicht annehmen, obgleich man natürlich durch das Experiment nicht alle möglichen Combinationen erschöpfen kann, dass z. B. die gelben oder gelblichen Farben, welche aus solchen der rothen und grünen Abtheilung entstehen, durch weiteren Zusatz von einer oder mehreren Farben, welche diese Abtheilungen enthalten, Roth, Gelb oder Grün, in Weiss übergehen sollten. Ebenso ist es mit den Mischungen der grünen und violetten, sowie mit denen der rothen und violetten Abtheilung. Dagegen gelingt es, Weiss aus ziemlich mannigfaltigen Combinationen solcher drei Farben zu bilden, welche aus allen drei Abtheilungen gleichzeitig entnommen sind. Ich habe dazu einen schwarzen Schirm mit drei Spalten gebraucht. Zwei waren parallel unter 45° gegen den Horizont geneigt und standen in solcher Entfernung von einander, dass, durch das Prisma aus der gewöhnlichen Entfernung gesehen, das Violett der einen auf das Roth der andern fiel. Die Spalte, welche das Violett giebt, muss man etwa doppelt so breit machen als die andere, weil sonst das Violett zu lichtschwach gegen das Roth wird. Eine dritte Spalte, die das Grün zur Mischung

1) S. den unten folgenden Aufsatz No. LII.

geben sollte, wurde rechtwinkelig gegen die beiden ersteren
zwischen ihnen eingeschnitten, sodass die drei Spalten zu-
sammen einem liegenden *Z* ähnlich wurden. Das Spectrum
der dritten schneidet rechtwinkelig durch den Purpurstreif, den
die beiden anderen geben, und erzeugt eine Reihe von Misch-
farben, aus denen man leicht die weisseste Stelle aussuchen kann.
Durch Drehung des Prisma um die Axe des Fernrohres lässt 58
sich das Verhältniss der gemischten Farben dann so abglei-
chen, dass man reines Weiss bekommt. So erhält man Weiss
aus Roth, Grün und Violett, welche man zu drei Paaren von
Complementarfarben verbinden kann, nämlich

einfaches Roth und zusammengesetztes mattes Blaugrün
„ Grün „ Purpurroth,
„ Violett „ mattes Gelb.

Auffallend ist hierbei, dass die Complementarfarben des einfachen Roth und Violett sich von gewissen Farbentönen des Spectrum nur durch ihr minder gesättigtes Ansehen unterscheiden und dennoch die ersteren mit einfachem Roth und Violett Weiss geben, letztere nicht.

Newton's wenige Beobachtungen über die Zusammensetzung je zweier prismatischer Farben stimmen mit meinen Angaben überein. Er giebt an, die primitiven Farben könnten durch Vereinigung der beiderseitigen Nachbarfarben wiedergegeben werden[1]), so z. B. Orange durch Roth und Gelb, Gelb durch Orange und Grüngelb, Grün durch Grüngelb und Meergrün, oder auch, aber weniger gut, durch Gelb und Blau (cyaneum), Blau durch Meergrün und Indigoblau. Ausserdem hat er Purpurroth aus Roth und Violett dargestellt. Weiss hat er nur durch je drei Farben, Roth, Violett und Grün, erhalten, und damit es gut gelinge, räth er sogar Spectra mit unvollkommen getrennten Farben anzuwenden. Dabei mischen sich dann noch mehr als drei Einzelfarben.

Dagegen wird man bemerkt haben, dass meine Angaben über das Zusammenwirken der prismatischen Farben erheblich von denen abweichen, welche man aus der Mischung von Farbstoffen gewonnen hatte. Namentlich, dass Gelb und Blau nicht

1) *Lectiones opticae. P. II. S. I. Prop. IV.* und *Optice Lib. I. P. II. Prop. IV.*

Grün, sondern höchstens ein schwach grünliches Weiss geben sollten, widerspricht der tausendjährigen Erfahrung aller Maler auf das entschiedenste. Der Grund des Widerspruchs wird
59 aber durch eine kurze Ueberlegung, wie Farbstoffe auf das Licht wirken, klar werden. Farbstoffe, wie alle gefärbten Körper, welche wir in grösseren Stücken von regelmässigem Gefüge besitzen, z. B. der krystallinische Zinnober, das krystallisirte chromsaure Bleioxyd, das Kobaltglas, aus welchem die Smaltefarben gemacht werden, sind durchsichtig oder wenigstens durchscheinend. Fällt Licht auf sie, so wird von ihrer äusseren Oberfläche zunächst ein Theil desselben als weisses Licht reflectirt, ein anderer geht in das Innere, wird hier durch ungleichmässige Absorption der ihn zusammensetzenden einfachen Strahlen farbig, wird an der hinteren Begrenzungsfläche des Körpers reflectirt, und kehrt nach vorn zum Auge des Beobachters zurück, der eben wegen der Farbe dieses eingedrungenen und im Körper selbst reflectirten Lichts diesen gefärbt sieht. Zerpulvern wir dagegen einen Farbstoff, so sieht der Beobachter von dem auffallenden Lichte nicht bloss das in sein Auge zurückkehren, was an der vorderen und hinteren Oberfläche der obersten Lage von Pulvertheilchen, sondern auch was von der zweiten und dritten u. s. w. reflectirt ist. Eine einzelne ebene Glastafel reflectirt von senkrecht einfallendem Licht nur $\frac{1}{25}$, zwei solche $\frac{1}{13}$, sehr viele fast alles. Wir können daraus schliessen, dass von dem Licht, welches auf feines weisses Glaspulver fällt, nur der kleinste Theil von den zu oberst liegenden Theilchen, ein bei weitem grösserer von den tieferen reflectirt wird. Ebenso wird es sich bei gefärbten Pulvern verhalten müssen, wenigstens mit denjenigen Arten der einfachen Strahlen, deren Farbe sie tragen, und welche sie ohne Absorption hindurchzulassen pflegen; das meiste Licht dieser Art wird aus den tieferen Schichten kommen und durch eine grössere Anzahl von Pulvertheilchen hindurchgegangen sein.

Wie wird es sich nun verhalten, wenn wir Pulver von verschiedener Farbe mischen, z. B. gelbes und blaues? Die oberflächlich gelegenen blauen Theilchen werden blaues, die oberflächlichen gelben gelbes Licht geben; beides zusammen wird sich zu Weiss oder grünlichem Weiss vereinigen. Ganz
60 anders ist es aber mit dem Lichte, welches aus der Tiefe

zurückkehrt. Dies muss abwechselnd durch gelbe und durch blaue Theilchen hindurchdringen; es wird also aus der Tiefe nur solches Licht zurückkehren, welches sowohl von den blauen, als auch von den gelben durchgelassen wird. Blaue Körper pflegen grünes, blaues und violettes Licht in merklicher Menge durchzulassen, gelbe dagegen rothes, gelbes und grünes. Durch beide zugleich geht also nur grünes, und es kann aus der Tiefe des gemischten Pulvers nur grünes Licht zurückkehren. Da nun die von den oberflächlichen Theilen des Pulvers reflectirte Lichtmenge nach dem vorher Gesagten viel kleiner zu sein pflegt, als die aus der Tiefe zurückkehrende, so wird das Grün der letzteren bei weitem überwiegen und die Farbe der Mischung bestimmen.

Wenn wir also zu einem blauen Pulver gelbes hinzumischen, wird die Farbe der Mischung weniger dadurch verändert, dass zu den Farbestrahlen des blauen Pulvers sich noch solche des gelben hinzu addiren, als vielmehr dadurch, dass von jenen Farbenstrahlen noch der violette und blaue Theil verloren geht, und nur das grüne übrig bleibt. Daher pflegen Mischungen zweier Farbestoffe von etwa gleicher Helligkeit auch dunkler zu sein als ihre Constituenten, namentlich dann, wenn letztere solche Farben darbieten, welche in der prismatischen Reihe weit aus einander liegen, und deshalb wenig gemeinsame Farbenstrahlen enthalten. So giebt Zinnober und Ultramarin statt des Rosa, welches der Zusammensetzung ihres Lichtes entspricht, ein etwas in das Violette ziehendes Schwarzgrau.

Die vorstehende Theorie der Farben gemischter Farbstoffe ist einfach abgeleitet aus allgemein anerkannten physikalischen Vorstellungen, erklärt die Erscheinungen, soweit ich sehen kann, vollständig und weiset nach, dass Mischung der Farbstoffe und Zusammensetzung der Farben zwei durchaus verschiedene Vorgänge sind, und dass die durch die erstere gewonnenen Erfahrungen durchaus keinen Schluss auf die letztere gestatten. Nur wenn wir es mit zwei im Spectrum wenig von
einander abstehenden Farben zu thun haben, giebt die Zu- 61
sammensetzung des farbigen Lichtes fast dieselben Resultate wie die Mischung der Pigmente, weil dann die zusammen-

gesetzte Farbe den zwischenliegenden Farbentönen des Spectrum ähnlich ist.

Es giebt aber zwei andere Methoden das von Pigmentfarben kommende Licht zusammenzusetzen, bei denen man Resultate erhält, welche ganz den bei der Zusammensetzung ähnlicher prismatischer Farben erhaltenen entsprechen. Die erste dieser Methoden ist die Vereinigung der Farben auf dem Farbenkreisel. Man hat längst bemerkt, dass sie andere Resultate giebt als die Mischung der Pigmente. Ich wiederholte die Versuche mit Gelb und Blau. Für ersteres wendete ich entweder Gummi-Gutti oder Chromgelb an, für letzteres Bergblau oder Ultramarin. Bei schneller Umdrehung erhält man ein reines Grau. Sehr frappant stellt sich der Unterschied beider Methoden heraus, wenn man die Mitte der Scheibe mit der Mischung beider Pigmente anstreicht, am Rande dagegen Sectoren mit den reinen Pigmenten. Dann sieht man beim schnellen Umdrehen der Scheibe in der Mitte Grün, am Rande Grau. Jenes ist viel dunkler als letzteres, wie es nach der oben gegebenen Theorie erwartet werden musste.

Die andere Methode habe ich noch nicht beschrieben gefunden, kann sie aber als sehr bequem empfehlen. Sie ist zugleich von dem Uebelstande frei, dass die Mischfarben das graue Ansehen wie auf den Farbenscheiben bekommen; man kann durch sie vielmehr wirklich Weiss aus complementar gefärbten Pigmenten erzeugen. Man stelle eine Glasplatte mit planen und parallelen Flächen senkrecht auf einer Tischplatte auf und lege vor ihr eine gefärbte Oblate hin. Dieselbe sieht man in der Glasplatte gespiegelt, und der scheinbare Ort ihres Spiegelbildes ist jenseits der Platte und ebenfalls auf der Oberfläche des Tisches. Man kann nun genau an dieselbe Stelle, wo sich scheinbar die gespiegelte Oblate befindet, eine andere ebenso grosse, aber anders gefärbte hinlegen, welche der Beobachter durch das spiegelnde Glas hindurch sieht. Sein Auge
62 wird dann von zweierlei Strahlen getroffen, welche beide von ganz demselben Körper auszugehen scheinen, die einen dem durchgegangenen, die anderen dem gespiegelten Lichte angehörig. Es erscheint ihm deshalb eine Oblate, deren Farbe aus denen der beiden wirklich vorhandenen Oblaten zusammen-

gesetzt ist. Um den Versuch bequemer anzustellen, braucht man nur ein ganz kleines, möglichst dünnes, planparalleles Glasplättchen anzuwenden, welches man etwa in der Entfernung des deutlichen Sehens über der Tischplatte und senkrecht gegen diese befestigt. Man sieht von oben schief durch das Plättchen nach der Tischplatte hin, und legt sich die Oblaten an passende Stellen, um die Vereinigung ihrer Farben hervorzubringen. Je näher man beide der imaginären Durchschnittslinie der Ebene des Tisches und der Glastafel schiebt, desto schiefer fallen die Strahlen auf die Platte, desto weniger gehen durch, desto mehr werden reflectirt, sodass dann die Farbe des reflectirten Lichtes die überwiegende wird. Umgekehrt überwiegt die Farbe des durchgehenden Lichtes, wenn man die Oblaten von jener Durchschnittslinie entfernt, und man kann auf diese Weise sämmtliche Abstufungen der relativen Stärke in der Zusammensetzung hervorbringen. Man giebt bei diesem Versuche entweder beiden Oblaten einen schwarzen Grund, oder wenn man weissliche Farbenverbindungen hervorbringen und mit reinem Weiss vergleichen will, der einen, am besten der helleren von beiden, einen weissen, der anderen einen schwarzen Grund. Bei der Beobachtung durch das Glasplättchen erscheint die Oblate in der zusammengesetzten Farbe auf weissem Grunde. Es versteht sich, dass man so die Farben von allen beliebigen gefärbten Flächen, auch von gefärbten Gläsern zusammensetzen kann.

So zusammengesetzte Farben zeichnen sich durch Helligkeit und Klarheit sehr vor denen durch Mischung der Farbstoffe erhaltenen aus, und stimmen auch nicht immer der Art nach mit diesen überein, sondern geben vielmehr dieselben Resultate, welche wir aus der Vereinigung prismatischer Farben
gewonnen hatten. Namentlich geben Blau und Gelb nicht 63
Grün, sondern Weiss. Als Repräsentanten des Gelb brauchte ich Papierscheibchen, welche ich mit hellem Chromgelb oder Gummi-Gutti getuscht hatte. Unter den blauen Farbestoffen gab, ebenfalls auf solche Scheibchen aufgetragen, ein schön himmelblaues Kobaltblau mit den beiden Arten des Gelb reines Weiss, künstliches Ultramarin röthliches Weiss, und helles Berlinerblau ein schwach grünliches Weiss. Zinnoberroth mit

Blau combinirt giebt Rosa, dasselbe Roth mit Grün giebt Gelb u. s. w. Kurz, es weisen diese Versuche nach, dass nicht bloss die einfachen Farbenstrahlen des Spectrum andere Gesetze des Zusammenwirkens haben, als man bisher allgemein angenommen hatte, sondern dass ganz ähnliche Gesetze auch für die zusammengesetzten Farben der Pigmente gelten, und es scheint mir nicht zweifelhaft zu sein, dass diese neuen Gesetze an die Stelle der älteren, auf die Mischung der Farbestoffe gegründeten zu setzen seien.

Man wird dabei am besten von der Vereinigung einfacher Farben des Sonnenspectrum ausgehen, weil diese den reinsten und vollkommensten, schon bei geringer Lichtintensität fast blendenden Eindruck von Farbe machen, gegen den alle Pigmentfarben matt und grau aussehen. Schon Newton hat als Regel aufgestellt, dass eine jede einfache Farbe durch eine Vereinigung ihrer beiden nächsten Nachbarfarben wiedergegeben werden könne. Meine eigenen Untersuchungen bestätigen dies; ich muss aber zugleich hinzufügen, dass der Abstand der combinirten Farben nicht sehr gross sein darf, wenn die zusammengesetzte den zwischenliegenden Abstufungen des Spectrum ähnlich sehen soll. Namentlich ist dies im mittleren Theile des Spectrum der Fall. Roth und Gelb giebt ein Orange, dessen Ansehen dem des einfachen Orange vollständig gleich erscheint, und ebenso können die aus Blau und Violett zusammengesetzten Arten des Indigoblau wohl kaum vom einfachen Indigoblau unterschieden werden. Dagegen giebt schon Gelbgrün und Blaugrün ein Grün, dessen Farbenton dem des prismatischen
64 mittleren Grün zwar entspricht, welches aber entschieden weisslicher und matter ist, sodass das einfache Grün nur aus solchen Farben gemischt werden kann, die sich fast gar nicht im Ansehen von ihm unterscheiden. Gelb und Blau erscheinen in dieser Beziehung weniger empfindlich als Grün. Ersteres setzt sich noch ziemlich gut aus Orange und Gelbgrün zusammen, wird aber sehr fahl aus Roth und Grün, letzteres wiederum lässt sich gut aus Blaugrün und Indigo zusammensetzen, wird aber sehr matt aus Grün und Violett. Was die Endfarben des Spectrum, Roth und Violett betrifft, so lässt sie Newton in seinem Farbenkreise sich aneinander schliessen,

und unterwirft sie dann auch der besprochenen Regel der Vereinigung von benachbarten Farben. In der That kann man aus Indigoblau und sehr wenig Roth eine Art Violett erzeugen, welches aber immer mehr in Weiss oder Rosa zieht als das einfache Violett. Viel unvollkommener noch erscheint meinem Auge die Nachahmung des Roth durch Orange und Violett; ihre Combination geht immer in die carminrothen Töne oder in Weiss hinüber, und es ist mir nicht gelungen, eine erträgliche Nachahmung des reinen Roth zu erhalten.

Stellten wir uns also die Aufgabe, sämmtliche Farbentöne des Spectrum durch Zusammensetzung möglichst weniger einfacher Farben nachzuahmen, so brauchen wir dazu mindestens fünf der letzteren, nämlich: Roth, Gelb, Grün, Blau, Violett. Indessen muss ich es noch dahingestellt sein lassen, ob diese ganz vollständig genügen und ob nicht bei vortheilhafteren Apparaten, wo es möglich wäre, grössere Felder neben einander mit den entsprechenden zusammengesetzten und einfachen Farben zu erleuchten, ein geübtes Auge Unterschiede erkennen würde, welche in meinem Apparate nicht mehr erkennbar waren. Wollte man sich aber auf drei Farben beschränken, so würde man dazu am besten die drei einfachen Farben wählen, welche sich am wenigsten gut nachahmen lassen, nämlich Roth, Grün und Violett, dann aber ein Gelb und Blau erhalten, welches den Farben unserer Pigmente gegenüber allerdings noch ge- 65
sättigt erschiene, mit dem Gelb und Blau des Spectrum aber nicht verglichen werden könnte. Es sind dies die drei Grundfarben, welche *Thomas Young* als solche vorgeschlagen hat. Weniger gut würde Roth, Grün und Blau passen; das gemischte Violett würde bei dieser Auswahl schlechter werden als das gemischte Blau bei der ersteren. Die gewöhnlich gewählten drei Grundfarben Roth, Gelb und Blau sind aber durchaus unzureichend, weil man aus ihnen nimmermehr Grün erzeugen kann.

Wir werden demnach auch die Lehre von den drei Grundfarben, als den drei Grundqualitäten der Empfindung, wie sie *Thomas Young* aufgestellt hat, fallen lassen müssen. Entstände die Empfindung des Gelb durch die gelben Strahlen des Spectrum nur deshalb, weil dadurch gleichzeitig die Em-

pfindung des Roth und Grün angeregt würde, und beide zusammenwirkend Gelb gäben, so müsste genau dieselbe Empfindung auch durch eine gleichzeitige Einwirkung der rothen und grünen Strahlen erregt werden können; indessen wird durch die letzteren niemals ein so glänzendes und lebhaftes Gelb erzeugt, wie es die gelben Strahlen geben. Ebenso ist es mit dem Blau, welches aus Grün und Violett, oder dem Violett, welches aus Blau und Roth zu mischen wäre. Um in diesem Sinne die Lehre von den Grundfarben festzuhalten, müsste man mindestens fünf solche hinstellen.[1] Dagegen würden die drei Grundfarben wohl genügen, um in dem Sinne von Lambert und Forbes die matten und verhältnissmässig unreinen Farben der Naturkörper wiederzugeben und zu classificiren. Nur würde es für eine sichere, wissenschaftliche Classification doch nöthig werden, eine andere Methode für die Zusammensetzung der Farben zu gebrauchen als die Mischung der Pigmente.

Bei der Vereinigung von je zwei einfachen Farben treten uns zwei neue Farbeneindrücke entgegen, nämlich Weiss und Purpurroth, mit ihren Uebergangsstufen in die vorher genannten einfachen Farben. Das Purpurroth gehört zu den gesättigten
66 Farben; es kann nicht anders als aus dem äussersten Roth und Violett dargestellt werden, ohne an seinem Glanze zu verlieren. Das Weiss dagegen kann auf unendlich verschiedene Weise dargestellt werden, ohne dass das Auge ein Weiss von dem andern zu unterscheiden vermöchte. Wir erhalten es z. B. aus einfachem Gelb und Blau, aus einfachem Roth, Grün und Violett, oder aus diesen fünf einfachen Farben zusammengenommen; und ausserdem aus den mannigfaltigsten complicirteren Combinationen. Es wird deshalb als indifferentes Licht den Gegensätzen der Farben gegenübergestellt. Die übrigen Combinationen je zweier einfacher Farben erscheinen dem Auge als Uebergänge der einfachen Farben und des Purpur in Weiss, aber sie verhalten sich doch in weiteren Zusammensetzungen, wie oben angeführt ist, wesentlich anders, als es die Spectralfarben durch hinzugefügtes weisses Licht abgeschwächt thun würden.

---

1) Auch diese Schlüsse sind durch die unten in LI beschriebenen Versuche über Mischung von Spectralfarben verändert worden.

Zum Schluss gebe ich folgende kleine Tabelle zur Uebersicht über die Combinationen je zweier Farben, bei welcher ich die fünf Farben zu Grunde lege, durch deren Vereinigung die Farben des Spectrum genügend gut wiedergegeben werden können. In der ersten Horizontal- und ersten Verticalreihe stehen die einfachen Farben, welche vereinigt worden sind; die daraus zusammengesetzten Farben finden sich, wo sich die betreffende Horizontal- und Verticalreihe schneiden.

	Violett	Blau	Grün	Gelb	Roth
Roth	Purpur	Rosa	Mattgelb	Orange	Roth
Gelb	Rosa	Weiss	Gelbgrün	Gelb	
Grün	Blassblau	Blaugrün	Grün		
Blau	Indigoblau	Blau			
Violett	Violett				

L.

Ueber Herrn D. Brewster's neue Analyse des Sonnenlichtes.

Aus Poggendorff's Annalen der Physik und Chemie. Bd. 86. S. 501 bis 523. Monatsberichte der Akademie zu Berlin. 1852. S. 458 bis 461.

---

501 Hr. D. Brewster hat in einer Reihe von Aufsätzen[1]) eine eigenthümliche Ansicht über die Zusammensetzung des Sonnenlichtes und die Entstehung der Farben aufgestellt und zu beweisen gesucht, welche mit Recht die Aufmerksamkeit der Physiker in hohem Grade auf sich ziehen musste, theils in Betracht des wohlverdienten Ruhms, den sich ihr Urheber in den optischen Wissenschaften erworben hat, theils wegen den neuen Thatsachen, welche er zur Unterstützung seiner Behauptungen anführt. Das Sonnenlicht soll nach ihm aus dreierlei Arten von Licht, rothem, gelbem und blauem, zusammengesetzt sein, und jeder dieser Lichtarten sollen Strahlen von allen den Abstufungen der Brechbarkeit zukommen, welche sich im prismatischen Spectrum vorfinden, jedoch so, dass das rothe Licht

---

1) *Description of a Monochromatic Lamp with Remarks on the Absorption of the Prismatic Rays, in Transactions of the R. Soc. of Edinb. Vol. IX. P. II. p.* 433. — *On a New Analysis of Solar Light. Ibd. Vol. XII. P. I. p.* 123. — *Reply to the Astronomer R. on the New Anal. of Solar Light. Philos. Magaz. Vol. XXX. p.* 153. — *Observation on the Analysis of de Spectrum by Absorption. Ibd. Vol. XXX. p.* 461. — *Remarks on the Elementary Colours of the Spectrum. Ibd. Vol. XXXII. p.* 489.

mehr Strahlen von geringerer Brechbarkeit, das gelbe mehr von mittlerer, das blaue mehr von grösserer liefert, daher das erste am weniger brechbaren Ende des Spectrum überwiegt, das zweite in der Mitte, das dritte am brechbaren Ende. Die übrigen Farbentöne des Spectrum Orange, Grün, Violett sollen durch Mischung der drei Grundfarben entstehen. Das Prisma kann immer nur solche Strahlen von einander trennen, 502
welche ungleiche Brechbarkeit besitzen. Wenn es also verschiedenfarbige Strahlen von gleicher Brechbarkeit giebt, so muss sich natürlich für die prismatische Analyse das aus ihnen zusammengesetzte Licht wie einfaches verhalten. Dagegen, behauptet Brewster, liessen sich solche Strahlen durch ihre verschiedene Absorption in gefärbten Mitteln von einander trennen, und er hat versucht mit Hülfe dieser Methode den Nachweis zu führen, dass in allen Theilen des Sonnenspectrum Licht von allen drei Farben, also auch aus diesen drei Farben zusammengesetztes weisses Licht vorkäme. Die Thatsachen, auf welche er sich dabei stützt, sollen beweisen, dass Licht, welches in Newton's Sinne homogen ist, d. h. nur Strahlen von einer Brechbarkeit (und Wellenlänge) enthält, beim Durchgang durch gefärbte Mittel zuweilen Veränderungen seiner Farbe erleidet, während die von Newton aufgestellte und allgemein verbreitete Theorie behauptet, dass die Farbe des homogenen Lichtes nur von seiner Brechbarkeit (oder Wellenlänge) abhängig sei, und solches Licht wenn es durch gefärbte Media gehe, zwar geschwächt oder ausgelöscht, aber nie in seiner Farbe verändert werden könne. Wir müssen Hrn. D. Brewster zugeben, dass wenn ein einziger Fall constatirt würde, wo die Farbe von homogenem Licht durch Absorption in einem gefärbten Medium sich veränderte, wir Newton's Theorie verlassen und dafür seine oder wenigstens eine ihr ähnliche annehmen müssten.

Ich bemerke hier zunächst, dass die Anzahl und Art der von Brewster angenommenen Grundfarben nur auf indirecten Schlüssen beruht. Er hat in dieser Beziehung die ziemlich allgemein angenommene Theorie der Farbenmischung beibehalten, wonach aus den drei Farben Roth, Gelb und Blau alle anderen zusammenzusetzen seien, Gelb und Blau namentlich zusammen

Grün gäben. Ich habe an einem anderen Orte[1]) gezeigt, dass diese Theorie nur nach den Resultaten der Mischung der Farb-
503 stoffe gebildet ist, dass Mischung der Farbstoffe aber durchaus nicht eine einfache Zusammensetzung ihres farbigen Lichtes hervorbringt, und dass namentlich gelbes Licht mit blauem vereinigt nicht Grün, sondern Weiss giebt. Die drei Farben Roth, Gelb und Blau können also kein Grün zusammensetzen, und müssten, wenn man bei drei Grundfarben stehen bleiben will, durch andere, etwa Roth, Grün und Violett, ersetzt werden, denselben, welche schon Th. Young aufgestellt hat. Dadurch würde übrigens Brewster's Theorie keine sehr wesentliche Veränderung erleiden, sondern es würden nur einzelne Schlüsse etwas abgeändert werden müssen. Ich will deshalb hier nicht näher darauf eingehen, sondern mich darauf beschränken, die Frage zu untersuchen: „Wird die Farbe homogenen Lichtes durch gefärbte Mittel verändert, oder nicht?"

Es haben bisher Airy[2]), Draper[3]) und Melloni[4]) die Ansichten Brewster's zu widerlegen versucht. Der erstere hob namentlich hervor, dass dieser Physiker bei der von ihm angewandten Methode der Beobachtung nicht gleichzeitig die durch Absorption veränderten und unveränderten Farben vor Augen gehabt habe und sich deshalb in der Vergleichung ihrer Unterschiede habe täuschen können. Brewster antwortete darauf, und ich kann aus eigener Erfahrung ihm beistimmen, dass bei seiner Beobachtungsmethode die Veränderungen der Farben meistens auffallend genug sind, um ohne Schwierigkeit von Jedermann erkannt zu werden. Draper und Melloni sprachen ihre Zweifel aus, ob das von Brewster angewendete Spectrum hinreichend rein gewesen sei, und ob nicht die einzelnen Farbenstreifen beträchtlich über einander gegriffen haben. Aus den Angaben, welche Brewster in seinen Erwiderungen auf diese Angriffe über seine Methode macht, geht aber in

1) Ueber die Theorie der zusammengesetzten Farben. Müller's Archiv für Anatomie u. Physiologie 1852. (Vorstehender Aufsatz.)

2) *Philos. Magaz. Vol. XXX. p.* 73. Pogg. Ann. Bd. 71, S. 393.

3) *Silliman J.* 1847. *Vol.* IV. *p.* 388. *Phil. Mag. XXX. p.* 345.

4) *Bibl. univ. d. Genève. Août* 1847. *Phil. Mag. XXXII. p.* 262, Pogg. Ann. Bd. 75. S. 62.

der That hervor, dass ein solches Uebereinandergreifen der 504
Farben nicht stattfand; auch haben seine späteren Versuche über die Anzahl der Fraunhofer'schen Linien im Sonnenspectrum gezeigt, dass ihm viel vollkommenere Mittel zur Trennung der Strahlen von verschiedener Brechbarkeit zu Gebote stehen als selbst Fraunhofer oder vielleicht irgend einem anderen Physiker. Und in der That lehrte mich eine sorgfältige Wiederholung wenigstens der wichtigsten von seinen Versuchen, welche ich genau nach seiner Methode und mit Berücksichtigung aller bisher für nöthig gehaltenen Vorsichtsmaassregeln angestellt habe, dass die Thatsachen, welche er gesehen zu haben behauptet, vollkommen richtig beschrieben sind, wie man es übrigens von einem so bewährten Beobachter nicht anders erwarten konnte. Aber ich glaube seine Deutung dieser Versuche durch Gründe widerlegen zu können, welche bisher noch nicht zur Sprache gekommen sind, und wodurch die scheinbaren Widersprüche gegen Newton's Ansicht aufgehoben werden.

Es ist sehr zu bedauern, dass Brewster nirgends eine detaillirte Beschreibung seiner Beobachtungsmethode gegeben hat. Daher ist es gekommen, dass Draper und Melloni ihm in ihren Voraussetzungen darüber Unrecht thun konnten, und deshalb muss ich auch von vornherein um Verzeihung bitten, falls ich den Einfluss von Fehlerquellen besprechen sollte, welche er in der That bei der Anstellung seiner Versuche schon vermieden hatte. Ich entnahm theils aus den Antworten, welche er seinen Gegnern gegeben hat, theils aus der Darstellung in seinem *Treatise on Optics*, London 1831, über seine Methode Folgendes. Er brachte in dem Laden eines dunklen Zimmers einen schmalen Spalt an, und betrachtete diesen durch ein stark brechendes Prisma mit blossem Auge ohne Fernrohr, wobei er in dem an Stelle des Spaltes erscheinenden Spectrum die (stärkeren) Fraunhofer'schen Linien sehen konnte. Dann schaltete er zwischen Auge und Prisma das absorbirende farbige Mittel ein, und erblickte nun das veränderte Spectrum. Ausserdem wiederholte
er die Versuche auch mit Spectren, in denen durch Interferenz 505
eine Anzahl dunkler Streifen entstanden waren, wodurch die

verschiedenen Farben noch augenfälliger gesondert wurden. Brewster sagt nichts darüber, ob er directes Sonnenlicht oder nur reflectirtes Licht des Himmels durch den Spalt im Fensterladen auf das Prisma fallen liess. Wir müssen jedoch annehmen, dass er in den meisten Fällen das erstere anwendete; denn wenn der Spalt hinlänglich eng ist, um die Fraunhofer'schen Linien zu zeigen, werden die durch farbige Mittel veränderten Farbenstrahlen, auf die es bei seinen Versuchen ankommt, meist so lichtschwach, dass sie nur bei Anwendung von directem Sonnenlicht deutlich gesehen werden können.

Die Zweifel, welche sich mir bei Wiederholung dieser Versuche aufdrängten, beziehen sich erstens darauf, ob sich nicht geringe Mengen von weissem zerstreuten Licht in das Spectrum einmischen, und zweitens, ob das Auge unter den obwaltenden Umständen nicht durch physiologisch optische Einflüsse gehindert werde, die Farben richtig zu beurtheilen. Was den ersteren Zweifel betrifft, so kann man allerdings bei Brewster's Methode alles Licht mit Ausnahme dessen, was durch den Spalt einfällt, vollkommen abhalten; man kann durch ein gutes, stark brechendes Prisma, oder eine Verbindung von zwei solchen und Anwendung eines engen Spaltes, das Sonnenlicht, in so weit es regelmässig gebrochen wird, sehr vollständig in seine verschiedenfarbigen Strahlen sondern, sodass diese im Spectrum durchaus nicht in einander greifen, aber man muss in diesem Falle daran denken, dass ein, wenn auch kleiner Theil des Lichtes andere Wege, als die durch die regelmässige Brechung bedingten einschlagen könne. Zunächst verdient hier die Zerstreuung des Lichtes an den Grenzflächen und in der Masse des Glases Beachtung.

Betrachtet man ein Glasstück, sei es ein Prisma oder eine Linse, von noch so klarer und regelmässiger Masse und noch so vollkommener Politur, gegen einen dunkeln Grund
506 und direct von der Sonne beschienen, so sieht man immer eine grosse Zahl glänzender Pünktchen im Innern und kleine Stäubchen und Risse an der Oberfläche, welche eine merkliche Menge Licht unregelmässig zerstreuen und dem Ganzen ein rauchiges Ansehen geben. Um eine solche Prüfung recht genau anzustellen, lasse man Sonnenlicht durch die Oeffnung

eines dunkeln Schirmes auf das zu untersuchende Glasstück fallen, und bringe dann das Auge nahezu in die Richtung der hindurchgegangenen Strahlen, sodass diese nicht hineinfallen, aber doch dicht daran vorübergehen. Es erscheinen dann die kleinen Unregelmässigkeiten der Oberfläche und Masse glänzend erleuchtet auf dem dunkeln Hintergrunde des Schirmes. Die von mir angewendeten Flintglasprismen, von Plössl verfertigt, dem Hrn. Prof. Neumann zugehörig, welche die Fraunhofer'schen Linien mit Hülfe eines Fernrohres in sehr grosser Vollkommenheit und Zahl zeigten[1]), waren nicht frei von solchen kleinen Unregelmässigkeiten. Auch Brewster hat diesen Punkt nicht ganz unberücksichtigt gelassen, denn er führt in seiner Antwort gegen Draper an, dass er ausser den schönsten Glasprismen auch Steinsalzprismen von solcher Homogenität und Reinheit gebraucht habe, dass beim Hindurchsehen die Substanz der Prismen unwahrnehmbar war, aber er giebt leider nicht an, ob er die Prüfung ihrer Reinheit auch gegen die Sonne gewendet, so wie ich es eben beschrieb, angestellt habe; auf diese Weise werden viele Fehler sichtbar, die man im Tageslichte gar nicht entdeckt. Zu bedenken ist, dass bei den Versuchen die Prismen wirklich in eine ähnliche Stellung zwischen Auge und Sonne kommen, wie bei der angegebenen Methode, sie zu prüfen. Mir standen dergleichen Steinsalzprismen nicht zu Gebote, ich kann deshalb auch nicht über den zu erreichenden Grad ihrer Vollkommenheit urtheilen.

Der zweite zu berücksichtigende Umstand ist die mehrfache Reflexion des Lichtes im Prisma. Bei den meisten zu 507
Dispersionsversuchen gebrauchten Prismen sind nur die beiden brechenden Flächen polirt, die anderen drei mattgeschliffen. Legt man ein solches Prisma auf eine dunkle Unterlage so, dass die mattgeschliffene Fläche erleuchtet ist, so sieht man im Innern des Prisma eine Reihe von Spiegelbildern dieser Fläche. Die beiden polirten Flächen wirken nämlich wie ein Winkelspiegel, welcher eine Reihe kreisförmig gestellter Bilder eines zwischen seinen Schenkeln liegenden Gegenstandes, hier der

1) So lösten sie z. B. die Linie D in die zwei sehr nahe aneinander stehenden Linien auf, aus denen sie besteht.

dritten Fläche, liefert, und man sieht in unserem Falle durch eine der spiegelnden Flächen selbst hindurch in das Innere hinein. Die Spiegelbilder der dritten Fläche erscheinen ganz in derselben Richtung wie die Spectra, welche man durch das Prisma hindurch sieht, und da ein Theil des einfallenden Lichtes gewöhnlich auch auf die dritte Fläche fällt und sie wie ihre Spiegelbilder erleuchtet, so wird dadurch ein schwacher weisser Schein erzeugt, der sich über das Spectrum ausgiesst. Die Menge des gespiegelten Lichtes ist allerdings sehr gering und wird gewöhnlich neben dem regelmässig gebrochenen gar nicht bemerkt. Um es zu beseitigen, ist es nöthig, alle Flächen des Prisma mit Ausnahme der beiden brechenden gut zu schwärzen.

Wenn man die färbenden Medien zwischen Prisma und Auge einschaltet, ist zu bedenken, dass auch in diesen noch Licht diffus zerstreut wird, falls die Politur ihrer Oberfläche und die Reinheit ihrer Masse nicht ganz vollkommen sind. Brewster hat als gefärbte Mittel meist farbige Glasplatten oder Flüssigkeiten, natürlich zwischen zwei Glasplatten eingeschlossen, gebraucht. Von der Reinheit der Gläser habe ich eben gesprochen; aber auch von den Flüssigkeiten, z. B. dem destillirten Wasser, wissen wir, dass es durch Schichten von einer gewissen Tiefe Licht nur nebelig durchscheinen lässt, d. h. einen Theil davon zerstreut. Ausserdem kommen dann noch die Reflexionen zwischen den beiden Oberflächen der farbigen Mittel, zwischen ihnen und der Hornhaut des beobachtenden Auges in Betracht. Wenn die eingeschaltete farbige
508 Platte parallele Flächen hat, werden durch die in ihrem Innern mehrfach reflectirten Strahlen secundäre Bilder des Spectrum entstehen, welche fast vollständig mit dem ursprünglichen Bilde zusammenfallen und nicht viel schaden können. Sind die Flächen nicht parallel, so wäre es bedenklicher, es könnten dann schon die Farben der secundären Bilder auf andere Farben des primären fallen. Dazu kommt, dass das einfallende Licht theilweise an der Hornhaut reflectirt wird, der Hornhautreflex sich wiederum in der vor das Auge gesetzten Glasplatte spiegelt, und dieses Spiegelbild, weil es dem beobachtenden Auge zu nahe ist, als ein heller Schein im Gesichtsfelde erscheinen muss. Dieser Umstände wegen halte ich es für gerathener,

die gefärbten Media nicht zwischen Prisma und Auge, sondern zwischen Lichtquelle und Spalt zu setzen. Es wird dadurch eine bedeutende Menge zerstreuten Lichtes im Gesichtsfelde beseitigt.

Die Anführung aller dieser Umstände erscheint vielleicht pedantisch, und ich gebe zu, dass die unregelmässig gebrochenen Strahlen allerdings nur einen äusserst winzigen Theil des einfallenden Lichtes bilden, der viel zu unbedeutend ist, um unter gewöhnlichen Verhältnissen das Aussehen des Spectrum merklich zu verändern. Indessen wird sich zeigen, dass er nicht zu winzig ist, um nicht zu solchen Farben des Spectrum, welche durch Absorption ebenfalls in sehr hohem Grade geschwächt sind, hinzugemischt, deren Farbenton merklich zu verändern.

Die bisher besprochenen Umstände sind von der Art, dass
sie möglicher Weise bei der Ausführung von Brewster's Me-
thode beseitigt werden können. Vielleicht giebt es Prismen,
deren Reinheit jede Prüfung aushält; sie können passend ge-
schwärzt, die farbigen Mittel vor den Spalt gesetzt werden;
dann würde wirklich nur regelmässig gebrochenes Licht zum
Auge kommen. Nicht zu beseitigen sind aber dabei ganz ähn-
liche Fehlerquellen, welche im Auge selbst ihren Sitz haben.
Ich mache darauf aufmerksam, dass, wenn sehr helles Licht
irgend einer Art auf eine Stelle der Netzhaut fällt, Licht glei- 509
cher Art als ein schwächerer Lichtnebel über einen grossen
Theil des Gesichtsfeldes verbreitet erscheint. Die Erscheinung
ist leicht zu beobachten. Man stelle des Abends ein Licht
in der Nähe irgend eines grösseren schwarzen Feldes auf, z. B.
neben einer Thür, die in ein dunkles Nebenzimmer geöffnet
ist, und beobachte aufmerksam den Grad der Dunkelheit dieses
Feldes, während man sich das Licht mit dem Finger abwech-
selnd verdeckt und freilässt. Man wird leicht bemerken, dass,
so oft die Lichtstrahlen frei in das Auge fallen, ein weisslicher
Schein auf dem schwarzen Felde erscheint, welcher in der Nähe
des Lichtes heller ist, sich aber schwächer auch über ziemlich
entfernte Theile des Gesichtsfeldes erstreckt. Dasselbe beob-
achtet man auch, wenn Tageslicht, und in der auffallendsten
Weise, wenn directes Sonnenlicht durch eine Oeffnung eines
schwarzen Schirmes in das Auge gelangt. Bedeckt man die

Oeffnung mit einem farbigen Glase, so hat der Lichtschein ebenfalls die Farbe des Glases. Ich habe diese Erscheinung sowohl mit meinen eigenen, in gutem Zustande befindlichen Augen gesehen, als auch vielen anderen Personen gezeigt. Dass die Brechung und Beugung des Lichtes an den Wimperhärchen nicht daran Schuld ist, lässt sich durch das Fortbestehen der Erscheinung bei weit auseinander gezogenen Lidern beweisen.

Was die Ursache dieses Phänomens betrifft, so ist es von früheren Beobachtern, welche Aehnliches bemerkten, meist für rein subjectiv gehalten worden; man glaubte es aus einer Uebertragung der Reizung auf die benachbarten Fasern der Netzhaut erklären zu müssen. Es lassen sich aber auch Ursachen nachweisen, welche bewirken müssen, dass ein kleiner Theil objectiven Lichtes sich im Auge zerstreut, und solche Stellen der Retina trifft, welche von dem regelmässig gebrochenen Lichte nicht getroffen werden. Dazu gehört erstens unzweifelhaft die Diffraction des Lichtes in der Pupille. Wenn Licht durch eine enge Oeffnung, oder auch nur am Rande eines
610 dunkeln Körpers vorbeigeht, wird immer ein kleiner Theil desselben abgelenkt. Nun ist die Pupille im Verhältniss zur Brennweite des Auges allerdings zu gross, als dass Diffractionsringe gebildet und ein verhältnissmässig beträchtlicher Theil des Lichtes zerstreut werden sollte, wie es durch sehr kleine runde Oeffnungen geschieht, die man dicht vor das Auge hält, aber es kann die Diffraction dadurch doch nicht ganz aufgehoben sein. Zweitens kann es fraglich erscheinen, ob die Augenmedien für absolut klar gehalten werden dürfen, da sie theils aus mikroskopischen Zellen und Fasern zusammengesetzt sind, wie die Hornhaut und Linse, theils von einer grossen Zahl feiner Häutchen durchzogen zu sein scheinen, wie der Glaskörper. Ausserdem verräth sich die Anwesenheit kleiner Unregelmässigkeiten der Structur in den hinteren Theilen des Glaskörpers bekanntlich durch die sogenannten Mücken des Gesichtsfeldes, und es möchten ähnliche in den übrigen Theilen des Auges nicht fehlen. Auch dadurch muss Licht zerstreut werden. Endlich kommt noch in Betracht, dass, wie der von mir construirte Augenspiegel [1]) lehrt,

1) S. meine „Beschreibung eines Augenspiegels zur Untersuchung der Netzhaut im lebenden Auge". Berlin 1851.

ziemlich viel Licht von den erleuchteten Stellen der Retina nach der Pupille zurückkehrt und an der Vorderfläche der Hornhaut zum Theil ebenso und zwar nach hinten zurückgespiegelt werden muss, wie es mit dem in das Auge einfallenden Lichte der Fall ist. Dass also von dem in das Auge einfallenden Lichte ein Theil noch auf andere Theile der Netzhaut abgelenkt werden muss, scheint mir nicht zweifelhaft zu sein; ob daneben auch noch eine Ausbreitung der Nervenreizung in der Netzhaut stattfindet, lässt sich ohne weitere Untersuchungen nicht entscheiden; für unseren Zweck ist es indessen gleichgültig, ob sich objectives Licht oder nur die subjective Empfindung davon über die Netzhaut ausbreite.

Ich werde jetzt nachzuweisen suchen, dass eines der auffallendsten von Brewster's Resultaten in der That von einer
Vermischung des regelmässig gebrochenen Lichtes mit solchem 511
herrührt, welches theils ausserhalb, theils innerhalb des Auges unregelmässig zerstreut ist. Ich meine die angebliche Isolation weissen Lichtes im Gelb des Spectrum durch Glas, welches mit Smalte blau gefärbt ist. Es ist bekannt, dass durch solches Glas einige dunkele Streifen in der weniger brechbaren Hälfte des Spectrum erzeugt werden. Es bleiben zwischen ihnen mehrere farbige Bänder stehen, nämlich 1) das äusserste Roth, die Linien A und B umfassend, ganz ungeschwächt; 2) ein Band von röthlichem Orange zwischen den Linien c und D, äussserst schwach; 3) ein gelbes Band, an dem einen Rande in das Orange, am andern in Grün ziehend, weniger geschwächt als das vorige. Zwischen diesem Gelb und dem Grün befindet sich ein nicht ganz dunkeler Zwischenraum, während Blau und Violett wieder fast ungeschwächt erscheinen. Brewster macht nun darauf aufmerksam, dass, während die ursprüngliche Farbe des gelben Bandes ein reiches Gummiguttgelb sei, dasselbe durch eine gewisse Dicke des blauen Glases mattgelb, durch eine noch grössere Dicke weissgrünlich aussehe, und dass die letztere Farbe sich durch fernere Einschaltung von anderen Farbestoffen, namentlich Kupferlösungen und rother Tinte, endlich in Weiss verwandeln lasse. Dieses Weiss, behauptet er ferner, sei durch das Prisma nicht zu zerlegen, aber wenn ich den Sinn seiner Ausdrücke richtig begriffen

habe, hat er das niemals durch ein zweites Prisma erprobt, was überdies ohne erhebliche Abänderungen der Methode gar nicht auszuführen war, sondern schliesst es nur daraus, dass dieses weisse Licht unzerlegt durch das erste Prisma gegangen sei.

Das blaue Glas, welches mir zu Gebote stand, zeigte die von Brewster angegebenen Erscheinungen in folgender Weise. Durch eine Platte gesehen, war der gelbe Streifen im Spectrum des Tageslichtes sehr lichtschwach weisslich und etwas grünlich gelb, im Spectrum der der Sonne zunächst liegenden Stellen des Himmels dagegen von sehr reinem glänzenden Gelb. Durch zwei Platten gesehen, verschwand er im Tageslicht gänzlich,
512 im directen Sonnenlicht sah er fast weiss aus, und zog sich bei grösserer Lichtstärke in das Grüngelbe, bei schwächerer in das Blaue. Neben diesem mässig hellen Streifen hat natürlich das Blau und Violett des Spectrum eine blendende Helligkeit, und auch der Streifen des äussersten Roth ist sehr lichtstark. Durch drei Platten im directen Sonnenlicht wurde das gelbe Band blauweiss. Die Aenderung der Farbe war etwas geringer, wenn die Platten nicht zwischen Prisma und Auge, sondern vor den Spalt, d. h. zwischen Lichtquelle und Spalt gesetzt wurden. Bedenken wir nun, dass die Sonne über 50000 mal heller ist als die hellste von ihr erleuchtete weisse Fläche, und dass das Gelb im ursprünglichen Spectrum für das Auge die ganz unerträgliche Helligkeit der Sonne hat, durch zwei blaue Glasplatten aber wie eine mässig stark beleuchtete Papierfläche erscheint, so wird es in Ermangelung genauerer Messungen nicht sehr entfernt von der Wahrheit sein, wenn wir annehmen, dass der hundertste Theil des Gelb durch eine, der zehntausendste durch zwei Glasplatten gehe. Wenn auch nur der zehntausendste Theil des ungeschwächt durch die Glasplatten gehenden farbigen Lichtes wegen der besprochenen Unregelmässigkeiten der Brechung auf die Stelle der Netzhaut fällt, welche gleichzeitig das Gelb aufnimmt, so müssen wir Mischungen bekommen, deren Farbe sich bedeutend vom reinen Gelb entfernt. Durch Zumischung von indigoblauem Lichte zum Gelben geht letzteres aber wirklich, wie ich in meiner Untersuchung über die zusammengesetzten Farben gezeigt habe, erst

in weissliches Gelb, dann in Weiss, endlich in bläuliches Weiss über. Die dem Gelb im Spectrum des Smalteglases zunächst stehenden Farben, Roth und Grün, können durch verschieden starke Einmischung das Weiss noch etwas in Roth oder Grün verändern, und so alle die Farbenstufen erzeugen, welche man durch verschiedene Dicken des blauen Glases sieht.

Da man nun bei Brewster's Methode stets alle Theile des Spectrum, geschwächte und ungeschwächte, vor sich hat und deshalb die unregelmässige Zerstreuung der helleren Farben 513
im Auge nicht verhindern kann, so kommt es darauf an, seine Versuche nach einer anderen Methode zu wiederholen, wobei man die störenden Farben aus dem Gesichtsfelde ganz oder fast ganz entfernen kann. Betrachtet man das Spectrum durch ein Fernrohr, so kann man zwar leicht jede gewünschte Farbe isolirt erscheinen lassen, aber die unregelmässigen Brechungen und Reflexionen des Lichtes ausserhalb des Auges werden durch die Gläser des Fernrohres vermehrt. Die Farbenveränderungen des gelben Streifens fand ich bei isolirter Betrachtung desselben im Fernrohre zwar schwächer, aber sie waren doch noch vorhanden. Eine andere Methode gab mir aber vollkommen gute Resultate. Sie ergiebt sich unmittelbar aus der von Brewster, wenn man durch den Spalt nicht unverändertes Sonnenlicht, sondern schon durch ein anderes Prisma gebrochenes, und zwar davon allein diejenigen Strahlen einfallen lässt, deren Farbenveränderung untersucht werden soll. Mein Verfahren ist folgendes: Von einem Spiegel reflectirte Sonnenstrahlen fallen durch einen ersten verticalen Spalt in ein dunkles Zimmer und auf ein verticales Prisma. Unmittelbar hinter diesem steht eine Linse, welche das zu einem Spectrum ausgebreitete Bild des ersten Spaltes auf einem Schirme entwirft. In diesem befindet sich ein sehr feiner verticaler zweiter Spalt. Das Licht von demjenigen Farbenstreifen des Spectrum, welcher gerade auf diesen Spalt fällt, geht durch den Schirm hindurch, das übrige wird abgeschnitten. Der Beobachter steht hinter diesem zweiten Schirme, dessen Rückseite gut geschwärzt, am besten mit schwarzem Sammet überzogen ist, und betrachtet den Spalt durch ein zweites, möglichst vollkommenes Prisma. Wenn im ersten Prisma und der Linse gar kein Licht zerstreut

würde, so würde nur homogenes Licht einer bestimmten Farbe auf und durch den zweiten Spalt fallen, und dies eben wegen seiner Homogeneität durch das zweite Prisma angesehen kein Spectrum bilden, sondern als ein ebenso schmaler Streifen wie mit blossem
514 Auge erscheinen. Da aber gleichzeitig ein wenig weisses unregelmässig gebrochenes Licht einfällt, so bildet dieses ein sehr lichtschwaches Spectrum, in welchen sich nur ein einzelner Farbenstreifen, der des regelmässig gebrochenen Lichtes, sehr glänzend darstellt. Wenn nun auch im zweiten Prisma und im Auge wiederum etwas Licht zerstreut wird, so besteht dies hauptsächlich aus dem des hellen Streifens, und kann diesem zugemischt seine Farbe nicht verändern, weil es ihm homogen ist. Von den übrigen Farben kommen nur die im ersten Prisma unregelmässig gebrochenen Theile durch den Spalt, und deren Lichtmenge ist so gering, dass, was davon im zweiten Prisma und im Auge des Beobachters noch zerstreut wird, nicht mehr wahrgenommen werden kann.

Man kann bei dieser Methode auch einen beliebig breiten Streifen des Spectrum hell machen, wenn man statt des ersten Spaltes einen mehr oder minder breiten rechteckigen Ausschnitt anbringt. Dann wird das Spectrum des ersten Prisma ein unreines, d. h. an jeder Stelle desselben decken sich verschiedenartige benachbarte Farbenstreifen in einer gewissen Breite, es fällt also auch verschiedenartiges regelmässig gebrochenes Licht durch den Spalt, und wird durch das zweite Prisma in die einzelnen Farbentöne zerlegt, die es enthält. Man erhält dadurch ein mehr oder minder breites, scharf begrenztes, mit den entsprechenden Fraunhofer'schen Linien versehenes, helles Band, aus denjenigen Farben bestehend, welche im Spectrum des ersten Prisma sich über dem Spalt deckten, während die übrigen Theile des zweiten Spectrum nur von zerstreutem Lichte erleuchtet sehr lichtschwach bleiben. Auf diese Weise gelingt es zum Beispiel ausserordentlich gut, das jenseit der Linie H liegende, wegen seiner Schwäche neben den übrigen Farben für gewöhnlich unsichtbare Violett frei von allem weissen Lichte in einer mindestens ebenso grossen Breite sichtbar zu machen, als das gewöhnlich sichtbare Violett zwischen den Linien G und H einnimmt. Nach der gewöhn-

lichen Methode es in Fernröhren zu zeigen, in denen das übrige Spectrum abgeblendet ist, pflegt es mit einer fast über- 515
wiegenden Menge weissen Lichtes gemischt zu sein.

Isoliren wir uns nun nach dieser Methode das Licht des gelben Bandes im Spectrum des Smalteglases, und unterwerfen es der Absorption von einer gewissen Anzahl von Platten dieses Glases, die wir vor dem ersten oder zweiten Spalt, oder vor dem Auge einschieben, so erhalten wir ganz andere Resultate als nach Brewster's Methode. Das Gelb bewahrt nämlich nun, auch nachdem es durch zwei, drei, ja selbst vier blaue Platten gedrungen ist, seine ursprüngliche reine und gesättigte Farbe. Ich bemerke übrigens, dass zu dem Gelingen dieses Versuches nicht einmal ein absolut dunkles Zimmer gehört, wenn nur der zweite Schirm hinreichend dunkel schwarz ist und die Glasplatten vor dem ersten Spalt eingeschaltet werden.

Brewster's Erklärung kann neben dieser Beobachtung nicht bestehen. Seiner Ansicht nach soll das Licht des gelben Bandes, wenn es durch Kobaltglas weisslich geworden ist, aus Licht gleicher Brechbarkeit bestehen, also durch Brechung in Prismen nicht weiter in verschiedenes Licht zerlegt werden können. Bei dem beschriebenen Versuche erscheint das Licht des gelben Bandes, sowie es in der ersten Spalte ankommt, in der That weisslich, wenn wir es aber durch ein zweites Prisma betrachten, so wird es in reines gelbes und anderfarbiges Licht zerlegt, ist also nicht von gleicher Brechbarkeit, sondern in der That, wie es die von mir gegebene Erklärung fordert, gemischt aus Strahlen verschiedener Brechbarkeit. Bei Brewster's Verfahren konnte eine Zumischung fremdartigen Lichtes, sei es nun in den Prismen und Glasplatten oder erst im Auge, nicht vermieden werden. Eben deshalb ist auch erklärlich, dass er durch Einschaltung noch anderer färbender Medien die weisse Farbe des besprochenen Bandes reiner machen oder in das Rothe und Grüne ziehen konnte.

Eine zweite Möglichkeit der Täuschung liegt in den physiologischen Erscheinungen des Contrastes, welche sehr
leicht die Beurtheilung der Farben beeinträchtigen, besonders 516
wenn wir ein schwach erleuchtetes farbiges Feld neben einem

sehr viel helleren betrachten. Brücke[1]) hat neuerdings darauf aufmerksam gemacht, dass selbst ganz dunkle Stellen des Gesichtsfeldes neben helleren farbigen von einem farbigen Scheine übergossen erscheinen, welcher bald der erregenden Farbe gleich, bald complementär, bald noch anders gefärbt ist. Er nennt die Farbe dieses Scheines die inducirte Farbe. Er fand, dass bei dem von ihm angewendeten Grade von Helligkeit Roth das complementäre Grün, Grün aber auch Grün, Violett Blau, Blau und Gelb dagegen keine recht entschiedenen Farben induciren. Nachdem ich diese Versuche bei verschiedenen Graden von Helligkeit wiederholt habe, glaube ich Brücke's Ausspruch dahin modificiren zu können, dass bei sehr starkem Lichte sich immer dieselbe Farbe über das dunkle Feld ausgiesst, welche das erleuchtete hat, ein Phänomen, dessen muthmaassliche Gründe wir oben besprochen haben. Bei schwachem Lichte dagegen inducirt sich wohl immer die Complementärfarbe, und zwar, wie auch Brücke fand, viel lebhafter, wenn das Auge bewegt wird, als wenn es einen Punkt fixirt, bei mittlerem Lichte dagegen verhalten sich verschiedene Farben verschieden; sie geben bald dieselbe, bald die entgegengesetzte, bald unbestimmte Färbungen, es scheinen sich hier die beiden entgegengesetzten Erscheinungen zu bekämpfen. Aber auch mir scheint, mit Brücke übereinstimmend, dass Roth leichter die Complementärfarbe giebt als Grün und Violett.

Hierauf scheint mir namentlich ein überraschender Versuch von Brewster zurückzuführen zu sein, wodurch er die Anwesenheit von grünem Licht im Gelb, Orange und selbst im Roth in der Nähe der Linie *C* nachzuweisen sucht. Als absorbirende Mittel gebraucht er dazu Portwein, Perubalsam, Pech,
517 Schwefelbalsam oder rothen Glimmer. Ich habe die Versuche mit Perubalsam, Schwefelbalsam und Pech wiederholt. Dünnere Lagen davon lassen Roth, Gelb und Grün des Spectrum stehen, während sie Blau und Violett auslöschen. Dabei scheint aber das Grün mindestens bis zur Linie *D*, welche eigentlich im Goldgelb steht, und häufig auch noch darüber hinaus in die

1) Untersuchungen über subjective Farben. Denkschr. d. Akad. d. Wissenschaft zu Wien Bd. III.

Gegend des röthlichen Orange zu reichen. Unmittelbar an das Grün scheint das Roth zu stossen. Also die gelbgrünen, gelben, goldgelben und selbst wohl die orangenen Farbentöne scheinen grün geworden zu sein, und das Grün ist so entschieden und lebhaft, dass man sich in der That schwer entschliesst, an eine subjective Farbentäuschung zu glauben. Das Vorhandensein einer solchen wird aber schon durch den Umstand angedeutet, dass die Grenze des Grün viel mehr in das Roth hineinrückt, wenn man das Auge auf den verschiedenen Farbenstreifen wandern lässt, als wenn es anhaltend auf dem grünen Theile des Spectrum verweilt. Im ersteren Falle treffen die gelblichen Farben auf Netzhauttheile, welche kurz vorher glänzendes Roth gesehen haben und deshalb zur Erzeugung des complementären Blaugrün neigen. Im zweiten Falle ist die Erregung der inducirten Farbe auf den nebenliegenden Theilen der Netzhaut viel schwächer. Dass aber die Erscheinung auf einer subjectiven Täuschung beruhe, zeigt sich sogleich, wenn man nach der von mir oben beschriebenen Methode die gelbgrünen, gelben oder goldgelben Farbenstreifen isolirt, und so isolirt durch verschieden dicke Schichten der genannten braunen Körper betrachtet. Sie erscheinen dann ganz unverändert, ohne die geringste Hinneigung zum Grün.

Durch dickere Schichten der braunen Flüssigkeiten gesehen verschwinden im Spectrum auch das Grün, Gelb und ein Theil des Orange. Man sieht dann an dem Saume des stehen gebliebenen Roth nach der Seite des Orange zu noch ein ganz schwaches grünes Rändchen, selbst bis ganz nahe an die Linie *C*, wo das Roth kaum noch einen orangenen Schein
hat. Der grüne Saum ist zu lichtschwach und schmal, als 518
dass es möglich wäre sein Licht zu isoliren und einzeln zu untersuchen. Davon aber, dass schwaches roth orangenes Licht neben starkem rothen grün erscheinen kann, überzeugt man sich leicht, wenn man auf eine rothe Glastafel eine kleine mennigrothe Papierscheibe klebt und sie gegen einen sehr hellen Grund, z. B. den hellen Himmel, hält, während das Papier ganz schwach beleuchtet ist. Bei passender Stärke der Beleuchtung erscheint es grün.

Ferner scheint mir die violette Färbung des Blau bis in

die Nähe der Linie *F* bei der Absorption durch gelbe Flüssigkeiten, Olivenöl, Saft der Coreopsis tinctoria u. s. w., zu den subjectiven Complementärfarben zu gehören. Ich habe die Versuche mit Olivenöl wiederholt und das Violett deutlich zwischen den Linien *F* und *G* gesehen, wo es sonst nicht vorkommt, bis nahe an *F* heran, aber nur dann, wenn diese Gegend des Spectrum sehr lichtschwach war.

Das Oel verändert die Helligkeit des Roth, Gelb und Grün nicht merklich, schwächt aber das Blaue sehr und löscht das Violett fast ganz aus. Liess ich durch den Spalt das Licht hell erleuchteter Wolken einfallen, so sah ich die ersteren Farben hell, das Blau lichtschwach und violett, das Violett gar nicht. Liess ich aber Sonnenlicht einfallen, so wurde die Gegend zwischen den Linien *F* und *G* heller und verlor ihren violetten Schein. Isolirt man sie von den anderen Farben des Spectrum in der oben beschriebenen Weise, so sieht man das Blaue ebenfalls ganz in seiner ursprünglichen Farbe. Ich glaube daher, dass es in dem durch Olivenöl gesehenen Spectrum durch das dem benachbarten hellen Grün complementäre Carminroth überdeckt und violett geworden war.

Auch noch eine andere Methode kann ich in diesen und ähnlichen Fällen zur Prüfung empfehlen. Man setze vor den grössten Theil des Spaltes die absorbirende Substanz, vor dem übrig bleibenden Rest desselben weisses, dickeres oder dünneres, geöltes oder nicht geöltes Papier, welches man so auswählt,
519 dass die zu untersuchende Stelle in dem Absorptionsspectrum ebenso hell wird, wie die entsprechende des durch das Papier gegangenen Lichtes. So wird man bei der Absorption durch Oel sehen, dass auch in dem Papierspectrum das Blau zwischen den Linien *F* und *G* violett erscheint. Zum Gelingen des Versuches muss die Breite des Absorptionsspectrum die des Papierspectrum bei weitem überwiegen.

Aus den angeführten Thatsachen geht genugsam hervor, dass auch im Spectrum subjective Farbenveränderungen durch Contrast nicht nur ebenso gut wie in Zusammenstellungen anderer Farben, sondern vielleicht noch lebhafter und täuschender wegen der grösseren Lebhaftigkeit der einfachen Farben eintreten können. In anderen Fällen lassen sich diese

Veränderungen nicht gerade auf Induction von Complementärfarben zurückführen. Ein solches Beispiel, auf welches sich Brewster beruft, ist in dem Spectrum des Smalteglases der Streifen im röthlichen Orange, der etwa von der Linie *C* bis *D* reicht. Er ist viel dunkler als der danebenliegende rothe und gelbe Streifen, und scheint zwischen diesen beiden, bei gewöhnlicher Helligkeit des Spectrum gesehen, ganz dieselbe rothe Färbung darzubieten wie der Streifen des äussersten Roth. In einem stärker beleuchteten Spectrum erkennt man aber deutlich, dass er in das Orange zieht. Brewster hatte den Streifen zuerst[1]) orange-roth (orange-red) genannt, später[2]) beruft er sich darauf, dass J. Herschel[3]) ihn rein roth gefunden habe, und glaubt darin eine Veränderung der Farbe durch Absorption zu sehen. Auch hier genügt es den betreffenden Streifen sich abgesondert darzustellen, um sich zu überzeugen, dass seine Farbe durchaus nicht verändert sei. Ebenso verhält es sich mit den grünlichblauen Farbentönen auf der grünen Seite der Linie *F*, welche, wie Brewster bemerkt, durch ein tiefblaues Glas (wahrscheinlich Smalteglas) gesehen, grün werden. Sobald man sie isolirt untersucht, findet man keine Farben- 520
änderung an ihnen.

Endlich kommt bei einigen Versuchen von Brewster noch eine andere physiologische Thatsache in Betracht, dass nämlich dasselbe homogene Licht bei verschiedener Lichtstärke nicht ganz gleiche Farbeneindrücke hervorruft. Bei blendender Helligkeit scheinen vielmehr alle Farben weiss zu werden. Am leichtesten geschieht dies mit dem Violett, welches im Spectrum des directen Sonnenlichtes schon bei einem sehr mässigen Grade von Helligkeit weissgrau erscheint und nur einen schwachen violetten Schein behält. Auch zeigte mir Hr. Prof. Moser, dass durch ein sehr dunkles violettes Glas die Sonne vollständig ebenso weiss erschien, wie die stark beleuchteten Wolken, welche man neben dem Glase vorbei erblickte. Ebenso wird das Blau bei einer Helligkeit, welche ohne Belästigung

1) *Edinburgh Transactions. Vol. IX. P. II. p.* 439.
2) In der Antwort gegen Airy.
3) *Treatise on Light. Art.* 496 u. 506.

des Auges zu ertragen ist, weissblau, bei stärkerer weiss. Das Grün wird erst gelbgrün, ehe es wie das Gelb bei gesteigerter Helligkeit die Farbe ganz verliert. Roth zeigt die Erscheinung am schwersten und nur bei den höchsten Graden der Helligkeit habe ich es sowohl im Spectrum, als durch ein rothes Glas nach der Sonne blickend hellgelb werden sehen. Um bei den Versuchen darüber die Einmischung jedes andersfarbigen Lichtes zu vermeiden, habe ich sie mit Farbenstreifen des Sonnenspectrum angestellt, welche nach der vorher beschriebenen Methode durch zwei Prismen isolirt und gereinigt waren. Die verschiedenen Abstufungen der Helligkeit habe ich theils dadurch hervorgebracht, dass ich das direct von der Sonne kommende Licht mit solchem vertauschte, welches von verschieden stark beleuchteten Theilen des Himmels ausgegangen war, theils aber auch, weil nach Brewster's Theorie die Farben im Spectrum des Sonnenlichtes denen im Himmelslichte nicht gleich sein sollen, dadurch, dass ich die Farben des Sonnenspectrum bald direct, bald durch zwei, nahe rechtwinkelig gekreuzte Nicol'sche Prismen betrachtete. Auch durch Reflexion
521 von unbelegten Glasplatten, oder indem man sie auf einem weissen Schirm auffängt, kann man ihre Helligkeit ohne Verdacht einer Farbenänderung schwächen.

Wenn also eine gewisse Dicke der Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd-Ammoniak das Blau des Spectrum hell und weisslich, eine stärkere Dicke es tief dunkelblau erscheinen lässt, so ist daraus nur zu schliessen, dass diese Flüssigkeit auch blaue Strahlen absorbirt, aber keineswegs, dass sie weisses Licht aus dem homogenen blauen fortgenommen habe. Ferner erklärt sich daraus, dass das Gelb im Spectrum des Tageslichtes oder des blauen Himmels kaum zu bemerken ist, während es in dem viel helleren Spectrum des directen Sonnenlichtes einen breiten Raum einnimmt. Das reine Gelb bildet nämlich im Spectrum des Flintglases einen äusserst schmalen Streifen, und ist im blauen Lichte des Himmels schwächer als seine Nebenfarben, sodass man es bei schwacher Vergrösserung des Spectrum zwischen dem breiten und glänzenden Roth und Grün schwer bemerkt. Dagegen sieht man es bei starker Vergrösserung oder isolirter Betrachtung der

einzelnen Farben sehr deutlich auch im Himmelslichte. Im Spectrum des directen Sonnenlichtes ist dagegen Gelb die hellste Farbe und von blendendem Glanze. Grün und Roth sind durch gesteigerte Intensität auch gelblich geworden, und deshalb tritt das Gelb so deutlich hervor. Schwächt man aber die Helligkeit des Sonnenspectrum durch Reflexion von unbelegten Glasplatten, oder durch fast rechtwinkelig gekreuzte Nicol'sche Prismen, so tritt das Gelb ebenso zurück wie im Spectrum des Tageslichtes. Bestimmt man ausserdem in einem Spectrum von mässig starkem Sonnenlicht, andererseits in dem des Tageslichtes die Farbenstufen der einzelnen Fraunhofer'schen Liniengruppen in der Nähe des Gelb, isolirt von den Nebenfarben, so findet man sie ganz gleich.

Es bleibt nun von den Thatsachen, welche Brewster zur Stütze seiner Theorie angeführt hat, ein Versuch übrig, von dem ich nicht weiss, ob ich seine Wiederholung als gelungen 522
betrachten darf, und einige, welche ich nicht anstellen konnte, weil ich die dazu gehörigen absorbirenden Mittel nicht hatte. Der erstere ist angestellt mit Perubalsam, Schwefelbalsam, Pech und rothem Glimmer. Das Roth des Spectrum soll, durch diese Mittel angesehen, orange erscheinen. Bei mässiger Lichtstärke konnte ich durch die Balsame und Pech, in welchen Abstufungen der Dicke ich sie auch anwandte, nichts davon erkennen; das Roth behielt seine Farbe ganz unverändert. Nur bei grosser Lichtstärke, wo ein das Spectrum umgebender brauner Lichtschein ankündigte, dass viel Licht zerstreut wurde, sah ich das Roth etwas orange. Das erklärte sich aber in diesem Falle aus der Zumischung des zerstreuten braunen, aus Roth, Gelb und etwas Grün zusammengesetzten Lichtes, und aus der Neigung des Roth bei grösserer Helligkeit gelblich zu werden. Vielleicht hat auch Brewster ein so helles Spectrum angewendet. Isolirt man übrigens das Roth nach meiner obigen Methode, so bleibt es stets ganz unverändert.

Verschiedene Versuche sind von Hrn. Brewster mit gefärbten durchsichtigen Oblaten (wafers) aus Gelatine angestellt worden. Ich fand dergleichen hier nicht im Handel, und da nur die Farben, nicht die Farbstoffe angegeben waren, konnte ich sie mir nicht darstellen. Uebrigens scheint mir der Gebrauch solcher Oblaten

deshalb bedenklich, wenigstens wenn sie zwischen Auge und Prisma eingeschaltet werden, weil auch die besten Leimplatten, wie man sie zwischen Glasplatten aus dem reinsten Hausenblasenleim bildet, nicht zu den klar durchsichtigen Körpern gehören. Wenn man auch durch ein solches Blatt ziemlich gut hindurchsehen kann, so machen mehrere übereinander das Bild nebelhaft, zum Beweise, dass sie viel Licht zerstreuen. Dies würde in der That auch die Wirkung erklären, welche orangene, gelbe und grüne solche Oblaten haben sollen, das Roth des Spectrum orange zu färben. Es genügt dazu die Zerstreuung des vorwaltenden farbigen Lichtes über das Roth. Wodurch
523 eine grüne solche Oblate ein weissliches Band im Blau hervorbringt, weiss ich nicht zu ermitteln, da ich den Versuch nicht wiederholen kann.

Ein blassrothes Glas, welches das Grün zwischen *b* und *F* absorbirt (wahrscheinlich mit Goldpurpur gefärbt), und ein blassgelbes, welches das Blau schwächt, sollen combinirt das Blau violett machen. Die Erklärung wird dieselbe sein wie beim Olivenöl.

Roth von einer Messingplatte reflectirt, soll nach J. Herschel orange werden. Die Mittel zur Erklärung davon hat Airy in seiner Abhandlung gegen Brewster gegeben.

Ich habe jetzt die von Brewster vorgebrachten Thatsachen alle erwähnt. Wenn ich auch nicht alle Versuche nachahmen und widerlegen konnte, so glaube ich, geht aus den Erörterungen über die, deren Wiederholung mir gelungen ist, zur Genüge hervor, dass bei seiner Methode mehrere bisher unbeachtete Umstände von Einfluss sind, welche eine sichere Beurtheilung der Farben unmöglich machen und den bis jetzt von ihm hingestellten Thatsachen alle Beweiskraft für seinen Zweck nehmen. Um gültige Gründe zur Widerlegung der bisher angenommenen Verbindung der Brechbarkeit oder Wellenlänge mit der Farbe zu gewinnen, muss man jedenfalls eine andere gesichertere Beobachtungsmethode anwenden, ähnlich derjenigen, welche ich in dieser Abhandlung beschrieben habe, wobei eine Hauptbedingung ist, dass die zu untersuchenden Farben von den übrigen abgesondert und von den letzten Spuren unregelmässig gebrochenen Lichtes frei sind.

LI.

Ueber die Zusammensetzung von Spectralfarben.

Aus Poggendorff's Annalen der Physik und Chemie. Bd. 94. S. 1 bis 28. — 1855 (Theilweis vorgetragen vor der *British Association* zu Hull im September 1854.)

In meiner Abhandlung „Ueber die Theorie der zu- 1
sammengesetzten Farben"[1]) habe ich den Beweis geführt, dass Mischung farbiger Pigmente nicht nothwendig dieselbe Mischfarbe giebt, welche durch Zusammensetzung des entsprechenden farbigen Lichtes gewonnen wird. Bei dieser Gelegenheit hatte ich vermittelst einer eigenthümlichen Methode Untersuchungen über die Resultate der Zusammensetzung einfacher prismatischer Farben angestellt und dabei unter anderen, den früheren Annahmen widersprechenden Resultaten auch gefunden, dass nur ein einziges Paar einfacher Complementärfarben, Indigblau und Gelb, im Spectrum vorhanden sei. Dies war, wie auch später Hr. Grassmann[2]) streng und ausführlich nachgewiesen hat, mit der von Newton aufgestellten Form, in der man das Gesetz der Farbenmischungen auszudrücken pflegte in geradem Widerspruche, auch wenn man die Vertheilung der Farben in Newton's Farbenkreise nach Belieben geändert hätte. Ich selbst habe das genannte Ergebniss meiner damaligen Untersuchungen als höchst auffallend bezeichnet, vermied es aber die Schlüsse, welche sich daran zu knüpfen

---

1) Pogg. Ann. Bd. 87, S. 45. — J. Müller's Archiv für Anat. und Physiol. 1852, S. 461.

2) Pogg. Ann. Bd. 89, S. 69.

schienen, weiter auszuführen, weil die sichere Bestimmung gerade der weissen oder weisslichen Farbentöne bei der Me-
2 thode, welche ich gebraucht hatte, grosse Schwierigkeiten darbot. Ich hob im Gegentheil hervor, dass zu einer sichereren Bestimmung der weissgebenden Strahlen namentlich dem Felde der zusammengesetzten Farben eine grössere Flächenausdehnung gegeben werden müsse. Uebrigens hielt ich es nach meinen damaligen Versuchen für wahrscheinlich, dass eine bessere Methode die Breite der weissgebenden Strahlen noch mehr beschränken würde, weil ich desto engere Grenzen für sie zu finden glaubte, je strenger ich in meinen Anforderungen an die Reinheit des Weiss war, und je mehr Uebung ich bekam schwach gefärbte weissliche Töne, als solche, zu erkennen.

Eine weitere Untersuchung über diesen Punkt, die ich nach einer anderen Methode angestellt habe, hat mich nun gelehrt, dass jene letzte Voraussetzung falsch war, und dass ich hauptsächlich durch eigenthümliche physiologische Verhältnisse des menschlichen Auges bei jener früheren Methode verhindert worden bin, die ausser Indigo und Gelb im Spectrum vorkommenden Complementärfarben als solche zu erkennen.

Die Methode, welche ich zu diesen neueren Untersuchungen in Anwendung gezogen habe, ist derjenigen ähnlich, welche Foucault[1]) beschrieben hat. Sonnenlicht horizontal von dem Spiegel eines Heliostaten M Fig. 2, in ein verdunkeltes Zimmer reflectirt, fällt zunächst auf einen schwarzen Schirm S_1 mit einem Spalte, welchen ich im Folgenden den ersten Schirm und den ersten Spalt nennen werde. Die durch den Spalt gegangenen Strahlen fallen in der Entfernung von etwa 10 Fuss auf ein Prisma P, welches am vorderen Ende eines Fernrohres angebracht ist. Zwischen Prisma und Objectivglas befindet sich ein rechteckig ausgeschnittenes Diaphragama D, um die neben dem Prisma vorbeigehenden Strahlen zurückzuhalten. Die Ocularglåser des Fernrohres sind entfernt, und das von der Objectivlinse L_1 nahe ihrem Brennpunkte entworfene und durch das Prisma in ein Spectrum verwandelte

1) Pogg. Annal. Bd. 88, S. 385. — *Moigno, Cosmos* 1853, *T. II*, *p.* 232.

Bild des ersten Spaltes wird hier auf einem zweiten Schirm S_2 3
aufgefangen, der selbst wieder zwei Spalten hat. Die stärkeren Fraunhofer'schen Linien waren in diesem Spectrum sichtbar.

Die Construction des zweiten Schirmes muss ich genauer beschreiben. Er ist in Fig. 1 abgebildet. Seine zwei Spalten sollten dazu dienen, dem Lichte von zwei beliebig gewählten Farbenstreifen des Spectrum den Durchgang zu gestatten. Sie mussten zu dem Zwecke in jede beliebige Entfernung von einander gebracht und jeder für sich beliebig erweitert und verengert werden können, um die Menge des durchgehenden Lichtes zu reguliren. Der Schirm besteht in einer viereckigen Messingplatte *AABB*, die bei *C* durch einen cylindrischen Stab getragen wird. Dieser Stab verschiebt sich in einer gespaltenen cylindrischen Hülse *D*, die in der Mitte eines mit drei Stellschrauben versehenen Brettes befestigt ist. Der Schirm kann also mit seinem Träger *C* auf und nieder geschoben, und in jeder Höhe mittels des gespaltenen und mit einer Schraube versehenen Ringes *E* festgestellt werden.

Auf der Messingplatte *AABB* sind zunächst in schräger Richtung zwei Schlitten beweglich, deren Grundlagen die Messingplatten *aa* und $\alpha\alpha$ sind. Mit *bb*, $\beta\beta$, *c* und *c* sind die Schienen bezeichnet, zwischen denen sich die Platten verschieben. Die beweglichen Platten werden durch die Schrauben *d* und δ verstellt. Die Mütter dieser Schrauben sind in die an der grossen Platte befestigten Messingklötze *e* und ε eingeschnitten, ihre Enden sind drehbar in den Klötzen *g* und γ befestigt, welche mit den beweglichen Platten *aa* und $\alpha\alpha$ fest verbunden sind. Durch Drehung der Schrauben *d* und δ verschiebt man also die beweglichen Platten parallel den Schienen, zwischen denen sie als Schlitten gehen.

Auf der beweglichen Platte *aa* ist nun wieder als Schlitten beweglich die Platte *f* zwischen horizontalen Schienen angebracht, und durch die Schraube *m* zu verstellen; ebenso auf der Platte $\alpha\alpha$ die Platte φ durch die Schraube μ zu ver- 4
stellen. Zwischen den einander zugekehrten Rändern der Platten *f* und φ liegen noch die beiden dreieckigen ebenso dicken Platten *l* und λ, jene mit der Platte *aa*, letztere mit $\alpha\alpha$

fest verbunden. Die einander zugekehrten Ränder von f und l, sowie die von φ und λ sind zugeschärft, und möglichst genau geradlinig und parallel gearbeitet. Zwischen ihnen bleiben die beiden Spalten, welche das Licht durchlassen sollen. Die vorderen Flächen von f, l, λ und φ sind matt versilbert, um das Spectrum deutlich darauf projiciren zu können. Die grosse Messingplatte AA hat natürlich in ihrer Mitte einen Ausschnitt um das Licht, welches die beiden Spalten passirt hat, hindurch zu lassen.

Der Ort, wo das Spectrum entworfen wird, ist durch das helle kleine Rechteck in der Mitte der Figur angedeutet. Verschiebt man nun mittels der Schrauben d und δ die Schlitten aa und $\alpha\alpha$, so treten andere Farbentöne des Spectrum durch die Spalten. Durch die Schrauben m und μ kann man dagegen die Breite der Spalten, also auch die Menge des durchgelassenen Lichtes beliebig regeln.

Das durch die Spalten getretene Licht trifft nun auf der Rückseite des Schirms zunächst eine zweite achromatische Linse L_2 von kürzerer Brennweite als das Objectivglas des Fernrohres. Diese entwirft vermittelst der beiden durch den Schirm gegangenen Antheile einfachen farbigen Lichtes auf einem weissen Papierblatte B ein Bild von der Oeffnung des Diaphragma D, welches sich zwischen dem Prisma und der ersten Linse befindet. Dies Bild erscheint als ein gleichmässig gefärbtes Rechteck, welches, wenn nur durch einen Spalt Licht geht, in der Farbe dieses einfachen Lichtes, wenn durch beide, in der aus den beiden einfachen zusammengesetzten Farbe erscheint. Um das Bild scharf und, worauf hier alles ankommt, gleichmässig gefärbt zu erhalten, muss man verschiedene Vorsichtsmaassregeln beobachten. Die Entfernung des ersten Spaltes von der ersten Linse muss möglichst gross sein, damit das Bild
5 der Lichtquelle, der Sonne, auch nahehin in die Ebene des Doppelspaltes falle und dadurch die Diffraction des Lichtes durch die engen Spalten vermieden werde. Das Prisma und die erste Objectivlinse müssen frei von allen Unreinigkeiten sein. Bei einzelnen Zusammensetzungen von Farben sind auch die Newton'schen Ringe sehr störend, welche in der dünnen Luftschicht zwischen dem Crown- und Flintglase der ersten

achromatischen Linse entstehen und in dem Farbenfelde mit abgebildet werden. Weil wir es hier mit zwei Bündeln homogener Lichtstrahlen zu thun haben, treten diese Ringe selbst an verhältnissmässig dicken Luftschichten noch auf. Selbst ein Ring von Stanniol, den ich zwischen die beiden Linsen gelegt hatte, um sie von einander zu entfernen, beseitigte die Ringe nicht ganz. Am besten ist es, Balsam zwischen die Linsen zu bringen. Endlich müssen die beiden Spalte noch den Fraunhofer'schen Linien des Spectrum parallel gestellt werden, was durch die Stellschrauben am Fusse des Schirmes zu erreichen ist, und die Ebene des Doppelspaltes muss genau am Orte des von der Linse entworfenen Bildes des ersten Spaltes sich befinden. Ist letztere Bedingung nicht erfüllt, so bekommt das farbige Rechteck an verschiedenen Seiten verschiedene Farbentöne.

Hat man eine Farbenmischung gefunden, welche man für Weiss hält, so ist es rathsam noch von einer andern Stelle des Zimmers her weisses Himmelslicht eindringen und auf weisses Papier fallen zu lassen, um dessen Farbe mit der Mischfarbe zu vergleichen. Man darf auch nicht zu anhaltend auf die Mischfarbe hinsehen, nicht andere glänzende Farben daneben haben, wie ich schon in meinem früheren Aufsatze erwähnt habe.

Den weiteren Auseinandersetzungen schicke ich noch einige Bestimmungen über den Gebrauch der verschiedenen Namen von Farben voraus, um Zweideutigkeiten in dieser Beziehung zu vermeiden.

Violett, nach der Wortbedeutung Farbe der Veilchen
(*viola*), gebrauche ich für die Uebergangsstufe des Blau in 6
Roth, in welcher ersteres überwiegt. Im Spectrum entspricht diesem Farbenton das brechbarere Ende zwischen der Linie *G* und *H* oder *l* (nach Stokes). Ich unterscheide es von Purpur, mit dem es im gewöhnlichen Sprachgebrauche zuweilen verwechselt wird, und welche Benennung auch von einigen Autoren geradezu für das brechbarere Ende des Spectrum gebraucht wird, indem ich den Namen des Purpurs nur für die röthlicheren Töne, also die Uebergangsfarben zwischen dem Violett und dem Roth der Enden des Spectrum gebrauchen

werde. Mit Weiss gemischt giebt Purpur das Rosenroth. Im Blau hat schon Newton zwei Abstufungen unterschieden, *coeruleum* und *indicum*, und ausserdem gebraucht er die Benennung *cyaneum* für blaue Töne, welche dem Grün nahe stehen. Den Namen Indigblau für das brechbarere Blau, der einmal in die Wissenschaft eingebürgert ist, werde ich beibehalten. Das weniger brechbare Blau, Newton's *coeruleum*, hat man ohne besondere Bezeichnung als Blau oder, wie Grassmann, als Himmelblau dem Indigblau des Spectrum entgegengesetzt. Das Blau des wolkenlosen Himmels muss aber in der That als weissliches Indigblau bezeichnet werden. Ich habe es mittels einer spiegelnden unbelegten Glasplatte[1]) mit reinem Gelb (dem des chromsauren Bleioxyds) gemischt, und gefunden, dass es wie sein Repräsentant unter den Malerfarben, das Ultramarin, schwach röthliches Weiss als Mischfarbe giebt, während das weniger brechbare Blau schwach grünliches Weiss geben würde. Wir können deshalb die weniger brechbaren blauen Töne des Blau im Spectrum nicht Himmelblau nennen, obgleich sie allerdings bei einer dem Auge bequemen Lichtstärke des Spectrum dem Himmelblau ähnlicher aussehen mögen als das Indigoblau. Das liegt aber nur daran, dass sie lichtstärker sind, deshalb weisslicher aussehen als das Indigblau, und so dem viel Weiss enthaltenden Himmelblau näher kommen. Ich werde deshalb für das weniger brech-
7 bare Blau, für welches ich keine geeignete Bezeichnung in der deutschen Sprache finde, Newton's Namen *cyaneum* anwenden und es Cyanblau nennen. Der Name *Cyan* ist in die neueren Naturwissenschaften eingeführt worden mit Beziehung auf die blaue Farbe des Eisencyanürcyanids. Diese Farbe entspricht in der That den weniger brechbaren Tönen des Blau, und erscheint grünlich neben Himmelblau. Im Spectrum nimmt das Blau den Raum zwischen den Linien F und G ein, sodass etwa das an F stossende Drittel dieses Raumes als Cyanblau, die anderen zwei Drittel als Indigblau bezeichnet werden können.

Als Repräsentanten des Grün betrachte ich den Farben-

---

1) S. meinen früheren Aufsatz, Pogg. Ann. Bd. 87, S. 61.

ton des arsenigsauren Kupferoxyds, im Spectrum die Gegend der Linien *b* und *E*, als den des reinen Gelb, das fein niedergeschlagene chromsaure Bleioxyd, im Spectrum einen Streifen, welcher dreimal so weit von der Linie *E* als von *D* absteht. Die Gegend der Linie *D* nenne ich Goldgelb, indem ich darunter einen Uebergangston zwischen Gelb und Roth verstehe, in welchem ersteres überwiegt. Bei überwiegendem Roth giebt es Orange, wie es zwischen den Linien *C* und *D* sich findet. Den Namen Roth wende ich nur auf den Farbenton des weniger brechbaren Endes des Spectrum an, nicht auf das Purpur, die Mischungen von Violett oder Blau mit Roth. Dem einfachen äussersten Roth entspricht der Farbenton des Zinnobers. Der des Carminpulvers nähert sich schon dem Purpur, und mit Carminroth oder Kirschroth kann man die röthlicheren Töne des Purpur bezeichnen.

Nach der vorher beschriebenen Methode ist es nun ziemlich leicht, Weiss aus indigblauem und gelbem Lichte zusammenzusetzen. Es gelingt aber auch, obgleich nicht ganz so leicht mit einer Reihe anderer Farbenpaare, nämlich mit folgenden:

Violett	Grünliches Gelb
Indigblau	Gelb
Cyanblau	Goldgelb
Grünliches Blau	Roth.

Das Grün ist also die einzige einfache Farbe, welche keine 8
einfache Complementarfarbe hat. Um Weiss zu bilden, muss es mit Purpur d. h. mit mindestens noch zwei anderen Farben Roth und Violett gemischt werden.

Ich sagte vorher, Weiss sei sehr leicht aus Gelb und Indigblau, weniger leicht aus den anderen neu hinzugekommenen Farbenpaaren zusammenzusetzen. Es kommen hier verschiedene Umstände zusammen. Zunächst findet nämlich das Auge bei diesen Farben Schwierigkeiten, sich dauernd für das farbige Feld scharf zu accommodiren. Es treten hier ähnliche Erscheinungen auf, wie sie Dove bei gewissen violetten Gläsern beschrieben hat, welche gleichzeitig rothes und violettes Licht durchlassen. Wegen der Farbenzerstreuung im Auge kann sich dieses nämlich nicht gleichzeitig für beiderlei Arten von

Strahlen accommodiren. Entsendet ein leuchtender Punkt gleichzeitig rothes und blaues Licht, und ist das Auge für die Entfernung des Punktes bei rother Beleuchtung accommodirt, so giebt das blaue Licht einen Zerstreuungskreis. Es erscheint dann also ein rother Punkt mit blauem Hofe. Accommodirt sich das Auge für die blaue Beleuchtung, so erscheint ein blauer Punkt im rothen Hofe. Nun ist allerdings auch eine Accommodation des Auges möglich, wobei das rothe und blaue Licht gleich grosse Zerstreuungskreise bilden, also ein kleiner Lichtfleck von der Mischfarbe erscheint, aber wenn man diese Stellung des Auges auch für einzelne Augenblicke findet, so ist es kaum möglich sie dauernd festzuhalten, wenn der Unterschied zwischen der Brechbarkeit der beiden verschiedenen Lichtarten beträchtlich ist. In dieser Beziehung zeichnen sich die complementaren Paare: Indigblau-Gelb und Cyanblau-Goldgelb vor den anderen Paaren dadurch aus, dass der Unterschied der Brechbarkeit für sie am kleinsten, also auch die Accommodation am leichtesten festzuhalten ist. Bei meiner früheren Methode war das mit der Mischfarbe bedeckte Feld sehr klein, und die Wirkungen der Farbenzerstreuung daher sehr auffallend. Bei der jetzt beschriebenen Methode treten
9 sie weniger hervor, obgleich man auch hierbei bald die eine, bald die andere Farbe am Rande aufblitzen, und das übrige Feld sich dann sogleich complementar färben sieht. Tritt man in einige Entfernung zurück, so trennen sich die vereinigten Farben ebenfalls, weil wohl die meisten menschlichen Augen für das blaue und violette einfache Licht kurzsichtig sind.

Zweitens war bei einigen Farbenpaaren das Auge höchst empfindlich für Beimischungen von sehr kleinen Mengen der einfachen Farben zu der weissen Mischung. Namentlich zeigt sich dies bei Roth und Grünblau. Wenn man das aus diesen beiden gemischte Weiss nicht ziemlich lichtschwach macht, behält es immer ein fleckiges und veränderliches Ansehen. Nicht nur machen sich die kleinsten Ungleichheiten in der objectiven Beleuchtung des Feldes durch Hervortreten einer der beiden Farben sehr bemerklich, sondern auch nach einander erscheint, wohl in Folge von Nachbildern, dieselbe Stelle bald röthlich, bald bläulich. Das Aussehen der Mischfarbe erinnert an den

Versuch, wo man mit einem Auge durch ein rothes, mit dem andern durch ein blaues Glas sieht, und das Gesichtsfeld mit veränderlichen Flecken beider Farben bedeckt erblickt.

Dann veränderte sich auch die Mischfarbe etwas mit dem Orte der Netzhaut, der ihr Bild empfing. Schon Purkinje hat darauf aufmerksam gemacht, dass die Seitentheile der Netzhaut eine andere Empfindlichkeit für Farben haben als die Stelle des direkten Sehens, der gelbe Fleck. Hatte ich Roth und Grünblau so verbunden, dass das von ihnen gemeinschaftlich beleuchtete Feld so gut als möglich weiss erschien, und eher des Roth überwog, so wurde es sogleich entschieden grün, wenn ich einen neben dem hellen Felde liegenden Punkt des Papiers fixirte. Dasselbe war der Fall, wenn ich das Auge so nahe heranbrachte, dass das Feld der Mischfarbe einen sehr grossen Theil des Gesichtsfeldes bedeckte, also ausser dem gelben Flecke auch viele andere Theile der Netzhaut das Bild aufnahmen. Bei diesem Versuche kann die Farbenzerstreuung bei der
Brechung im Auge in der Mitte eines so grossen Feldes keinen 10
Einfluss haben. Aus der Ferne gesehen, erschien der erleuchtete Fleck dagegen auffallender Weise als ein rosenrother Punkt mit grünblauem Strahlenkreise.

Bei Indigblau-Gelb und Cyanblau-Goldgelb gelingt es meist ein Weiss herzustellen, bei dessen Anblick man in keiner Weise die Art der zusammensetzenden Farben erkennen kann, wenn man sie nicht schon kennt; Violett-Grüngelb lässt schon oft das eine oder andere am Rande hervorscheinen, aber Roth und Grünblau giebt bei einiger Helligkeit immer den Eindruck als sähe man an jeder Stelle des Feldes beide Farben unvereinigt neben einander. Um zu erkennen, dass eine Mischfarbe da sei, und dass diese Weiss sei, muss man entweder die einfachen Farben unvermischt daneben stellen oder das Licht schwächen. Beides sind aber allerdings Mittel, welche das Auge unfähiger machen, einen schwachen Grad von Färbung im Weiss wahrzunehmen. Um die beiden Farben unvermischt neben das Weiss zu stellen, braucht man nur das Papierblatt (*B* Fig. 2, Taf. I), auf welchem das gemischte Licht sich darstellt, etwas aus dem Brennpunkte der letzten Linse zu rücken, dann erscheinen an beiden Seiten des weissen Feldes farbige

Ränder. Oder man hält ein dünnes Stäbchen vor das weisse Feld, welches unter diesen Umständen zwei Schatten wirft, einen rothen und einen blauen.

Was die Complementarfarbe des Grün betrifft, so nimmt Hr. Grassmann an, dass sie an den äussersten Enden des Spectrum vorkomme, für gewöhnlich aber sehr lichtschwach sei, und nur unter besonders günstigen Umständen (an heiteren Sommermittagen) zu sehen sei. Er beruft sich dabei auf eine Beobachtung von Hassenfratz[1]), wonach Purpur, wie dieser es nennt, nur zu den genannten Zeiten im Spectrum zu finden
11 sei, des Abends aber der Purpur verschwinde, und das Spectrum dadurch kürzer werde. Mit Rücksicht auf die vielen späteren Beobachter, welche das Spectrum zu verschiedenen Tageszeiten untersucht haben, ohne am violetten Ende zeitweilig einen andern Farbenton zu finden, war wohl vorauszusetzen, dass Hassenfratz hier unter Purpur die Farbe versteht, welche gewöhnlich Violett genannt wird. Dasselbe findet man zuweilen auch bei Newton (wenigstens in der lateinischen Uebersetzung der Optik) und anderen Autoren. Um indessen die Sache ausser Zweifel zu stellen, habe ich die Farbentöne der beiden äussersten Enden des Spectrum noch einmal untersucht. Zu dem Ende isolirte ich sorgfältig das schwache Licht dieser Gegenden nach einer schon früher[2]) von mir beschriebenen Methode von dem überwiegend helleren der mittleren Theile des Spectrum. Ich entwarf nämlich zunächst mittels eines Prisma und einer Linse ein Spectrum auf einem Schirme. Das Sonnenlicht war vorher nicht durch einen engen Spalt gegangen, sondern ich liess es durch den Spiegel des Heliostaten geradezu auf das Prisma reflectiren. Der Schirm stand im Brennpunkte der Linse; auf ihm wurde daher gleichsam eine Reihe verschiedenfarbiger Sonnenbilder entworfen, die sich nur theilweise deckten, und so das Spectrum bildeten. Der Schirm hatte einen feinen Spalt, der entweder an das rothe oder

1) Ich setze hier voraus, dass das Citat auf S. 70 seines Aufsatzes, Pogg. Annalen Bd. 89, einen Druckfehler enthalte, und es statt: „Bd. 13" vielmehr „Bd. 23" heissen müsse. In Bd. 13, S. 441 ist nichts darauf Bezügliches zu finden.

2) Pogg. Ann. Bd. 86, S. 513. (Siehe oben S. 35).

violette Ende dieses unreinen Spectrum gestellt wurde, so dass ausser zerstreutem weissen Lichte die farbigen Endstrahlen des Spectrum in möglichst grosser Lichtstärke hindurchfielen. Etwa 10 Fuss von diesem Schirme entfernt stand ein zweites Prisma mit einem Fernrohre, durch welches das Spectrum des Spaltes betrachtet wurde. Die gewöhnlich sichtbaren Theile dieses Spectrum hatten dann nur geringe Lichtintensität; an seinem einen Ende erschien dagegen ein elliptischer hellerer Fleck (ein verzogenes Bild der Sonnenscheibe), der die gewöhnlich wegen ihrer Lichtschwäche nicht gesehenen äussersten Strahlen in verhältnissmässig grosser Lichtstärke
und Reinheit zeigte. Am rothen Ende sieht man nicht viel 12
jenseits der Linie *A*. Bei geringer Lichtstärke erscheint im ganzen rothen Raume von *A* bis etwa *C* eine Farbe, welche der des Zinnobers ähnlich ist, und mit welcher verglichen die des gepulverten Carmins schon entschieden purpurn erscheint. Bei grösserer Lichtintensität, wie sie bei *B* erreicht werden kann, nähert sich die Farbe mehr dem Orange, während das Roth in der Nähe von *C*, welches bei schwachem Lichte ganz denselben Farbenton hat wie das der Gegend von *A*, sich bis zu blendender Stärke steigern lässt und dann gelb erscheint.

Das violette Ende des Spectrum verlängert sich bei Anwendung derselben Methode sehr bedeutend, und eine genaue Vergleichung der Liniengruppen mit denen eines auf Chininlösung entworfenen Spectrum, und denen der von Stokes gegebenen Zeichnung[1]) hat mich gelehrt, dass das menschliche Auge alle die brechbareren Strahlen dieser Gegend noch sehen konnte, welche fähig waren durch die angewendeten Glasmassen hindurch zu gehen. Die äussersten Streifen, welche ich direct sehen konnte, und welche auch auf Chininlösung projicirt die letzten sichtbaren waren, sind die ersten beiden blässeren Streifen, welche Stokes in seiner Zeichnung unter der Gruppe *p* angemerkt hat. Um die Gruppe *p* überhaupt zu sehen, fordert Stokes eine sorgfältige Anordnung des Apparates und klaren Sonnenschein, und nennt das Licht dieser Gegend sehr

---

1) *Phil. Transact.* 1852. II. Taf. XXV. Fig. 1. (Pogg. Ann. Ergsbd. IV, Taf. I. Fig. 1.)

schwach. Da die Lichtstrahlen meines Apparates durch zwei Prismen, zwei Objectiv- und zwei Ocularlinsen gehen mussten, darf es nicht auffallen, dass die äussersten Strahlen von Stokes Zeichnung fehlten, sowohl für die Chininlösung als für das Auge. Für diese Lösung war der Weg durch das Glas sogar noch um die Dicke der beiden Ocularlinsen, die weggelassen waren, kürzer. Die von Stokes mit l, m und n bezeichneten Gruppen kann man aber nach dieser Methode sehr leicht in viel reicherem Detail darstellen, als es auf Chininlösungen ge-
13 schieht und in der Zeichnung von Stokes abgebildet ist. Ich werde im Folgenden diese brechbarsten Strahlen die übervioletten Strahlen nennen, da der Name der unsichtbaren Strahlen nicht mehr recht passt, obgleich allerdings zugegeben werden muss, dass das Auge von ihnen verhältnissmässig sehr wenig afficirt wird. Ihre objective Intensität ist offenbar nicht so gering, wie sich bei ihrer Wirkung auf fluorescirende Substanzen erweist. Wenn wir ein Spectrum auf gewöhnlichem weissen Papier entwerfen, sehen wir von diesen übervioletten Strahlen nichts, weil sie von dem diffusen gewöhnlichen Lichte überstrahlt werden. Entwerfen wir das Spectrum dagegen auf Papier, welches mit Chininlösung durchtränkt ist, so kehrt an ihrer Stelle von den betreffenden Stellen des Spectrum das weniger brechbare Licht des fluorescirenden Chinin zurück, und obgleich die lebendige Kraft der Lichtschwingungen durch den Process der Fluorescenz gewiss nicht vermehrt wird, afficirt das durch sie erzeugte Licht von längerer Schwingungsdauer die Netzhaut lebhaft genug, um gesehen zu werden.

Was nun die Farbe des brechbarsten Endes des Spectrum betrifft, so ist zunächst zu bemerken, dass dieses unter allen seinen Theilen am schnellsten den Farbenton mit der Lichtintensität wechselt, und man muss hier Farben verschiedener Stellen, die man vergleichen will, nur bei nahe gleicher Lichtintensität beider vergleichen. Dazu giebt die beschriebene Methode eine gute Gelegenheit, da die violetten Strahlen nur dem in den Spalt dringenden diffusen Lichte, die übervioletten directem Sonnenlichte angehören, und sich daher in beiden Partien immer Stellen von gleicher Lichtstärke auffinden lassen.

Bei geringer Lichtstärke hat der Raum zwischen den Linien *G* und *H* eine ziemlich gleichmässige violette Färbung, die sich auch noch auf die Gegend von Stokes' Gruppe *l* ausdehnt. Je lichtschwächer das Violett wird, desto mehr bekommt es einen Anflug von Rosa. Steigert sich die Lichtintensität, so wird der Farbenton dem Blau ähnlicher und entfernt sich 11
immer mehr vom Purpur; er geht dann in ein weissliches Graublau über. Die übervioletten Strahlen jenseits der Gruppe *l* setzen die Farbenreihe keineswegs nach dem Purpur hin fort, sondern sind wieder indigblau bei geringer Lichtstärke, weissblau, wo es gelingt sie in grösserer Lichtstärke zu sehen. Ich habe das überviolette Licht mehreren anderen Personen gezeigt, um nicht durch eine Eigenthümlichkeit meines Auges getäuscht zu werden, und alle bezeichneten die Farbe in der Weise, wie ich angegeben habe. Unter allen diesen brechbaren Farbentönen kommt also lichtschwaches Violett, etwa aus der Gegend der Linien *H* dem Purpur am nächsten; aber auch dieses ist durch einen weiten Zwischenraum in der Farbenreihe von dem äussersten Roth getrennt. Man kann in meinem Apparate durch Mischung von Violett und Roth eine sehr grosse Anzahl unterscheidbarer purpurner Farbentöne bilden, welche sich alle zwischen die Farben der beiden äussersten Enden des Spectrum einreihen lassen.

Da sich hier das erste Beispiel einer Umkehr in der Reihe der Farbentöne im Spectrum darzubieten scheint, möchte die Untersuchung des Spectrum von Quarzprismen, welche die brechbareren Strahlen nicht wie Glas absorbiren, für die Physiologie der Farbenempfindungen sehr wichtig sein. Leider habe ich bis jetzt solche Prismen noch nicht erhalten können.

Ich gehe jetzt über zur Beschreibung einer anderen Reihe von Versuchen, welche zum Zwecke haben das Verhältniss der Wellenlängen der complementaren Farben zu ermitteln. Zu dem Ende nahm ich von dem zur Mischung des Lichtes dienenden Apparate den weissen Schirm (*B* Fig. 2, Taf. I) fort, auf welchem das Farbenbild entworfen wird, nachdem ich ein möglichst gutes Weiss hergestellt hatte, und stellte in der Entfernung von etwa 6 Fuss hinter dem Schirme S_2 mit dem Doppelspalte ein Fernrohr *F* auf, vor dessen Objectivglase eine

Glasplatte mit feinen parallelen senkrechten Linien befestigt war. Durch diese sieht man neben den Spalten, durch welche das Licht dringt, noch eine Reihe von Nebenspectra sich darstellen, deren scheinbare Entfernung von dem Spalte der Wellenlänge des betreffenden Lichtes proportional ist. Auf der hinteren Seite des Schirmes S_2 war eine Millimetertheilung in horizontaler Richtung angebracht. Es liess sich nun leicht bestimmen, mit welchen Punkten der Theilung die Mitte der Nebenspectra der verschiedenen farbigen Strahlen zusammenfiel. Die so gemessene Entfernung des ersten rechten vom ersten linken Nebenspectrum einer jeden Farbe war bei übrigens unveränderter Einrichtung des Apparates der Wellenlänge proportional zu setzen. Um nun die absoluten Werthe der Wellenlängen zu bekommen, maass ich auf dieselbe Weise die Entfernungen der Spectra für verschiedene Fraunhofer'sche Linien, und nahm für deren Wellenlängen die von Fraunhofer gefundenen Werthe, woraus ich dann die der von mir zu Weiss vereinigten Strahlen bestimmen konnte. Die relativen Verhältnisse der Wellenlängen der Fraunhofer'schen Linien stimmten gut mit den von Fraunhofer angegebenen überein; indessen wird die Genauigkeit der hier folgenden Angaben über die Wellenlängen complementärer Farben durch die Schwierigkeit sehr vermindert, die Reinheit des zusammengesetzten Weiss zu beurtheilen. Die Zahlen geben die Wellenlängen ausgedrückt durch Millionentheile eines Pariser Zolles.

Farbe.	Wellenlänge.	Complementarfarbe.	Wellenlänge.	Verhältniss der Wellenlängen.
Roth	2425	Grünblau	1818	1,334
Orange	2244	Blau	1809	1,240
Goldgelb	2162	Blau	1793	1,206
Goldgelb	2120	Blau	1781	1,190
Gelb	2095	Indigblau	1716	1,221
Gelb	2085	Indigblau	1706	1,222
Grüngelb	2082	Violett	von 1600 ab	1,301

Im Violett mussten, seiner Lichtschwäche wegen, die äussersten Strahlen von der Wellenlänge 1600 ab alle zu-

sammengefasst werden. Zur Vergleichung setze ich die von Fraunhofer für die festen Linien des Spectrum angegebenen Werthe her:

B.	2541
C.	2425
D.	2175
E.	1943
F.	1789
G.	1585
H.	1451.

Nach den gefundenen Zahlen habe ich die Curve Taf. I Fig. 3 construirt, welche die Wellenlänge einer Farbe als Function der Wellenlänge ihrer Complementarfarbe ausdrückt. Es sind auf der horizontalen und verticalen Abscissenaxe die Wellenlängen der Farben aufgetragen, sodass der Punkt *A* der Wellenlänge 1500 entspricht. Die Curve hat zwei congruente Arme $\alpha_0 \beta_0 \gamma_0$ und $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$, deren jeder mit beiden Enden asymptotisch in eine den Abscissenaxen parallele gerade Linie auszulaufen scheint. Die Kreuzchen auf und neben den Curven entsprechen genau den einzelnen Beobachtungen. Die Curve habe ich zwischen ihnen so gezeichnet, dass sie ihnen möglichst nahe blieb und eine continuirliche Krümmung bekam.

Auffallend ist die Vertheilung der complementaren Farben im Spectrum. Während das äusserste Roth und Goldgelb einen beträchtlichen Raum zwischen sich haben, liegen ihre Complemente grünliches Blau und Cyanblau ganz dicht nebeneinander. Ebenso nehmen das äusserste Violett und Indigo einen sehr breiten Raum im Spectrum ein, während ihre Complemente grünliches Gelb und Gelb äusserst schmale Streifen sind. Auch die Betrachtung der Curven für die Wellenlängen der complementaren Farben lehrt dies. Wenn man auf der horizontalen Abscissenlinie vom Violett zum Roth fortschreitet, ändert sich die Wellenlänge der Complementarfarbe anfangs äusserst langsam; wenn man zu den helleren und grünlich blauen Tönen gekommen ist, dagegen äusserst schnell. Das letztere ist ebenso im Gelb der Fall, während am rothen
Ende die Aenderung wieder äusserst langsam wird. Damit 17
hängt zusammen, dass sich in dem breiten Raume vom Ende

des Roth bis zur Linie C der Ton des Rothen kaum merklich ändert, ebensowenig der Ton des Violetten von der Linie G bis nach l hin. Auch im Orange und Blau ändert sich der Ton langsam, aber doch schon viel merkbarer. An der Grenze von Gelb und Grün einerseits und Blau und Grün andererseits sind dagegen die Uebergänge so schnell, dass sie ganz zu fehlen scheinen, wenn man ein reines Spectrum ohne starke Vergrösserung betrachtet, und hier vielmehr Grün unmittelbar an röthliches Orange und Himmelblau anzustossen scheint. Man erstaunt über den ausserordentlichen Reichthum prachtvoller Farbentöne, welchen diese Gegenden des Spectrum entfalten, wenn man durch eine der beiden Spalten des von mir construirten Schirmes einfaches Licht dieser Theile gehen lässt und den Spalt dann langsam verschiebt.

Daraus ergiebt sich ein neuer Grund, warum die Complementarfarben des Roth und Violett in den gekreuzten Farbenstreifen des Spectrum eines Vförmigen Spaltes bei meinen früheren Versuchen nicht zu entdecken waren. Diese Complementarfarben bilden nämlich ausserordentlich schmale Streifen, zu deren Entdeckung die frühere Methode nicht ausreichte.

Indigblau und Gelb haben daher mancherlei Vorzüge vor den übrigen Paaren von Complementarfarben: geringere Empfindlichkeit des Auges für schwache Einmischungen beider in das Weiss, geringen Unterschied ihrer Brechbarkeit im Auge, hinreichende Breite der Farbenbänder im Spectrum. Alles dies erklärt, dass, nachdem es Newton überhaupt nicht gelungen war, Weiss aus nur zwei einfachen Farben zusammenzusetzen, zunächst eine einfachere Methode genügte, es mittels Indigblau und Gelb zu erreichen, während eine mühsamere und complicirtere Vorrichtung für die übrigen Farben sich nothwendig zeigte.

Die Tafel, welche oben für die Wellenlängen der Complementarfarben gegeben ist, enthält in ihrer letzten Columne
18 auch das Verhältniss der beiden Wellenlängen zu einander. Sie zeigt, dass es nicht constant ist; es schwankt zwischen dem der Quarte 1,333 und dem der kleinen Terz 1,20. Es ist am kleinsten für Goldgelb und Cyanblau.

Endlich habe ich auch einige Versuche angestellt, um die

Intensitätsverhältnisse zu ermitteln, welche complementare einfache Farben haben müssen, wenn sie gemischt Weiss geben sollen. Vielleicht würde die Voraussetzung sehr annehmbar erscheinen, dass zwei solche Farben gleich lichtstark sein müssten, um Weiss zu geben, weil man gewöhnt ist, die einfachen Farben als die gesättigtesten gleichmässig dem Weiss gegenüberzustellen. Diese Voraussetzung ist aber keineswegs richtig. Es fiel mir dies zuerst bei der Mischung von Violett und Indigo mit ihren Complementarfarben auf. Die genannten beiden Farben sind nämlich bei gewöhnlicher mittlerer Helligkeit des gemischten Weiss auffallend lichtschwach, verglichen mit der Menge gelbgrünen oder gelben Lichtes, welche nöthig ist, um mit ihnen Weiss zu geben. Ziemlich gleich hell erscheinen dagegen Orange und Cyanblau. Bei der richtigen Mischung von Roth mit Grünblau ist wiederum das erstere schwächer als das letztere. Um sich von diesen Verhältnissen zu überzeugen, ist es am bequemsten, ein dünnes Stäbchen vor das Feld zu halten, welches von dem gemischten Lichte erleuchtet wird. Das Stäbchen wirft dann zwei farbige Schatten, in denen die beiden einfachen Farben sich einzeln, und in der ihnen zukommenden Lichtstärke darstellen. Vor einem Felde, dessen Weiss aus Violett und Gelbgrün gemischt ist, erscheint z. B. der violette Schatten sehr dunkel und scharf gezeichnet, der gelbgrüne dagegen sehr schwach, fast nur durch die Färbung, kaum durch die Helligkeit von dem weissen Grunde unterschieden.

Ich habe auch versucht, das Verhältniss der Helligkeit complementarer Mengen von verschiedenen einfachen Farben wenigstens annähernd in Zahlen auszudrücken. Zu dem Ende setzte ich erst Weiss aus zwei Farben zusammen, und maass mikroskopisch die Breite des Spaltes, durch welche die hellere 19
der beiden Farben drang. Dann verengte ich diesen Spalt, bis ein vor das Feld der Mischfarbe gehaltenes Stäbchen zwei gleich dunkle farbige Schatten entwarf, und mass wieder die Breite des Spaltes. Die Lichtmenge der betreffenden Farbe war dann in demselben Verhältnisse verringert wie die Breite des Spaltes. Das Verhältniss der beiden gemessenen Breiten ergab also wenigstens annähernd das Verhältniss der Helligkeit beider Farben im Weiss.

Ich erhielt übrigens ziemlich verschiedene Ziffern, wenn die absolute Lichtstärke der Farben verschieden war, wie sich dies nach Dove's Versuchen über die Unterschiede in der Helligkeit von Pigmentfarben bei verschieden starker Erleuchtung erwarten liess. Zwei farbige Lichtmengen, welche bei einer gewissen absoluten Lichtintensität gleich hell erscheinen, thun es im allgemeinen nicht mehr, wenn die Lichtmengen beider verdoppelt oder halbirt werden. Und zwar wird im ersteren Falle die minder brechbare der beiden Farben, im letzteren die brechbarere die hellere werden.

Ich fand deshalb folgende verschiedene Verhältnisse der Helligkeit complementarer Mengen:

	Bei starkem Licht.	Bei schwachem Licht.
Violett zu Grüngelb	1 : 10	1 : 5
Indigo zu Gelb	1 : 4	1 : 3
Cyanblau zu Orange	1 : 1	1 : 1
Grünblau zu Roth	1 : 0,44	

Die erwähnte von Dove aufgefundene Erscheinung liess sich bei meinen Versuchen an den homogenen Farben sehr gut beobachten. Ich liess zwei farbige Lichtmengen durch die Spalten des Schirmes in solcher Menge dringen, dass sie gleich dunkle Schatten warfen, und brachte zwischen den Heliostaten und den ersten Spalt eine einfache oder mehrfache Lage eines dünnen weissen Gewebes, welches einen Theil des Sonnenlichtes zurückhält, ohne das Verhältniss seiner verschiedenartigen Be-
20 standtheile zu verändern. Es erschien dann der Schatten der minder brechbaren Farben dunkler als der der brechbareren. Uebrigens waren die Unterschiede sehr gering, so lange ich beide Farben aus der minder brechbaren Hälfte des Spectrum, Roth bis Grünblau, nahm, viel auffallender zwischen denen der brechbareren Hälfte, und am stärksten, wenn man Violett mit einer der minder brechbaren Farben verband.

Unter diesen Verhältnissen mag es auffallend erscheinen, dass der Farbenton der Mischfarben, wie ich gefunden habe, sich so gut wie gar nicht zu ändern scheint, wenn die Licht-

menge vermehrt oder vermindert, das Verhältniss der gemischten Lichter zu einander aber nicht geändert wird. Setzte ich mittels meines Apparates zwei Complementarfarben zu Weiss zusammen und schwächte das einfallende Sonnenlicht durch Einschaltung eines weissen dünnen Gewebes, so konnte ich nie mit Entschiedenheit beobachten, dass das Weiss sich gefärbt hätte. Natürlich ist hierbei zu bedenken, dass überhaupt die Unterscheidung der Färbung bei sehr geringer Helligkeit, ebenso wie andererseits bei zu grosser, unvollkommen ist. Indessen ist dieser Umstand doch nicht ganz hinreichend zur Erklärung, namentlich für die Farbenpaare Violett-Grüngelb und Indigblau-Gelb, wo das Verhältniss der Helligkeit schon bei geringen Aenderungen der absoluten Lichtmenge sich beträchtlich ändert. Innerhalb solcher Grade von Helligkeit, in denen Unterscheidung der Farbentöne noch sehr wohl möglich ist, kann sich das Verhältniss der Helligkeit des Grüngelb zum Violett, wie die obige Messungsreihe zeigt, etwa um das zweifache ändern, und doch erscheint die Mischung bei grösserer Lichtstärke nicht grüngelb, bei geringerer nicht violett, sondern immer weiss. Ich vermuthe, dass der hauptsächlichste Grund davon darin liegt, dass wir bei allen Graden der Helligkeit die Farbe des Sonnenlichtes als das normale Weiss betrachten, und wenn in den künstlichen Farbenmischungen die blauen Farben bei geringer, die gelben bei grösserer Lichtstärke überwiegen, dasselbe auch im Sonnenlichte der Fall sein muss. 21
Darin liegt auch wohl die wissenschaftliche Rechtfertigung für die Sitte der Landschaftsmaler, welche hellen Sonnenschein durch gelbe, Mondschein durch blaue Farbentöne wiederzugeben pflegen. Uebrigens muss bei dem Versuche die besprochene Erscheinung zu erklären, wahrscheinlich auch noch berücksichtigt werden, dass die einfachen Farben selbst bei verschiedener Lichtstärke verschiedenen Farbenton zeigen.

Wir müssen nach den obigen Messungen der Helligkeit der zu Weiss gemischten Farben den verschiedenen einfachen Farben eine verschiedene Sättigung der Färbung zuschreiben. Violett ist am meisten gesättigt; die anderen Farben folgen ungefähr in folgender Reihe:

Violett
Indigblau
Roth Cyanblau
Orange Grün
Gelb.

Es zeigt sich dies übrigens auch in anderen Zusammensetzungen, wo nicht gerade Weiss gebildet wird. So giebt Roth mit gleich hellem Grün gemischt ein röthliches Orange, Violett mit gleich hellem Grün ein dem Violett nahe stehendes Indigblau. Dagegen geben Farben von ungefähr gleicher Sättigung und von gleicher Helligkeit mit einander gemischt auch Mischfarben, die von ihren beiden Constituenten ungefähr um gleichviel verschieden sind.

Schliesslich noch einige Bemerkungen über Newton's Theorie der Farbenmischung, die er in der Construction des Farbenkreises niedergelegt hat. Das Wesentliche von Newton's Verfahren ist offenbar, dass die einfachen und zusammengesetzten Farben in einer gewissen Weise in einer Ebene vertheilt gedacht werden, dass man ihre Helligkeit durch entsprechende Gewichte darstellt und dann die Mischfarbe der gegebenen Farben in dem Schwerpunkte dieser Gewichte findet. Diese Methode, das System der Farben darzustellen, ist vielleicht
22 einer der sinnreichsten Einfälle des grossen Denkers und drückt die vorliegenden Erfahrungen — die aber freilich noch nicht geeignet sind, einen strengen Beweis für die Richtigkeit jener Regel zu liefern — genügend aus. Newton selbst sagt darüber: *Hanc quidem regulam satis accuratam esse existimo ad experimenta agenda, quamvis non sit mathematice accurata.* Meine früheren Versuche hatten einige Ergebnisse geliefert, die auch den angegebenen allgemeinen Grundlagen der Newton'schen Regel widersprochen haben würden. Diese Widersprüche sind durch die mit besseren Hülfsmitteln erneute Untersuchung entfernt worden. Jedenfalls ist aber die Anordnung der einfachen Farben in der Ebene wesentlichen Aenderungen zu unterwerfen. Newton begnügt sich damit einen Kreis aus ihnen zu bilden, indem er die Enden des Spectrum aneinander legt und den einzelnen Farbenstreifen dieselbe Breite giebt, die sie im Spectrum seiner Glasprismen haben, und auf deren Analogie mit den musikalischen Intervallen er ein grosses Gewicht legte.

Indessen ist es klar, dass erstens die Reihe der einfachen Farben in dem Farbenfelde keine geschlossene Curve bilden kann, indem die Farbentöne des äussersten Violett und Roth nicht continuirlich ineinander übergehen, zwischen diesen Endfarben vielmehr Raum bleiben muss für die mannigfachen Farbentöne des Purpur, und diese sind dem Principe von Newton's Construction entsprechend auf einer geraden Linie zwischen dem äussersten Violett und Roth anzubringen. Macht man das Weiss zum Mittelpunkte von Polarcoordinaten, so müssen die purpurnen Töne einen ebenso grossen Winkel ausfüllen, wie auf der anderen Seite die verschiedenen Töne des Grün, vom grünlichen Gelb bis zum grünlichen Blau. Newton selbst sagt *(Optice. Liber I, Pars II, Propos. IV): Denique si ruber et violaceus (color) inter se permisceantur, orientur inde varii colores purpurei, pro eo, qua proportione illi invicem commixti fuerint, diversi inter se, neque ullius coloris homogenei speciem aut similitudinem habentes.* Um die purpurnen Mischfarben auf dem Farbenkreise anzubringen, muss er aber etwas von der Regel abweichen, die er für die übrigen Farben giebt. 23
Während er nämlich sonst vorschreibt, die Mischfarbe werde den Ton haben wie der am Ende desselben Radius liegende Theil des Spectrum, lässt er die auf die Trennungslinie des äussersten Violett und Roth oder nahe zu beiden Seiten derselben fallenden Mischfarben purpurn sein, also weder dem äussersten Roth noch dem äussersten Violett entsprechen, worauf er noch ausdrücklich aufmerksam macht. Hier zeigt es sich also, dass er einen gewissen Raum an dieser Stelle den purpurnen Tönen einräumen muss. Hr. Grassmann lässt ebenfalls Roth und Violett sich aneinander schliessen, indem er auf die schon vorher besprochene Stelle von Hassenfratz sich beruft, wonach unter günstigen Witterungsverhältnissen das Spectrum auch Purpur enthalten soll.

Zweitens zeigen meine Versuche, dass das Verhältniss der Winkel, welche die einzelnen Farben auf der Farbenscheibe einzunehmen haben, ganz anders sein muss als das ihrer Breite im prismatischen oder Interferenzspectrum. Denn in beiden Spectren nehmen die Endfarben breite Räume ein, worin sich der Farbenton kaum merklich ändert, während ihre Comple-

mentarfarben sehr dicht zusammengedrängt sind. Dass in Newton's Farbenkreise die Endfarben zu breit sind, corrigirt übrigens den andern Fehler, dass kein Platz für den Purpur ist, in Beziehung auf die Resultate der Farbenmischungen, einigermassen.

Endlich scheint es mir sehr zweifelhaft, ob die Curve, in welche die einfachen Farben zu bringen sind, da sie überhaupt nicht einmal eine geschlossene ist, ein Kreisbogen sein sollte. Newton hat den Kreis offenbar gewählt, weil ihm keine Verschiedenheit in der Beziehung der einfachen Farben zum Weiss bekannt war. In meinen Versuchen über die Mengenverhältnisse der zu mischenden Farben zeigen sich aber sehr beträchtliche Abweichungen, und wenn wir die Einheiten der Helligkeit verschiedener Farben nach den unmittelbaren Angaben unseres Auges festsetzen, ist es klar, dass Roth etwa
24 zweimal so weit vom Weiss entfernt sein müsse als Grünblau, Violett fünf bis zehn Mal so weit als Grüngelb, dass also die Curve kein Kreis sein könne.

Diese Behauptung scheint im Widerspruche zu sein mit der Entwickelung, welche Grassmann[1]) von den Principien des Newton'schen Farbenkreises gegeben hat. Hr. Grassmann leitet nämlich dort aus denselben vier Grundsätzen, welche nothwendig und zureichend erscheinen, um die Auffindung der Mischfarbe auf die Construction eines Schwerpunktes zurückzuführen, auch gleichzeitig die Nothwendigkeit ab, dass die homogenen Farben in einem Kreisbogen liegen. Der scheinbare Widerspruch erklärt sich hier aus dem verschiedenen Sinne, den man diesen Grundsätzen beilegen kann. Die vier Grundsätze, welche nach Grassmann nothwendig und genügend sind, um Newton's Methode in ihren wesentlichen Zügen zu rechtfertigen, sind:

1) Jede zusammengesetzte Farbe kann nachgeahmt werden durch Mischung einer homogenen (oder aus Violett und Roth gemischten purpurnen) Farbe mit Weiss.

2) Wenn von zwei zu vermischenden Lichtern das eine sich stetig ändert, ändert sich auch der Eindruck der Mischung stetig.

---

1) Pogg. Annalen Bd. 89, S. 78 — 84.

3) Gleich aussehende Farben gemischt geben gleich aussehende Mischungen.

4) Die Lichtintensität der Mischung ist die Summe aus den Intensitäten der gemischten Lichter.

Dieser vierte Satz kann in dreierlei wesentlich verschiedenem Sinne gebraucht werden, je nachdem man die Methode, die Intensität zu messen, festsetzt. Erstens könnte man nämlich die Lichtintensitäten verschiedener Farben gleich nennen, wenn sie dem Auge gleich hell erscheinen; dann würden die homogenen Farben in dem Farbenfelde jedenfalls keinen Kreis bilden, wie eben erörtert ist. Zweitens könnte man die Festsetzung der Mengeneinheiten des verschiedenfarbigen Lichtes
für willkürlich erklären, und den Grundsatz in dem Sinne 25
nehmen, dass es eine Art die Einheiten festzusetzen gebe, bei welcher stets die Lichtintensität der Mischung gleich sei der Summe der gemischten Lichter. Legt man dem Satze diesen Sinn unter, so ergiebt eine weitere Untersuchung, dass dreien Farben, aber nicht mehreren, ein willkürlicher Ort im Farbenfelde und eine willkürliche Einheit der Lichtintensität beigelegt werden könne, dass dann der Ort und die Einheit der Intensität für alle anderen, namentlich auch für alle homogenen Farben bestimmt sei, wobei nicht vorauszusehen ist, welche Curve diese bilden mögen.

Der Beweis ist leicht zu führen. Die drei willkürlich gewählten Farben (einfache oder zusammengesetzte), von denen aber keine aus den beiden anderen durch Mischung zu erzeugen sein darf, setze man in drei beliebig gewählte Punkte A, B, C, Fig. 4 Taf. I, welche aber nicht in einer geraden Linie liegen dürfen, und bestimme die Einheiten der Lichtintensität willkürlich. Mischen wir jetzt die Quantität α der Farbe A, die Quantität β der Farbe B und die Quantität γ der Farbe C, und giebt dies die Quantität δ einer Mischfarbe, so muss nach unserem Grundsatze gesetzt werden:

$$\delta = \alpha + \beta + \gamma;$$

also wird die Einheit der Lichtintensität der Mischfarbe zu setzen sein gleich:

$$\frac{\delta}{\alpha + \beta + \gamma} = 1.$$

Ihr Ort ist nach Newton's Constructionsregel der Schwerpunkt der mit den Massen α, β, γ beziehlich versehenen Punkte A, B, C. Es sei dies der Punkt M. Es sind also Ort und Mengeneinheit für jede aus den drei Farben mischbare neue Farbe gegeben.

Um den Ort einer aus den drei Farben A, B, C nicht mischbaren Farbe zu bestimmen, welche also ausserhalb des Dreieckes ABC liegen wird, mische man eine Quantität ε dieser Farbe mit der Farbe, die im Punkte M des Farbenfeldes liegt.
26 Es wird stets möglich sein, die Quantität ε klein genug zu machen, dass durch Mischung eine andere Farbe erzeugt wird, die noch innerhalb des Dreieckes ABC liegt. Die Quantität dieser aus δ und ε zusammengesetzten Farbe sei δ_1, ihr Ort der Punkt M_1. Nach dem vierten Grundsatze müssen wir setzen

$$\varepsilon = \delta_1 - \delta,$$

also die Einheit der neuen Farbe gleich $\varepsilon / (\delta_1 - \delta)$. Ihr Ort sei der Punkt E, dessen Lage dadurch bestimmt ist, dass M_1 der Schwerpunkt der Masse δ des Punktes M, und der Masse ε des Punktes E sein muss. Es muss also E in der Verlängerung der Linie MM_1 liegen, und ferner muss sein

$$\delta \cdot MM_1 = (\delta_1 - \delta)\, EM_1.$$

So ergiebt sich also, dass nach Feststellung der Orte und der Intensitätseinheiten der Farben A, B, C die Orte und Intensitätseinheiten aller übrigen Farben des Farbenfeldes festgesetzt sind.

Es lässt sich ferner leicht nachweisen, dass, die Richtigkeit der genannten vier Grundsätze vorausgesetzt, die so gewonnene Anordnung der Farben die Construction der Mischfarben nach Newton's Methode erlaubt. Da dieser Beweis aber für den Zweck der vorliegenden Erörterung unnöthig ist, übergehe ich ihn hier.

Was die Curve der homogenen Farben betrifft, welche das so construirte Farbenfeld an einer Seite begrenzen würde, so lässt sich über deren Natur nichts schliessen. Sie ist fest bestimmt, sobald die Orte und Mengeneinheiten für die ersten drei Farben festgesetzt sind. Von diesen sechs Bestimmungs-

stücken bleiben zwei, nämlich eine Lineardimension und eine
Einheit der Lichtintensität, unter allen Verhältnissen will-
kürlich; es sind also im allgemeinen vier Parameter der be-
zeichneten Curve veränderlich, aber dies genügt natürlich nicht
in allen Fällen, um eine andere Curve in einen Kreis verwan-
deln zu können. Die nähere Untersuchung zeigt, dass nur
elliptische Bögen durch entsprechende Veränderung der Para-
meter in Kreisbögen verwandelt werden können, und dass dann 27
jede beliebige gemischte Farbe, also auch Weiss, in das Centrum
des Kreises gebracht werden kann.

So viel über die zweite Auslegungsweise des vierten Grundsatzes. Die dritte endlich ist die, dass man schon eine Weise, die Intensitäten verschiedenfarbigen Lichtes vergleichend zu messen, festgestellt habe, und man voraussetze, der genannte Grundsatz sei auch für diese bestimmte Art, die Intensitäten zu berechnen, richtig. So ist Grassmann verfahren. Dadurch wird natürlich viel mehr hypothetisch angenommen als bei der zweiten Interpretation des vierten Grundsatzes, sodass in diesem Falle es auch möglich wird, Schlüsse auf die Form der Curve der homogenen Farben zu thun. Bei den Annahmen, die Hr. Grassmann gewählt hat, wird diese ein Kreis mit Weiss im Mittelpunkte. Die Festsetzung seiner Maasseinheiten hat er übrigens nicht durch ein allgemeines Princip zu rechtfertigen gesucht, sondern sie ist offenbar nur aus der Voraussetzung hervorgegangen, dass die Curve der homogenen Farben ein Kreis werden müsse.

Vorläufig scheint mir die letztere Voraussetzung nicht hinreichend gerechtfertigt zu sein, selbst wenn die wesentlichen Grundlagen von Newton's Methode, die Mischfarben durch Construction zu finden, beibehalten werden können. Wenn wir durch das Auge direct die Helligkeit verschiedener Farben vergleichen lassen, würde das Farbenfeld ungefähr die Form annehmen, welche in Fig. 5 Taf. I schematisch dargestellt ist. Die Entfernungen der Farben vom Weiss entsprechen hier ihren Sättigungsverhältnissen bei schwächerem Lichte. Nach den beiden Enden des Spectrum hin geben benachbarte Farben Mischungen vom Tone der zwischenliegenden Farbe und ziemlich gesättigter Färbung. Dort habe ich die Curve

deshalb wenig gekrümmt. In der Gegend des Grün geben
Töne, die wenig von einander verschieden sind, z. B. Grüngelb
und Grünblau, schon ziemlich weissliche Mischungen, dem ent-
spricht die stärkere Krümmung der Curve. Dass aus Roth
28 und Indigo nur weissliches Violett, aus Violett und Orange
nur weissliches Roth gewonnen wird, wie ich in meinem
früheren Aufsatze erwähnte, ergiebt die Zeichnung ebenfalls.
Dass gleiche Theile Grün und Roth Orange, gleiche Theile
Grün und Violett Indigblau geben, geht ebenfalls daraus
hervor. Natürlich sind die meisten Verhältnisse dieser Zeich-
nung nur nach Gutdünken gewählt, und kann dieselbe keinerlei
Anspruch auf Genauigkeit machen.

Zusatz (1862). In meinem Handbuche der Physiologischen Optik §. 20 ist dieses Thema weiter entwickelt, die Hypothese der drei subjectiven Grundfarben von Th. Young eingeführt, und das geometrische Farbenfeld zu einem Dreieck ergänzt, dessen Ecken Roth, Violett und ein gesättigteres Grün enthalten, als im Spectrum vorkommt. Durch Nachbilder von Purpur, die man auf das Grün des Spectrum wirft, kann man in der That nachweisen, dass die Empfindung eines solchen gesättigteren Grün möglich ist.

LII.

Ueber die Empfindlichkeit der menschlichen Netzhaut für die brechbarsten Strahlen des Sonnenlichtes.

Aus Poggendorff's Annalen der Physik und Chemie Bd. 94, S. 205—211.

Ich habe jetzt von Hrn. Oertling in Berlin zwei Prismen 205
von Bergkrystall, jedes $1^1/_4$ Zoll hoch, mit einem brechenden Winkel von 50°, dessen Seitenflächen 0,85 Zoll breit sind, empfangen. Die krystallographische Axe ist senkrecht gegen die brechende Kante und bildet gleiche Winkel mit den Schenkeln des Flächenwinkels von 50 Grad, sodass, wenn man diesen Winkel als brechenden benutzt und das Minimum der Ablenkung der Strahlen hervorbringt, die Strahlen parallel der Krystallaxe durch das Prisma gehen und einfach gebrochen
werden. Die dem Winkel von 50° gegenüberliegende Fläche 206
ist auch polirt und bildet mit den beiden anderen Seitenflächen des Prisma gleiche Winkel von 65°. Diese beiden letzteren können auch als brechende Winkel des Prisma benutzt werden, brechen aber doppelt. Sie erzeugen zwei Spectren, die sich zum Theil decken. Ausserdem gehört zu dem Apparate eine Convexlinse aus Quarz von $1^1/_4$ Zoll Durchmesser und 17 Zoll Brennweite, in welcher die Krystallaxe der optischen Axe parallel ist.

Mit diesen Instrumenten konnte ich das Spectrum des Sonnenlichtes auf fluorescirenden Substanzen, wie Chininpapier, Uranglas und Bernstein, in der von Stokes beschriebenen grösseren Ausdehnung herstellen, sodass das überviolette Spec-

trum jetzt mehr als doppelt so lang war, als ich es sonst durch Glasprismen bekommen hatte. Das elektrische Licht, welches überviolette Strahlen von noch viel höherer Brechbarkeit als das Sonnenlicht enthält, habe ich noch nicht Gelegenheit gehabt anzuwenden. Kalk und Magnesia im Sauerstoffgebläse gaben mit dem Quarzapparate ein überviolettes Spectrum, welches etwa nur so lang war, wie das des Sonnenlichtes mit Glasprismen entworfen.

Ich gehe jetzt zur Wirkung der überviolletten Strahlen auf das Auge über. Mit Bedauern bemerke ich, dass ich in meinem Aufsatze „Ueber die Zusammensetzung von Spectralfarben" eine Anmerkung[1]) von Stokes übersehen habe, worin er erwähnt, die überviolletten Strahlen bis zur Linie *p*, also weiter, als es mir bisher durch die Glasapparate gelungen war, gesehen zu haben, und worin er über ihre Farbe angiebt, dass ihnen die Leuchtkraft *(luminousness)* der blauen, und das Röthliche *(ruddiness)* der violetten abgehe, übereinstimmend mit dem was ich gefunden.

Ganz ebenso verhält es sich nun mit den Strahlen, welche nicht durch Glas, wohl aber durch Quarz gehen. Auch diese sind dem Auge sichtbar, und erscheinen in derselben Farbe,
207 wenn sie lichtschwach sind, tief indigblau, wenn lichtstärker, weisslich blau. Mein Verfahren war zuerst dem schon früher beschriebenen ganz ähnlich. Der Spiegel des Heliostaten warf das Licht durch eine grössere Oeffnung des Fensterladens in das Zimmer. Es fiel zunächst auf eins der Quarzprismen, sodass es von diesem einfach gebrochen wurde, dann auf die Quarzlinse. In deren Brennpunkte stand ein Schirm, auf dem das in ein unreines Spectrum verwandelte Bild der Sonnenscheibe entworfen wurde. Der Schirm hatte einen Spalt, den man an eine beliebige Stelle des Spectrum bringen konnte. Das durch diesen Spalt dringende Licht betrachtete ich durch das zweite Quarzprisma. Stand der Spalt in dem überviolletten Theile jenes Spectrum, so sah ich ein schwaches gewöhnliches Spectrum von dem im Prisma und der Linse zerstreuten weissen Lichte herrührend, und jenseits des violetten

---

1) *Phil. Transactions* 1852, *p.* 558, *Note B.* (Ann. Ergänzbd. IV. 339).

Endes einen ovalen blauen Fleck, den das regelmässig gebrochene überviolette Licht bildete. Auch konnte ich in diesem, wenn er der Gegend der Linien *l* oder *m* angehörte, einiges von den Liniengruppen erkennen. War aber das Licht mehr von dem Ende des Spectrum entnommen, so war das nicht mehr möglich, weil sich mein Auge für Licht von so hoher Brechbarkeit nicht mehr adaptiren konnte. Für rothes Licht ist die längste Sehweite meines Auges etwa 8 Fuss, für violettes $1^{1}/_{2}$ Fuss, was mit Fraunhofer's Versuchen über die Dispersion des Auges nahe übereinstimmt; für das äusserste überviolette Licht schien sie mir weniger als 5 Zoll zu sein. In so grosser Nähe vom Spalt liess sich kein gutes Spectrum mehr bilden.

Um also die Empfindlichkeit des Auges für die einzelnen Theile des übervioletten Spectrum genauer zu untersuchen, musste ich etwas anders verfahren. Ich verengerte die Oeffnung im Fensterladen und ersetzte sie durch einen Spalt, der schmal genug war, um auf dem Schirme, wo das Spectrum projicirt war, die Liniensysteme des überviolletten Spectrum mit Hülfe von Chininpapier gut erkennen zu lassen; den Spalt in diesem Schirme machte ich dagegen etwas breiter, sodass 208
nun das erste objective Spectrum rein, das subjective unrein wurde. So behielt das durch den Spalt gehende überviolette Licht immer noch Helligkeit genug, um vom Auge empfunden zu werden. Es bildete nun keine begrenzte Figur mehr, sondern die bekannte Strahlenfigur, welche die Zerstreuungskreise von weit entfernten Lichtpunkten annehmen. Indem ich auf die vordere Fläche des Schirmes Chininpapier brachte, konnte ich die Gegend des Spectrum, welcher das durch den Schirm fallende Licht angehört, sehr gut ermitteln. Das Auge schien dabei für die äussersten überviolетten Strahlen des Sonnenlichtes keinen geringeren Grad von Empfindlichkeit zu haben als für die der Gegend von *m*. So weit Chininpapier das Vorhandensein von Strahlen anzeigte, konnte sie auch das Auge empfinden. Eine Aenderung der Farbe konnte ich in der ganzen Ausdehnung von *l* an bis zum Ende nicht bemerken, ausser dass die lichtschwächeren Stellen ein dem Violett ähnlicheres Indigblau zeigten. Alle indigblauen Strahlen werden

aber bei geringerer Helligkeit dem Violett ähnlicher. Bei gleicher Lichtstärke schien aber die Farbe der übervioletten Strahlen doch weisslicher zu sein als die der gewöhnlichen indigblauen.

Ich warf mir die Frage auf: Sieht die Netzhaut die übervioletten Strahlen unmittelbar, wie sie die anderen Farben des Spectrum sieht? oder fluorescirt sie unter ihrem Einflusse, und ist die blaue Farbe der übervioletten Strahlen Licht von geringerer Brechbarkeit, welches sich in der Netzhaut erst unter dem Einflusse der violetten Strahlen entwickelt?

Zur Entscheidung dieser Frage untersuchte ich, ob die Netzhaut aus dem Auge eines vor 18 Stunden gestorbenen Mannes Fluorescenz zeigte. Die ersten nach den von Stokes angegebenen Methoden vorgenommenen Versuche zeigten, dass, wenn auch Fluorescenz da sein sollte, diese äusserst schwach sei. Das zerstreute weisse Licht, welches von dem Prisma und der Linse ausging, machte die wahrgenommenen Spuren
209 von Fluorescenz der Netzhaut zweifelhaft. Ich griff also wieder zu der oft gebrauchten Methode, das Licht durch Abblenden der helleren Theile des Spectrum zu reinigen, ordnete die Theile des Apparates aber so, dass ich das überviolette Licht möglichst reichlich und auf einen kleinen Raum concentrirt erhielt. Ich kann diese Methode für die Untersuchung sehr schwacher Grade von Fluorescenz empfehlen. Sonnenlicht fiel vom Spiegel des Heliostaten durch eine weite Oeffnung auf die Quarzlinse, hinter der im Abstande der halben Brennweite ein Quarzprisma stand. Das Sonnenbild, welches jetzt in der Mitte noch weiss, an einem Rande blau, am andern gelb und roth war, wurde wieder auf einem Schirme mit breitem Spalt entworfen, sodass der sichtbare violette Rand des Sonnenbildes den Spalt gerade berührte und nur überviolettes Licht durch diesen fiel. Das durchgegangene Licht fiel in der Entfernung von etwa 4 Fuss auf das zweite Quarzprisma, hinter dem eine Glaslinse von 6 Zoll Brennweite stand. Diese entwarf auf Chininpapier ein sehr schwaches gewöhnliches Spectrum und jenseits des violetten Endes ein blendend helles blaues Oval, von dem übervioletten Lichte herrührend. Diffuses Licht fehlte in der Nachbarschaft des

Spectrum ganz und gar. Gewöhnliches weisses Papier, weisse Leinwand, Elfenbein in den Focus der übervioletten Strahlen gehalten, zeigten einen hellen bläulich weissen Fleck, der, durch ein Prisma angesehen, in Farben zerlegt wurde. Die bläuliche Farbe schien davon herzurühren, dass ein verhältnissmässig grosser Theil des übervioletten Lichtes ohne Aenderung seiner Brechbarkeit zerstreut wurde und in seiner natürlichen Farbe dem Auge sichtbar blieb. Durch ein Prisma gesehen, schied sich dieses überviolette Licht auch wieder als solches aus. Ueberhaupt konnte ich unter den weissen und hellgefärbten Körpern, die ich zur Hand hatte, keinen finden, der nicht Spuren von Fluorescenz gezeigt hätte. Stokes empfiehlt als nicht fluorescirend weisses irdenes Geschirr. Indessen zeigten mir sowohl die zu galvanischen Elementen gehörigen Thonbecher, als auch der matte Boden eines noch 210
nicht gebrauchten Porcellanschälchens noch schwache Spuren von Fluorescenz. Ob sie mit organischen Körpern verunreinigt waren, darüber kann ich nicht entscheiden. Dass Papier, Leinwand, Elfenbein, Haut und Nägel des Menschen, Holz u. s. w. schwach fluoresciren, hat bekanntlich Stokes schon ermittelt.

Hier zeigte nun auch die Netzhaut, zwischen zwei Glastafeln gelegt, ihre Fluorescenz deutlich, schwächer zwar als Papier, Leinewand und Elfenbein, aber stärker als Porcellan. Die Farbe des dispergirten Lichtes war weiss mit einem, wie mir schien, blaugrünen Scheine. Doch war der erleuchtete Fleck zu klein, das Licht zu schwach, als dass ich mit Sicherheit den Farbenton bezeichnen könnte. Durch das Prisma angesehen, fehlte dem fluorescirenden Flecke das Roth; es bildete sich nur ein schmaler orangener Rand, während im Spectrum sehr schwachen weissen Lichtes das Roth sonst leichter als die anderen Farben bemerkt zu werden pflegt. Wenn dem weissen Lichte das Roth genommen wird, wird es grünblau, was mit der directen Angabe des Auges über den Farbenton des dispergirten Lichtes der Netzhautsubstanz stimmt.

Die ziemlich gesättigt blaue Farbe der übervioletten Strahlen für das lebende Auge und die fast ganz weisse Farbe des dispergirten Lichtes der todten Netzhaut waren nur zu

verschieden, als dass die Ansicht haltbar wäre, dass die Netzhaut der übervioletten Strahlen nur nach ihrer Verwandlung in minder brechbares Licht empfände. Eine andere Frage ist die: Ist die Fluorescenz der Netzhaut stark genug, dass das dispergirte Licht die Farbe der übervioletten Strahlen merklich ändern kann, wenn es sich ihm im lebenden Auge beimischt?

Um dies beurtheilen zu können, verglich ich die Helligkeit des von der Netzhaut mit Aenderung der Brechbarkeit dispergirten Lichtes mit dem von einer weissen matten Porcellanfläche ohne Aenderung der Brechbarkeit dispergirten. Ich sah nach der Platte durch ein schwach brechendes Prisma,
211 um das unverändert dispergirte überviolette Licht von dem niederer Brechbarkeit zu trennen, welches auch die Porcellanplatte, wenn auch in geringerer Menge, gab.

Es erschien das von der Porcellanplatte unverändert dispergirte Licht ungefähr in derselben Stärke, wie das von der Netzhaut mit veränderter Brechbarkeit dispergirte, sodass man wohl annehmen kann, das Licht niederer Brechbarkeit, welches die lebende Netzhaut, von übervioletten Strahlen getroffen, von sich giebt, und welches sie doch höchst wahrscheinlich ebenso gut wahrnehmen wird, wie das von aussen kommende gewöhnliche Licht, sei stark genug, um die Farbe des direct empfundenen Antheils des übervioletten Lichtes merklich zu verändern.

Demnach würde die Umkehr in der Farbenreihe, welche beim übervioletten Lichte stattfindet, sich so erklären lassen, dass einer schwachen Empfindung violetter Farbe, welche diese Lichtstrahlen direct erregten, sich die Wahrnehmung des in der Retina durch Fluorescenz erzeugten grünlich weissen Lichtes zugesellte, und beide Farbenempfindungen vereinigt die weisslich indigblaue Färbung geben, welche die übervioletten Strahlen darbieten, wenn sie direct gesehen werden.

Die Resultate der beschriebenen Versuche sind also:

1) Die menschliche Netzhaut ist im Stande alle Strahlen des Sonnenlichtes direct wahrzunehmen, deren Brechbarkeit die der äussersten rothen Strahlen übertrifft.

2) Die Substanz der Netzhaut dispergirt unter dem Einflusse der übervioletten Strahlen gemischtes Licht niederer Brechbarkeit, dessen Gesammtfarbe nicht ganz reines (grünlich blaues) Weiss ist.
3) Die Fluorescenz der Netzhaut ist kein hinreichender Erklärungsgrund dafür, dass die übervioletten Strahlen überhaupt wahrgenommen werden.

Zusatz (1882). Die Hornhaut und Linse des lebenden Auges fluoresciren sehr stark, wenn man sie in einen Focus übervioletten Lichtes bringt. Dadurch entsteht ein verwaschener weissblauer Lichtschein im ganzen Gesichtsfelde, aber natürlich kein scharfes Bild des übervioletten Spectrum. Diese Art der Beleuchtung ist eines der besten Mittel, um die Lage der Krystallinse dicht hinter der Iris im lebenden Auge sichtbar zu machen. S. mein Handbuch der Physiologischen Optik. S. 266—267.

LIII.

Ueber die Messung der Wellenlänge des ultravioletten Lichtes, von E. Esselbach,

nebst einem Zusatz von **H. Helmholtz.**

Aus dem Monatsbericht der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Für December 1855. S. 757—764.

757 Da die bisher angewendeten Methoden zur Messung von Wellenlängen, auch die von Fraunhofer, welcher Gitterspectra dazu gebrauchte, wegen Lichtschwäche beim ultravioletten Lichte sich nicht als brauchbar erwiesen, musste eine andere Methode gewählt werden, welche auf ein von Talbot beobachtetes Phänomen gegründet ist.

Betrachtet man ein reines Spectrum im Fernrohr, während man von der Seite des Violett her mit einem dünnen Blättchen durchsichtiger Substanz die halbe Pupille bedeckt, so erscheint das Spectrum in helle und dunkle Streifen gleichmässig getheilt, welche abgesehen von ihrer regelmässigen Anordnung den Fraunhofer'schen Linien parallel und ähnlich sind. Mit der Dicke des Blättchens wächst ihre Zahl und ihre Feinheit. Sie entstehen durch Interferenz desjenigen Theiles des Strahlenbündels, welcher durch die dünne Platte gegangen ist, mit dem anderen Theile desselben Bündels, welcher daran vorbeigegangen ist.

Zu den Versuchen wurde ein aus Bergkrystalllinsen zusammengesetztes Fernrohr benutzt und zwei Prismen von demselben Material. Das Ultraviolett war dem Auge unmittelbar sichtbar, wenn man nach der von Helmholtz vorgeschlagenen Methode durch das Fernrohr und ein davor gesetztes Prisma einen Spalt betrachtete, durch den schon ultraviolettes Licht, isolirt durch das andere Prisma, hindurchdrang. Die Hellig-

keit war sogar für das blosse Auge grösser, als wenn in die Blendung des Oculars eine zwischen Quarzplatten eingeschlossene Schicht von Chininlösung als fluorescirender Schirm eingefügt wurde.

Ist a die Dicke der Platte, sind ferner λ_1 und λ_2 die Wellenlängen zweier Farben in Luft, n_1 und n_2 die Brechungsverhältnisse in der dünnen Platte, und m der Gangunterschied 758
der durch die Platte und neben ihr vorbeigegangenen Strahlen von der Wellenlänge λ_1, so ist

$$\frac{a}{\lambda_1} - \frac{a n_1}{\lambda_1} = m.$$

Für jeden hellen Streifen im Spectrum muss m eine ganze Zahl sein, für den nächst benachbarten hellen Streifen um eine Einheit grösser oder kleiner. Ist also zwischen den Farben von der Wellenlänge λ_1 und λ_2 die Zahl der dunklen Streifen gleich p, so ist

$$\frac{a}{\lambda_2} - \frac{a n_2}{\lambda_2} = m + p.$$

Wählt man zuerst zwei Farben, deren Wellenlängen und Brechungsverhältnisse bekannt sind (es wurden genommen Fraunhofer's Wellenlänge für C und H), so kann man aus diesen beiden Gleichungen die Constanten a und m berechnen. Stellt man dann dieselbe Gleichung auf für eine Farbe von unbekannter Wellenlänge und zählt die Streifen zwischen ihr und λ_1, so giebt die Gleichung den Werth ihrer Wellenlänge, vorausgesetzt, dass man ihr Brechungsverhältniss an der Platte kennt.

Weil dem Autor keine Methode bekannt war, den Brechungsindex eines Strahles in einem dünnen Blättchen zu bestimmen, ohne dass die Wellenlängen gegeben waren, so wurde ein Bergkrystallplättchen genommen, welches senkrecht gegen die Krystallaxe geschnitten war, da ja doch die Brechungsverhältnisse der betreffenden Strahlen im Bergkrystall gleichzeitig gemessen werden sollten. Mit dem vorhandenen Apparate war nur die vierte Decimale zu erreichen, was aber für die Bestimmung der Wellenlängen hier genügt. Die Werthe der Brechungscoëfficienten des ordentlichen Strahles im Bergkrystall, welche in der folgenden Tabelle unter n angegeben sind, sind Mittelwerthe aus Bestimmungen an den drei Winkeln desselben Prisma angestellt. Sie sind constant 0,0004 höher als

Rudberg's, welche ich zur Vergleichung daneben gesetzt habe. Die festen Linien bis *P* sind nach Stokes benannt, mit *Q* und *R* habe ich zwei der stärksten Linien des nur durch Quarzapparate sichtbaren Theiles des Ultraviolett bezeichnet.
759 Mit *p* ist die Zahl der Talbot'schen Streifen zwischen je zwei aufeinander folgenden Fraunhofer'schen Linien bezeichnet, wobei die Resultate mehrerer Zählungen angegeben sind. Neben die von mir berechneten Wellenlängen habe ich zum Vergleiche die von Fraunhofer für das sichtbare Spectrum gestellt, von denen die für *C* und *H* zur Bestimmung der Constanten in der Rechnung benutzt sind. Man sieht, dass die Uebereinstimmung beider Reihen sehr gross ist. In der letzten Columne sind die Wellenlängen nach der Annäherungsformel von Cauchy

$$n_{\prime\prime} - n_{\prime} = c\left(\frac{1}{\lambda_{\prime}^2} - \frac{1}{\lambda_{\prime\prime}^2}\right)$$

berechnet, wobei die Constanten c und λ_1 aus den Werthen von Fraunhofer für *C* und *H* berechnet wurden. Man sieht, dass diese Formel im ultravioletten Spectrum ziemlich ebenso gut mit den Messungen stimmt wie im sichtbaren.

Name der Linie	Brechungsverhältniss *n* nach meinen Messungen	Brechungsverhältniss *n* nach Rudberg	*p*	Wellenlänge nach meinen Messungen in Millimetern	Fraunhofer's Werthe der Wellenlängen	Wellenlängen nach Cauchy's Formel
B	1,5414	1,5409	7,5—7	0,0006874	0,0006878	0,0006990
C	1,5424	1,5418	20—19—19,5		6564	
D	1,5446	1,5442	22,5—22—23	5886	5888	5819
E	1,5476	1,5471	18,5—18,5	5260	5260	5233
F	1,5500	1,5496	31—31—31	4845	4843	4839
G	1,5546	1,5542	24,5—25—25	4287	4291	4278
H	1,5586	1,5582	11—11		3929	
L	1,5605		11,5—11,5—(7)	3791		3824
M	1,5621		14,5—15,5—15	3657		3741
N	1,5646		14,5—14,5	3498		3532
O	1,5674		8—7,5—8	3360		3383
P	1,5690		7—7	3290		3307
Q	1,5702		18	3232		3243
R	1,5737			3091		3108

Man sieht, dass in Bezug auf die Wellenlängen das Intervall, welches durch das Ultraviolett zum Spectrum hinzukommt, allerdings kleiner ist, als die Ausbreitung im Quarzspectrum 760
es erwarten liess. Das 6 bis 8mal so lange Ultraviolett des elektrischen Kohlenlichtes wird dem bisher gewonnenen aber, wenn Cauchy's Formel auch dafür gilt, etwa noch eine Octave hinzufügen.

Die Methode der Linienzählung wird sich in gewissen Fällen mit Vortheil zur Bestimmung von Brechungsindices und Dispersionsconstanten verwenden lassen, wenn man die Wellenlängen als bekannt voraussetzt, namentlich wo man nicht mehr Material hat, als um eine dünne Platte zu bilden, welche die halbe Pupille bedeckt, und zweitens bei stark absorbirenden Mitteln. Stokes hat ausserdem darauf aufmerksam gemacht, dass man den ersten Brechungsindex erhält, wenn man die Plattendicke durch Neigung verändert.

Zusatz von H. Helmholtz.

Die Messungen des Hrn. Esselbach machen es möglich, eine ausgedehntere Vergleichung der Verhältnisse der Lichtwellenlängen mit denen der Tonintervalle anzustellen, als es bisher möglich war. Ich bemerke, dass ich selbst vor einiger Zeit die Wellenlänge der Linie A im äussersten Roth nach Fraunhofer's Methode an einem Spectrum bestimmt habe, von dem alles Licht mit Ausnahme des äussersten Roth durch Anwendung von zwei Prismen und zwei Schirmen abgeblendet war. Ich fand diese Wellenlänge gleich 0,0007617 mm. Es war aber jenseits A noch ein Streifen rothen Lichtes mit einigen Linien darin sichtbar, der dem Zwischenraume von A und B etwa gleich kam.

In der folgenden Tabelle habe ich das Licht der Linie A dem Tone G entsprechend gesetzt, und die den einzelnen halben Tönen entsprechenden Farben daneben gestellt. In der letzten Rubrik sind die Fraunhofer'schen Linien bei den ihnen zunächst liegenden Tönen aufgeführt.

In dieser Tabelle stellt sich sehr deutlich heraus, wie wenig Analogie zwischen der Tonempfindung und der Farbenempfindung besteht. In der Gegend des Gelb und Grün sind

die Farbenübergänge ausserordentlich schnell, an den Enden des Spectrum ausserordentlich langsam. Dort sind sämmtliche Uebergangsstufen zwischen Gelb und Grün in die Breite eines
761 kleinen halben Tones zusammengedrängt, hier befinden sich Intervalle von der Grösse einer kleinen oder grossen Terz, in denen das Auge keine Veränderung des Farbentones wahrnimmt.

Der ganze sichtbare Theil des Sonnenspectrum umfasst etwa eine Octave und eine Quarte.

Ton	Wellenlänge		Entsprechende Farbe	Frauenhofer'sche Linien mit ihrer Wellenlänge
	$c = 1$	$G = 7617$		
Fis	64/45	8124	Ende des Roth	
g	4/3	7617	Roth	*A* 7617
Gis	32/25	7312	Roth	*B* 6878
A	6/5	6771	Roth	
B	10/9	6347	Rothorange	*C* 6564
H	16/25	6094	Orange	
c	1	5713	Gelb	*D* 5888
cis	24/25	5217	Grün	*E* 5260
d	8/9	5078	Grünblau	
es	5/6	4761	Cyanblau	*F* 4843
e	4/5	4570	Indigoblau	
f	3/4	4285	Violett	*G* 4291
fis	32/45	4062	Violett	*H* 3929
g	2/3	3808	Ueberviolett	
gis	16/25	3656	Ueberviolett	*M* 3657
a	3/5	3385	Ueberviolett	
b	5/9	3173	Ueberviolett	
h	8/15	3047	Ende des Sonnenspectrum	*R* 3091

Eine ausführlichere Beschreibung der hier erwähnten Versuche hat Esselbach in Poggendorff's Annalen Bd. 98 S. 513 und 527 gegeben.

LIV.

Mathematisch-physikalische Excurse.

Aus dem „Handbuch der Physiologischen Optik", Bd. IX von G. Karsten's allgemeiner Encyklopädie der Physik. Leipzig 1867, bei Leopold Voss.

Zu § 9. 42

Darstellung der Gesetze der Lichtbrechung in centrirten Systemen brechender und spiegelnder Kugelflächen.

Brechung an einer Kugelfläche. Genaues Gesetz.

Es sei a der Mittelpunkt der Kugelfläche cb, und p ein ausserhalb der Kugel liegender leuchtender Punkt. Ein von p ausgehender Lichtstrahl, welcher in der geraden Linie pa auf den Mittelpunkt der Kugel zugeht, trifft die Kugelfläche normal und geht deshalb ungebrochen weiter in der Verlängerung von ap nach q hin. Ein anderer Lichtstrahl pc treffe die Kugelfläche in c und werde hier gebrochen. Unsere nächste Aufgabe ist, seinen Weg nach der Brechung zu bestimmen. Nach dem oben angeführten Bre-

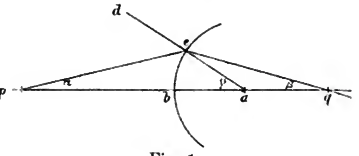


Fig. 1.

chungsgesetze muss derselbe zunächst in der Einfallsebene bleiben, d. h. in der durch den einfallenden Strahl und das Einfallsloth gelegten Ebene. Da der Radius stets auf demjenigen Theile der Kugeloberfläche, zu welchem er hingeht, senkrecht steht, so ist in diesem Falle das Einfallsloth *cd* die Verlängerung des Radius *ac*, und die Einfallsebene die durch *pc* und *ad* gelegte. In derselben liegt auch die ganze Linie *pq*, da zwei ihrer Punkte *p* und *a* darin liegen. Der gebrochene Strahl muss also die Linie *pa*, wenn sie nach beiden Seiten in das Unendliche verlängert gedacht wird, in irgend einem Punkte *q* schneiden, dessen Entfernung von *b* zunächst bestimmt werden soll. Sollte der Strahl der Linie *pa* parallel sein, so können wir den Durchschnittspunkt *q* als unendlich entfernt betrachten.

Die Lage des Punktes *q* wird nun durch die Bedingung gegeben, dass

$$n_{,} \sin(p\,c\,d) = n_{,,} \sin(q\,c\,a) \qquad (1),$$

wo $n_{,}$ das Brechungsverhältniss des Mediums ist, aus welchem das Licht kommt, $n_{,,}$ desjenigen, in welches es eintritt.

Da sich in geradlinigen Dreiecken die Sinus der Winkel wie die gegenüberliegenden Seiten verhalten, ist in dem Drei-
43 ecke *adc*

$$\frac{\sin(p\,c\,a)}{\sin(c\,p\,a)} = \frac{a\,p}{a\,c},$$

und in dem Dreiecke *a q c*

$$\frac{\sin(q\,c\,a)}{\sin(c\,q\,a)} = \frac{a\,q}{a\,c}.$$

Wenn wir die erste dieser Gleichungen durch die zweite dividiren und dabei bemerken, dass der Sinus des Winkels *pca* gleich dem seines Nebenwinkels *pcd* ist, so erhalten wir:

$$\frac{\sin(p\,c\,d)}{\sin(q\,c\,a)} \cdot \frac{\sin(c\,q\,a)}{\sin(c\,p\,a)} = \frac{a\,p}{a\,q}.$$

Nach Gleichung 1) ist

$$\frac{\sin(p\,c\,d)}{\sin(q\,c\,a)} = \frac{n_{,,}}{n_{,}},$$

und in dem Dreieck pcq ist

$$\frac{\sin(cqa)}{\sin(cpa)} = \frac{cp}{cq}.$$

Die drei letzten Gleichungen geben daher

$$\left.\frac{n_{,,} \cdot cp}{n_{,} \cdot cq} = \frac{ap}{aq}\right\} \qquad (2).$$

Für $ap = \infty$ wird daraus:

$$\left. n_{,} \cdot cq = n_{,,} \cdot aq \right\} \qquad (2a),$$

da alsdann bis auf unendlich kleine Grössen

$$\frac{cp}{ap} = 1.$$

Brechung an einer Kugelfläche, angenähertes Gesetz für kleine Einfallswinkel und schwach divergente Strahlen.

Wenn wir uns auf diejenigen Strahlen beschränken, welche
nahe senkrecht auf die brechende Fläche, also sehr nahe der
Axe auf sie fallen, so sehen wir aus der Fig. 1, dass, wenn 44
der Punkt c sehr nahe an b rückt, das Verhältniss cp/cq
übergeht in bp/bq. Die Gleichung 2) wird dann also

$$\left.\frac{n_{,,} \cdot bp}{n_{,} \cdot bq} = \frac{ap}{aq}\right\} \qquad (2b).$$

Bezeichnen wir den Radius ab der brechenden Fläche mit r, die Entfernung

bp mit $f_{,}$,
bq mit $f_{,,}$,
ap mit $g_{,}$,
aq mit $g_{,,}$,

sodass also:

$$\left.\begin{aligned} f_{,} + r &= g_{,} \\ f_{,,} &= g_{,,} + r \end{aligned}\right\} \qquad (2c),$$

so wird die Gleichung 2b)

$$\frac{n_{,,} f_{,}}{n_{,} f_{,,}} = \frac{f_{,} + r}{f_{,,} - r},$$

oder

$$\frac{n_{,,}(g_{,} - r)}{n_{,}(g_{,,} + r)} = \frac{g_{,}}{g_{,,}}.$$

Daraus erhält man durch eine leichte Umformung:

$$\left.\begin{aligned}\frac{n_{\prime}}{f_{\prime}}+\frac{n_{\prime\prime}}{f_{\prime\prime}}&=\frac{n_{\prime\prime}-n_{\prime}}{r}\\ \text{oder}\qquad \frac{n_{\prime\prime}}{g_{\prime}}+\frac{n_{\prime}}{g_{\prime\prime}}&=\frac{n_{\prime\prime}-n_{\prime}}{r}\end{aligned}\right\}\qquad(3),$$

aus denen die gesuchte Grösse $f_{\prime\prime}$ oder $g_{\prime\prime}$ zu bestimmen ist.

Nennen wir die Werthe von $f_{\prime\prime}$ und $g_{\prime\prime}$, welche einer unendlichen Entfernung des leuchtenden Punktes entsprechen, beziehlich $F_{\prime\prime}$ und $G_{\prime\prime}$, so erhalten wir, da $f_{\prime}=\infty$ und $g_{\prime}=\infty$:

$$\left.\begin{aligned}F_{\prime\prime}&=\frac{n_{\prime\prime}r}{n_{\prime\prime}-n_{\prime}}\\ G_{\prime\prime}&=\frac{n_{\prime}r}{n_{\prime\prime}-n_{\prime}}\end{aligned}\right\}\qquad(3\text{a}).$$

Setzen wir $f_{\prime\prime}$ und $g_{\prime\prime}$ unendlich gross und bezeichnen für diesen Fall $f_{\prime}$ und $g_{\prime}$ mit $F_{\prime}$ und $G_{\prime}$, so ist:

$$\left.\begin{aligned}F_{\prime}&=\frac{n_{\prime}r}{n_{\prime\prime}-n_{\prime}}=G_{\prime\prime}\\ G_{\prime}&=\frac{n_{\prime\prime}r}{n_{\prime\prime}-n_{\prime}}=F_{\prime\prime}\end{aligned}\right\}\qquad(3\text{b})$$

und nun können wir den Gleichungen 3) die einfache Form geben:

$$\left.\begin{aligned}\frac{F_{\prime}}{f_{\prime}}+\frac{F_{\prime\prime}}{f_{\prime\prime}}&=1\\ \frac{G_{\prime}}{g_{\prime}}+\frac{G_{\prime\prime}}{g_{\prime\prime}}&=1\end{aligned}\right\}\qquad(3\text{c}).$$

45

Die erste dieser Gleichungen giebt, nach $f_{\prime}$ und nach $f_{\prime\prime}$ aufgelöst, folgende Formeln zur Berechnung dieser Grössen:

$$\left.\begin{aligned}f_{\prime}&=\frac{F_{\prime}f_{\prime\prime}}{f_{\prime\prime}-F_{\prime\prime}}\\ f_{\prime\prime}&=\frac{F_{\prime\prime}f_{\prime}}{f_{\prime}-F_{\prime}}\end{aligned}\right\}\qquad(3\text{d}).$$

Findet man negative Werthe dieser Grössen, so bedeutet es, dass sie auf der entgegengesetzten Seite der brechenden Fläche liegen, als in Fig. 26 angenommen ist.

Bemerkungen. 1) Wenn das Licht nicht von p im ersten Medium, sondern von q im zweiten ausgeht, wird für den Strahl

cq Fig. 26, der vorher der gebrochene Strahl, jetzt der einfallende ist, cp der zugehörige gebrochene sein, welcher vorher der einfallende war. Sind also die nahe senkrecht von p auf die brechende Fläche fallenden Strahlen in q vereinigt, so werden die von q nahe senkrecht auffallenden in p vereinigt werden. Daraus ergeben sich nun sogleich die Formeln für den Fall, dass die Lichtstrahlen auf die concave Seite der Kugelfläche fallen. Man braucht nur das erste Medium jetzt das zweite zu nennen und umgekehrt, und dem entsprechend alle Indices der Buchstaben zu vertauschen. Die Grundgleichungen 3) werden alsdann

$$\frac{n_{,,}}{f_{,,}} + \frac{n_{,}}{f_{,}} = \frac{n_{,} - n_{,,}}{r}$$
$$\frac{n_{,}}{g_{,,}} + \frac{n_{,,}}{g_{,}} = \frac{n_{,} - n_{,,}}{r}.$$

Man braucht also für eine concave brechende Fläche nur den Krümmungsradius r negativ zu setzen, so gilt auch für sie die Formel 3), und natürlich gelten ebenso auch die daraus abgeleiteten 3 a), 3 b), 3 c) und 3 d).

2) Wenn q das Bild von p ist, ist auch p das Bild von q. Um diese gemeinsame Beziehung auszudrücken, nennt man sie conjugirte Vereinigungspunkte, wobei man es zweifelhaft lässt, von welchem beider Punkte das Licht ausgeht. Ebenso 46
ist es für die Brechungsgesetze einerlei, ob der Licht aussendende Punkt ein materieller, Licht erzeugender oder auffallendes Licht zerstreuender Punkt sei, oder nur der Vereinigunspunkt von gebrochenen Strahlen. Daher kann der leuchtende Punkt auch ein virtueller Vereinigungspunkt solcher Strahlen sein, und in der Verlängerung der Strahlen hinter der brechenden Fläche liegen.

3) Wenn r unendlich gross, d. h. die brechende Fläche eben wird, so werden nach 3 a) auch die Brennweiten unendlich gross, und die erste der Gleichungen 3) verwandelt sich in

$$\frac{n_{,}}{f_{,}} + \frac{n_{,,}}{f_{,,}} = 0$$

oder

$$\left. f_{,,} = -\frac{n_{,,}}{n_{,}} f_{,} \right\} \qquad (3\,e).$$

Das Bild liegt also auf derselben Seite von der brechenden Fläche, aber in einer anderen Entfernung.

4) Ich bemerke noch, dass auch die Gesetze der Reflexion der Strahlen an gekrümmten Spiegeln aus den gegebenen Formeln 3) hervorgehen, wenn man $n_{,,} = - n_{,}$ setzt. Gewöhnlich zieht man es jedoch vor, für solche Spiegel die Bezeichnung anders zu wählen. Setzen wir in der ersten Gleichung 3) statt $n_{,,}$ überall $-n_{,}$, so erhalten wir

$$\frac{1}{f_{,}} - \frac{1}{f_{,,}} = -\frac{2}{r}.$$

Ist r nach unserer bisherigen Bezeichnung positiv, d. h. der Spiegel convex, so würde für $f_{,} = \infty$ der Werth von $f_{,,}$ werden gleich $r/2$, also positiv, d. h. der Vereinigungspunkt der Strahlen liegt hinter der spiegelnden Fläche, ist nur virtuell. Wäre der Spiegel concav, r also negativ, so wird auch $f_{,,}$ negativ, das Bild des leuchtenden Punktes liegt vor dem Spiegel und ist reell. Gewöhnlich zieht man vor, die Entfernungen der reellen Bilder vom Spiegel positiv zu nennen. Man giebt also dem $f_{,,}$ und dem Radius der spiegelnden Fläche r entgegengesetzte Vorzeichen als bei brechenden Flächen, und schreibt demnach die Grundgleichung

$$\frac{1}{f_{,}} + \frac{1}{f_{,,}} = \frac{2}{r}.$$

Zusatz (1882) die Aenderung der Divergenz der Strahlen betreffend.

In Fig. 26 misst der Winkel cpa, den wir mit α bezeichnen, die Divergenz des von dem leuchtenden Punkte p ausgehenden Strahles cp von dem ungebrochenen Strahle pa, und der Winkel $cqb = \beta$ die Convergenz des zugehörigen gebrochenen Strahles gegen denselben Strahl pa. Wenn der längs der brechenden Fläche zu messende Bogen bc verschwindend klein ist gegen r, f_1 und f_2, und wenn bc, dessen Länge wir mit σ bezeichnen wollen, also von einer zu pq senkrecht gerichteten kleinen geraden Linie nicht merklich unterschieden

ist, so ergiebt die erste der Gleichungen $3_{,}$, nachdem wir sie mit σ multiplicirt und die Tangenten der sehr kleinen Winkel α, β und $cab = \gamma$ durch ihre Bögen ersetzt haben:

$$\left.\begin{aligned} n_{,}\alpha + n_{,,}\beta &= (n_{,,} - n_{,})\gamma \\ &= (n_{,,} - n_{,})\frac{\sigma}{r}. \end{aligned}\right\} \tag{3 f}$$

Bezeichnen wir nun das hier vorkommende Product aus dem Divergenzwinkel α mit dem Brechungsverhältniss $n_{,}$ des Medium, in dem die divergirenden Strahlen verlaufen, als die optische Divergenz der Strahlen, ähnlich $n_{,,}\beta$ als die optische Convergenz, beziehlich $-$ $n_{,,}\beta$ als die optische Divergenz der Strahlen im zweiten Medium, so zeigt sich, dass die Aenderung der optischen Divergenz eine von dem Werthe dieser Divergenz unabhängige und nur von der Bogendistanz σ abhängige Grösse ist.

Die Divergenz vermindert sich, wenn $(n_{,,} - n_{,})$ und r gleiches Zeichen haben, d. h. wenn das stärker brechende Medium an der concaven Seite der brechenden Fläche liegt.

Solche brechende Flächen können als sammelnde bezeichnet werden.

Die optische Divergenz der Strahlen wächst, wenn das stärker brechende Medium auf der convexen Seite liegt; solche Flächen sind zerstreuende.

Ebene Flächen ändern die optische Divergenz nahehin senkrecht einfallender Strahlenbündel nicht.

Für Kugelspiegel ist das Gesetz noch einfacher, indem die Verminderung der Divergenz einfach dem doppelten Centriwinkel gleich ist:

$$\alpha + \beta = \frac{2\sigma}{r} \tag{3g}$$

Da sich an einer ebenen Fläche die optische Divergenz nicht ändert, erhält man für eine planconvexe oder planconcave Linse keine Aenderung der optischen Divergenz beim Durchgang durch die ebene Fläche, also bei einer dünnen Linse aus Gleichung 3f, wenn man mit $n_{,}$ dividirt:

$$\alpha + \beta = \frac{n_{,,} - n_{,}}{n_{,} r}\sigma = \frac{\sigma}{F}.$$

ganz analog dem Verhalten der Kugelspiegel.

Für Anfänger, denen man nur die Gesetze der Brechung für sehr dünne Linsen entwickeln will, kann man dieses Gesetz der Aenderung der Divergenz leicht direct entwickeln, indem man die brechende Stelle der Linse als ein schwach prismatisches Glasstück betrachtet, und die Ablenkung der Strahlen, die unter kleinen Einfallswinkeln durch ein solches gehen, zuerst entwickelt. Diese Ablenkung ist bekanntlich für kleine Einfallswinkel unabhängig von der Grösse des Einfallswinkels und gleich $(n-1)\,\omega$, wenn ω der brechende Winkel des Prisma und n sein Brechungsverhältniss ist. Ich finde, dass durch dieses Verfahren die Analogie der Wirkungen verschiedener Arten von Linsen und Spiegeln, sowie das Gesetz für die Lage der Bilder am einfachsten und übersichtlichsten hervortritt.

1867.

Abbildung flächenhafter Objecte durch eine brechende Kugelfläche.

Ist neben dem bisher betrachteten einzelnen leuchtenden Punkte p noch ein zweiter s vor der brechenden Kugelfläche in gleicher Entfernung wie p von deren Mittelpunkt a, so wird s sein Bild t in der durch den Mittelpunkt a gezogenen geraden Linie haben und at wird gleich av werden. Es liegen also die Objectpunkte auf einer, die Bildpunkte auf einer anderen, mit der brechenden Fläche concentrischen Kugelfläche.

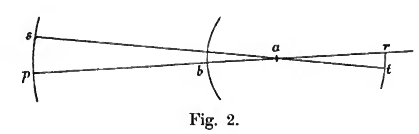


Fig. 2.

Da man das Bild jedes Objectpunktes, der auf der ersteren Fläche liegt, dadurch findet, dass man von ihm eine gerade Linie nach dem Krümmungsmittelpunkt zieht und diese verlängert, bis sie die kugelige Bildfläche trifft, so ist das Bild ein geometrisch ähnliches Abbild des Objectes, dessen entsprechende lineare Dimensionen $\beta_{,}$ und $\beta_{,,}$ sich wie die Abstände vom Kugelmittelpunkte $g_{,}$ und $g_{,,}$ verhalten. Da das

Bild verkehrt ist, wenn $g_{,}$ und $g_{,,}$ gleiches Zeichen haben, schreiben wir

$$-\frac{\beta_{,}}{\beta_{,,}} = \frac{g_{,}}{g_{,,}} \Big\} \qquad (6.)$$

Nun ist aber zu bemerken, dass jeder leuchtende Punkt des Objectes nur dann ein annähernd punktförmiges Bild nach der Brechung hat, wenn die Einfallswinkel für sämmtliche Punkte des kleinen zur Brechung der Strahlen benutzten Stückes der Kugelfläche hinreichend klein sind. Daraus folgt, dass der Winkel *sap* = *rat* sehr klein bleiben muss. Dann aber sind die dem Object und Bild angehörigen sehr kleinen Theile der beiden Kugelflächen nicht merklich von einer zur Axenlinie *ap* normal gerichteten kleinen ebenen Fläche verschieden, und 47
man erlaubt sich also die Krümmung derselben zu vernachlässigen und sie als eben anzusehen. Die Axe *ab* wird dann auch bei einer einzelnen brechenden Fläche dadurch annähernd festgelegt sein, dass der Punkt *b*, wo sie die brechende Fläche schneidet, nahe der Mitte ihrer Apertur gelegen sein muss. Genau dieselbe Betrachtung lässt sich auf die Bilder von Kugelspiegeln anwenden.

Die Gleichung 6) verbunden mit 2c), 3a), 3b) und 3c), ergiebt:

$$\frac{\beta_{,,}}{\beta_{,}} = \frac{G_{,,}}{G_{,} - g_{,}} = \frac{G_{,,} - g_{,,}}{G_{,}} \Big\} \qquad (6a)$$

oder

$$\frac{\beta_{,,}}{\beta_{,}} = \frac{F_{,}}{F_{,} - f_{,}} = \frac{F_{,,} - f_{,,}}{F_{,,}} \Big\} \qquad (6b).$$

Wenn die brechende Fläche eben ist, werden die Brennweiten unendlich gross, und die Gleichung 6b) verwandelt sich in:

$$\frac{\beta_{,,}}{\beta_{,}} = 1 \Big\} \qquad (6c).$$

Das Bild, welches eine ebene brechende Fläche entwirft, 48
ist also so gross wie sein Object.

Verallgemeinerung der bisher gewonnenen Formeln. Wir wollen zunächst die (vorher definirten) Begriffe der Brennpunkte, Hauptpunkte und Knotenpunkte auf unseren Fall anwenden.

Die Brennpunkte sind diejenigen, in denen sich Strahlen vereinigen, die im ersten oder zweiten Mittel parallel der Axe verlaufen. Die Entfernungen der beiden Brennpunkte $F_{,}$ und $F_{,,}$ von dem Scheitel der brechenden Fläche, und $G_{,}$ und $G_{,,}$ von deren Mittelpunkte sind schon oben in den Gleichungen 3a) und 3b) gefunden, und dadurch ist die Lage der Brennpunkte bestimmt.

Die Brennebenen sind senkrecht zur Axe durch die Brennpunkte gelegte Ebenen. Da das Bild jedes Brennpunktes in unendlicher Entfernung liegt, so muss dasselbe auch für solche Punkte der Brennebenen der Fall sein, welche der Axe nahe genug sind, um regelmässige Bilder geben zu können. Strahlen, die von einem Punkte einer Brennebene ausgehen, werden also nach der Brechung parallel sein.

Die Hauptpunkte und die durch sie senkrecht zur Axe gelegten Hauptebenen sind dadurch charakterisirt, dass Bilder, die in den Hauptebenen liegen, gleich gerichtet und gleich gross sind. Für die Hauptebenen muss also $\beta_{,} = \beta_{,,}$ sein. Das kann nach den Gleichungen 6b) nur der Fall sein, wenn $f_{,} = 0$ und $f_{,,} = 0$, was laut derGleichungen 3d) stets gleichzeitig der Fall sein muss. Beide Hauptpunkte fallen also in unserem Falle zusammen in den Punkt, wo die Axe die brechende Fläche schneidet, und dieser Hauptpunkt ist sein eigenes Bild.

Die Knotenpunkte sind dadurch definirt, dass jeder Strahl, der vor der Brechung durch den ersten geht, nach der Brechung durch den zweiten geht, und dabei seiner ersten Richtung parallel bleibt. Auch diese beiden fallen in einen Punkt, nämlich den Mittelpunkt der Kugel zusammen. Denn ein Strahl, der im ersten Mittel auf den Mittelpunkt der Kugel zugeht, geht ungebrochen durch die Fläche, geht also auch im zweiten Mittel durch den Mittelpunkt, und ist seiner früheren Richtung parallel.

Die Lage der conjugirten Bilder bezogen auf andere conjugirte Bilder.

Wir haben unter 3c) zwei Gleichungen ganz ähnlicher Form aufgestellt, bei denen aber die Entfernungen der Bilder von ver-

schiedenen Punkten aus gemessen waren. Gleichungen von derselben einfachen Form erhalten wir immer, wenn wir die Entfernungen der Vereinigungspunkte, welche dem ersten Mittel

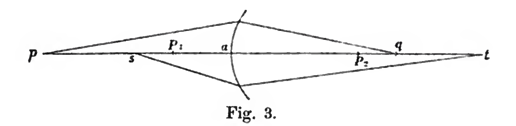


Fig. 3.

angehören, von einem beliebigen Punkte s Fig. 3 der Centrallinie ap an messen, und von dem Bilde t dieses Punktes aus die Entfernungen der Vereinigungspunkte, die dem zweiten Mittel angehören.

Ist also t das Bild von s, q das Bild von p, P_1 der erste, P_2 der zweite Hauptbrennpunkt, und bezeichnen wir:

sa mit f_1,	P_1a mit F_1,
ta mit f_2,	P_2a mit F_2,
pa mit φ_1,	
qa mit φ_2,	
ps mit h_1,	qt mit $-h_2$,
P_1s mit $-H_1$,	qP_2 mit $-H_2$,

so ist:

$$\alpha)\quad \frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1,$$ 49

$$\beta)\quad \frac{F_1}{\varphi_1} + \frac{F_2}{\varphi_2} = 1,$$

$$\gamma)\quad \varphi_1 - f_1 = h_1,$$

$$\delta)\quad \varphi_2 - f_2 = h_2,$$

$$\varepsilon)\quad F_1 - f_1 = H_1,$$

$$\zeta)\quad F_2 - f_2 = H_2.$$

Setzt man aus γ und δ die Werthe von φ_1 und φ_2 in β, so erhält man:

$$\frac{F_1}{h_1 + f_1} + \frac{F_2}{h_2 + f_2} = 1$$

oder

$$F_1(h_2 + f_2) + F_2(h_1 + f_1) = (h_1 + f_1)(h_2 + f_2).$$

Subtrahirt man hiervon die aus α abzuleitende Gleichung:

$$F_1 f_2 + F_2 f_1 = f_1 f_2,$$

so erhält man als Rest:

$$F_1 h_2 + F_2 h_1 = h_1 h_2 + h_1 f_2 + h_2 f_1$$

oder

$$(F_1 - f_1) h_2 + (F_2 - f_2) h_1 = h_1 h_2,$$

was vermöge der Gleichungen ε und ζ sich verwandelt in:

$$H_1 h_2 + H_2 h_1 = h_1 h_2$$

oder

$$\left.\frac{H_1}{h_1} + \frac{H_2}{h_2} = 1\right\} \quad (7).$$

Wenn man also als Ausgangspunkte für die Messung der Abstände irgend ein Paar zusammengehöriger Vereinigungspunkte von Lichtstrahlen benutzt, kommt man immer wieder zu derselben einfachen Formel zurück. Da in der brechenden Fläche selbst und in ihrem Mittelpunkte der leuchtende Punkt mit seinem Gegenstande zusammenfällt, sind diese beiden Punkte ihre eigenen Bilder, und die Formeln 3c) bilden deshalb nur specielle Fälle von 7).

Einfachste Formeln für die Lage der Bilder bezogen auf die Brennpunkte.

Wenn man den Punkt s in den ersten Brennpunkt verlegt, wird die Gleichung 7) unbrauchbar, weil H_2 und h_2 unendlich gross werden. Man findet aber die entsprechende Gleichung leicht aus der ersten der Gleichungen 3d)

$$f_{,} = \frac{F_{,} f_{,,}}{f_{,,} - F_{,,}}.$$

Zieht man von beiden Seiten $F_{,}$ ab, so erhält man:

$$\left. f_{,} - F_{,} = \frac{F_{,} F_{,,}}{f_{,,} - F_{,,}} \right\} \quad (7a).$$

Setzen wir hier $f_{,} - F_{,} = l_{,}$, und $f_{,,} - F_{,,} = l_{,,}$, wobei $l_{,}$ die Entfernung des leuchtenden Punktes vom ersten Brennpunkte aus nach vorn gerechnet, $l_{,,}$ die Entfernung seines Bildes vom zweiten Brennpunkte aus nach hinten sein würde, so erhalten

wir die einfachste Form, in der sich das Gesetz für die Lage der Bilder darstellen lässt:

$$l_{,} l_{,,} = F_{,} F_{,,} \Big\} \qquad (7\text{b}).$$

In derselben Bezeichnungsweise wird das Gesetz für die 50
Grösse der Bilder, die Gleichung 6b):

$$\left.\begin{aligned} \frac{\beta_{,}}{\beta_{,,}} &= -\frac{l_{,}}{F_{,}} \\ \text{oder} \quad \frac{\beta_{,,}}{\beta_{,}} &= -\frac{l_{,,}}{F_{,,}} \end{aligned}\right\} \qquad (7\text{c}).$$

Beziehung zwischen der Grösse der Bilder und Convergenz der Strahlen.

Es sei in Fig. 4 pq die Axe, sp ein Object und qr sein Bild. Wir wollen die Winkel α_1 und α_2 bestimmen, welche einer der von p ausgehenden Strahlen pc vor und nach der

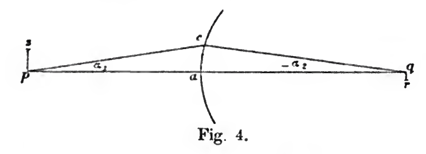


Fig. 4.

Brechung mit der Axe macht, und diese Winkel positiv rechnen, wenn der Strahl sich in Richtung der als positiv gerechneten Bilder von der Axe entfernt. Es ist also $\angle\, cpa = \alpha_1$, $\angle\, cqa = -\alpha_2$. Es sei ferner, wie bisher, $sp = \beta_1$, $qr = -\beta_2$, $ap = f_1$, $aq = f_2$. Da die Einfallswinkel der Strahlen an der brechenden Fläche immer sehr klein bleiben sollen, muss $c\,a$ ein sehr kleiner Bogen sein, den wir annähernd als eine gegen die Axe senkrechte gerade Linie betrachten können. Wir können also setzen:

$$ac = f_1 \operatorname{tg} \alpha_1,$$
$$ac = -f_2 \operatorname{tg} \alpha_2,$$

also

$$f_1 \operatorname{tg} \alpha_1 = -f_2 \operatorname{tg} \alpha_2 \Big\} \qquad (\text{A}_,)$$

Wir haben ferner nach 3d) und 6b):

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{F_2}{f_1 - F_1} = \frac{f_2 - F_2}{F_1},$$

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{F_1}{F_1 - f_1} = \frac{F_2 - f_2}{F_2}$$

und $F_2/F_1 = n_2/n_1$ nach 3a) und 3b). Daraus folgt:

$$\frac{f_2}{f_1} = -\frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\beta_2}{\beta_1}.$$

Dies in die Gleichung A gesetzt, giebt:

$$n_1 \beta_1 \operatorname{tg} \alpha_1 = n_2 \beta_2 \operatorname{tg} \alpha_2 \;\} \qquad (7\,d).$$

Diese Gleichung spricht ein wichtiges, von *Lagrange* aufgestelltes Gesetz aus, welches die Grösse der Bilder mit der Divergenz der Strahlen verknüpft, unabhängig von der Entfernung und der Brennweite der brechenden Fläche.

Brechung in Systemen von Kugelflächen.

Wir wollen jetzt die Gesetze der Brechung in centrirten optischen Systemen untersuchen, d. h. solchen, welche eine Reihe von brechenden Kugelflächen enthalten, deren Mittelpunkte alle in einer geraden Linie, der *optischen Axe* des Systems, liegen.

51 *Vorn* nennen wir in Bezug auf das System die Seite, von der das Licht herkommt, *hinten* die, wo es hingeht. Die brechende Fläche, welche das Licht zuerst trifft, ist die *erste*, das Medium, welches vor der ersten brechenden Fläche gelegen ist, das *erste*, das zwischen der ersten und zweiten gelegene das *zweite*, das hinter der letzten, das *letzte*. Wenn wir m brechende Flächen haben, so haben wir $m+1$ brechende Medien. Es sei n_1 das Brechungsverhältniss des ersten, n_2 des zweiten, n_{m+1} des letzten brechenden Mittels. Wie bisher nehmen wir die Radien der brechenden Flächen positiv, wenn deren Convexität nach vorn, negativ, wenn sie nach hinten sieht. Auch bemerke ich hier gleich ein für alle Mal, dass, wenn von einem Strahlencentrum oder Bilde gesprochen wird, welches in einem gewissen brechenden Mittel liege, oder diesem angehöre, darunter

auch stets der Fall mitverstanden ist, wo das Bild potentiell ist, und erst durch Verlängerung der Strahlen über die Grenzen des Mittels hinaus entstehen würde.

Zunächst wissen wir aus der bisherigen Untersuchung, dass homocentrische Strahlen, welche unter kleinen Einfallswinkeln auf kugelige brechende Flächen fallen, homocentrisch bleiben. Daraus folgt, dass homocentrische Strahlen, welche unter kleinen Winkeln gegen die Axe in das optische System eintreten, nach jeder Brechung homocentrisch bleiben, und eben so aus der letzten brechenden Fläche wieder heraustreten. Wenn das einfallende Licht einer Anzahl von Vereinigungspunkten angehört, welche alle in einer auf der optischen Axe senkrechten Ebene liegen, so wissen wir ferner, dass nach der ersten Brechung die Vereinigungspunkte wieder alle in einer auf der optischen Axe senkrechten Ebene liegen und ihre Vertheilung der früheren geometrisch ähnlich ist. So wird es daher auch nach jeder folgenden Brechung sein, und auch das letzte Bild wird dem ursprünglichen geometrisch ähnlich sein, und wie dieses in einer auf die optische Axe senkrechten Linie liegen.

Indem man nun das Bild, welches von der ersten brechenden Fläche entworfen ist, als den Gegenstand für die zweite betrachtet, das Bild der zweiten als den Gegenstand der dritten u. s. w., kann man ohne besondere Schwierigkeit schliesslich Grösse und Lage des letzten Bildes berechnen. Allerdings werden aber die Formeln schon bei einer mässigen Zahl brechender Flächen bald sehr weitläufig.

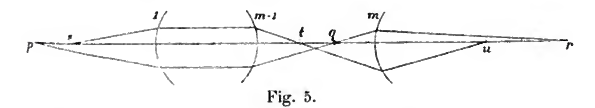


Fig. 5.

Hier kommt es uns nur darauf an, einige allgemeine Gesetze zu beweisen, welche für jede beliebige Zahl brechender Flächen gültig sind, was uns für das Auge desto wichtiger ist, da dieses in den verschiedenen Schichten der Krystalllinse unendlich viele brechende Flächen enthält, die Rechnung auf dem angedeuteten Wege also doch nicht zu Ende zu führen sein würde.

1. Zuerst will ich zeigen, dass das in Gleichung 7) für eine Fläche ausgesprochene Gesetz auch für beliebig viele gilt.

Es sei in Fig. 5 die mit 1 bezeichnete brechende Fläche die erste, die mit $(m-1)$ bezeichnete die vorletzte, die mit m bezeichnete die letzte Fläche des Systems. Wenn s der Vereinigungspunkt der eintretenden Strahlen ist, sei u der der austretenden, wenn p der der eintretenden ist, sei r der der austretenden. Wir bezeichnen ps mit h_1, ur mit h_{m+1}, so will ich beweisen, dass

$$\frac{H_1}{h_1} + \frac{H_2}{h_{m+1}} = 1,$$

52 wo H_1 der Abstand des ersten Hauptbrennpunktes von s, H_2 der des zweiten von u ist.

Um das Gesetz allgemein zu beweisen, werde ich zeigen, dass, wenn es für ein System von $(m-1)$ Flächen richtig ist, es auch für m Flächen gilt. Da es nun für eine Fläche bewiesen ist, folgt dann, dass es auch für zwei, und wenn für zwei, auch für drei u. s. w. *in infinitum* richtig sei.

Das System der $(m-1)$ ersten Flächen entwerfe von dem Punkte s das Bild t, und von dem Punkte p das Bild q, und tq werde bezeichnet mit h_m. Die Entfernungen der Hauptbrennpunkte des Systems der $(m-1)$ Flächen von den Punkten s und t seien beziehlich L_1 und L_2, die Entfernungen der Hauptbrennpunkte der letzten $m$ten Fläche von den Punkten t und u seien beziehlich M_1 und M_2, wobei alle diese Entfernungen immer von den Punkten s, t und u aus in der Richtung positiv gerechnet werden, in welcher das brechende Medium, dem die betreffenden Strahlenbündel angehören, von den betreffenden brechenden Flächen oder Systemen liegt. Nun haben wir nach der Voraussetzung:

$$\frac{L_1}{h_1} + \frac{L_2}{h_m} = 1,$$

und für die Brechung in der letzten Fläche:

$$-\frac{M_1}{h_m} + \frac{M_2}{h_{m+1}} = 1.$$

Wenn wir die erste dieser Gleichungen mit L_2, die zweite mit M_1 dividiren, und beide addiren erhalten wir:

$$\frac{L_1}{L_2} \cdot \frac{1}{h_1} + \frac{M_2}{M_1} \frac{1}{h_{m+1}} = \frac{1}{L_2} + \frac{1}{M_1}$$

oder

$$\frac{M_1 L_1}{M_1 + L_2} \cdot \frac{1}{h_1} + \frac{M_2 L_2}{M_1 + L_2} \frac{1}{h_{m+1}} = 1.$$

Setzen wir $h_1 = \infty$, wobei $h_{m+1} = H_2$ werden muss, so ergiebt diese Gleichung:

$$H_2 = \frac{M_2 L_2}{M_1 + L_2},$$

und setzen wir $h_{m+1} = \infty$, wobei $h_1 = H_1$ werden muss, so ergiebt sich:

$$H_1 = \frac{H_1 L_1}{M_1 + L_2},$$

also schliesslich

$$\frac{H_1}{h_1} + \frac{H_2}{h_{m+1}} = 1 \quad (8)$$

wie zu beweisen war.

Diese Gleichung liefert für jeden reellen Werth zwischen $+\infty$ und $-\infty$ von h_1 einen und nur einen von h_{m+1}, und eben so für jeden der letzteren Grösse einen und nur einen von h_1. Der erste wie der letzte Vereinigungspunkt können also an jeder Stelle der Axe liegen, und sobald der eine gegeben ist, ist auch die Lage des anderen eindeutig bestimmt.

2. *Jedes optische System hat zwei und nur zwei zusammengehörige Vereinigungspunkte der Lichtstrahlen, in denen die Grösse eines auf die Axe senkrechten ebenen Bildes der des zugehörigen Gegenstandes gleich wird.* Wir nennen die Ebene eines solchen 53
Gegenstandes die *erste* und die des zugehörigen Bildes die *zweite Hauptebene* des Systems, und die beiden Punkte, wo sie die optische Axe schneiden, beziehlich den *ersten* und *zweiten Hauptpunkt*. Die zu den Hauptpunkten gehörigen Hauptbrennweiten sind den zugehörigen Brechungsverhältnissen des ersten und letzten Mittels proportional.

Es sei sp Fig. 6 der abgebildete Gegenstand, p ein Punkt desselben in der Axe, s ein anderer seitlich davon. Wenn wir den Gegenstand längs der Axe verschieben, sodass er immer sich selbst parallel bleibt, so wird sich der Punkt s in der mit der Axe parallelen Linie st bewegen. Der Lichtstrahl st wird

also stets dem Punkte s angehören, welches auch die Entfernung pq sein möge. Die der Axe parallelen Lichtstrahlen werden nun durch das brechende System so gebrochen, dass sie schliesslich durch den zweiten Hauptbrennpunkt P_2 gehen.

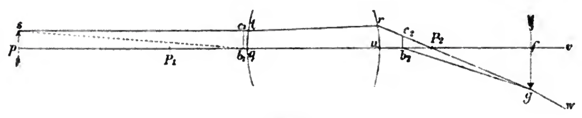


Fig. 6.

Es sei rw der Gang des Lichtstrahls st nach der letzten Brechung. Da st stets dem leuchtenden Punkte s angehört, muss rw stets dem Bilde dieses Punktes angehören, d. h. das Bild von s muss in rw liegen. Es sei fg das Bild von sp, welches nach dem Vorausgeschickten senkrecht gegen die Axe uv sein muss. Wenn p sich längs der Axe verschiebt, wird sich auch f längs uv, und g längs rw verschieben, und es ist ersichtlich, dass die Grösse des Bildes fg sich hierbei proportional dem Abstande $P_2 f$ ändern muss, wie dasselbe für eine einfache brechende Fläche oben in den Gleichungen 6a) und 6b) ausgesprochen ist. Da ferner aus Gleichung 8) zu ersehen ist, dass die Entfernung $P_2 f$ jeden beliebigen Werth zwischen $+\infty$ und $-\infty$ annehmen kann, so wird auch die Grösse des Bildes, wenn wir die eines umgekehrten Bildes negativ bezeichnen, jeden zwischen diesen Grenzen liegenden Werth annehmen können, und einen jeden nur einmal annehmen können. Es wird also auch seinem Gegenstande sp an einer und nur an einer Stelle gleich werden müssen; es sei $c_1\, b_1$ in diesem Falle der Gegenstand und $c_2\, b_2$ das ihm gleiche Bild, so bezeichnen diese beiden Linien die Lage der sogenannten Hauptebenen des Systems.

Bezeichnen wir nun:

$$sp = c_2 b_2 = \beta_1,$$
$$fg = -\beta_2,$$
$$b_1 P_1 = F_1, \qquad b_1 p = f_1,$$
$$b_2 P_2 = F_2, \qquad b_2 f = f_2,$$

so ist:

$$\frac{c_2 b_2}{fg} = \frac{b_2 P_2}{P_2 f}$$

oder

$$-\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{F_2}{f_2 - F_2},$$

und da nach Gleichung (8):

$$\left.\frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1 \right\} \qquad (8\text{a})$$

so erhält man entsprechend der für eine brechende Fläche gel- 54
tenden Gleichung (6b):

$$\left.\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{F_2}{F_2 - f_2} = \frac{F_1 - f_1}{F_1} \right\} \qquad (8\text{b})$$

Nennen wir die Entfernung der zusammengehörigen Bilder von den Brennpunkten l_1 und l_2, sodass also:

$$l_1 = f_1 - F_1,$$
$$l_2 = f_2 - F_2,$$

so erhalten wir aus der Gleichung (8a) in derselben Weise die einfachste Form für das Gesetz der Lage der Bilder eines zusammengesetzten Systems, wie wir für die einer einzelnen Fläche aus Gleichung (3d) die (7b) erhalten haben, nämlich:

$$\left. l_1 l_2 = F_1 F_2 \right\} \qquad (8\text{c})$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\beta_1}{\beta_2} &= -\frac{l_1}{F_1} \\ \frac{\beta_2}{\beta_1} &= -\frac{l_2}{F_2} \end{aligned}\right\} \qquad (8\text{d})$$

Um endlich das Verhältniss der Grössen F_1 und F_2 zu finden, wenden wir das in der Gleichung 7d) ausgesprochene Gesetz auf den Strahl an, welcher vor der Brechung durch s und b_1, nach der Brechung also durch b_2 und g geht.

Nennen wir die Grösse eines in der ersten Hauptebene enthaltenen Bildes $\gamma_{,}$, die Reihe der Bilder, welche bei den einzelnen Brechungen in dem Systeme gebildet werden, $\gamma_{,,}$, $\gamma_{,,,}$ etc. und γ_{m+1} das in der zweiten Hauptebene nach der letzten Brechung entworfene. Nach der Definition der Hauptebenen ist $\gamma_{,} = \gamma_{m+1}$. Nennen wir ferner $\alpha_{,}$ den Winkel zwischen dem

Strahl $sb_,$ und der Axe im ersten Mittel, $\alpha_{,,}$, $\alpha_{,,}'$ u. s. w. in den folgenden Mitteln, α_{m+1} im letzten Mittel, sodass:

$$\angle\, sb_1p = -\alpha_,,$$
$$\angle\, gb_2f = -\alpha_{m+1}.$$

Nach der Gleichung (7d) ist:

$$n_,\gamma_, tg\,\alpha_, = n_{,,}\gamma_{,,} tg\,\alpha_{,,},$$
$$n_{,,}\gamma_{,,} tg_{,,}\alpha_{,,} = n_{,,,}\gamma_{,,,} tg\,\alpha_{,,,},$$

u. s. w., woraus folgt:

$$n_,\gamma_, tg\,\alpha_, = n_{m+1}\gamma_{m+1} tg\,\alpha_{m+1} \Big\} \tag{9}$$

oder da $\gamma_, = \gamma_{m+1}$, so ist:

$$n_, tg\,\alpha_, = n_{m+1} tg\,\alpha_{m+1} \Big\} \tag{9a}$$

Ferner ist mit Berücksichtigung der oben aufgestellten Bezeichnungen:

$$sp = \beta_1 \quad = -f_1\, tg\,\alpha_,,$$
$$fg = -\beta_2 = -f_2\, tg\,\alpha_{m+1},$$

folglich:

$$\frac{n_,\beta_1}{f_1} = -\frac{n_{m+1}\beta_2}{f_2}.$$

Setzt man in diese Gleichung aus (8a) den Werth von f_2, so erhält man:

$$\frac{n_,\beta_1}{f_1 - F_1} = -\frac{n_{m+1}\beta_2}{F_2},$$

55 und nach (8b) ist:

$$\frac{\beta_1}{f_1 - F_1} = -\frac{\beta_2}{F^1}.$$

Beide Gleichungen durch einander dividirt geben:

$$\frac{n_,}{n_{m+1}} = \frac{F_1}{F_2} \Bigg\} \tag{9c}$$

was zu beweisen war.

3. In jedem optischen Systeme giebt es ein und nur ein Paar von **Knotenpunkten**, welche die Eigenschaft haben, dass alle Lichtstrahlen, deren Richtung im ersten Mittel durch den ersten Knotenpunkt geht, nach der letzten Brechung eine

ihrer früheren parallele Richtung haben und durch den zweiten Knotenpunkt gehen. Die durch die Knotenpunkte senkrecht gegen die optische Axe gelegten Ebenen heissen die Knotenebenen. Da die im ersten Knotenpunkte sich schneidenden Lichtstrahlen sich also nach der letzten Brechung im zweiten schneiden, so ist der zweite offenbar das Bild des ersten. Die zu ihnen gehörigen Brennweiten verhalten sich umgekehrt wie die Brechungsverhältnisse des ersten und letzten Mediums.

Wir gehen von der in der vorigen Nummer gefundenen Gleichung 9) aus:

$$n_{,}\gamma_{,} tg\, \alpha_{,} = n_{m+1}\gamma_{m+1} tg\, \alpha_{m+1} \Big\} \qquad (9)$$

Wenn wir diese auf die Knotenpunkte beziehen, soll $\alpha_{,} = \alpha_{m+1}$ werden. Dies wird der Fall sein, wenn:

$$n_{,}\gamma_{,} = n_m \gamma_m.$$

Die Leardimensionen zweier zusammengehöriger in den Knotenebenen liegender Bilder verhalten sich also umgekehrt wie die zugehörigen Brechungsverhältnisse des ersten und letzten Mittels.

Da die Bilder desselben Gegenstandes $\gamma_{,}$ sich verhalten wie ihre Abstände vom zweiten Hauptbrennpunkte, so lässt sich dieser Abstand aus der Grösse des Bildes bestimmen. Fällt das Bild des Gegenstandes $\gamma_{,}$ in die zweite Hauptebene, so ist seine Grösse auch gleich $\gamma_{,}$, sein Abstand vom Brennpunkte F_2; fällt es in die zweite Knotenebene, so ist seine Grösse, wie eben bewiesen:

$$\gamma_{m+1} = \frac{n_{m+1}}{n_{,}}\gamma_{,}.$$

Sein Abstand vom Brennpunkte sei G_2, so ist:

$$\frac{\gamma_{,}}{\gamma_{m+1}} = \frac{F_2}{G_2},$$

also (9c):

$$G_2 = \frac{n_{,}}{n_{m+1}} F_2 = F_1 \Big\} \qquad (10a)$$

Der Abstand zwischen der zweiten Haupt- und Knotenebene ist danach:

$$\begin{aligned} a_2 &= F_2 - G_2 \\ &= F_2 - F_1 \end{aligned}$$

Die erste Knotenebene soll das Bild der zweiten sein. Nennen wir ihren Abstand von der ersten Hauptebene a_1, sodass:

$$a_1 = G_1 - F_1,$$

56 so ergiebt die Gleichung (8a):

$$-\frac{F_1}{a_1} + \frac{F_2}{a_2} = 1,$$

daher:

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= a_2 = F_2 - F_1 \\ G_1 &= F_2 \end{aligned}\right\} \qquad (10\text{b})$$

und

$$\left.\frac{G_1}{G_2} = \frac{n_m + 1}{n_1}\right\} \qquad (10\text{c})$$

Methoden, die Brenn-, Haupt- und Knotenpunkte eines aus zwei anderen zusammengesetzten centrirten Systems brechender Kugelflächen zu finden.

Es seien gegeben zwei centrirte optische Systeme A und B, welche dieselbe Axe haben. Es seien $p_,$ und $p_{,,}$, Fig. 7, die beiden Brennpunkte, $a_,$ und $a_{,,}$ die beiden Hauptpunkte des Systems A, $\pi_,$ und $\pi_{,,}$ die Brennpunkte, $\alpha_,$ und $\alpha_{,,}$ die Hauptpunkte von B. Der Abstand des ersten Hauptpunktes $\alpha_,$ des

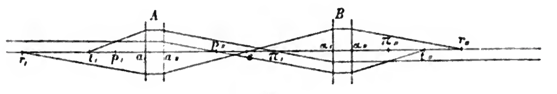


Fig. 7.

zweiten vom zweiten $a_{,,}$ des ersten Systems sei d, und dies werde positiv gerechnet, wenn, wie in Fig. 7, $\alpha_,$ hinter $a_{,,}$ liegt. Die Hauptbrennweiten des ersten Systems $a_,p_,$ und $a_{,,}p_{,,}$ bezeichnen wir mit $f_,$ und $f_{,,}$, die des zweiten $\alpha_,\pi_,$ und $\alpha_{,,}\pi_{,,}$ mit $\varphi_,$ und $\varphi_{,,}$.

Der erste Brennpunkt des combinirten Systems ist offenbar das Bild, welches das System A vom ersten Brennpunkte $\pi_,$ des Systems B entwirft. Ist $t_,$ dieser Punkt, so ist klar, wie auch durch den in der Figur von $t_,$ ausgehenden

Strahl angedeutet ist, dass Strahlen, welche von $t_{,}$ ausgehen, nach der Brechung im ersten Systeme A in $\pi_{,}$ sich vereinigen und nach der Brechung im zweiten parallel der Axe werden müssen, sodass also $t_{,}$ der Definition des vorderen Brennpunktes entspricht. Die Entfernung $a_{,,}\pi_{,}$ ist gleich $d - \varphi_{,}$; daraus ergiebt sich für $a_{,}t_{,}$ der Werth:

$$a_{,}t_{,} = \frac{(d-\varphi_{,})f_{,}}{d-\varphi_{,}-f_{,,}} \Big\} \tag{11a}$$

Ebenso ist der zweite Brennpunkt des combinirten Systems das Bild, welches das zweite System B von dem zweiten Brennpunkte $p_{,,}$ des ersten Systems entwirft. Es sei $t_{,,}$ der Ort dieses Bildes: so ist:

$$a_{,,}t_{,,} = \frac{(d-f_{,,})\varphi_{,,}}{d-\varphi_{,}-f_{,,}} \Big\} \tag{11b}$$

Die beiden Hauptpunkte des combinirten Systems sollen jeder des anderen Bild sein, und zwar bezieht sich der erste auf den Gang der Lichtstrahlen im ersten Medium, der zweite auf den im letzten. Die beiden Hauptpunkte müssen daher ein beiden gemeinsames Bild in dem mittleren Medium haben, was zwischen den beiden optischen Systemen vorhanden ist. Es sei dieses Bild s in Fig. 7, $r_{,}$ und $r_{,,}$ dagegen die Hauptpunkte des combinirten Systems. Wenn s das Bild von $r_{,}$ und $r_{,,}$ das Bild von s ist, ist auch $r_{,,}$ das Bild von $r_{,}$, und der ersten Bedingung für die beiden Hauptpunkte geschieht dadurch Genüge. Die zweite Bedingung für diese Punkte ist 57
die, dass zusammengehörige Bilder in den Hauptebenen gleich gross und gleich gerichtet seien. Es sei nun σ die Grösse eines Objectes in s, $\beta_{,}$ sein Bild entworfen vom System A in $r_{,}$, $\beta_{,,}$ sein Bild entworfen vom System B in $r_{,,}$, und x gleich der Länge $a_{,,}s$, dagegen y gleich $s\,a_{,}$, so ist nach (8b):

$$\frac{\beta_{,}}{\sigma} = \frac{f_2}{f_2 - x},$$

$$\frac{\beta_{,,}}{\sigma} = \frac{\varphi_{,}}{\varphi_{,} - y}.$$

Soll $\beta_{,} = \beta_{,,}$ sein, so muss:

$$\frac{f_2}{f_2 - x} = \frac{\varphi_{,}}{\varphi_{,} - y}$$

oder

$$\left.\frac{x}{f_2} = \frac{y}{\varphi_{,}}\right\} \qquad (11c)$$

oder

$$\frac{a_{,,}s}{a_{,,}p_{,,}} = \frac{\alpha_{,}s}{\alpha_{,}\pi_{,}}.$$

Um also den Punkt im mittleren Medium zu finden, dessen Bilder die beiden Hauptpunkte sind, theile man die Entfernung zwischen dem zweiten Hauptpunkte des ersten und ersten Hauptpunkte des zweiten Systems in zwei Theile, welche sich verhalten wie die zu diesen Hauptpunkten gehörigen Hauptbrennweiten der beiden Systeme.

Da $x + y = d$ ist nach (11c):

$$\frac{x}{f_{,,}} = \frac{d - x}{\varphi_{,}},$$

$$\frac{d - y}{f_{,,}} = \frac{y}{\varphi_{,}}.$$

Daraus folgt:

$$x = \frac{d f_{,,}}{\varphi_{,} + f_{,,}},$$

$$y = \frac{d \varphi_{,}}{\varphi_{,} + f_{,,}}.$$

Aus dem Werthe von x findet man die Entfernung $a_{,}r_{,} = h_{,}$ des ersten Hauptpunktes des combinirten Systems **vor** dem ersten Hauptpunkte des Systems A,

$$h_{,} = \frac{x f_{,}}{x - f_{,,}}$$

$$\left.h_{,} = \frac{d f_{,}}{d - \varphi_{,} - f_{,,}}\right\} \qquad (11d)$$

Ebenso die Entfernung $a_{,,}r_{,,} = h_{,,}$ des zweiten Hauptpunktes des combinirten Systems **hinter** dem zweiten Hauptpunkte des Systems B:

$$h_{,,} = \frac{\varphi_{,,} y}{y - \varphi_{,}},$$

$$\left.h_{,,} = \frac{d \varphi_{,,}}{d - \varphi_{,} - f_{,,}}\right\} \qquad (11e)$$

Daraus ergeben sich die Werthe $F_{,}$ und $F_{,,}$ der Hauptbrennweiten des combinirten Systems:

$$\left.\begin{aligned} F_{,} &= a_{,} t_{,} - a_{,} r_{,} \\ &= \frac{\varphi_{,} f_{,}}{\varphi_{,} + f_{,,} - d} \\ F_{,} &= a_{,,} t_{,,} - a_{,,} r_{,,} \\ &= \frac{\varphi_{,,} f_{,,}}{\varphi_{,} + f_{,,} - d} \end{aligned}\right\} \qquad (11f)$$

Hat man die Haupt- und Brennpunkte gefunden, so findet man die Knotenpunkte sehr leicht, da der Abstand des ersten Knotenpunktes vom ersten Brennpunkte gleich ist der zweiten Hauptbrennweite, der Abstand des zweiten Knotenpunktes vom zweiten Brennpunkte der ersten Hauptbrennweite.

Will man nur die Knotenpunkte, nicht die Hauptpunkte suchen, so kann man ein ähnliches Verfahren einschlagen wie für die Hauptpunkte, wobei man die Bedingung benutzt, dass die linearen Dimensionen zusammengehöriger Bilder in den Knotenebenen sich umgekehrt wie die Brechungsverhältnisse der betreffenden Media verhalten.

Es seien in Fig. 7 jetzt $a_{,}$ und $a_{,,}$, $\alpha_{,}$ und $\alpha_{,,}$ nicht mehr die Hauptpunkte, sondern die Knotenpunkte der beiden Systeme A und B, $r_{,}$ und $r_{,,}$ die Knotenpunkte des combinirten Systems, ihr gemeinsames Bild im mittleren Medium der Punkt s, sodass nun:

$$\begin{aligned} a_{,} p_{,} &= f_{,,} & \alpha_{,} \pi_{,} &= \varphi_{,,} \\ a_{,,} p_{,,} &= f_{,} & \alpha_{,,} \pi_{,,} &= \varphi_{,} \\ a_{,,} s &= x & \alpha_{,} s &= y. \end{aligned}$$

Es ist:

$$a_{,} r_{,} = \frac{x f_{,,}}{x - f_{,}}$$

$$\alpha_{,,} r_{,,} = \frac{y \varphi_{,}}{y - \varphi_{,,}}.$$

Ist nun σ die lineare Grösse eines Objectes im Punkte s des mittleren Mediums, $\beta_{,}$ die seines vom System A in $r_{,}$ entworfenen Bildes, $\beta_{,,}$ die seines vom System B in $r_{,,}$ entworfenen Bildes, so ist nach den bekannten Eigenschaften der Knotenpunkte:

$$\frac{\beta_{,}}{\sigma} = \frac{a_{,}r_{,}}{x} = \frac{f_{,,}}{x - f_{,}}$$

$$\frac{\beta_{,,}}{\sigma} = \frac{a_{,,}r_{,,}}{y} = \frac{\varphi_{,}}{y - \varphi_{,,}}.$$

Da nun in den Knotenebenen, wenn $n_{,}$ das Brechungsverhältniss des ersten, $n_{,,}$ des letzten, ν des mittleren Mittels ist, sein muss:

$$n_{,}\beta_{,} = n_{,,}\beta_{,,},$$

so folgt, dass:

$$\frac{n_{,}f_{,,}}{x - f_{,}} = \frac{n_{,,}\varphi_{,}}{y - \varphi_{,,}}.$$

59 Nun ist aber

$$n_{,}f_{,,} = \nu f_{,}$$

$$n_{,,}\varphi_{,} = \nu \varphi_{,,},$$

also

$$\frac{f_{,}}{x - f_{,}} = \frac{\varphi_{,,}}{y - \varphi_{,,}}$$

und

$$\frac{x}{f_{,}} = \frac{y}{\varphi_{,,}}$$

oder

$$\frac{a_{,,}s}{a_{,,}p_{,,}} = \frac{\alpha_{,}s}{\alpha_{,}\pi_{,}}.$$

Diese selbe Gleichung hatten wir aber auch gefunden in (11 c), als wir angenommen hatten, dass die Punkte $a_{,}$, $a_{,,}$, $\alpha_{,}$, $\alpha_{,,}$, $r_{,}$ und $r_{,,}$ Hauptpunkte seien. Zur Auffindung der Knotenpunkte des combinirten Systems verfährt man also ganz wie zur Auffindung seiner Hauptpunkte, nur dass man dabei von den Knotenpunkten der einzelnen Systeme, nicht von den Hauptpunkten ausgeht.

Wir wollen hier noch die Formeln für den einfachsten Fall hinschreiben, wo jedes der beiden verbundenen Systeme nur aus einer einzelnen Kugelfläche besteht. Es sei r_1 der Radius der ersten, r_2 der der zweiten Fläche, d ihr Abstand von einander, n_1 das Brechungsverhältniss des ersten, n_2 des zweiten, n_3 des dritten Mittels. Dann ist nach (3 a) und (3 b):

$$f_1 = \frac{n_1 r_1}{n_2 - n_1} \qquad \varphi_1 = \frac{n_2 r_2}{n_3 - n_2}$$

$$f_2 = \frac{n_2 r_1}{n_2 - n_1} \qquad \varphi_2 = \frac{n_3 r_2}{n_3 - n_2}.$$

Setzen wir der Kürze wegen

$$n_2 (n_3 - n_2) r_1 + n_2 (n_2 - n_1) r_2 - (n_3 - n_2)(n_2 - n_1) d = N,$$

so sind die Hauptbrennweiten:

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \frac{n_1 n_2 r_1 r_2}{N} \\ F_2 &= \frac{n_2 n_3 r_1 r_2}{N} \end{aligned} \right\} \qquad (12)$$

Die Entfernungen der Hauptpunkte h_1 und h_2 von den Flächen:

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= \frac{n_1 (n_2 - n_3) d r_1}{N} \\ h_2 &= \frac{n_3 (n_1 - n_2) d r_2}{N} \end{aligned} \right\} \qquad (12\,a)$$

Die Entfernung der Hauptpunkte von einander H:

$$H = d \,.\, \frac{(n_2 - n_1)(n_3 - n_2)(r_1 - r_2 - d)}{N} \Big\} \qquad (12\,b)$$

Für $d = o$ wird $h_1 = h_2 = H = o$:

$$F_1 = \frac{n_1 r_1 r_2}{(n_3 - n_2) r_1 + (n_2 - n_1) r_2}$$

$$F_2 = \frac{n_3 r_1 r_2}{(n_3 - n_2) r_1 + (n_2 - n_1) r_2}\,.$$

In dem besonderen Falle, wo $r_1 = r_2$, erhalten wir: 60

$$F_1 = \frac{n_1 r_1}{n_3 - n_1}$$

$$F_2 = \frac{n_3 r_1}{n_3 - n_1}\,.$$

Die Brennpunkte und Hauptpunkte sind dann also genau dieselben, als wäre nur eine brechende Fläche vorhanden; das Resultat ist unabhängig von n_2. Daraus folgt:

In einem Systeme von brechenden Kugelflächen können wir uns an jeder brechenden Fläche eine unendlich dünne, durch concentrische Kugelflächen begrenzte Schicht von beliebigem Brechungsverhältnisse eingeschoben denken, ohne die Brechung der Strahlen dadurch zu ändern.

Es wird uns dieser Satz später zur Vereinfachung mancher Betrachtungen dienen.

Endlich will ich noch die Formeln für Linsen mit zwei

kugeligen Begrenzungsflächen hersetzen, bei denen das erste und letzte Mittel einander gleich sind, also $n_1 = n_3$.

$$F_1 = F_2 = \frac{n_1 n_2 r_1 r_2}{(n_2 - n_1)[n_2(r_2 - r_1) + (n_2 - n_1) d]} \tag{13}$$

Die Entfernungen der Hauptpunkte, welche in diesem Falle mit den Knotenpunkten zusammenfallen, von den Linsenflächen sind:

$$\left.\begin{aligned} h_1 &= \frac{n_1 d r_1}{n_2(r_2 - r_1) + (n_2 - n_1) d} \\ h_2 &= -\frac{n_1 d r_2}{n_2(r_2 - r_1) + (n_2 - n_1) d} \end{aligned}\right\} \tag{13a}$$

Die Entfernung der Hauptpunkte von einander:

$$H = d \cdot \frac{(n_2 - n_1)(d + r_2 - r_1)}{n_2(r_2 - r_1) + (n_2 - n_1) d} \tag{13b}$$

Die beiden ersten sind positiv gerechnet, wenn sie ausserhalb der Linse liegen.

Den Punkt in der Linse, dessen Bilder die beiden Knotenpunkte sind, nennt man in diesem Falle das optische Centrum der Linse. Es liegt in der optischen Axe, und seine Entfernungen von den beiden Flächen verhalten sich zu einander wie die Radien dieser Flächen.

Da die Resultate der Brechung in einem optischen Systeme, was Grösse und Lage der Bilder betrifft, nur von der Lage der Brennpunkte und Hauptpunkte (oder Knotenpunkte) abhängen, so kann man ohne Aenderung der Lage und Grösse der Bilder zwei optische Systeme für einander substituiren, deren Brennpunkte und Hauptpunkte dieselbe Lage haben. Da das Verhältniss des Brechungsvermögens des ersten und letzten Mittels nicht geändert werden kann, ohne das Verhältniss der Hauptbrennweiten zu einander zu ändern, wollen wir voraussetzen, dass das erste und letzte Mittel bei einer solchen Substitution ungeändert bleibe. Dann braucht nur die eine Hauptbrennweite und der Abstand der Hauptpunkte von einander in dem einen System gleich den entsprechenden Grössen des anderen gemacht zu werden, um die beiden Systeme für einander substituiren zu können. In einem Systeme von nur zwei brechenden Flächen würde man zur Erfüllung dieser Bedingungen über 4 Grössen, r_1, r_2, n_2 und d, bestimmen können. Es kann daher für jedes centrirte System brechender

Kugelflächen ein System von nur zwei solchen Flächen gesetzt werden, welches ebenso grosse und 61
ebenso gelegene Bilder entwirft wie jenes, und im allgemeinen kann man dabei sogar noch immer zwei andere Bedingungen für das System von zwei Flächen aufstellen, z. B. dass es aus einem bestimmten Stoffe zu bilden sei u. s. w., und diese gleichzeitig erfüllen.

Für den Fall, wo das erste und letzte Mittel identisch sind, beide ein kleineres Brechungsvermögen haben als das mittlere Mittel, und der Abstand der brechenden Flächen kleiner ist als die Krümmungsradien, also für die sogenannten *Linsen*, will ich hier noch die einzelnen Fälle durchgehen, weil wir auf dergleichen Linsen oft zurückkommen werden.

Man unterscheidet nach der Gestalt 1) *biconvexe Linsen*, bei denen beide Flächen convex, also r_1 positiv, r_2 negativ ist; die Brennweite ist immer positiv nach Gleichung (13). Die Abstände der Hauptpunkte von den Flächen sind negativ, d. h. diese Punkte liegen innerhalb der Linse, und der Abstand der Hauptpunkte von einander ist positiv, d. h. der erste liegt vor dem zweiten. In Fig. 8 ist die Lage der Brennpunkte $p_1 p_2$ und der Hauptpunkte h_1 und h_2 einer biconvexen Linse dargestellt. Die erste und zweite Fläche der Linse sind mit 1 und 2 bezeichnet. Ein Grenzfall der biconvexen Linsen sind die planconvexen, bei denen einer der Radien unendlich gross wird und ein Hauptpunkt in die gekrümmte Fläche der Linse fällt.

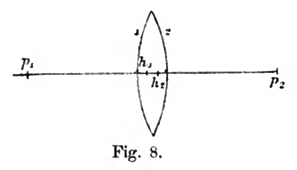


Fig. 8.

2) *Biconcave Linsen* mit zwei concaven Flächen; r_1 ist negativ, r_2 positiv. Die Brennweiten sind negativ, die Abstände der Hauptpunkte von den Flächen beide negativ, d. h. die Hauptpunkte liegen innerhalb der Linse. Ihr Abstand ist positiv, d. h. der erste liegt vor dem zweiten. Fig. 9 stellt die Lage der Hauptpunkte h_1 und h_2, sowie der Brennpunkte p_1 und p_2 einer biconcaven Linse dar. Einen Grenzfall bilden die planconcaven Linsen, bei denen einer der Radien unend-

lich wird und einer der Hauptpunkte in die gekrümmte Fläche fällt.

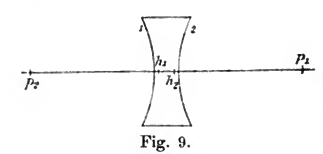


Fig. 9.

3) Concavconvexe Linsen, beide Radien entweder positiv oder negativ. Wir wollen das erstere annehmen; der zweite Fall ergiebt sich aus diesem sogleich, wenn wir nachher die erste Seite der Linse zur zweiten machen. Die Brennweite wird positiv, wenn:

$$n_2(r_2 + d - r_1) > n_1 d;$$

sie wird unendlich, wenn beide Seiten der Gleichung gleich sind; sie wird negativ, wenn der Ausdruck links kleiner als der rechts ist. Der Ausdruck $r_2 + d - r_1$ ist der Abstand des Krümmungsmittelpunktes der zweiten Fläche von dem der ersten nach hinten gerechnet. Liegt der zweite Mittelpunkt hinter dem ersten, so wird die Linse von ihrer Mitte nach dem Rande zu dünner; liegt jener vor dem ersten, so wird sie dicker. Man kann also sagen: Wird eine concavconvexe Linse nach dem Rande zu dicker, so ist ihre Brennweite negativ, und soll ihre Brennweite positiv sein, so muss sie nach dem Rande hin dünner werden. Aber man darf beide Sätze nicht umkehren, wie es oft geschieht.

Der erste Hauptpunkt liegt vor der convexen Fläche (d. h. an ihrer convexen Seite), wenn die Brennweite positiv ist, entfernt sich sehr weit bis in das Unendliche, wenn die Brennweite selbst sehr gross und unendlich wird. Wird die Brennweite negativ, so liegt der erste Hauptpunkt hinter der con-
62 vexen Fläche der Linse, d. h. auf ihrer concaven Seite, ebenfalls unendlich weit entfernt, wenn die Brennweite unendlich sein sollte.

Der zweite Hauptpunkt liegt vor der concaven Fläche der Linse, d. h. auf ihrer convexen Seite, wenn die Brennweite der Linse positiv, er liegt hinter dieser Fläche, wenn die Brennweite negativ ist, und rückt ebenfalls in das Unendliche hinaus, wenn die Brennweite unendlich gross wird. Bei einer positiven

Brennweite liegt der zweite Hauptpunkt immer hinter dem ersten, d. h. der Linse näher. Bei einer negativen liegt er hinter dem ersten, d. h. der Linse ferner, wenn die Linse nach ihrem Rande zu dicker wird; er liegt dagegen vor dem ersten, wenn die Linse bei negativer Brennweite von der Mitte nach dem Rande dünner wird; er fällt mit ihm zusammen, wenn die beiden Linsenflächen concentrischen Kugeln angehören, und zwar liegen beide Hauptpunkte dann in dem gemeinschaftlichen Centrum der Kugeln.

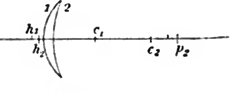


Fig. 10.

Fig. 10 stellt eine concavconvexe Linse von positiver Brennweite dar, Fig. 11 eine solche von negativer

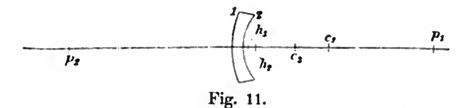


Fig. 11.

Brennweite, die nach dem Rande zu dicker wird, Fig. 12 eine solche von negativer Brennweite, welche nach dem Rande zu

Fig. 12.

dünner wird. Der Krümmungsmittelpunkt der ersten Fläche ist mit c_1, der der zweiten mit c_2 bezeichnet. Ich bemerke noch, dass die Brennpunkte nie in die Linse und stets auf entgegengesetzte Seiten derselben fallen. Was die Lage der Bilder betrifft, so verwandelt sich die Gleichung (8a) und (8b), wenn die beiden Brennweiten gleich werden, in folgende:

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F} \tag{14}$$

oder

$$f_2 = \frac{F f_1}{f_1 - F} \tag{14a}$$

und

$$\left.\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{F}{F - f_1} = \frac{F - f_2}{F}\right\} \qquad (14b).$$

Bei Linsen mit positiver Brennweite (Sammellinsen, Collectivlinsen) liegen nach diesen Formeln die Bilder unendlich weit entfernter reeller Objecte, für welche also $f_1 = \infty$, im zweiten Brennpunkte hinter der Linse und sind im Verhältniss zum Objecte unendlich klein und umgekehrt. Wenn das Object sich der Linse nähert, entfernen sich die Bilder von ihr, bleiben reell, umgekehrt und nehmen an Grösse zu, bis $f_1 = F$ geworden, das Object also in den vorderen Brennpunkt gerückt ist, wo die Entfernung und Grösse des Bildes unendlich werden. Man ersieht dies leicht aus Gleichung (14), die man so schreiben kann:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{F} - \frac{1}{f_1}.$$

63 Wenn f_1 abnimmt von ∞ bis F, nimmt $1/f_1$ zu von 0 bis $1/F$, und $1/f_2$ nimmt ab von $1/F$ bis 0, d. h. f_2 nimmt zu von F bis ∞. Die Grösse des Bildes:

$$\beta_2 = -\beta_1 \frac{F}{f_1 - F}$$

ist immer negativ, so lange $f_1 > F$. Wenn f_1 von ∞ abnimmt bis F, nimmt der Nenner des Bruches ab von ∞ bis 0, und β_2 geht über von 0 bis $-\infty$.

Ebenso findet man nun weiter, dass, wenn das Object vom ersten Brennpunkte zum ersten Hauptpunkte fortrückt, f_2 von $-\infty$ bis 0 geht, d. h. das Bild, welches nun meist virtuell ist und auf derselben Seite der Linse mit dem Objecte liegt, aus unendlicher Entfernung bis zum zweiten Hauptpunkte heranrückt und dabei eine positive Grösse hat, d. h. aufrecht steht, und von $+\infty$ bis zu einer dem Objecte gleichen Grösse abnimmt.

Endlich kann f_1 auch negativ werden, wobei meist das Object virtuell wird; dann ist f_2 stets positiv und kleiner als f_1, das Bild aufrecht und kleiner als das Object. Während f_1 von 0 bis $-\infty$, geht f_2 von 0 bis F, β_2 von β_1 bis 0.

Man kann also sagen: Sammellinsen machen parallel eintretende Strahlen convergent und vereinigen sie in der

Brennebene; sie machen convergente Strahlen noch convergenter und divergente Strahlen weniger divergent oder auch convergent, ersteres, wenn sie von einem Punkte jenseits des Brennpunktes divergiren, letzteres, wenn von einem solchen diesseits des Brennpunktes.

Linsen von negativer Brennweite nennen wir dispansive oder Zerstreuungslinsen, weil parallel eintretende Strahlen durch sie divergent gemacht, zerstreut werden, divergente noch mehr divergent, convergente weniger convergent oder divergent werden.

Setzen wir den absoluten Werth der negativen Brennweite der Linse gleich P, so dass $P = -F$, so wird:

$$\frac{1}{f_2} = -\frac{1}{P} - \frac{1}{f_1}$$

$$\beta_2 = \beta_1 \frac{P}{f_1 + P}.$$

Daraus folgt, dass für jeden positiven Werth von f_1 jetzt f_2 negativ ist, und dass, während f_1 von ∞ bis 0 abnimmt, f_2 von $-P$ bis 0 sich verändert, β_2 von 0 bis β_1. Dispansive Linsen entwerfen also von reellen Objecten, die vor dem ersten Hauptpunkte liegen, virtuelle Bilder, welche vor dem zweiten Hauptpunkte liegen, kleiner, näher und aufrecht sind.

Für negative Werthe von f_1, welche absolut kleiner als P sind, wird f_2 positiv, und während f_1 von 0 bis $-P$ geht, steigt f_2 von 0 bis $+\infty$, β_2 von β_1 bis ∞. Convergent einfallende Strahlen werden also weniger convergent, wenn sie nach einem vor dem hinteren Brennpunkte gelegenen Punkte convergiren.

Für negative Werthe von f_1, welche absolut grösser sind als P, werden f_2 und β_2 negativ, es entstehen also umgekehrte virtuelle Bilder vor dem Glase. Während f_1 sich ändert von $-P$ bis $-\infty$, ändert sich f_2 von $-\infty$ bis $-P$, und β_2 von $-\infty$ bis 0. Convergente Strahlen werden von dispansiven Linsen also divergent gemacht, wenn sie nach einem jenseits des hinteren Brennpunktes gelegenen Punkte convergiren.

Die Entfernung e zweier zusammengehöriger Bilder von einander ist $f_1 + a + f_2$, wenn a der Abstand der Hauptpunkte von einander ist und diese Entfernung positiv gerechnet wird, 64

falls das zweite Bild hinter dem ersten liegt. Setzen wir statt f_2 seinen Werth, so erhalten wir als Ausdruck für die Entfernung:

$$e = \frac{f_1^2}{f_1 - F} + a.$$

Differentiiren wir diese Gleichung nach f_1, so erhalten wir:

$$\frac{de}{df_1} = \frac{f_1^2 - 2 f_1 F}{(f_1 - F)^2}.$$

Hiernach wird $de = 0$, d. h. e ein Maximum oder Minimum, wenn entweder $f_1 = 0$ oder $f_1 = 2F$, und zwar wird es sowohl für positive wie negative Brennweiten ein Minimum für $f_1 = 2F$, und ein Maximum für $f_1 = 0$, wie man leicht aus dem Ausdruck für e erkennt.

Werke, in welchen die Brechung der Lichtstrahlen in centrirten Systemen kugeliger Flächen behandelt wird, sind folgende:

1738. Cotes in Smith *a complete system of optics.* Cambridge. Vol. II. 76.

1757 u. 61. Euler in *Histoire de l'Acad. roy. de Berlin pour* 1757. p. 283. — Ibid. *pour* 1761. p. 201.

1765. Euler, *Précis d'une théorie générale de la dioptrique* in *Hist. de l'acad. roy. des sc. de Paris.* 1765. p. 555.

1778 u. 1803. Lagrange in *Nouv. Mém. de l'acad. roy. de Berlin pour* 1778. p 162. — Ibid. 1803. p. 1.

1822. Piola in *Effemeridi astron. di Milano per* 1822.

1830. Möbius in Crelle's Journal für Mathematik. Bd. V. S. 113.

1841. *Bessel in Astronom. Nachrichten. Bd. XVIII. S. 97.

*Gauss, Dioptrische Untersuchungen. Göttingen. — Abdruck aus Abhandlungen d. Kön. Ges. d. Wiss. zu Göttingen. Th. 1. von den Jahren 1838—43.

1844. Encke, De formulis dioptricis. Ein Programm. Berlin. Moser, Ueber das Auge, in Dove's Repert. d. Physik. Bd. V. S. 289.

1851. Listing, Art. Dioptrik des Auges, in R. Wagner's Handwörterbuch d. Physiologie. Bd. IV. S. 451.

Aus §. 10.

Die Brechung der Lichtstrahlen in den Augenmedien.

70 Um die Brechung der Lichtstrahlen in den einzelnen Mitteln des Auges zu berechnen, theilen wir uns das optische System des Auges in zwei Theile, deren ersten die Horn-

haut, deren zweiten die Krystallinse ausmacht, sodass das erste Mittel des ersten Systems Luft, das Mittel zwischen beiden Systemen, oder das letzte des ersten, das erste des zweiten Systems wässrige Feuchtigkeit, das letzte Mittel des zweiten Systems Glaskörper ist.

Wir beginnen mit der Hornhaut. Die Untersuchung der Brechung in dieser wird wesentlich vereinfacht durch den Umstand, dass die Hornhaut sehr dünn ist, fast gleichgekrümmte Flächen hat, und ihr Brechungsvermögen nur wenig das der wässrigen Feuchtigkeit übertrifft. Ich habe S. 109 bei den Gleichungen (12), (12a), (12b) nachgewiesen, dass man an jeder brechenden Fläche eine unendlich dünne Schicht von beliegem Brechungsvermögen und gleichgekrümmten Flächen einschieben könne, ohne die Brechung zu verändern. Man denke sich somit vor der Hornhaut eine unendlich dünne Schicht wässriger Feuchtigkeit ausgebreitet, wie sich denn sogar in Wahrheit dort eine ähnliche Schicht befindet, nämlich die Schicht der die Hornhaut netzenden Thränen. Dann können wir nachher die Hornhaut selbst als eine uhrglasförmige Linse betrachten, welche auf beiden Seiten von dem gleichen Medium, wässriger Feuchtigkeit, umgeben ist. Eine solche Linse hat eine sehr grosse oder unendliche Brennweite, d. h. sie verändert den Gang der Lichtstrahlen nicht merklich. Daraus folgt, dass die Brechung der Lichtstrahlen in der Hornhaut fast dieselbe sein wird, als wenn die wässrige Flüssigkeit bis an die vordere Fläche der Hornhaut reichte. Diese Annahme ist daher bis jetzt auch fast immer bei der Berechnung des Ganges der Lichtstrahlen in der Hornhaut gemacht worden, und sie ist um so nothwendiger zu machen, da wir bisher zwar gute Messungen der äusseren Hornhautkrümmung, aber keine genügend zuverlässigen für die innere besitzen.

Sollte die bezeichnete Annahme streng gerechtfertigt sein, so müsste nach S. 110 Gleichung (13) sein:

$$n_2 (r_2 - r_1) + (n_2 - n_1) d = 0,$$

wo n_1 das Brechungsvermögen der wässrigen Feuchtigkeit, n_2 das der Hornhaut, d die Dicke, r_1 den Krümmungshalbmesser der vorderen, r_2 der hinteren Fläche der Hornhaut bezeichnet. 71

Diese Gleichung kann nun in der That auf die Hornhaut nicht wohl passen. Wenn wir sie schreiben:

$$(r_2 + d) - r_1 = \frac{n_1}{n_2} d,$$

so ist $(r_2 + d)$ der Abstand des Krümmungsmittelpunktes der hinteren Fläche vom Scheitel der vorderen, und die Gleichung würde aussagen, dass der Krümmungsmittelpunkt der hinteren Fläche hinter dem der vorderen liege. Dann müsste die Hornhaut von der Mitte nach dem Rande zu an Dicke abnehmen, während in der Regel das Umgekehrte der Fall ist. Die Hornhaut wird also den Folgerungen gemäss, welche am Ende des § 9 für concavconvexe Linsen aus der Gleichung (13) gezogen sind, in der Regel als Linse in wässriger Feuchtigkeit aufgehängt, eine negative, aber sehr grosse Brennweite haben.

Nehmen wir $r_1 = 8$ mm, $r_2 = 7$ mm, $d = 1$ mm und nach W. Krause $n_2 = 1{,}3507$, $n_1 = 1{,}3420$, so wird nach S. 110 Gleichung (13) die Brennweite der in wässriger Feuchtigkeit befindlichen Hornhaut gleich $-8{,}7$ m, eine Grösse, welche wir im Verhältnisse zu den Dimensionen des Auges als unendlich gross betrachten können.

Dasselbe wurde bestätigt durch Versuche mit dem Ophthalmometer, mittels welches Instrumentes ich die Grösse eines Objectes maass, welches sich hinter einem Glasgefässe mit parallelen Wänden befand. Brachte ich in das Wasser eine frische Hornhaut einer menschlichen Leiche, sodass ich das Object nur durch die Hornhaut erblickte, so war durch das Ophthalmometer keine Verkleinerung des Bildes zu entdecken. Diese war also so gering, dass die leichte Trübung des Bildes durch die eingeführte Hornhaut hinreichte, sie unwahrnehmbar zu machen.

Um berechnen oder schätzen zu können, um wie viel sich die wirkliche Brechung am Auge von derjenigen unterscheidet, welche eintreten würde, wenn das Brechungsvermögen der Hornhaut wirklich dem der wässrigen Feuchtigkeit gleich wäre, wollen wir die optischen Constanten der Hornhaut nach der Formel S. 109 Nr. 12 bestimmen, und dabei setzen: $n_1 = 1$, $n_3 = n$, $n_2 = n + \triangle n$, $r_1 = r$, $r_2 = r - \triangle r$, wobei wir die Grössen $\triangle n$,

$\triangle r$ und die Dicke der Hornhaut d als sehr klein gegen n und r ansehen können. Wenn wir diese Bezeichnungen in § 9 Gleichungen (12) einsetzen, und die höheren Dimensionen der kleinen Grössen vernachlässigen, erhalten wir die Brennweiten:

$$F_1 = \frac{1}{n} F_2 = \frac{r}{n-1} \left\{ 1 - \triangle n \cdot \frac{(n-1) d - n \triangle r}{n (n-1) r} \right\} \quad (1)$$

Der Unterschied der Brennweiten von dem Werthe $r/(n-1)$, den wir durch die Annahme $\triangle n = 0$ erhalten, ist eine kleine Grösse zweiter Dimension; ebenso die Entfernung x des ersten Hauptpunktes, von der vorderen Hornhautfläche nach vorn gerechnet:

$$x = \frac{(d \triangle n)^2}{n (n-1)} \quad (1a)$$

Die Entfernung der beiden Hauptpunkte von einander a wird sogar eine kleine Grösse dritter Dimension:

$$a = \frac{(d \triangle n)^2}{n r} \quad (1b)$$

Für die Berechnung der Bilder wird es daher genügen, nur eine Brechung an der vorderen Fläche der Hornhaut in Betracht zu ziehen und dabei das Brechungsvermögen der Hornhaut gleich dem der wässrigen Feuchtigkeit zu setzen.

Der zweite Theil des optischen Systems des Auges besteht aus der Krystallinse. Vor dieser befindet sich die wässrige, hinter ihr die Glasfeuchtigkeit. Da das Brechungsver- 72
mögen dieser beiden Stoffe nur äusserst geringe Unterschiede zeigt, so wollen wir diesen Unterschied vernachlässigen. In optischen Systemen, deren erstes und letztes Mittel identisch ist, fallen die Hauptpunkte mit den Knotenpunkten zusammen. Wir können also für die Krystallinse im Auge, wie bei den gewöhnlichen Glaslinsen unserer optischen Instrumente, beide Arten von Punkten identificiren. Die Krystallinse unterscheidet sich aber dadurch wesentlich von unseren Glaslinsen, dass die Dichtigkeit ihrer Substanz nicht constant ist, sondern von aussen nach innen zunimmt. Da wir das Gesetz dieser Zunahme nicht genau kennen, sind wir auch ausser Stande, den Gang der Lichtstrahlen durch die Linse vollständig zu berechnen und den Ort ihrer Brennpunkte und Hauptpunkte

genau zu bestimmen. Wir müssen uns begnügen, Grenzen für die Lage dieser Punkte zu finden. In dieser Beziehung lassen sich folgende Sätze aufstellen.

1) Die Brennweiten der Krystallinse sind kleiner, als sie sein würden, wenn ihre ganze Masse das Brechungsvermögen ihres Kerns hätte.

Um diesen wichtigen Satz zu beweisen, denken wir uns die Krystallinse nach ihrer natürlichen Schichtung zerlegt in den Kern, der eine fast kugelige biconvexe Linse von positiver Brennweite darstellt, und in die einzelnen ihn umschliessenden Schichten, deren zunächst der Augenaxe gelegene Theile concavconvexen Linsen entsprechen. Und zwar sind dies Linsen, die nach dem Rande zu dicker oder wenigstens nicht dünner werden, bei denen also $r_1 \geqq r_2 + d$ (s. Seite 112), wenn wir mit r_1 den Radius der convexen, mit r_2 den der concaven Fläche, und mit d die Dicke der Linsen bezeichnen. Nach S. 110 Gleichung (13) ist unter diesen Umständen die Brennweite negativ. Die Lage der Hauptpunkte h_1 und h_2 und der Brennpunkte p_1 und p_2 solcher Linsen ist dargestellt auf S. 113 Fig. 11.

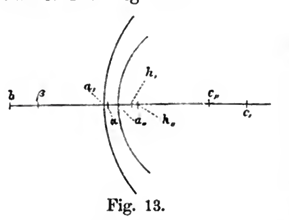


Fig. 13.

Es seien in Fig. 13 $a_{,}$ und $a_{,,}$ die Scheitelpunkte, $c_{,}$ und $c_{,,}$ die Mittelpunkte der beiden Grenzflächen, $h_{,}$ und $h_{,,}$ die Hauptpunkte einer solchen Linse. Von einem Objecte b, vor der ersten convexen Fläche befindlich, entwirft die Linse ein verkleinertes aufrechtes virtuelles Bild, wie in § 9 gezeigt ist, und können wir hier hinzusetzen, dies Bild β liegt nicht nur vor dem zweiten Hauptpunkte, sondern auch stets vor der zweiten Linsenfläche. Denn wenn das Object b von $h_{,}$ weiter entfernt ist als der Scheitel der ersten brechenden Fläche $a_{,}$, so muss sein Bild weiter von $h_{,,}$ entfernt sein als α, das Bild von $a_{,}$. Das Bild von $a_{,}$ wird aber nur durch eine Brechung an der Hinterfläche der Linse entworfen, und da die Brennweite dieser Fläche negativ ist, wird das Bild α von $a_{,}$ ihr näher und vor derselben liegen.

Daher muss β, welches noch vor α liegt, jedenfalls vor der Hinterfläche der Linse liegen.

Es lässt sich ferner zeigen, dass das Bild β eines vor $a_{,}$ liegenden Objectes b der hinteren Fläche der Linse desto näher rückt, je grösser das Brechungsvermögen der Linse. Zunächst ergiebt sich leicht, dass das Bild α von $a_{,}$ der hinteren Fläche der Linse desto näher rückt, je stärker das Brechungsvermögen. Wenn α das Bild von $a_{,}$ ist, und wir die Entfernung $\alpha a_{,,}$ mit q bezeichnen, so haben wir nach den Gleichungen S. 86 Nr. 3:

$$\frac{n_2}{d} - \frac{n_1}{q} = \frac{n_1 - n_2}{r_2}$$

oder

$$q = \frac{n_1 r_2 d}{n_2 r_2 + (n_2 - n_1) d}.$$

Da der Nenner des Werthes von q grösser wird, wenn n_2 73
grösser wird, so wird q kleiner.

Wenn nun gezeigt werden kann, dass, wenn n_2 grösser wird, auch das Bild von b näher an α rückt, so folgt dann, dass unter dieser Bedingung das Bild von b sich auch der zweiten Fläche der Linse nähert.

Um dies zu zeigen, bezeichnen wir die Entfernung des Objectes b vom ersten Hauptpunkte, also die Linie $bh_{,}$, mit $f_{,}$, die des Punktes $a_{,}$ von demselben Hauptpunkte, also die Linie $a_{,}h_{,}$, welche in den Gleichungen (13a) auf S. 110 der Länge $-h_{,}$ entspricht, mit p, die Brennweite der Linse mit F, so ist die Entfernung des Bildes β vom zweiten Hauptpunkte oder die Länge:

$$\beta h_2 = \frac{f_{,} F}{F - f_{,}}$$

und die Entfernung des Bildes α des Punktes $a_{,}$ von demselben Hauptpunkte:

$$\alpha h_2 = \frac{p F}{F - p}.$$

Die zweite Gleichung von der ersten subtrahirt, giebt die gesuchte Entfernung der beiden Bilder von einander:

$$\beta \alpha = \frac{(f_{,} - p) F^2}{(F - f_{,})(F - p)}$$

$$\beta\alpha = \frac{f_{,} - p}{\left[\frac{F-p}{F} - \frac{f_{,}-p}{F}\right]\frac{F-p}{F}}.$$

Wenn wir n_2 verändern, bleibt in diesem Ausdrucke $f_{,} - p$ unverändert. Setzen wir:

$$C = \frac{F-p}{F}$$

und hierin für F und $p = -h_{,}$ aus den Gleichungen (13) und (13a) S. 110 ihre Werthe, so erhalten wir:

$$C = 1 + \left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right)\frac{d}{r_2}.$$

Setzen wir ferner den absoluten Werth des in unserem Falle negativen F gleich P, also nach Gleichung (13):

$$P = -F = \frac{n_1 r_1 r_2}{\left(1 - \frac{n_1}{n_2}\right)[n_2(r_1 - r_2 - d) + n_1 d]},$$

so wird:

$$\beta\alpha = \frac{(f_{,} - p)}{\left[C + \frac{f_{,}-p}{P}\right]C}.$$

Wenn wir nun n_2 grösser machen, wird C grösser, P kleiner, wie sich aus der Form, in der wir ihre Werthe geschrieben haben, leicht ergiebt, und $f_{,} - p$ bleibt ungeändert. Wenn C grösser wird, wird $\beta\alpha$ kleiner, und wenn P kleiner wird, wird $\beta\alpha$ ebenfalls kleiner. Folglich wird $\beta\alpha$ kleiner, und endlich auch $\beta\alpha_2$ kleiner, wenn n_2 grösser wird.

Wir haben bisher die Eigenschaft einer einzelnen solchen Linse untersucht, wie sie durch Zerlegung des Krystallkörpers
74 nach seinen Schichten entstehen würde. Denken wir uns nun alle die concavconvexen Linsen, welche auf einer Seite des Kernes im Krystallkörper liegen, in wässrige Feuchtigkeit getaucht, und wieder in ihre natürliche Lage gebracht, oder denken wir uns, mit anderen Worten, zwischen jede zwei Lagen ungleicher Dichtigkeit im Krystallkörper eine unendlich dünne Schicht wässriger Feuchtigkeit eingeschaltet und den Theil derselben isolirt, welcher auf einer Seite des Kernes liegt, so erhalten wir ein optisches System, welches wir eine zusammengesetzte convexconcave Linse nennen können.

Es sei dies System in Fig. 14 dargestellt; *ab* sei die Axe, *g* der Scheitel der äussersten convexen, *h* der concaven Fläche des Systems. Vor der convexen Seite des Systems liege ein leuchtender Punkt *a*. Nach dem, was wir in Bezug auf eine einzelne solche Linse bewiesen haben, folgt, dass die erste Linse ein Bild von *a* entwirft, welches vor ihrer zweiten Fläche, also auch vor der ersten Fläche der zweiten Linse liegt. Daraus folgt weiter, dass auch diese Linse und so jede folgende ein Bild von *a* entwirft, welches vor ihrer zweiten Fläche liegt. Das ganze System wird also ein Bild von *a* entwerfen, welches vor seiner letzten brechenden Fläche liegt, etwa in *α*.

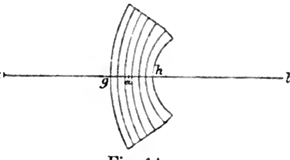


Fig. 14.

Ferner ergiebt sich leicht, dass, wenn *a* näher nach *g* rückt, auch *α* sich dem Punkte *h* nähern muss. Denn einfache Linsen mit negativer Brennweite entwerfen von näheren reellen Objecten, welche vor ihnen liegen, auch nähere Bilder. Nähert sich also *a* der ersten Linse, so entwirft diese auch ein näheres Bild, welches wieder Object der zweiten Linse wird, und so fort.

Endlich ergiebt sich, dass, wenn wir das Brechungsvermögen einer der Schichten erhöhen, das Bild *α* näher an *h* fallen wird. Bis zu der veränderten Schicht hin bleibt der Gang der Lichtstrahlen und die Lage der Bilder unverändert, die Schicht mit erhöhtem Brechungsvermögen entwirft aber jetzt ein näheres Bild von *a*, welches ein näheres Object für die folgenden Schichten wird, und dem ein näher an *h* gelegenes letztes Bild *α* entsprechen muss.

Wenn also das Bild *α* dieselbe Lage behalten soll, während wir das Brechungsvermögen einer der Schichten erhöhen, müssen wir die Entfernung *ag* entsprechend vergrössern.

Die ganze Krystalllinse können wir nun zusammengesetzt denken aus zwei solchen Systemen concavconvexer Linsen *B* und *C* und ihrem biconvexen Kerne *A*, wie in Fig. 15. Wenn

die Krystallinse als Ganzes von einem vor ihr gelegenen Punkte *a* ein reelles umgekehrtes Bild in *b* entwirft, so wird das Schichtensystem *B* ein Bild *α* vor der vorderen Fläche des Kernes entwerfen müssen, und dem Bilde *b* wird ebenso ein Bild *β* hinter der hinteren Fläche des Kernes entsprechen müssen, welches die Strahlen nach der Brechung im Kerne und vor der Brechung im Systeme *C* bilden. Der Kern muss also nach Art von biconvexen Linsen ein umgekehrtes Bildchen von *α* in *β* entwerfen. Er thut dies, wenn *α* vor seinem vorderen Brennpunkte liegt.

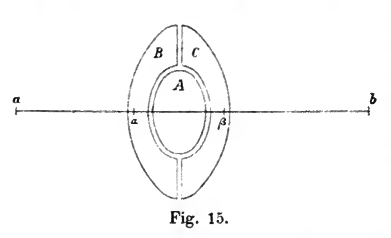


Fig. 15.

Rückt *a* in unendliche Entfernung, so wird *b* im hinteren Brennpunkte der ganzen Krystallinse liegen müssen.

75 Erhöhen wir nun das Brechungsvermögen einer der Schichten in *B*, so wird *α* näher an die Vorderfläche von *A* rücken, folglich das Bild *β*, welches *A* von *α*, und das Bild *b*, welches *C* von *β* entwirft, sich nach hinten entfernen.

Erhöhen wir ebenso das Brechungsvermögen einer der Schichten von *C*, so wird dem Bilde *β*, welches seinen Platz behält, ein entfernteres Bild *b* entsprechen.

Erhöhen wir also das Brechungsvermögen einzelner Schichten der Systeme *B* und *C*, so entfernt sich der hintere Brennpunkt der Krystallinse von ihrer hinteren Fläche.

Wir können das Brechungsvermögen sämmtlicher Schichten der Krystallinse bis zu dem des Kernes wachsen lassen, ohne dass der Brennpunkt in unendliche Entfernung hinausrückt, da ja schliesslich, wenn die Beschaffenheit aller Schichten der des Kernes gleich geworden ist, die Krystallinse eine einfache homogene biconvexe Linse darstellt, deren Brennweite positiv und endlich sein muss.

Was für den hinteren Brennpunkt der Linse gilt, gilt

natürlich auch für den vorderen, und somit ist bewiesen, dass die Brennpunkte der Krystallinse ihr näher liegen, als sie es thun würden, wenn alle ihre Schichten die Dichtigkeit und das Brechungsvermögen des Kernes hätten.

2) Die Entfernung der Hauptpunkte von einander ist in der Krystallinse kleiner als in einer Linse, welche dieselbe Form und das Brechungsvermögen des Kernes hätte.

Die Hauptpunkte sind die von der Linse selbst entworfenen Bilder eines in ihr liegenden Punktes, nämlich ihres sogenannten optischen Mittelpunktes. Wo dieser auch liegen mag, so lässt sich in ganz ähnlicher Weise, wie es eben zur Bestimmung der Brennpunkte geschehen ist, nachweisen, dass die Bilder des optischen Mittelpunktes desto näher den Oberflächen der Linse rücken werden, je mehr das Brechungsvermögen der einzelnen Schichten der Krystalllinse steigt, dass dabei also auch die Entfernung der beiden Bilder von einander algebraisch grösser wird. Wenn nun sämmtliche Schichten der Linse schliesslich das Brechungsvermögen des Kernes erreicht haben, wird im allgemeinen der optische Mittelpunkt der Krystalllinse nicht mehr mit dem optischen Mittelpunkte dieser neuen gleichartigen Linse zusammenfallen. Da aber bei einer Linse mit positiven Brennweiten die Entfernung der Hauptpunkte ein Maximum ist unter den Entfernungen zusammengehöriger Bilder, so ist die Entfernung der Hauptpunkte dieser neuen gleichartigen Linse jedenfalls grösser als die Entfernung der von ihr entworfenen Bilder des optischen Mittelpunktes der unveränderten Krystalllinse, folglich auch grösser als die Entfernung der Hauptpunkte der unveränderten Krystallinse, von einander.

Es lässt sich ferner nachweisen, dass die Entfernung der Hauptpunkte der Krystallinse einen positiven Werth hat, d. h. dass der zweite Hauptpunkt hinter dem ersten liegt, wenn wir annehmen, wie dies aus der Form der Linsenschichten hervorzugehen scheint, dass die Krümmungsradien der in der Axe gelegenen Theile der Schichtflächen grösser sind als die Entfernungen dieser Flächen vom Kerne der Linse. Brechende Kugelflächen entwerfen von Punkten, welche zwischen ihnen

und ihrem Mittelpunkte liegen, Bilder, die der brechenden Fläche näher sind als das Object. Folglich wird das Bild des Mittelpunktes des Linsenkernes, welches die vordere Linsenhälfte entwirft, vor seinem Objecte, das, welches die hintere Linsenfläche entwirft, hinter seinem Objecte liegen. Die beiden zusammengehörigen Bilder des Mittelpunktes des Linsenkernes haben also eine positive Entfernung. Da der Abstand der Hauptpunkte algebraisch grösser ist als der aller anderen zusammengehörigen Bilder, so ist dieser Abstand jedenfalls positiv.

Die Hauptpunkte einer Linse, welche die Gestalt der menschlichen Krystallinse und das Brechungsvermögen ihres
76 Kernes hätte, würden nur $^1/_4$ mm von einander entfernt sein; dadurch ist die Entfernung der Hauptpunkte der Krystallinse von einander also in sehr enge Grenzen eingeschlossen.

Aus § 13.

Schärfe des Bildes unter dem Einfluss von Zerstreuungskreisen.

Die chromatische Dispersion des Lichtes im menschlichen Auge ist sehr gering, weil die brechenden Medien überwiegend aus Wasser bestehen, welches eine sehr geringe Dispersion zeigt. Indessen ergeben die Messungen dieser Grösse doch, dass der Durchmesser der durch die Dispersion erzeugten Zer-
131 streuungskreise ebenso gross sein muss wie der, den ein leuchtender Punkt in 1,5 Meter ($4^3/_4$ Fuss) Entfernung in einem für unendliche Entfernung accommodirten Auge giebt. Eine solche Abweichung der Accommodation giebt bei der Betrachtung feinerer Gegenstände schon eine recht merkliche Ungenauigkeit des Bildes, wie man bei Anstellung eines entsprechenden Versuches leicht erkennt. Um zu erklären, warum die Dispersion des weissen Lichtes im Auge trotz der gleichen Grösse der Zerstreuungskreise keine merkliche Ungenauigkeit des Bildes hervorbringt, muss man nicht blos die Grösse der Zerstreuungskreise, sondern auch die Vertheilung des Lichtes in denselben berücksichtigen.

Wenn ein Lichtkegel von einem einfarbig leuchtenden

Punkte in das Auge fällt, und die Netzhaut sich vor oder hinter dem Vereinigungspunkte der Strahlen befindet, so wird ein Zerstreuungskreis gebildet, der in allen seinen Theilen gleiche Helligkeit hat.

Wenn dagegen das Auge von einem Kegel weissen Lichtes getroffen wird und sich im Vereinigungspunkte der grüngelben Strahlen, welche die lichtstärksten sind, befindet, so werden diese auf einen Punkt der Netzhaut vereinigt, während die übrigen Strahlen Zerstreuungskreise bilden, welche um so grösser werden, je mehr ihre Brechbarkeit von der der mittleren Strahlen abweicht.

Während also der Mittelpunkt des beleuchteten Kreises von Strahlen aller Art gleichzeitig getroffen wird, und namentlich auch von den lichtstärksten und am meisten concentrirten Strahlen, fallen auf die dem Rande näher liegenden Theile des Kreises nur Strahlen von den äussersten Farben des Spectrum, welche erstens an und für sich schon lichtschwächer sind als die mittleren und zweitens dadurch, dass sie ihr Licht über grössere Zerstreuungskreise vertheilen, noch mehr geschwächt sind. Die Rechnung ergiebt, dass unter diesen
Umständen die Helligkeit im Mittelpunkte des Zerstreuungs- 132
kreises unendlich gross sein muss gegen alle anderen Punkte des Kreises.

Da wir für das Gesetz der Helligkeit der einzelnen Farben des Spectrum noch keinen mathematischen Ausdruck angeben können, wollen wir die Rechnung unter der Annahme durchführen, dass alle Farben des Spectrum gleiche Helligkeit haben. Dabei werden wir allerdings die Helligkeit der Ränder der Zerstreuungskreise grösser finden, als sie in Wahrheit ist, aber es wird sich auch unter dieser für unseren Zweck ungünstigen Annahme zeigen, warum die durch Farbenzerstreuung bedingten Zerstreuungskreise eine weit geringere Undeutlichkeit des Bildes geben als die durch mangelnde Accommodation bedingten von gleicher Grösse.

Berechnung der Helligkeit in einem durch Dispersion erzeugten Zerstreuungskreise eines einzelnen leuchtenden Punktes.

Es sei in Fig. 16 *bb* die Hauptebene des reducirten Auges

vom Radius R; in ihr möge, wie das beim Auge nahehin der Fall ist, die Blendung liegen, welche das Strahlenbündel begrenzt, sodass bb ein Durchmesser der Blendung ist, deren Halbmesser wir in der Rechnung mit b bezeichnen wollen. Die Strahlen, welche in das Auge fallen, mögen parallel sein. Es sei ferner v der Brennpunkt für die äussersten violetten, w der für die äussersten rothen Strahlen. Diese äussersten Strahlen schneiden sich in g, sodass gg der Durchmesser des ganzen Zerstreuungskreises und h sein Mittelpunkt ist. Die Netzhaut muss sich in der Ebene gg befinden, wenn sie das deutlichste Bild aufnehmen soll. Das Brechungsverhältniss der mittleren Strahlen, die sich in h vereinigen, nennen wir N, ihre Brennweite ah sei F. Dann ist nach S. 86 Gleichung (3a):

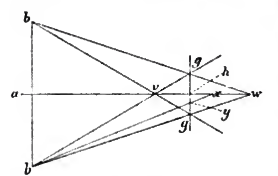


Fig. 16.

$$F = \frac{N \cdot R}{N-1} \qquad (1a)$$

Das Brechungsverhältniss irgend einer anderen Art von Strahlen, welche ihren Brennpunkt in x haben, sei n, die zugehörige Brennweite ax gleich f. Dann ist:

$$f = \frac{n R}{n-1} \qquad (1b)$$

Den Radius des Zerstreuungskreises, den diese Strahlen geben, hy nennen wir ϱ. Er ist gegeben durch die Gleichung:

$$\frac{\varrho}{b} = \frac{f-F}{f},$$

wenn $f > F$, also $n < N$, oder durch:

$$\frac{\varrho}{b} = \frac{F-f}{f},$$

wenn $f < F$, also $n > N$. Setzen wir hierin die Werthe von F und f aus (1a) und (1b), so erhalten wir:

$$\frac{\varrho}{b} = \frac{N-n}{n(N-1)} \qquad (2a)$$

wenn $n < N$, und

$$\frac{\varrho}{b} = \frac{n - N}{n(N-1)} \Big\} \qquad (2\,b)$$

wenn $n > N$.

Die Helligkeit H nun, mit welcher die Farbe von dem 133
Brechungsverhältniss n die Netzhaut beleuchtet, ist

$$H = A\frac{b^2}{\varrho^2} \Big\} \qquad (3)$$

wenn wir die Helligkeit mit A bezeichnen, mit welcher das betreffende Licht die Fläche bb beleuchtet. Setzen wir in (3) statt b/ϱ seinen Werth aus (2a) oder (2b), so erhalten wir übereinstimmend:

$$H = A\frac{n^2(N-1)^2}{(n-N)^2} \Big\} \qquad (3\,a)$$

Die Helligkeit J irgend eines Punktes im Zerstreuungskreise wird nun werden:

$$J = \int H\,dn \Big\} \qquad (4)$$

wobei wir das Integral über alle diejenigen Werthe von n auszudehnen haben, deren zugehörige Farben auf jenen Punkt fallen.

In dem Ausdrucke für H ist der Factor A in Wirklichkeit eine Funktion von n, deren mathematischen Ausdruck wir aber nicht kennen. Der Factor n^2 verändert in der ganzen Ausdehnung des Spectrum seinen Werth sehr wenig. Wir wollen deshalb setzen:

$$A\,n^2(N-1)^2 = B$$

und B als constant ansehen, d. h. annehmen, dass die Helligkeit der Spectralfarben durch die ganze Ausdehnung des Spectrum nahehin constant sei, und nur wenig vom rothen zum violetten Ende hin abnehme. Diese Annahme ist für unseren Zweck jedenfalls ungünstiger als die Wirklichkeit. Dann wird nach (4):

$$J = \int \frac{B\,dn}{(N-n)^2} \Big\} \qquad (4\,a)$$

zwischen den gehörigen Grenzen genommen. Es fallen aber auf jeden Punkt des Zerstreuungskreises erstens Strahlen von dem rothen und zweitens Strahlen von dem violetten Ende

des Spectrum. Die Grenzen der Brechbarkeit für die ersteren seien n_1 und n_2, sodass:

$$N > n_2 > n_1,$$

die Grenzen für die letzteren seien n_3 und n_4, sodass:

$$n_4 > n_3 > N.$$

Dann wird die Gleichung (4a):

$$J = B \int_{n_1}^{n_2} \frac{dn}{(N-n)^2} + B \int_{n_3}^{n_4} \frac{dn}{(N-n)^2}$$

$$= B \left\{ \frac{1}{N-n_2} - \frac{1}{N-n_1} + \frac{1}{N-n_4} - \frac{1}{N-n_3} \right\} \tag{4b}$$

Ist nun ϱ_0 die Entfernung des Punktes, dessen Helligkeit wir bestimmen wollen, vom Mittelpunkte des Zerstreuungskreises, so wird dieser Punkt von allen denjenigen Farben getroffen, für welche die Radien der Zerstreuungskreise grösser sind als ϱ_0, also zwischen ϱ_0 und r liegen. Nun ist für die weniger brechbaren Farben, wenn wir aus Gleichung (2a) den Werth von $N - n$ bestimmen:

$$\frac{1}{N-n} = \frac{1}{N} + \frac{1}{N(N-1)} \cdot \frac{b}{\varrho}.$$

134 Für n_1 ist $\varrho = r$, für n_2 ist $\varrho = \varrho_0$, also:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{N-n_1} &= \frac{1}{N} + \frac{1}{(N-1)N} \cdot \frac{b}{r} \\ \frac{1}{N-n_2} &= \frac{1}{N} + \frac{1}{(N-1)N} \cdot \frac{b}{\varrho_0} \end{aligned}\right\} \tag{4c}$$

Für die Bestimmung von n_3 und n_4 müssen wir den Werth von $N - n$ aus Gleichung (2b) entnehmen:

$$\frac{1}{N-n} = \frac{1}{N} - \frac{1}{N(N-1)} \frac{b}{\varrho}.$$

Für $n = n_4$ wird $\varrho = r$, und für $n = n_3$ wird $\varrho = \varrho_0$, also:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{N-n_4} &= \frac{1}{N} - \frac{1}{N(N-1)} \frac{b}{r} \\ \frac{1}{N-n_3} &= \frac{1}{N} - \frac{1}{N(N-1)} \cdot \frac{b}{\varrho_0} \end{aligned}\right\} \tag{4d}$$

Setzen wir die Werthe aus (4c) und (4d) in (4b), so erhalten wir endlich:

$$J = \frac{2B}{N(N-1)} \left\{ \frac{b}{\varrho_0} - \frac{b}{r} \right\} \tag{5}$$

Dieser Werth von J wird in der Mitte des Zerstreuungskreises für $\varrho_0 = 0$ unendlich gross, am Rande, wo $\varrho_0 = r$ gleich 0.

Berechnung der Helligkeit am Rande einer gleichmässig erleuchteten Fläche. Es sei in Fig. 17 AB die Grenzlinie der leuchtenden Fläche, und angenommen, dass jeder Punkt derselben als Zerstreuungskreis erscheine. Es sei ferner p der Punkt, dessen Helligkeit bestimmt werden soll, und $pq = r$ der Radius der Zerstreuungskreise. Es wird auf p Licht gelangen aus allen denjenigen Punkten der Fläche, welche innerhalb des mit dem Radius r um p geschlagenen Kreises liegen. Wenn s einer dieser Punkte ist, und wir die Länge sp mit ϱ, den Winkel spq mit ω, und die Helligkeit des Zerstreuungskreises eines einzelnen Punktes in der Entfernung ϱ vom Centrum mit J bezeichnen, so wird die Helligkeit H im Punkte p werden:

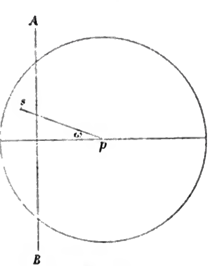


Fig. 17.

$$H = \int\int J \varrho \, d\omega \, d\varrho \tag{6}$$

dieses Integral ausgedehnt über alle Theile der Fläche, welche innerhalb des um p geschlagenen Kreises liegen.

Wenn der Rand der Fläche eine gerade Linie und der Abstand des Punktes s von diesem Rande gleich x ist, so ist für die am Rande gelegenen Punkte der Fläche:

$$\varrho \cos \omega = x,$$

und wenn wir den Ausdruck für H zuerst nach ω integriren, und aus der letzten Gleichung den Werth für die Grenzen von ω entnehmen:

$$H = \int_x^r 2 J \varrho \arccos\left(\frac{x}{\varrho}\right) d\varrho \tag{6a}$$

135 Wenn die Zerstreuungskreise durch unpassende Accommodation entstehen, können wir J als unabhängig von ϱ betrachten und erhalten dann:

$$H = J\left[r^2 \operatorname{arc}\cdot\cos\left(\frac{x}{r}\right) - x\sqrt{r^2 - x^2}\right] \Big\} \qquad (7)$$

welche Gleichung für diesen Fall die Helligkeit in der Nähe des Randes der Fläche als Function des Abstandes vom Rande giebt. Für $x = r$ wird $H = 0$, für $x = -r$ wird $H = Jr^2\pi$ und geht hier in die constante Helligkeit der Fläche über.

Wenn die Zerstreuungskreise durch Dispersion entstanden sind, können wir in Gleichung (6a) den Werth von J aus Gleichung (5) setzen, und erhalten durch Ausführung der Integration:

$$\left.\begin{aligned} H = \frac{2\,Bb}{N(N-1)}\Big\{ & r \operatorname{arc}.\cos\left(\frac{x}{r}\right) + \frac{x}{r}\sqrt{r^2 - x^2} \\ & + x \log.\operatorname{nat}\left(\frac{r - \sqrt{r^2 - x^2}}{r + \sqrt{r^2 - x^2}}\right)\end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Für $x = r$ wird $H = 0$, für $x = -r$ wird:

$$H = \frac{2\,Bbr\pi}{N(N-1)}$$

und geht hier in die constante Helligkeit des mittleren Theiles der Fläche über.

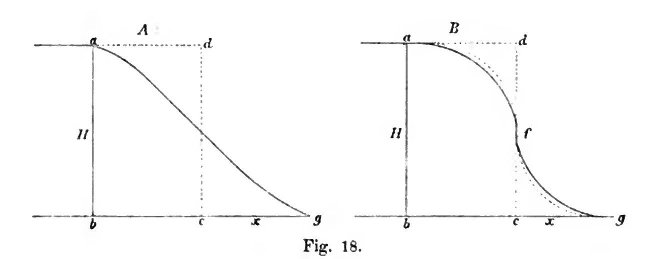


Fig. 18.

Um den Gang dieser Functionen übersichtlicher darzustellen, habe ich in Fig. 18 die beiden Curven construirt. A entspricht der Gleichung (7), B der Gleichung (8). In

beiden sind die Werthe von x in horizontaler, die Werthe der Helligkeit H in verticaler Richtung aufgetragen. Die Ordinate $a\,b$ entspricht der Helligkeit in der Mitte der Fläche, c bezeichnet den Ort des Randes, sodass die Linie $a\,d\,c$ die Helligkeit eines ganz scharfen Bildes bezeichnen würde. Die Grenzen des Zerstreuungskreises von c sind b und g. Die Curve B zeichnet sich dadurch vor der an deren aus, dass sie in ihrer Mitte bei f, entsprechend dem wirklichen Orte des Randes, ganz senkrecht abfällt. Es wird hier für $x = 0$ nämlich der Differentialquotient:

$$\frac{d\,H}{d\,B} = \frac{2\,B\,b}{N\,(N-1)}\left\{\frac{2}{r}\sqrt{r^2 - x^2} + \text{log. nat.}\left[\frac{r - \sqrt{r^2 - x^2}}{r + \sqrt{r^2 - x^2}}\right]\right\} \tag{9}$$

unendlich gross. Dieser plötzliche Abfall der Helligkeit am Rande der Fläche macht für das Auge die Lage des Randes erkennbar, wenn auch eine gewisse Menge Licht sich noch weiter verbreitet, während in der Curve A die Abnahme der Helligkeit ziemlich gleichmässig stattfindet und der Ort des Randes durch kein besonderes Kennzeichen ausgezeichnet ist.

Wenn man die nach den Enden des Spectrum ab-
nehmende Helligkeit der Farben in Rechnung ziehen könnte, 136
so würde die Curve B etwa die Form der punktirten Linie bekommen müssen. Die Helligkeit innerhalb der Grenzen der Fläche würde sich der normalen noch mehr nähern und ausserhalb dieser Grenzen würde sie noch geringer werden.

Aus diesen Verhältnissen erklärt es sich, warum die Farbenzerstreuung der Bilder im Auge der Schärfe des Sehens so wenig Eintrag thut. Ich habe mir Linsen zusammengestellt, welche im Stande waren, das Auge achromatisch zu machen, aber nicht gefunden, dass die Schärfe des Gesichts dadurch merklich erhöht wurde. Ich fand zu dem Ende eine concave Flintglaslinse von 15,4 Mm. Brennweite, von einem Objectivglase eines Mikroskops genommen, passend. Diese setzte ich zusammen mit convexen Crownglaslinsen, sodass dadurch ein System von etwa $2^1/_2$ Fuss negativer Brennweite entstand, wie es für mein Auge passte, um ferne Gegenstände gut zu erkennen. Wenn ich durch dieses System sah und die halbe Pupille verdeckte, entstanden keine farbigen Ränder

an der Grenze dunkler und heller Gegenstände mehr. Ebenso wenig entstanden dergleichen bei unpassender Accomodation des Auges, sodass das Auge durch dieses Linsensystem wirklich achromatisch gemacht war. Ich konnte aber nicht finden, dass die Schärfe des Sehens in irgend merkbarer Weise zugenommen hätte.

Aus § 16.

Allgemeine Sätze über Helligkeit reciproker Bilder mit Anwendungen auf die Theorie der Augenspiegel.

168 Satz I.

Wenn zwei Lichtstrahlen in entgegengesetzter Richtung durch beliebig viele einfach brechende Mittel gehen, und in einem dieser Medien in eine gerade Linie zusammenfallen, so fallen sie in allen zusammen.

Es sei AB Fig. 19 der Theil der beiden Strahlen, von dem wir wissen, dass er beiden gemeinschaftlich angehöre. Der erste Strahl sei von E längs der Linie EB gekommen, in B gebrochen und nach A gegangen. Der zweite Strahl kommt von A längs der Linie AB nach B, wird hier gebrochen, und gehe nach $E_{,}$. Zunächst ist zu beweisen, dass $E_{,}B$ mit EB zusammenfällt. DBC sei das Einfallsloth, m das Brechungsverhältniss des Mittels, in welchem E und $E_{,}$, der Winkel $EBD = \alpha$ und der Winkel $E_{,}BD = \alpha_{,}$ liegen; n dagegen das Brechungsverhältniss des Mittels, in welchem A und der Winkel $ABC = \beta$ liegt. Für den ersten Strahl muss nach dem Brechungsgesetz AB in der durch DB und EB gelegten Ebene liegen, und ferner sein:

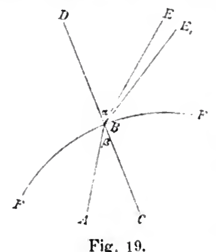


Fig. 19.

$$m \sin \alpha = n \sin \beta.$$

Ebenso muss für den zweiten Strahl $E_{,}B$ in der durch DB

und AB gelegten Ebene liegen, also in derselben, in welcher auch EB liegt, und es muss sein:

$$m \sin \alpha_{,} = n \sin \beta.$$

Daraus folgt:

$$\sin \alpha = \sin \alpha_{,}$$

oder

$$\alpha = \alpha_{,},$$

da beide Winkel nur im ersten Quadranten liegen können.

Daraus folgt, dass $E_{,}B$ mit EB zusammenfällt. Somit congruiren die beiden Strahlen auch in dem Mittel, in welchem E liegt, soweit dieses reicht.

Bei der nächsten brechenden Fläche lässt sich ihre Congruenz dann wieder für das dritte Medium folgern u. s. w.

Zusätze. 1) Auch sieht man leicht ein, dass bei Reflexionen an spiegelnden Flächen die Congruenz nicht gestört wird.

2) Für das Auge folgt, dass ein Strahl, der auf seinem Wege von der Netzhaut zur Linse mit einem anderen zusammenfällt, der von einem leuchtenden Punkte in das Auge und auf die Netzhaut fällt, auch ausserhalb des Auges mit diesem congruirt.

3) Stellt man den Satz so allgemein hin, wie es hier geschehen ist, so muss man daran denken, dass bei gewissen Polarisationsrichtungen und Einfallswinkeln die Strahlen bei einer Brechung oder Reflexion ganz verlöschen könnten. Bei
unseren Anwendungen auf die Beleuchtung des Auges treten 169
solche Umstände nicht ein. Das Licht fällt auf die brechenden Flächen des Auges fast senkrecht ein, wobei seine etwa vorhandene Polarisation so gut wie keinen Einfluss auf die Stärke des gebrochenen und reflectirten Antheils hat. Uebrigens können wir die Schwächung der Strahlen durch Reflexion und Absorption an und in den Augenmedien vernachlässigen. Nur wenn man schräg gestellte Glasplatten als Reflector benutzt, muss man an die Schwächung des Lichtes durch Reflexion denken.

Für die Intensität des hin und zurück gehenden Lichtstrahles lässt sich übrigens ebenfalls eine ganz entsprechende Regel von sehr ausgedehnter Gültigkeit aufstellen, die ausge-

sprochen zu haben hier genügen mag, da wir bei gegenwärtiger Anwendung das Princip in seiner allgemeineren Form nicht brauchen. Den Beweis kann sich übrigens Jeder, der die Gesetze der Optik kennt, leicht selbst führen. Man kann diese allgemeinere Regel folgendermassen aussprechen:

„Ein Lichtstrahl gelange von dem Punkte A nach beliebig vielen Brechungen, Reflexionen u. s. w. nach dem Punkte B. In A lege man durch seine Richtung zwei beliebige, auf einander senkrechte Ebenen a_1 und a_2, nach welchen seine Schwingungen zerlegt gedacht werden. Zwei eben solche Ebenen b_1 und b_2 werden durch den Strahl in B gelegt. Alsdann lässt sich folgendes beweisen: Wenn die Quantität J nach der Ebene a_1 polarisirten Lichtes von A in der Richtung des besprochenen Strahles ausgeht, und davon die Quantität K nach der Ebene b_1 polarisirten Lichtes in B ankommt, so wird rückwärts, wenn die Quantität J nach b_1 polarisirten Lichtes von B ausgeht, dieselbe Quantität K nach a_1 polarisirten Lichtes in A ankommen.“

Soviel ich sehe, kann hierbei das Licht auf seinem Wege der einfachen und doppelten Brechung, Reflexion, Absorption, gewöhnlichen Dispersion und Diffraction unterworfen sein, ohne dass das Gesetz seine Anwendbarkeit verliert, nur darf keine Aenderung seiner Brechbarkeit stattfinden, und es darf nicht durch Körper gehen, in denen der Magnetismus nach Faraday's Entdeckung auf die Lage der Polarisationsebene einwirkt.

Satz II.

Wenn die Pupille des beobachteten Auges leuchtend erscheinen soll, so muss sich auf seiner Netzhaut das Bild der Lichtquelle ganz oder theilweise mit dem Bilde der Pupille des Beobachters decken.

Wenn von irgend einer Stelle der Netzhaut des beobachteten Auges Licht in das Auge des Beobachters dringen soll, so muss diese Stelle erstens von der Lichtquelle erleuchtet sein, also dem Bilde der Lichtquelle angehören. Zweitens, wenn wir die Fiction machen, dass Licht von der Pupille des

Beobachters ausgeht, so müsste nach dem vorigen Satze eben so gut Licht von der Pupille des Beobachters zur betreffenden Stelle der Netzhaut des beobachteten Auges wie umgekehrt gehen können. Die Netzhautstelle muss also gleichzeitig dem Netzhautbilde der Pupille des Beobachters angehören, mag dieses Bild nun scharf oder ein Zerstreuungsbild sein.

Zusätze. 1) Dieser Satz gilt nicht nur für den Fall, wo die Strahlen auf geradem Wege von der Lichtquelle zum beobachteten Auge und von diesem zum Auge des Beobachters gehen, sondern auch wenn beliebig viele Linsen und Spiegel dazwischen geschoben sind. Dadurch erhält man ein bequemes Mittel, sich experimentell die Wirkung jedes Augenspiegels am eigenen Auge deutlich zu machen. Man stelle das zur Erleuchtung dienende Licht auf und bringe das Instrument vor sein Auge in dieselbe Lage, wie es sonst vor dem Auge des Beobachteten steht; der Theil des Gesichtsfeldes, welcher alsdann hell erscheint, entspricht dem Theile der Netzhaut, welcher beleuchtet ist. Man kann erkennen, ob das helle Feld gross oder klein, ob es gleichmässig erleuchtet ist, oder ob sich dunkle Stellen darin befinden, und wie dunkel diese sind. Alsdann nehme man die Flamme von der Stelle weg, wo sie zur Erleuchtung des Auges dient, und bringe sie hinter das Instrument, da wo sich sonst das Auge des Beobachters befindet, so dass das Licht durch die Oeffnung scheint, welche dem Beobachter zum Durchsehen dient. Was jetzt im Ge- 170
sichtsfelde erleuchtet ist, ist der Kreis, den der Beobachter von der Netzhaut übersehen kann.

2) Ich empfehle diesen Weg, um bei den verschiedenen Combinationen ebener und gekrümmter Spiegel, convexer und concaver Linsen in den Augenspiegeln und vielen anderen optischen Apparaten sich die Wirkungen klar zu machen, ohne dass man sich auf verwickelte geometrische Construction einzulassen braucht, die den Ungeübten leicht mehr verwirren als aufklären.

Ein solches Reciprocitätsgesetz, wie wir es eben dafür aufgestellt haben, dass überhaupt Licht von einem leuchtenden zu einem zu beleuchtenden Punkte hin und her gehe, lässt sich auch für die Quantität des hin und zurück gelangenden

Lichtes aufstellen. Wir erinnern in dieser Beziehung zunächst an folgendes

Allgemeines Gesetz der Beleuchtung.

Wenn sich in einem durchsichtigen Medium zwei verschwindend kleine Flächenelemente von der Grösse a und b in der gegenseitigen Entfernung r befinden, ihre Normalen mit der sie verbindenden geraden Linie beziehlich die Winkel α und β bilden, und a mit der Helligkeit H Licht aussendet, so ist die Lichtmenge L, welche von a auf b fällt:

$$L = \frac{H \cdot a\, b \cos \alpha \cos \beta}{r^2} \tag{1}$$

Ebenso gross ist auch die Lichtmenge, welche von b auf a fallen würde, wenn b mit der Helligkeit H Licht aussendete.

Satz III.

In einem centrirten Systeme von brechenden Kugelflächen sei n_1 das Brechungsverhältniss des ersten, n_2 das des letzten brechenden Mittels. In dem ersten befinde sich senkrecht gegen die Axe des Systems gerichtet und der Axe nahe ein Flächenelement α, in dem letzten ein eben solches β. Wenn α die Helligkeit $n_1{}^2 H$ hat und β die Helligkeit $n_2{}^2 H$, so fällt ebenso viel Licht von α auf β, wie von β auf α.

Um den Beweis nicht complicirter zu machen, als unsere beabsichtigten Anwendungen verlangen, vernachlässigen wir dabei die Schwächungen, welche die Strahlen an den brechenden Flächen durch Reflexion erleiden, und nehmen an, dass
171 die Einfallswinkel der Strahlen an den brechenden Flächen immer klein genug sind, um ihre Cosinus gleich 1 setzen zu können, obgleich der Satz sich auch in allgemeinerer Form beweisen lässt.

1) Wenn β nicht am Orte des Bildes von α liegt.

Es sei AC Fig. 20 die optische Axe des brechenden Systems, F sein erster, G sein zweiter Hauptpunkt, α das erste Flächenelement, welches wir, da es verschwindend klein sein soll, nur

durch einen Punkt in der Zeichnung dargestellt haben, γ sein Bild $f_1 f_2$ der Durchschnitt des einfallenden Strahlenbündels in der ersten Hauptebene, $g_1 g_2$ derselbe in der zweiten. Die Grundfläche des Strahlenbündels in der ersten Hauptebene ist congruent derselben in der zweiten; ihre gemeinsame Grösse

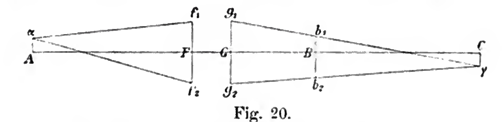


Fig. 20.

sei Φ. Das zweite Flächenelement β liege in der Ebene, welche in B senkrecht gegen die optische Axe steht, und $b_1 b_2$ sei der Durchschnitt des Strahlenbündels von α in dieser Ebene. Die Fusspunkte der von α und γ auf die optische Axe gefällten Lothe seien A und C.

Die Lichtmenge, welche von α auf die Grundfläche des Strahlenkegels $f_1 f_2$ fällt, ist nach Gleichung (1) gleich

$$\frac{n_1^2 H \cdot \alpha \cdot \Phi}{A F^2},$$

wenn $n_1^2 H$ die Helligkeit von α ist. Dieselbe Lichtmenge fällt auch auf die weiteren Querschnitte des Strahlenkegels in $g_1 g_2$ und $b_1 b_2$. Die Lichtmenge nun, welche in der letzteren Ebene auf das Flächenelement β fällt, verhält sich zu der ganzen Lichtmenge, welche die Fläche $b_1 b_2$ trifft, wie die Oberfläche von β zu dem Querschnitt des Strahlenkegels in $b_1 b_2$, den wir mit Ξ bezeichnen wollen. Es ist also die ganze Lichtmenge X, welche von α auf β fällt, gleich

$$X = \frac{\Phi}{\Xi} \cdot \frac{n_1^2 H \alpha \beta}{A F^2} \Big\} \qquad (2)$$

Nun ist aber ferner

$$\frac{\Phi}{\Xi} = \frac{(g_1 g_2)^2}{(b_1 b_2)^2} = \frac{C G^2}{B C^2}.$$

Dieser Werth, in die Gleichung (2) gesetzt, giebt:

$$X = n_1^2 H \alpha \beta \frac{C G^2}{B C^2 . A F^2}.$$

Da nun nach S. 101 Gleichung (8a)

$$\frac{GC}{AF} = \frac{F_2}{AF - F_1},$$

wo F_1 und F_2 die beiden Brennweiten des Systems sind, so ist:

$$X = H\alpha\beta \cdot \frac{n_1^2 F_2^2}{[AF \cdot F_2 + BG \cdot F_1 - AF \cdot BG]^2} \Bigg\} \quad (2a).$$

Ebenso bekommt man nun für die Lichtmenge Y, welche von β, wenn es mit der Helligkeit $n_2^2 H$ leuchtet, auf α fällt, den Ausdruck:

$$Y = H\alpha\beta \cdot \frac{n_2^2 F_1^2}{[AF \cdot F_2 + BG \cdot F_1 - AF \cdot BG]^2} \Bigg\} \quad (2b).$$

Da auf beiden Seiten Alles symmetrisch ist, braucht man, um dies zu erhalten, in dem Ausdrucke für X nur zu vertauschen:

AF mit BG
F_1 mit F_2
α mit β
$n_1^2 H$ mit $n_2^2 H$.

172 Da nun nach S. 102 Gleichung (9c)

$$n_1 F_2 = n_2 F_1,$$

so folgt aus (2a) und (2b)

$$X = Y,$$

was zu beweisen war.

2) Wenn β an den Ort des Bildes von α fällt.

Wir nehmen zuerst an, dass β in Grösse und Lage dem Bilde von α genau entspreche, dann entspricht auch α genau dem Bilde von β. Alles Licht also, was von α aus durch die brechenden Flächen dringt, fällt auf β, umgekehrt alles, was von β durch die brechenden Flächen dringt, fällt auf α.

Wir behalten die Bezeichnungen der Figur 20 bei, nur dass wir uns das Element β jetzt in γ liegend denken.

Es ist die von α bei der Helligkeit $n_1^2 H$ auf die brechenden Flächen und also auch auf β fallende Lichtmenge X:

$$X = n_1^2 H \frac{\alpha \Phi}{AF^2} \Bigg\} \quad (3a)$$

und die von β bei der Helligkeit $n_2{}^2 H$ auf die brechenden Flächen und also auch auf α fallende Menge Y:

$$Y = n_2{}^2\, H \frac{\beta\, \Phi}{G\, C^2} \Big\} \qquad (3\text{b})$$

Da nun β das Bild von α sein soll, so ist nach S. 101 Gleichung (8b), indem man berücksichtigt, dass α und β ähnliche Flächen, also dem Quadrate ihrer entsprechenden Lineardimensionen proportional sind:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{F_2{}^2}{(G\,C - F_2)^2},$$

und da ferner nach S. 101 Gleichung (8a):

$$G\,C - F_2 = \frac{G\,C\,.\,F_1}{A\,F},$$

so folgt

$$\frac{\alpha\, F_1{}^2}{A\,F^2} = \frac{\beta\, F_2{}^2}{G\,C^2},$$

und da $F_1 : F_2 = n_1 : n_2$, so folgt:

$$\frac{\alpha\, n_1{}^2}{A\,F^2} = \frac{\beta\, n_2{}^2}{G\,C^2} \Big\} \qquad (3\text{c})$$

Aus (3a), (3b) und (3c) zusammen folgt endlich:

$$X = Y,$$

was zu beweisen war.

Sollte eines der beiden Elemente, z. B. α, grösser sein als das Bild von β, so würden die Theile von α, welche nicht zum Bilde von β gehören, weder Licht auf β werfen, noch von β empfangen können, es würde dadurch also weder X noch Y geändert werden und unser Satz richtig bleiben.

Zusätze. 1) Die ganze Beweisführung lässt sich ebenso gut auf centrirte Systeme brechender und spiegelnder Kugelflächen anwenden.

2) Die leuchtende und beleuchtete Fläche brauchen auch 173
nicht verschwindend klein zu sein, wenn sie nur klein genug sind, dass die Cosinus der Einfallswinkel der Strahlen an den brechenden Flächen sich nicht merklich von 1 unterscheiden. Denn da für jedes Paar verschwindend kleiner Flächenelemente der beiden Flächen der Satz gilt, so gilt er auch für die ganzen Flächen.

Wenn wir den eben bewiesenen Satz auf die Verhältnisse des Augenleuchtens anwenden und das eine Flächenelement in die Netzhaut des beobachteten Auges verlegen, statt des anderen die Pupille des Beobachters setzen, übrigens den Unterschied der Brechung zwischen wässriger und gläserner Feuchtigkeit vernachlässigen und zwischen den beiden Augen ein beliebiges System centrirter brechender oder spiegelnder kugeliger Flächen angebracht denken, so können wir den Satz folgendermaassen aussprechen:

Satz IIIa.

Die Menge Licht, welche von einem Flächenelemente der Netzhaut des beobachteten Auges in das Auge des Beobachters fällt, ist gleich der Helligkeit, mit der das Netzhautelement von der Lichtquelle erleuchtet wird, multiplicirt mit der Menge Licht, welche von der Pupille des Beobachters, wenn sie die Helligkeit $=1$ hätte, auf das Netzhautelement fallen würde.

H sei die Helligkeit, mit der das Netzhautelement von der Lichtquelle erleuchtet wird, und k die Lichtmenge, welche von der Pupille des Beobachters, wenn diese mit der Helligkeit 1 leuchtet, auf das Netzhautelement fällt, so würde nach dem eben bewiesenen Satze k auch gleich der Lichtmenge sein, welche von dem Netzhautelemente, wenn dieses die Helligkeit 1 hätte, in die Pupille des Beobachters gelangte. Da dieses nun aber die Helligkeit H hat, so ist die Lichtmenge, welche von diesem Elemente wirklich in die Pupille des Beobachters gelangt, Hk, wie es unser Satz ausspricht.

Es ist dieser Satz gleichsam die weitere Ausführung des Satzes II, indem hier die quantitativen Bestimmungen gegeben werden, welche dort fehlten. Zunächst ist er nur erwiesen für Augenspiegel, an deren brechenden und spiegelnden Flächen die Lichtstrahlen nahe senkrecht einfallen und keinen erheblichen Verlust erleiden. Es ist aber leicht einzusehen, dass er auch für die Beleuchtung des Auges mit schief gestellten spiegelnden Glasplatten gilt, da unpolarisirtes Licht, vom beob-

achtenden zum beobachteten Auge durch eine solche Platte gehend, ebenso stark geschwächt wird, als wenn es den umgekehrten Weg verfolgte.

Satz IV.

Wenn ein Beobachter durch ein centrirtes System brechender und spiegelnder Kugelflächen ein scharfes Bild eines leuchtenden Gegenstandes erblickt und wir den Verlust von Licht an den brechenden und spiegelnden Flächen vernachlässigen können, so erscheint jede Stelle des Bildes dem Beobachter ebenso hell, wie ihm die entsprechende Stelle des Gegenstandes ohne optische Instrumente gesehen erscheinen würde, so oft die ganze Pupille des Beobachters von den Strahlen getroffen wird, die von einem einzelnen Punkte jener Stelle ausgehen. Ist diese letztere Bedingung nicht erfüllt, so verhält sich die Helligkeit des optischen Bildes zur Helligkeit des frei gesehenen Gegenstandes, wie der von Strahlen eines leuchtenden Punktes getroffene Flächenraum der Pupille des Beobachters zur ganzen Pupille.

Wenn das Auge direct oder durch ein centrirtes optisches
System ein deutliches Bild eines Gegenstandes sieht, so können
wir das Auge mit dem vorgesetzten optischen Systeme zu- 174
sammen wiederum als ein optisches System betrachten, welches ein Bild des Gegenstandes auf der Netzhaut entwirft. Es sei a ein Flächenelement des Gegenstandes, b sein Bild auf der Netzhaut. So viel Licht von a nach b geht, würde auch nach Satz III dieses Paragraphen von b nach a gehen, wenn dem Netzhautelemente b die Helligkeit $H \,.\, n_2^2/n_1^2$ ertheilt würde. In diesem Ausdrucke ist H die Helligkeit des Elements a, n_1 das Brechungsverhältniss des Mediums, in dem sich a befindet, n_2 des Glaskörpers. Es lässt sich aber leicht berechnen, wie viel Licht von b nach a unter diesen Umständen gehen würde. Ist q der Querschnitt des von einem Punkte von b nach einem Punkte von a gehenden Strahlenbündels in der Pupille, so ist

die von b nach a gehende Lichtmenge M gleich der von b nach q gehenden, und diese ist:

$$M = \frac{n_2^2}{n_1^2} H. \frac{q\,b}{R^2},$$

worin R den Abstand der Pupille von der Netzhaut bedeutet. Streng genommen würde hier unter q der Querschnitt des Strahlenbündels in dem von der Linse entworfenen Bilde der Pupille, und unter R die Entfernung dieses Bildes von der Netzhaut zu verstehen sein. In diesem Ausdrucke für die Lichtmenge, welche von dem leuchtenden Flächenelemente H in das Auge fällt, sind zwei Grössen, welche von der Beschaffenheit des dem Auge vorgesetzten optischen Systems abhängen, nämlich q der Querschnitt des Strahlenbündels in der Pupille und b die Grösse des Bildes auf der Netzhaut.

Die Helligkeit dieses Bildchens hängt nun aber nicht nur von der einfallenden Lichtmenge ab, sondern auch von der Grösse der Fläche b, über welche die Lichtmenge ausgebreitet wird, und ist der letzteren umgekehrt proportional. Setzen wir als Einheit der Beleuchtungsstärke die Lichtmenge, welche die Einheit der Fläche trifft, so ist die Beleuchtungsstärke J des Netzhautelements b:

$$J = \frac{M}{b} = \frac{n_2^2}{n_1^2} H \cdot \frac{q}{R^2},$$

in welchem Ausdrucke nur noch q von der Beschaffenheit des optischen Systems abhängig ist. Sieht das Auge frei den Gegenstand an, so füllt das Strahlenbündel die ganze Pupille, deren Querschnitt Q sei, und die Beleuchtungsstärke wird:

$$J = \frac{(n_1)^2}{(n_2)^2} H \cdot \frac{Q}{R^2}.$$

Grösser als Q kann q niemals werden; dieser letztere Ausdruck ist also das Maximum der Helligkeit; er stellt die natürliche Helligkeit des Bildes dar. Die Helligkeit ausgedehnter Flächen kann durch optische Instrumente nie grösser, nur kleiner werden, wenn q kleiner als Q, und verhält sich zur natürlichen Helligkeit wie q zu Q.

Zusätze. 1) Nur wenn wir verschwindend kleine leuchtende Punkte durch optische Instrumente betrachten, deren

Bild auch bei den stärksten Vergrösserungen nur die Ausdehnung der kleinsten Zerstreuungskreise auf der Netzhaut bedeckt, also immer dieselbe Flächenausdehnung behält, können optische Instrumente die Helligkeit vergrössern. Dies geschieht z. B. für die Fixsterne, und deshalb können auch Fixsterne durch stark vergrössernde Fernröhre mit grossen Aperturen bei Tage sichtbar gemacht werden. Die scheinbare Helligkeit des Fixsterns steigt proportional der Lichtmenge, welche das Instrument in seinen Focus vereinigt, während die Helligkeit des Himmelsgewölbes im Fernrohre nicht vermehrt wird.

2) Auch wenn Zerstreuungsbilder einer leuchtenden Fläche von gleichmässiger Helligkeit im Auge entworfen werden, kann die Helligkeit des Netzhautbildes nur gleich, nie grösser
werden als die Helligkeit bei freier Betrachtung der Fläche. 175
Der Beweis lässt sich ganz so führen wie für scharf gesehene Bilder, da Satz III für scharfe Bilder und für Zerstreuungsbilder gleichmässig gilt. Auch hier ist die Helligkeit proportional dem Querschnitt des Strahlenbündels in der Pupille, welches von dem entsprechenden Punkte der Netzhaut bis nach der leuchtenden Fläche gelangen kann.

Ich erlaube mir zu bemerken, dass gegen die hier entwickelten Grundsätze der Helligkeit dioptrischer und katoptrischer Apparate noch oft gesündigt wird. Man glaubt noch oft, dass wenn man Licht durch Sammellinsen oder Hohlspiegel in das Auge, in Mikroskope u. s. w. fallen lässt, man dadurch nicht bloss die scheinbare Grösse der leuchtenden Fläche, sondern auch ihre scheinbare Helligkeit vermehren könne. Der Vermehrung des in das Auge fallenden Lichtes, welche durch solche Mittel erreicht werden kann, entspricht stets eine entsprechende Vergrösserung des Bildes, sodass das Bild eben nur grösser, nicht heller wird. Durch kein optisches Instrument kann man die Helligkeit einer leuchtenden Fläche von erkennbaren Dimensionen für das Auge grösser machen, als sie dem blossen Auge erscheint. Ebenso wenig kann eine beleuchtete Fläche jemals eine grössere Helligkeit bekommen, als die leuchtende hat.

Satz V.

Allgemeines Verfahren, die Helligkeit zu bestimmen, mit welcher dem Beobachter durch einen Augenspiegel eine Stelle der Netzhaut des beobachteten Auges erscheint.

a) Wenn der Verlust, den die einzelnen Strahlen an den brechenden und reflectirenden Flächen erleiden, vernachlässigt werden kann. Es sei x ein Punkt an der betreffenden Stelle der Netzhaut; wir haben zu untersuchen, wie das Strahlenbündel verläuft, welches von x nach der Pupille desselben Auges geht. Nach Satz I und II muss ein Theil dieses Strahlenbündels zum leuchtenden Körper, ein anderer zur Pupille des Beobachters gehen. Es sei P der Querschnitt der Pupille des beobachteten Auges, p in dieser Pupille der Querschnitt desjenigen Theiles des Strahlenbündels, welches zum leuchtenden Körper zurückgelangt, H die Helligkeit, welche der betreffenden Netzhautstelle zukommen würde, wenn das beobachtete Auge, frei nach dem leuchtenden Körper blickend, auf ihr ein Bild dieses Körpers entwürfe. Wir können diese die normale Helligkeit nennen. Sie hängt natürlich wesentlich von der Structur der Netzhaut selbst ab, ferner von der Helligkeit des leuchtenden Körpers und der Weite der Pupille P. Bei Anwendung des Augenspiegels muss nothwendig die wirkliche Helligkeit der Netzhautstelle kleiner werden, nämlich:

$$\frac{p}{P} H.$$

Weiter ermittelte man den Querschnitt q, den der Theil des von x ausgegangenen Strahlenbündels, welcher in die Pupille des Beobachters gelangt, in dieser Pupille hat, deren ganzer Flächeninhalt Q sei, so ergiebt sich schliesslich für die Helligkeit der Netzhautstelle, wie sie dem Beobachter erscheint,

$$\frac{q \cdot p}{Q \cdot P} H.$$

b) Wenn die Strahlen durch Spiegelung oder Brechung einen merklichen Verlust erleiden. Unter den bisher construirten Formen der Augenspiegel kommt ein

solcher nur bei dem von mir angegebenen mit unbelegten spiegelnden Platten vor. Das vom Auge zum leuchtenden Körper gehende Strahlenbündel wird in diesem Falle und allen ähnlichen ebenso viel verlieren als die vom Lichte wirklich zum Auge gehenden Strahlen. Man braucht also auch nur den Verlust des ersteren zu berechnen. Es möge von einem Strahl, der vom Licht zum beobachteten Auge geht und dessen Intensität 1 ist, α im Auge ankommen, und von einem eben solchen Strahle, der vom beobachteten Auge ausgeht, β in dem des
Beobachters ankommen, dann müssen wir den obigen Ausdruck 176
für die Helligkeit noch mit α und β multipliciren: er wird also:

$$\frac{\alpha \cdot \beta \cdot p \cdot q}{P \cdot Q} H.$$

Durch die in den vorstehenden Sätzen vollzogene Umkehr des Problems von der Erleuchtung des Auges haben wir die Untersuchung der Helligkeit der Bilder für jeden Fall auf die Bestimmung des Ganges eines einzigen Strahlenbündels reducirt, während es sonst nöthig war die Helligkeit einer einzelnen Netzhautstelle aus der Helligkeit aller über einander gelagerten Zerstreuungskreise, welche den einzelnen Punkten der Lichtquelle entsprechen, durch Summation zu bestimmen. Auch glaube ich, dass die Sache dadurch der Anschauung zugänglicher wird. Den Gang der Strahlen von einem Netzhautpunkte durch die verhältnissmässig einfachen optischen Systeme der Augenspiegel, von denen eines zur Beleuchtung, eines zur Beobachtung dient, einzeln genommen kann man sich leicht veranschaulichen, während die ganze Uebersicht des Ganges der Lichtstrahlen von der Lichtquelle bis zum Auge des Beobachters meist deshalb schwierig wird, weil auf der Netzhaut eine unendliche Zahl ineinander greifender Zerstreuungskreise der Punkte der Lichtquelle und der Pupille des Beobachters entstehen.

Aus § 19.

Ort und Beschaffenheit der durch Prismen entworfenen Bilder.

Im allgemeinen sind homocentrische Strahlen, nachdem 238
sie durch ein Prisma gebrochen worden sind, nicht mehr homo-

centrisch, sondern ein jedes unendlich dünne Strahlenbündel hat zwei Vereinigungsweiten der Strahlen, ähnlich wie es bei homocentrischen Strahlen der Fall ist, welche von ellipsoidischen Flächen, oder bei schiefem Einfall von Kugelflächen gebrochen sind.[1] Um die Betrachtung dieser Verhältnisse zu erleichtern, will ich eine Form des Brechungsgesetzes benutzen, welche bald nach seiner Entdeckung durch Fermat aufgefunden wurde, und welche es namentlich für die Untersuchung solcher Fälle bequem macht, bei denen die einzelnen Theile desselben Strahles nicht alle in einer Ebene liegen.

Definition.

Wenn ein Strahl durch verschiedene brechende Mittel hindurchgeht, und man die Länge seines Weges in jedem einzelnen Mittel mit dem Brechungsverhältnisse dieses Mittels multiplicirt, und alle diese Längen addirt, so nennt man die Summe die optische Länge des Strahles.

Es seien r_1, r_2, r_3 u. s. w. die Weglängen des Strahles im ersten, zweiten, dritten Mittel, und n_1, n_2, n_3 die zugehörigen Brechungscoefficienten, so ist die optische Länge Ψ nach dieser Definition:

$$\Psi = n_1 r_1 + n_2 r_2 + n_3 r_3 \text{ etc.} + n_m r_m.$$

Nennen wir die Geschwindigkeit des Lichtes im leeren Raume c_0, in dem ersten, zweiten, dritten u. s. w. brechenden Mittel dagegen c_1, c_2, c_3, so ist (nach § 9 Seite 36):

$$n_1 = \frac{c_0}{c_1} \quad n_2 = \frac{c_0}{c_2} \quad n_3 = \frac{c_0}{c_3} \dots \quad n_m = \frac{c_0}{c_m},$$

also

$$\Psi = c_0 \left[\frac{r_1}{c_1} + \frac{r_2}{c_2} + \frac{r_3}{c_3} + \text{etc.} + \frac{r_m}{c_m} \right].$$

Nenne ich nun t die Zeit, welche das Licht gebraucht,

---

1) Siehe mein Handbuch d. Physiol. Optik S. 142 und 143. Die folgenden Theoreme können auch für das citirte Kapitel von den monochromatischen Abweichungen des Auges verwendet werden.

um vom Anfang bis zum Ende des hier betrachteten Weges zu gelangen, so ist:

$$t = \frac{r_1}{c_1} + \frac{r_2}{c_2} + \frac{r_3}{c_3} + \text{etc.}\, \frac{r_m}{c_m},$$

also

$$\psi = c_0\, t.$$

Die optische Länge ist also proportional der Zeit, in der das Licht die Länge des Strahles durchläuft, und ist gleich dem Wege, welchen das Licht in derselben Zeit im leeren Raume zurückgelegt haben würde.

Es kann der Begriff der optischen Länge auch angewendet werden auf den Fall, wo man den Strahl des letzten Mittels rückwärts verlängert denkt bis über die Grenze des Mittels hinaus, etwa bis zu einem Punkte hin, wo ein potentielles Bild des leuchtenden Punktes sich befindet. Um die optische Länge zwischen dem leuchtenden Punkte und seinem potentiellen Bilde 239
zu bestimmen, verfährt man dann wie vorher, nur rechnet man die Entfernung vom Eintritt des Strahles in das letzte Mittel bis zu dem potentiellen Bilde gemessen negativ. Die hier folgenden analytischen Sätze werden dadurch nicht geändert.

I. Lehrsatz.

Das Brechungsgesetz der Lichtstrahlen lässt sich durch die Bedingung ausdrücken, dass die optische Länge des Strahles zwischen einem ihm angehörigen Punkte im ersten und im zweiten Mittel ein Grenzwerth (Maximum oder Minimum) sein solle.

Die beiden brechenden Mittel mögen durch eine beliebig gestaltete Fläche von continuirlicher Krümmung getrennt sein; das Coordinatensystem wollen wir so wählen, dass das Einfallsloth die Axe der z sei, die Gestalt der brechenden Fläche sei gegeben, indem z als Function von x und y bestimmt ist. Für den Einfallspunkt wird:

$$x = y = z = 0, \frac{dz}{dx} = 0, \quad \frac{dz}{dy} = 0. \tag{1}$$

Ferner seien a_1, b_1, c_1 die Coordinaten eines Punktes im einfallenden Strahle, a_2, b_2, c_2 die eines Punktes im gebrochenen

Strahle. Verbinden wir diese Punkte mit einem Punkte der brechenden Fläche, dessen Coordinaten x, y, z sind, so ist die optische Länge dieses Weges:

$$\Psi = n_1 \sqrt{(a_1 - x)^2 + (b_1 - y)^2 + (c_1 - z)^2} + n_2 \sqrt{(a_2 - x)^2 + (b_2 - y)^2 + (c_2 - z)^2}.$$

Damit Ψ, welches eine Function der unabhängigen Variablen x und y ist, ein Maximum oder Minimum werde, sind die ersten Bedingungen, welche hier schon genügend sind:

$$\frac{d\Psi}{dx} = 0, \qquad \frac{d\Psi}{dy} = 0,$$

oder

$$\left.\begin{aligned} 0 &= n_1 \frac{x - a_1 + (z - c_1)\frac{dz}{dx}}{\sqrt{(a_1 - x)^2 + (b_1 - y)^2 + (c_1 - z)^2}} + n_2 \frac{x - a_2 + (z - c_2)\frac{dz}{dx}}{\sqrt{(a_2 - x)^2 + (b_2 - y)^2 + (c_2 - z)^2}} \\ 0 &= n_1 \frac{y - b_1 + (z - c_1)\frac{dz}{dy}}{\sqrt{(a_1 - x)^2 + (b_1 - y)^2 + (c_1 - z)^2}} + n_2 \frac{y - b_2 + (z - c_2)\frac{dz}{dy}}{\sqrt{(a_2 - x)^2 + (b_2 - y)^2 + (c_2 - z)^2}} \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Für den Einfallspunkt des gebrochenen Strahls werden diese Gleichungen nach den in 1 gegebenen Bestimmungen:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= n_1 \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}} + n_2 \frac{a_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}} \\ 0 &= n_1 \frac{b_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}} + n_2 \frac{b_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}} \end{aligned}\right\} \quad (2a)$$

240 Wenn wir nun die Lage der Punkte a_1, b_1, c_1 und a_2, b_2, c_2 in der gewöhnlichen Weise durch Polarcoordinaten ausdrücken, d. h. setzen:

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= r_1 \sin\alpha_1 \cos\vartheta_1 & a_2 &= r_2 \sin\alpha_2 \cos\vartheta_2 \\ b_1 &= r_1 \sin\alpha_1 \sin\vartheta_1 & b_2 &= r_2 \sin\alpha_2 \sin\vartheta_2 \\ c_1 &= r_1 \cos\alpha_1 & c_2 &= r_2 \cos\alpha_2 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

so verwandeln sich die Gleichungen (2a) in folgende:

$$\left. \begin{aligned} n_1 \sin \alpha_1 \cos \vartheta_1 &= - n_2 \sin \alpha_2 \cos \vartheta_2 \\ n_1 \sin \alpha_1 \sin \vartheta_1 &= - n_2 \sin \alpha_2 \sin \vartheta_2 \end{aligned} \right\} \qquad (2\,\mathrm{b})$$

Beide in das Quadrat erhoben und addirt, geben:

$$n_1^2 \sin^2 a = n_2^2 \sin^2 \alpha_2,$$

d. h.

$$n_1 \sin a_1 = \pm n_2 \sin \alpha_2.$$

Es passt hier nur das positive Zeichen, weil α_1 zwischen 0^0 und 90^0, α_2 aber nach der hier gewählten Bezeichnung zwischen 90^0 und 180^0 liegen muss, also $\sin \alpha_1$, $\sin \alpha_2$, sowie auch n_1 und n_2 immer positiv sind. Es ist also:

$$n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2 \qquad (4)$$

und wenn man dies in die Gleichungen (2b) einsetzt, erhält man:

$$\begin{aligned} \cos \vartheta_1 &= - \cos \vartheta_2 \\ \sin \vartheta_1 &= - \sin \vartheta_2 \end{aligned}$$

d. h.

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 + 180^0. \qquad (4\,\mathrm{a})$$

Die Gleichungen (4) und (4a), welche wir aus der Bedingung hergeleitet haben, dass die optische Länge des Strahles ein Grenzwerth sei, sind aber identisch mit den beiden Bedingungen des Brechungsgesetzes. Es ist nämlich, wie aus den Gleichungen (3) hervorgeht, α_1 der Brechungswinkel, ϑ_1 der Winkel, den die xz Ebene mit der Einfallsebene, ϑ_2 der, den die xz Ebene mit der Brechungsebene macht. Einfalls- und Brechungsebene machen also mit einander einen Winkel von 180^0, d. h. fallen in eine Ebene zusammen. Genau dieselbe Beweisführung passt auf das Problem der Spiegelung des Strahles an der bisher als brechend vorausgesetzten Fläche. Man hat nur $n_1 = n_2$ zu setzen, weil der Strahl in demselben Mittel bleibt, und α_2 ist wie α_1 zwischen 0 und 90^0 zu nehmen. Dann werden die Gleichungen (4) und (4a):

$$\begin{aligned} \sin \alpha_1 &= \sin \alpha_2 \quad \text{oder} \quad \alpha_1 = \alpha_2 \\ \vartheta_2 &= \vartheta_1 + 180, \end{aligned}$$

welches die beiden Gesetze der Spiegelung eines Strahles sind.

Nachdem der aufgestellte Lehrsatz für eine brechende Fläche erwiesen ist, lässt er sich leicht auf beliebig viele ausdehnen. Wenn ein Lichtstrahl durch eine beliebige Anzahl von brechenden Mitteln hindurchgegangen ist, welche durch Flächen von continuirlicher Krümmung begrenzt sind, so lässt sich sein Weg durch die Bedingung bestimmen, dass die optische Länge des Strahls zwischen einem seiner Punkte im ersten und einem im letzten Mittel ein Grenzwerth (Maximum oder Minimum) ist.

Es sei Ψ die optische Länge des Strahles, und es seien die Punkte der ersten brechenden Fläche durch die Coordinaten x_1 und y_1, die der zweiten durch x_2 und y_2, die der $m$ten durch x_m und y_m gegeben, und alle diese Coordinatensysteme mögen so gelegt sein: dass ihre z Axe mit dem Einfallsloth zusammen-
241 fällt, die xy Ebene die brechende Fläche tangirt. Es sind die ersten Bedingungen des Grenzwerthes:

$$\frac{d\Psi}{dx_1} = 0, \qquad \frac{d\Psi}{dy_1} = 0,$$

$$\frac{d\Psi}{dx_2} = 0, \qquad \frac{d\Psi}{dy_2} = 0$$

u. s. w.

$$\frac{d\Psi}{dx_m} = 0. \qquad \frac{d\Psi}{dy_m} = 0.$$

Die erste dieser Gleichungen ist nach dem eben bewiesenen Lehrsatze identisch mit der Bedingung, dass der Strahl an der ersten Fläche nach dem bekannten Brechungsgesetze gebrochen werde; die zweite sagt dasselbe für die zweite Fläche, die $m$te für die $m$te. Also ist der Weg des Strahles durch die aufgestellte Bedingung genau ebenso bestimmt wie durch das Brechungsgesetz.

Auch in diesem Falle genügt die Untersuchung der ersten Differentialquotienten der optischen Länge. Ob der Weg des Strahles für alle Verschiebungen der Einfallspunkte ein Maximum, oder für alle ein Minimum, oder für einige ein Maximum, für andere ein Minimum u. s. w. ist, hängt bekanntlich von den zweiten Differentialquotienten ab, kommt aber hier zunächst nicht in Betracht, und es mag deshalb in der vorliegen-

den Untersuchung erlaubt sein, Grenzwerthe im allgemeinen alle die Werthe der optischen Länge des Strahles zu nennen, deren erste Differentialquotienten den für das Maximum und Minimum aufzustellenden Bedingungen entsprechen, ohne dass weiter nach dem Vorzeichen und der Grösse der zweiten Differentialquotienten gefragt wird. Welchen Einfluss bei unserer Untersuchung die zweiten Differentialquotienten haben, wird sich später zeigen.

II. Wenn Lichtstrahlen von einem Punkte ausgegangen und durch beliebig viele Flächen von continuirlicher Krümmung gebrochen worden sind, stehen sie nach der letzten Brechung senkrecht auf jeder krummen Fläche, für deren sämmtliche Punkte die optische Länge des Strahles einen constanten Werth hat.

Die Bezeichnung bleibe dieselbe, wie bei der Verallgemeinerung des Satzes I. Der Endpunkt des Strahles liege in einer krummen Fläche, für welche:

$$\Psi = \text{Const.} \tag{1}$$

Wir wollen die einzelnen Punkte dieser Fläche durch dasselbe Coordinatensystem bestimmen, durch welches die Punkte der letzten brechenden Fläche bestimmt sind, und für die Punkte der Fläche $\Psi = C$ setzen $x_m = a$, $y_m = b$, $z_m = c$, und c als Function von a und b ansehen.

Wir wollen nun zwei gebrochene Strahlen betrachten, welche unendlich wenig von einander entfernt sind. Es seien die Coordinaten der Punkte, wo der erste die betreffenden Flächen trifft:

$$x_1,\ y_1,\ x_2,\ y_2 \text{ etc. } x_m,\ y_m,\ a,\ b,\ c,$$

die des zweiten:

$$x_1 + \Delta x_1,\ y_1 + \Delta y_1,\ x_2 + \Delta x_2,\ y_2 + \Delta y_2 \text{ etc.}$$
$$x_m + \Delta x_m,\ y_m + \Delta y_m,\quad a + \Delta a,\quad b + \Delta b,\ c + \Delta c,$$

wobei wir zu setzen haben, weil c eine Function von a und b ist:

$$\Delta c = \frac{dc}{da}\,\Delta a + \frac{dc}{db}\,\Delta b.$$

242 Die optische Länge des ersten Strahles sei Ψ, die des zweiten $\Psi + \varDelta \Psi$, so ist für unendlich kleine Werthe der Aenderungen:

$$\Psi + \varDelta \Psi = \Psi + \frac{d\Psi}{dx_1} \varDelta x_1 + \frac{d\Psi}{dx_2} \varDelta x_2 \text{ etc. } + \frac{d\Psi}{dx_m} \varDelta x_m + \left(\frac{d\Psi}{da} + \frac{d\Psi}{dc} \cdot \frac{dc}{da}\right) \varDelta a$$

$$+ \frac{d\Psi}{dy_1} \varDelta y_1 + \frac{d\Psi}{dy_2} \varDelta y_2 \text{ etc. } + \frac{d\Psi}{dy_m} \varDelta y_m + \left(\frac{d\Psi}{db} + \frac{d\Psi}{dc} \cdot \frac{dc}{db}\right) \varDelta b.$$

Da nun der Werth von Ψ in der Fläche, deren Punkte durch die Coordinaten a, b und c gegeben sind, constant sein soll, so folgt, dass:

$$\varDelta \Psi = 0,$$

und da ferner nach dem vorigen Lehrsatze:

$$0 = \frac{d\Psi}{dx_1} = \frac{d\Psi}{dy_1} = \frac{d\Psi}{dx_2} = \frac{d\Psi}{dy_2} \text{ etc.,}$$

so folgt:

$$\left(\frac{d\Psi}{da} + \frac{d\Psi}{dc} \cdot \frac{dc}{da}\right) \varDelta a + \left(\frac{d\Psi}{db} + \frac{d\Psi}{dc} \cdot \frac{dc}{db}\right) \varDelta b = 0,$$

welche Gleichung für alle beliebigen Werthe von $\varDelta a / \varDelta b$ gültig sein muss, woraus folgt, dass einzeln:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{d\Psi}{da} + \frac{d\Psi}{dc} \cdot \frac{dc}{da} = 0 \\ \frac{d\Psi}{db} + \frac{d\Psi}{dc} \cdot \frac{dc}{db} = 0 \end{array}\right\} \quad (2)$$

Nennen wir nun r_0, r_1 etc. r_m die Weglängen des Strahles in den verschiedenen brechenden Medien, n_0, n_1 etc. n_m die Brechungsverhältnisse, so ist:

$$\Psi = n_0 r_0 + n_1 r_1 + \text{etc.} + n_m r_m.$$

Hierin ist nur r_m abhängig von a, b und c, folglich:

$$\frac{d\Psi}{da} = n_m \frac{dr_m}{da} = n_m \frac{a - x_m}{r_m}$$

$$\frac{d\Psi}{db} = n_m \frac{dr_m}{db} = n_m \frac{b - y_m}{r_m}$$

$$\frac{d\Psi}{dc} = n_m \frac{dr_m}{dc} = n_m \frac{c - z_m}{r_m},$$

so verwandeln sich endlich die Gleichungen (2) in:

$$\left.\begin{array}{l}(a - x_m) + (c - z_m)\dfrac{dc}{da} = 0 \\ (b - y_m) + (c - z_m)\dfrac{dc}{db} = 0\end{array}\right\} \qquad (2\,a)$$

welche bedeuten, dass a, b, c der Fusspunkt einer vom Punkt x_m, y_m, z_m auf die Fläche $\Psi = C$ gefällten Normale ist.

Dass dies so sei, ergiebt sich am einfachsten, wenn man 243
bedenkt, dass die Normale selbst ein Maximum oder Minimum der Entfernung zwischen dem Punkte, von dem man sie fällt, und der krummen Fläche ist. Es ist aber die Entfernung r_m zwischen dem Punkte x_m, y_m, z_m und dem Punkte a, b, c der Fläche:

$$r_m = \sqrt{(x_m - a)^2 + (y_m - b)^2 + (z_m - c)^2};$$

um sie zu einem Maximum oder Minimum zu machen, muss man setzen:

$$0 = \frac{dr_m}{da} + \frac{dr_m}{dc}\,\frac{dc}{da} = \frac{a - x_m}{r_m} + \frac{dc}{da}\cdot\frac{c - z_m}{r_m},$$

$$0 = \frac{dr_m}{db} + \frac{dr_m}{dc}\,\frac{dc}{da} = \frac{b - y_m}{r_m} + \frac{dc}{db}\cdot\frac{c - z_m}{r_m},$$

welche mit den Gleichungen (2a) identisch sind.

Der durch den Punkt a, b, c gehende Strahl ist also eine Normale auf der durch denselben Punkt gehenden Fläche $\Psi = C$.

Da das Licht gleiche optische Längen in gleicher Zeit zurücklegt, so gelangt es auch in gleicher Zeit von dem leuchtenden Punkte zu allen Punkten der Fläche $\Psi = C$, und diese ist daher eine Wellenfläche, d. h. sie geht durch alle diejenigen Punkte, in denen die gleiche Phase der Aetherschwingung stattfindet.

Bestimmung des Verlaufs eines unendlich dünnen Strahlenbündels. Nachdem bewiesen worden ist, dass es eine krumme Fläche giebt, die Wellenfläche, auf welcher alle durch Brechung in beliebigen Flächen von continuirlicher Krümmung aus homocentrischem Licht entstandenen Strahlen senkrecht stehen, folgt auch, dass für die gebrochenen Licht-

strahlen die Sätze gelten, welche für die Normalen krummer Flächen bekannt sind. Denken wir uns also durch einen beliebig gewählten Strahl A eine Ebene gelegt, welche die Wellenfläche in einer Curve schneidet, und die Ebene um den Strahl gedreht, so wird die Schnittlinie im allgemeinen, da wo sie den Strahl A schneidet, verschiedene Krümmung zeigen, und zwar wird die Ebene der grössten Krümmung der Schnittlinie senkrecht stehen auf der Ebene ihrer kleinsten Krümmung. Errichtet man nun in den Punkten der Wellenfläche, welche dem Strahle A unendlich nahe sind, Normalen, welche also benachbarten Strahlen entsprechen, so schneiden diejenigen, deren Fusspunkte in der Linie grösster oder kleinster Krümmung liegen, den Strahl A in dem Mittelpunkte bezüglich des grössten oder kleinsten Krümmungskreises, die dagegen, deren Fusspunkte weder in der Linie grösster noch kleinster Krümmung liegen, schneiden den Strahl A gar nicht Auf jedem Strahle giebt es also im allgemeinen zwei Brennpunkte, in denen er von benachbarten Strahlen geschnitten wird, welche den Mittelpunkten der grössten und kleinsten Krümmung der Wellenfläche im Fusspunkte des Strahles entsprechen. Nur wenn beide Punkte in einen zusammenrücken, d. h. die Krümmung der Wellenfläche im Fusspunkte des Strahles nach allen Richtungen hin gleich gross wird, wird der Strahl A von allen ihm unendlich nahen Strahlen in einem Punkte geschnitten.

Um diese Sätze analytisch darzustellen, wollen wir ein Coordinatensystem benutzen, dessen zAxe mit dem Strahle A zusammenfällt. Für die einzelnen Punkte der Wellenfläche setzen wir:

$$x = a, \quad y = b, \quad z = c.$$

Die Fläche sei gegeben dadurch, dass c als Function von a und b gegeben ist. Nach der Annahme über die Lage des Coordinatensystems ist für:

244 $$a = b = 0 \quad \text{auch} \quad \frac{dc}{da} = \frac{dc}{db} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Wenn x, y, z die Coordinaten eines Punktes der in a, b, c auf der Wellenfläche errichteten Normale bezeichnen, haben wir, wie in Lehrsatz II Gleichung (2a):

$$\left.\begin{aligned}(a-x)+(c-z)\frac{dc}{da}&=0\\(b-y)+(c-z)\frac{dc}{db}&=0\end{aligned}\right\}\qquad(1\text{a})$$

Setzt man für a und b die unendlich wenig davon verschiedenen Grössen $a+\varDelta a$, $b+\varDelta b$, so werden die Gleichungen (1a):

$$(a+\varDelta a-x)+\left(c+\frac{dc}{da}\varDelta a+\frac{dc}{db}\varDelta b-z\right)\frac{dc}{da}$$

$$+(c-z)\left(\frac{d^2c}{da^2}\varDelta a+\frac{d^2c}{dadb}\varDelta b\right)=0$$

$$(b+\varDelta b-y)+\left(c+\frac{dc}{da}\varDelta a+\frac{dc}{db}\varDelta b-z\right)\frac{dc}{db}$$

$$+(c-z)\left(\frac{d^2c}{da\,.\,db}\varDelta a+\frac{d^2c}{db^2}\varDelta b\right)=0.$$

Setzen wir hierin $a=b=0$ und nach (1) auch $dc/da=dc/db=0$, so erhalten wir die Gleichungen einer Normale, die dem Strahl A unendlich nahe die Wellenfläche in dem durch die Coordinaten $\varDelta a$ und $\varDelta b$ gegebenen Punkte schneidet, nämlich:

$$\left.\begin{aligned}\varDelta a-x+(c-z)\left(\frac{d^2c}{da^2}\varDelta a+\frac{d^2c}{da\,.\,db}\varDelta b\right)&=0\\\varDelta b-y+(c-z)\left(\frac{d^2c}{da\,.\,db}\varDelta a+\frac{d^2c}{db^2}\varDelta b\right)&=0\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

Für alle Punkte des Strahles A ist gleichzeitig $x=y=0$. Soll A also von dem Strahle geschnitten werden, dessen Weg durch die Gleichungen (2) gegeben ist, so muss auch in diesen für irgend einen Werth von z gleichzeitig $x=y=0$ werden. Setzen wir nun in ihnen $x=y=0$ und eliminiren z, so bleibt als Bedingung für die Möglichkeit des Schneidens:

$$\frac{d^2c}{da\,.\,db}\varDelta a^2+\left(\frac{d^2c}{db^2}-\frac{d^2c}{da^2}\right)\varDelta a\varDelta b-\frac{d^2c}{da\,.\,db}\varDelta b^2=0.\qquad(3)$$

Nennen wir die unendlich kleine Entfernung der Fusspunkte der beiden Normalen r und den Winkel, den sie mit der xAxe macht, α, welches also zwischen 0 und π liegen muss, so ist:

$$\varDelta a=r\cos\alpha,\qquad \varDelta b=r\sin\alpha.$$

Setzen wir ausserdem:

$$2n = \frac{\frac{d^2 c}{db^2} - \frac{d^2 c}{da^2}}{\frac{d^2 c}{da \cdot db}},$$

245 so wird die Gleichung (3) vorausgesetzt, dass $d^2c/(da.db)$ nicht gleich Null ist:

$$\operatorname{tang}^2\alpha - 2n \operatorname{tang}\alpha = 1 \tag{3a}$$

also

$$\operatorname{tang}\alpha = n \pm \sqrt{1+n^2} \tag{3b}$$

Die beiden Werthe von tang α, welche jedenfalls reell sind, kann man auch schreiben:

$$n + \sqrt{1+n^2} \quad \text{und} \quad -\frac{1}{n+\sqrt{1+n^2}}.$$

Wenn also α_0 der eine entsprechende Werth von α ist, ist $\alpha + \pi/2$ oder $\alpha - \pi/2$ der andere. Die beiden Winkel sind um einen Rechten unterschieden. Die Grösse r, die den Abstand der Normalen in der Wellenfläche bezeichnet, verschwindet aus der Gleichung (3a). Es wird also der Strahl A geschnitten von allen unendlich nahen Strahlen, welche in Ebenen liegen, die mit der x Axe die Winkel α_0 und $\alpha_0 + \pi/2$ bilden.

Bisher war die Lage der x und y Axe willkürlich in der auf den Strahl A senkrechten Ebene. Zur Vereinfachung wollen wir sie jetzt so gelegt denken, dass sie mit den Ebenen der schneidenden Strahlen zusammenfallen, was jedenfalls ausführbar sein muss. Es müssen dann die beiden Werthe von tang α werden 0 und ∞, dies bedingt, dass:

$$n = \pm \infty$$

und

$$\frac{d^2 c}{da \cdot db} = 0.$$

In der That, wenn wir die letztere Bedingung erfüllt denken, reducirt sich die Bedingung des Schneidens, Gleichung (3) auf:

$$\left(\frac{d^2 c}{db^2} - \frac{d^2 c}{da^2}\right) \Delta a \Delta b = 0,$$

welche erfüllt wird durch die Annahme, dass entweder $\Delta a = 0$ oder $\Delta b = 0$, dass also die schneidenden Normalen entweder

in der yzEbene oder in der xzEbene liegen. Ist endlich gleichzeitig auch noch:

$$\frac{d^2 c}{d b^2} - \frac{d^2 c}{d a^2} = 0,$$

so ist die Bedingung des Schneidens für alle beliebigen unendlich kleinen Werthe von Δa und Δb erfüllt, es schneiden also alle unendlich nahen Normalen den Strahl A. Indem wir weiter die Annahme $d^2 c/(da\,db) = 0$ festhalten, und dann entweder $\Delta a = 0$ oder $\Delta b = 0$ setzen, finden wir, wie oben bemerkt wurde, die Entfernung z, in der die benachbarten Strahlen den der zAxe parallelen Strahl schneiden, indem wir in den Gleichungen (2) $x = y = 0$ setzen.

Für die Strahlen in der xzEbene ist $\Delta b = 0$, und es folgt aus der ersten der Gleichungen (2) für $z - c$, die Entfernung des Schneidepunkts von der Wellenfläche:

$$z - c = \frac{1}{\frac{d^2 c}{d a^2}}.$$ 246

Die zweite Gleichung wird $0 = 0$. Für die Strahlen in der yzEbene ist $\Delta a = 0$, und

$$z - c = \frac{1}{\frac{d^2 c}{d b^2}}.$$

Wenn endlich $d^2 c/d a^2 = d^2 c/d b^2 = 1/\varrho$, so ist für alle benachbarte Strahlen ohne Unterschied:

$$z - c = \varrho.$$

Uebrigens sind in diesem Falle die xz und yzEbene auch die Ebenen grösster und kleinster Krümmung, und die Werthe der entsprechenden Krümmungsradien ϱ_a und ϱ_b sind:

$$\varrho_a = \frac{1}{\frac{d^2 c}{d a^2}}, \qquad \varrho_b = \frac{1}{\frac{d^2 c}{d b^2}},$$

sodass also die Brennpunkte auch mit den Krümmungsmittelpunkten der Wellenfläche zusammenfallen.

Form eines unendlich dünnen kreisförmigen Strahlenbündels. Um eine deutlichere Vorstellung von dem Verlauf der Strahlen in einem unendlich dünnen Bündel

zu erhalten, wollen wir die Form eines Strahlenbündels betrachten, dessen Basis in der Wellenfläche eine Kreislinie ist. Wir setzen also in den Gleichungen (2) wie vorher:

$$\frac{d^2c}{da.db} = 0 \quad \text{und} \quad \Delta a = r\cos\alpha, \; \Delta b = r\sin\alpha$$

und erhalten aus den Gleichungen (2):

$$r\cos\alpha - x + (c - z)\frac{d^2c}{da^2} r\cos\alpha = 0$$

$$r\sin\alpha - y + (c - z)\frac{d^2c}{db^2} r\sin\alpha = 0.$$

Um die Schnittlinie der Oberfläche des Bündels mit einer aut der Axe des Bündels senkrechten Ebene zu erhalten, müssen wir z constant setzen und den Winkel α eliminiren. Setzen wir zur Abkürzung:

$$p = +r\left[1 + (c - z)\frac{d^2c}{da^2}\right] = +\frac{r}{\varrho_a}[\varrho_a + c - z]$$

$$q = +r\left[1 + (c - z)\frac{d^2c}{db^2}\right] = +\frac{r}{\varrho_b}[\varrho_b + c - z],$$

so erhalten wir:

$$\frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1.$$

Dies ist die Gleichung einer Ellipse, deren Axen von der Länge $2p$ und $2q$ den Axen der x und y parallel liegen. Beide Axen der Ellipse sind kleiner, wenn r kleiner ist; füllt das Strahlenbündel also in der ersten Wellenfläche nicht bloss
247 eine Kreislinie, sondern eine Kreisfläche an, so bleiben sämmtliche Strahlen doch innerhalb des Raumes, den die äusseren Strahlen begrenzen, eingeschlossen, und die letzteren bestimmen mithin die Gestalt des Bündels. In der Wellenfläche selbst, von der wir ausgingen, ist $c - z = 0$, also die Axen $p = q = r$, der Querschnitt ein Kreis. Die Axe p wird gleich Null, wenn:

$$z - c = \frac{1}{\frac{d^2c}{da^2}} = \varrho_a,$$

wenn also der Querschnitt des Bündels durch die Brennpunkte der Strahlen in der xzEbene gelegt wird. Ebenda ist die andere Halbaxe:

$$q = \pm \frac{r}{\varrho_b} (\varrho_a + \varrho_b).$$

Der Querschnitt des Bündels ist alsdann eine der y Axe parallele gerade Linie, deren Länge gleich dem eben angegebenen Werthe von q ist.

Dagegen wird der Querschnitt des Bündels eine der x Axe parallele gerade Linie, wenn:

$$z - c = \frac{1}{\frac{d^2 c}{d b^2}} = \varrho_b$$

$$q = 0, \qquad p = \pm \frac{r}{\varrho_a} (\varrho_a + \varrho_b).$$

Endlich giebt es noch eine zweite Stelle, wo der Querschnitt des Strahlenbündels ein Kreis ist, wo nämlich:

$$p = -q$$

$$1 + \frac{c - z}{\varrho_a} = -1 - \frac{c - z}{\varrho_b}$$

$$z - c = \frac{2 \varrho_a \varrho_b}{\varrho_a + \varrho_b},$$

daselbst wird:

$$p = q = \pm r \cdot \frac{\varrho_a - \varrho_b}{\varrho_a + \varrho_b}.$$

Zwischen den beiden kreisförmigen Querschnitten des Bündels muss einer der linienförmigen Querschnitte liegen. Dieser Linie sind die grösseren Axen der elliptischen Querschnitte parallel, welche zwischen den beiden kreisförmigen angelegt

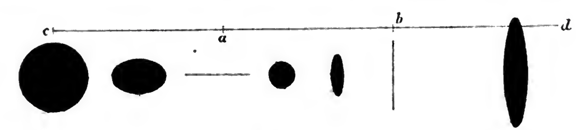


Fig. 21.

werden, während die grossen Axen der ausserhalb dieses Zwischenraumes liegenden senkrecht dagegen gestellt sind. In Fig. 21 bezeichnet die Linie cd den mittleren Strahl, in c ist ein kreisförmiges Diaphragma angenommen, in a und b die

Brennpunkte. Unter der Linie sind die Querschnitte des Bündels, welche den darüber liegenden Punkten der Linie entsprechen, abgebildet.

248 Allgemeine analytische Bedingung für die Lage der Brennpunkte.

Wir wollen die optische Länge zweier unendlich naher Strahlen A und B von ihrem gemeinsamen Ausgangspunkte an bis zu einem Brennpunkte hin, wo sie nach beliebig vielen Brechungen an beliebigen brechenden Flächen von continuirlicher Krümmung wieder zusammentreffen, Ψ und $\Psi + \Delta\Psi$ nennen. Die Coordinatensysteme, nach denen wir die Punkte in den einzelnen brechenden Flächen bestimmen, werden wieder so gedacht, dass ihre zAxe mit den dem Strahle A angehörigen Einfallslothen zusammenfällt, und ihre xyEbene die brechende Fläche tangirt. Die Coordinaten der Einfallspunkte des Strahles B seien in der ersten Fläche x_1, y_1, z_1, in der zweiten x_2, y_2, z_2 u. s. w., in der $m$ten x_m, y_m, z_m. Es wird indessen im Folgenden vorausgesetzt, dass die optischen Längen ausgedrückt sind als Function der x und y allein, und die z, welche selbst wieder Functionen von x und y sind, aus diesen Werthen eliminirt sind; da übrigens die Strahlen A und B unendlich nahe sein sollen, werden die Grössen x_1, y_1 bis x_m, y_m als unendlich klein betrachtet.

Nach dem Taylor'schen Satze ist alsdann:

$$\Psi + \Delta\Psi = \Psi + \frac{d\Psi}{dx_1}x_1 + \frac{d\Psi}{dx_2}x_2 + \text{etc.} + \frac{d\Psi}{dx_m}x_m$$
$$+ \frac{d\Psi}{dy_1}y_1 + \frac{d\Psi}{dy_2}y_2 + \text{etc.} + \frac{d\Psi}{dy_m}y_m.$$

Es müssen nun beide Strahlen den im ersten Lehrsatze ausgesprochenen Bedingungen genügen, d. h. die ersten Differentialquotienten von Ψ und von $\Psi + \Delta\Psi$ nach x_1, y_1, x_2, y_2 etc. x_m, y_m genommen müssen gleich 0 sein. Dies giebt für den ersten Strahl:

$$\frac{d\Psi}{dx_1} = 0, \qquad \frac{d\Psi}{dx_2} = 0 \text{ etc. } \frac{d\Psi}{dx_m} = 0,$$

$$\frac{d\Psi}{dy_1} = 0, \quad \frac{d\Psi}{dy_2} = 0 \text{ etc. } \frac{d\Psi}{dy_m} = 0$$

und mit Berücksichtigung dieser Gleichungen für den zweiten Strahl folgendes System von Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d^2\Psi}{dx_1^2}x_1 + \frac{d^2\Psi}{dx_1 dy_1}y_1 + \text{etc.} + \frac{d^2\Psi}{dx_1 dx_m}x_m + \frac{d^2\Psi}{dx_1 dy_m}y_m = 0\\
\frac{d^2\Psi}{dy_1 dx_1}x_1 + \frac{d^2\Psi}{dy_1^2}y_1 + \text{etc.} + \frac{d^2\Psi}{dy_1 dx_m}x_m + \frac{d^2\Psi}{dy_1 dy_m}y_m = 0\\
\frac{d^2\Psi}{dx_m dx_1}x_1 + \frac{d^2\Psi}{dx_m dy_1}y_1 + \text{etc.} + \frac{d^2\Psi}{dx_m^2}x_m + \frac{d^2\Psi}{dx_m dy_m}y_m = 0\\
\frac{d^2\Psi}{dy_m dx_1}x_1 + \frac{d^2\Psi}{dy_m dy_1}y_1 + \text{etc.} + \frac{d^2\Psi}{dy_m dx_m}x_m + \frac{d^2\Psi}{dy_m^2}y_m = 0
\end{aligned}\right\} (4)$$

Die Anzahl der Glieder in diesen Gleichungen vermindert sich übrigens dadurch beträchtlich, dass $d^2\Psi / dx_f dx_g$ und $d^2\Psi / dx_f dy_g$ und $d^2\Psi / dy_f dy_g$ gleich Null werden, so oft die Indices f und g um mehr als Eins verschieden sind.

Die Zahl unserer Gleichungen ist $2m$ und sie enthalten $2m$ Unbekannte x_1, y_1 bis x_m, y_m. Da indessen nicht alle diese Unbekannten gleich Null werden dürfen (der Strahl B 249 soll ja von A unterschieden sein), so kann man alle Gleichungen durch eine der Unbekannten x_t, welche nicht Null wird, dividiren, und die $(2m - 1)$ anderen Unbekannten dividirt durch x_t als neue Unbekannte betrachten. Dann hat man $2m$ Gleichungen mit $2m - 1$ Unbekannten, sodass, wenn man die letzteren eliminirt, noch eine Gleichung übrig bleibt, in welcher die Grössen x_1, y_1 bis x_m, y_m nicht mehr vorkommen, sondern nur noch die partiellen zweiten Differentialquotienten von Ψ. Diese letzte Eliminationsgleichung, in welcher die Determinante der Gleichungen (4) gleich Null gesetzt wird, ist die gesuchte Gleichung für die Lage der Brennpunkte.

Die Determinante der Gleichungen (4) ist nach bekannten Regeln[1] leicht zu bilden. Sie ist eine Summe von Gliedern, deren erstes das Product darstellt:

$$\frac{d^2\Psi}{dx_1 \cdot dx_1} \cdot \frac{d^2\Psi}{dy_1 dy_1} \cdot \frac{d^2\Psi}{dx_2 \cdot dx_2} \text{ etc. } \frac{d^2\Psi}{dx_m \cdot dx_m} \cdot \frac{d^2\Psi}{dy_m \cdot dy_m}.$$

1 S. Jacobi in Crelle's Journ. für Math. XXII.

Die übrigen Glieder der Summe erhält man, indem man in den Nennern der Differentialquotienten, welche Producte je zweier Factoren sind, alle ersten Factoren unverändert lässt, mit den zweiten aber alle möglichen Variationen bildet, und so oft man dabei zwei dieser Factoren mit einander vertauscht, auch das Vorzeichen des Gliedes wechseln lässt.

Nach der Bezeichnungsweise der Variationsrechnung ausgedrückt, wird also die Lage eines Strahles gefunden zwischen seinem Anfangs- und Endpunkt durch die Bedingung, dass die erste Variation seiner optischen Länge gleich Null sei. Und sein Anfangs- und Endpunkt sind zusammengehörige Brennpunkte, wenn die zweite Variation der optischen Länge auch gleich Null gemacht werden kann. Im letzteren Falle ist diese Länge nicht nothwendig ein Maximum oder Minimum.

Brechung im Prisma.

Wir denken die Lage des leuchtenden Punktes durch drei rechtwinkelige Coordinaten a, b, c gegeben, sodass die Axe der c mit der brechenden Kante, die Ebene der bc mit der ersten brechenden Fläche zusammenfällt, und die positiven a ausserhalb des Prisma liegen. Für den Einfallspunkt des Strahles auf dieser Fläche sei $a = 0$, $b = y$, $c = z$. Ebenso denken wir einen Punkt des aus dem Prisma getretenen Strahles durch drei rechtwinkelige Coordinaten α, β, γ gegeben, die einem zweiten Systeme angehören, dessen γ Axe wieder mit der brechenden Kante, dessen $\beta\gamma$ Ebene aber mit der zweiten brechenden Fläche zusammenfällt, und dessen positive α ebenfalls ausserhalb des Prisma liegen. Die γ sollen von demselben Punkte der Kante ab gemessen werden wie die c, sodass also die ab Fläche des ersten Systems mit der $\alpha\beta$ Fläche des zweiten identisch ist. Für den Austrittspunkt des Strahles aus dem Prisma sei $\alpha = 0$, $\beta = v$, $\gamma = \zeta$. Der brechende Winkel des Prisma sei φ, das Brechungsverhältniss der Substanz des Prisma gegen das äussere Medium sei n. Die Länge des Strahles vor dem Prisma sei r_0, die im Prisma r_1, hinter dem Prisma r_2, die optische Länge des ganzen Strahles Ψ, so ist:

$$\left.\begin{aligned} r_0 &= \sqrt{a^2 + (b-y)^2 + (c-z)^2} \\ r_1 &= \sqrt{y^2 - 2yv\cos\varphi + v^2 + (z-\zeta)^2} \\ r_2 &= \sqrt{\alpha^2 + (\beta - v)^2 + (\gamma - \zeta)^2} \\ \Psi &= r_0 + nr_1 + r_2 \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Wenn wir die Coordinaten des ersten Systems in denen des zweiten ausdrücken, so ist: 250

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= -a\cos\varphi - b\sin\varphi \\ \beta &= -a\sin\varphi + b\cos\varphi \\ \gamma &= c \end{aligned}\right\} \quad (5\text{a})$$

Nach Lehrsatz I sind für den Strahl, wenn er nach dem Brechungsgesetze gebrochen sein soll, folgende Bedingungen zu erfüllen:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= \frac{d\Psi}{dy} = \frac{y-b}{r_0} + n\,\frac{y - v\cos\varphi}{r_1} \\ 0 &= \frac{d\Psi}{dv} = \frac{v-\beta}{r_2} + n\,\frac{v - y\cos\varphi}{r_1} \\ 0 &= \frac{d\Psi}{dz} = \frac{z-c}{r_0} + n\,\frac{z-\zeta}{r_1} \\ 0 &= \frac{d\Psi}{d\zeta} = \frac{\zeta-\gamma}{r_2} + n\,\frac{\zeta - z}{r_1} \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Wenden wir folgende Bezeichnung an:

$$\left.\begin{aligned} \frac{b-y}{nr_0} &= \frac{y - v\cos\varphi}{r_1} = \cos m \\ \frac{\beta - v}{nr_2} &= \frac{v - y\cos\varphi}{r_1} = \cos\mu \\ \frac{c-z}{nr_0} &= \frac{\zeta-\gamma}{nr_2} = \frac{z-\zeta}{r_1} = \cos\nu \end{aligned}\right\} \quad (6\text{a})$$

wobei sich ergiebt:

$$\sin^2\varphi \sin^2\nu = \cos^2 m + 2\cos m \cos\mu \cos\varphi + \cos^2\mu \quad . \; . \; (6\text{b}).$$

und bilden wir mit Benutzung dieser Bezeichnung die zweiten Differentialquotienten von Ψ, so wird das System der Gleichungen (4), welche die Lage der Brennpunkte und die Verhältnisse der unendlich kleinen Differenzen Δy, Δz, Δv, $\Delta\zeta$ beziehlich der Coordinaten y, z, v und ζ je zweier benachbarter und sich in conjugirten Brennpunkten schneidender Strahlen ergeben, folgendes:

$$\left.\begin{aligned}&\left[\frac{1}{r_0}(1-n^2\cos^2 m)+\frac{n}{r_1}\sin^2 m\right]\Delta y-\\&\quad\left(\frac{n^2}{r_0}+\frac{n}{r_1}\right)\cos m\cos\nu\,\Delta z-\frac{n}{r_1}(\cos\varphi\\&\qquad+\cos m\cos\mu)\,\Delta v+\frac{n}{r_1}\cos m\cos\nu\,\Delta\zeta=0\end{aligned}\right\}\quad(7\,a)$$

$$\left.\begin{aligned}&-\left(\frac{n^2}{r_0}+\frac{n}{r_1}\right)\cos m\cos\nu\,\Delta y+\left[\frac{1}{r_0}(1-n^2\cos^2\nu)\right.\\&\qquad\left.+\frac{n}{r_1}\sin^2\nu\right]\Delta z-\frac{n}{r_1}\cos\mu\cos\nu\,\Delta v\\&\qquad-\frac{n}{r_1}\sin^2\nu\,\Delta\zeta=0\end{aligned}\right\}\quad(7\,b)$$

251

$$\left.\begin{aligned}&-\frac{n}{r_1}(\cos\varphi+\cos m\cos\mu)\,\Delta y-\frac{n}{r_1}\cos\mu\cos\nu\,\Delta z\\&\quad+\left[\frac{1}{r_1}(1-n^2\cos^2\mu)+\frac{n}{r_1}\sin^2\mu\right]\Delta v\\&\quad+\left(\frac{n^2}{r_2}+\frac{n}{r_1}\right)\cos\mu\cos\nu\,\Delta\zeta=0\end{aligned}\right\}\quad(7\,c)$$

$$\left.\begin{aligned}&\frac{n}{r_1}\cos m\cos\nu\,\Delta y-\frac{n}{r_1}\sin^2\nu\,\Delta z\\&\quad+\left(\frac{n^2}{r_2}+\frac{n}{r_1}\right)\cos\mu\cos\nu\,\Delta v\\&\quad+\left[\frac{1}{r_2}(1-n^2\cos^2\nu)+\frac{n}{r_1}\sin^2\nu\right]\Delta\zeta=0\end{aligned}\right\}\quad(7\,d)$$

Im allgemeinen werden wir r_1 die Länge des Weges, den die Strahlen im Prisma zurücklegen, vernachlässigen können gegen die Wege ausserhalb des Prisma r_0 und r_2. Multipliciren wir die vier Gleichungen mit r_1 und vernachlässigen dann die mit r_1/r_0 oder r_1/r_2 multiplicirten Glieder als unendlich klein, so erhalten wir folgende drei Gleichungen [(7b) und (7d) geben zwei identische Gleichungen]:

$$\left.\begin{aligned}&\sin^2 m\,\Delta y-(\cos\varphi+\cos m\cos\mu)\,\Delta v\\&\qquad-\cos m\cos\nu\,(\Delta z-\Delta\zeta)=0\\&-\cos m\cos\nu\,\Delta y-\cos\mu\cos\nu\,\Delta v\\&\qquad+\sin^2\nu\,(\Delta z-\Delta\zeta)=0\\&-(\cos\varphi+\cos m\cos\mu)\,\Delta y+\sin^2\mu\,\Delta v\\&\qquad-\cos\mu\cos\nu\,(\Delta z-\Delta\zeta)=0\end{aligned}\right\}\quad(8)$$

Von diesen drei Gleichungen folgt aber wieder eine aus den beiden anderen, sodass sie sich nach Elimination von $(\Delta z - \Delta\zeta)$ oder von Δv reduciren auf folgende beide:

$$\left.\begin{aligned}&(\cos\mu + \cos m \cos\varphi)\,\Delta y = (\cos m + \cos\mu\cos\varphi)\,\Delta v\\ &\text{oder}\\ &\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta v}{v}\end{aligned}\right\} \tag{8a}$$

und

$$\left.\begin{aligned}&(\Delta z - \Delta\zeta)(\cos m + \cos\mu\cos\varphi) = \cos\nu\sin^2\varphi\,\Delta y\\ &\text{oder}\\ &\frac{\Delta z - \Delta\zeta}{z - \zeta} = \frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta v}{v}\end{aligned}\right\} \tag{8b}$$

Diese beiden Gleichungen sind nur die Bedingungen dafür, dass die beiden Strahlen auf ihrem unendlich kurzen Wege durch das Prisma als merklich parallel angesehen werden können, was selbstverständlich der Fall sein muss, wenn ihre Convergenzpunkte im Vergleich zu ihrem Wege im Prisma unendlich weit entfernt sind.

So haben wir zunächst zwei der unbekannten Grössen Δv und $\Delta\zeta$ durch die beiden anderen Δy und Δz ausgedrückt. Wir müssen uns nun aus den Gleichungen (7) durch Elimination zwei neue Gleichungen bilden, welche die verschwindende Grösse r_1 nicht mehr enthalten, und aus welchen wir die Verhältnisse $\Delta z / \Delta v$ und r_2 / r_0 bestimmen können.

Eine solche Gleichung erhalten wir, indem wir (7b) und (7d) addiren:

$$\left.\begin{aligned}&-\frac{n^2}{r_0}\cos m\cos\nu\,\Delta y + \frac{1}{r_0}(1 - n^2\cos^2\nu)\,\Delta z\\ &\quad + \frac{n^2}{r_2}\cos\mu\cos\nu\,\Delta v + \frac{1}{r_2}(1 - n^2\cos^2\nu)\,\Delta\zeta = 0\end{aligned}\right\} \tag{8c}$$

Um die zweite zu erhalten, multipliciren wir die Gleichung 252
(7a) mit:

$$y = \frac{r_1}{\sin^2\varphi}(\cos m + \cos\mu\cos\varphi),$$

die Gleichung (7c) mit:

$$v = \frac{r_1}{\sin^2\varphi}(\cos\mu + \cos m\cos\varphi),$$

die Gleichung (7b) mit:

$$z - \zeta = r_1\cos\nu$$

und addiren die drei Gleichungen, so fallen die Glieder sämmtlich heraus, welche mit $1/r_1$ multiplicirt sind, und wir erhalten:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{y}{r_0}\{(1-n^2\cos^2 m)\,\Delta y - n^2\cos m\cos\nu\,\Delta z\} \\ &\quad+\frac{z-\zeta}{r_0}\{-n^2\cos m\cos\nu\,\Delta y + (1-n^2\cos^2\nu)\,\Delta z\} \\ &\quad+\frac{v}{r_2}\{1-n^2\cos^2\mu)\,\Delta v + n^2\cos\mu\cos\nu\,\Delta\zeta\} = 0 \end{aligned}\right\} \quad (8d)$$

Wenn man aus (8a) und (8b) die Werthe von Δv und $\Delta\zeta$, in Δy und Δz ausgedrückt, nimmt, und sie in (8c) und (8d) substituirt, erhält man zwei Gleichungen, welche die unbekannten Grössen $\Delta z / \Delta y$ und r_2/r_0 enthalten. Eliminirt man eine von ihnen, so erhält man für die andere eine quadratische Gleichung, welche je zwei Werthe liefert. Da man so für jede Combination beliebig gewählter Werthe der Winkel m, μ, ν einen oder zwei bestimmte Zahlenwerthe des Verhältnisses r_2/r_0 bekommt, so ist für jede gegebene Richtung des Strahlenbündels r_2 proportional r_0, wenn dieses sich ändert. Wird r_0 unendlich gross, so wird es auch r_2. Die Eliminationsgleichungen hier hinzuschreiben, ist nicht nöthig. Wir wollen nur die besonderen Fälle untersuchen, welche uns für die Versuche interessiren.

Zuerst untersuchen wir, in welchen Fällen homocentrisches Licht nach der Brechung im Prisma homocentrisch bleibt. Wenn sich alle Strahlen schneiden sollen, welche vom leuchtenden Punkte ausgegangen sind, so müssen die Bedingungen des Schneidens (8c) und (8d) erfüllt sein, welches auch die Werthe von Δy und Δz sein mögen, die man wählt. Man kann also jede dieser Grössen für sich gleich 0 setzen, und erhält dadurch folgende Bedingungen.

1) Wenn man in (8c) $\Delta y = 0$ setzt, wobei auch nach (8a) und (8b) $\Delta v = 0$ und $\Delta\zeta = \Delta z$:

$$\left(\frac{1}{r_0}+\frac{1}{r_2}\right)(1-n^2\cos^2\nu) = 0 \quad (9a)$$

Da nun nach (6a) $n\cos\nu = (c-z)/r_0$, so kann der zweite Factor dieser Gleichung nur gleich Null werden, wenn $r_0 = c - z$, wenn also der Lichtstrahl die brechende Fläche streifte, wobei er

nicht eindringen würde. Es muss also der erste Factor von (9a) gleich Null sein, d. h.

$$r_2 = -r_0.$$

2) Wenn man in (8d) $\Delta z = 0$ setzt, und $r_2 = -r_0$, so 253
wird:

$$0 = (1 + n^2 \sin^2 \nu + n^2 \cos^2 \nu)(\cos^2 m - \cos^2 \mu).$$

Der erste Factor ist $1 + n^2$, also nie gleich Null, daraus folgt:

$$\cos m = \pm \cos \mu \tag{9b}$$

3) Wenn man entweder in (8c) $\Delta z = 0$, oder in (8d) $\Delta y = 0$ setzt, und $r_2 = -r_0$, so wird mit Berücksichtigung von (6b):

$$(1 - n^2) \cos \nu \sin^2 \varphi = 0.$$

Da aber φ der brechende Winkel des Prisma ist, $\sin \varphi$ also nicht gleich Null werden darf, so folgt:

$$\left.\begin{aligned} \cos \nu &= 0 \\ c = z = \zeta &= \gamma \end{aligned}\right\} \tag{9c}$$

Der Strahl liegt also ganz in einer auf der brechenden Kante senkrechten Ebene. Unter diesen Verhältnissen schreiben wir die Gleichung (9b) gemäss (6a) unter der Form:

$$y - v \cos \varphi = \pm (v - y \cos \varphi)$$
$$y (1 \pm \cos \varphi = \pm v (1 \pm \cos \varphi),$$

also:

$$y = v \tag{9d}$$

Nun ist, wenn ε den Einfallswinkel an der ersten Fläche bezeichnet, ε_1 den Brechungswinkel, η_1 den (im Prisma liegenden) Einfallswinkel an der zweiten Fläche, η den (in der Luft liegenden) Brechungswinkel:

$$\cos \varepsilon_1 = \frac{v \sin \varphi}{r_1}, \quad \cos \eta_1 = \frac{y \sin \varphi}{r_1},$$

also unter den gemachten Voraussetzungen:

$$\cos \varepsilon_1 = \cos \eta_1,$$

also auch:

$$\sin \varepsilon = n \sin \varepsilon_1 = n \sin \eta_1 = \sin \eta,$$

d. h. die Winkel zwischen dem Strahl und den Einfallslothen beider Flächen sind auf beiden Seiten des Prisma gleich.

Diese Richtung, in welcher homocentrische Strahlen durch das Prisma gehen müssen, um homocentrisch zu bleiben, ist noch dadurch ausgezeichnet, dass auch die Ablenkung des Strahles von seinem ursprünglichen Wege ein Minimum ist.

Wenn wir die Coordinaten des ersten Systems a, b, c, x und y nach Gleichungen (5a) in solche des zweiten Systems verwandeln, so erhalten wir die Cosinus der Winkel, welche der ankommende Strahl mit den Axen der α, β und γ im zweiten Systeme macht, beziehlich gleich:

$$-\frac{a\cos\varphi + (b-y)\sin\varphi}{r_0}, \quad \frac{(b-y)\cos\varphi - a\sin\varphi}{r_0}, \quad \frac{c-z}{r_0};$$

die entsprechenden Cosinus der Winkel, welche der austretende Strahl mit den der Axen α, β und γ macht, sind:

$$\frac{\alpha}{r_2}, \quad \frac{\beta - v}{r_2}, \quad \frac{\gamma - \zeta}{r_2}.$$

254 Wenn wir den Winkel zwischen der Richtung des ankommenden und der Richtung des ausgetretenen Strahles mit ω bezeichnen, so ist:

$$\left.\begin{array}{l}\cos\omega = -\dfrac{[a\cos\varphi + (b-y)\sin\varphi]}{r_0}\dfrac{\alpha}{r_2} + \dfrac{[(b-y)\cos\varphi - a\sin\varphi]}{r_0}\dfrac{\beta - v}{r_2} \\ \qquad\qquad + \dfrac{(c-z)}{r_0}\dfrac{(\gamma - \zeta)}{r_2}\end{array}\right\} \quad (10)$$

Mittels der Gleichungen (5) und (6) kann man hieraus die Grössen a, b, c, α, β und γ eliminiren. Es ist zunächst:

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{a}{r_2} = \sqrt{1 - n^2\dfrac{(y - v\cos\varphi)^2 + (z-\zeta)^2}{r_1^2}} \\ \quad = \sqrt{\dfrac{n^2 v^2 \sin^2\varphi}{r_1^2} - (n^2 - 1)} \\ \dfrac{a}{r_2} = \sqrt{1 - n^2\dfrac{(v - y\cos\varphi)^2 + (z-\zeta)^2}{r_1^2}} \\ \quad = \sqrt{\dfrac{n^2 y^2 \sin^2\varphi}{r_1^2} - (n^2 - 1)}\end{array}\right\} \quad . \quad . \ (10\text{a})$$

Wenn eine der beiden Wurzeln imaginär werden sollte, haben wir an der entsprechenden Fläche totale Reflexion des Strahles. Für die Quotienten $(b - y)/r_0$, $(c - z)/r_0$, $(\beta - v)/r_2$, $(\gamma - \zeta)/r_2$ geben die Gleichungen (6) unmittelbar die passenden Werthe. Denkt man diese in den obigen Ausdruck von $\cos\omega$ eingesetzt, so erhält man $\cos\omega$ ausgedrückt durch y, v, z und ζ, und zwar kann man es leicht so einrichten, dass die beiden letzteren Grössen nur noch in r_1 enthalten darin vorkommen. Man erhält folgenden Werth:

$$\left.\begin{aligned}\cos\omega = -n^2 + n^2 \frac{\sin^2\varphi}{r_1^2}(y^2 - yv\cos\varphi + v^2)\\ - n\frac{\sin\varphi}{r_1^2}(y - v\cos\varphi)\sqrt{n^2y^2\sin^2\varphi - (n^2-1)r_1^2}\\ - n\frac{\sin\varphi}{r_1^2}(v - y\cos\varphi)\sqrt{n^2v^2\sin^2\varphi - (n^2-1)r_1^2}\\ - \frac{\cos\varphi}{r_1^2}\sqrt{n^2y^2\sin^2\varphi - (n^2-1)r_1^2}\sqrt{n^2v^2\sin^2\varphi - (n^2-1)r_1^2}\end{aligned}\right\}\text{(10b)}$$

Betrachten wir die Grössen x und y als constant, und suchen v und ζ so zu bestimmen, dass der Winkel ω ein Maximum wird, so müssen wir setzen:

$$\frac{d\omega}{dv} = 0 \text{ und } \frac{d\omega}{d\zeta} = 0.$$

Die letztere Gleichung können wir, da ζ nur in r_1 enthalten im Werthe von $\cos\omega$ vorkommt, auch schreiben:

$$\frac{d\omega}{d\zeta} = -\frac{1}{\sin\omega}\frac{d(\cos\omega)}{d(r_1^2)}\cdot(\zeta - z) = 0.$$

Diese Gleichung wird für alle Werthe von v erfüllt, wenn wir setzen:

$$\zeta - z = 0.$$

Nur dann würde diese Annahme nicht hinreichen, wenn entweder $\sin\omega = 0$, der Strahl also gar nicht gebrochen würde, was nur bei parallelen brechenden Flächen vorkommen kann, 255
oder wenn der Differentialquotient von $\cos\omega$ einen unendlichen Werth annehmen könnte, dadurch dass ein darin vorkommender Nenner gleich Null würde. Man sieht leicht aus (10b), dass nur r_1 und die beiden Wurzeln im Nenner vorkommen

können. Es kann aber r_1 nicht gleich Null werden, so lange y und v positive, wenn auch unendlich kleine Werthe haben, die sie haben müssen, wenn der Strahl durch das Prisma gehen soll. Es können ferner die Wurzeln wegen der Gleichungen (6a) nicht gleich Null werden, wenn der Strahl in den Raum vor und hinter dem Prisma eintreten soll. Wir erfüllen also die Bedingung:

$$\frac{d\omega}{d\zeta} = 0$$

für alle Werthe von v, indem wir setzen:

$$z = \zeta.$$

Daraus folgt, wie oben, nach den Gleichungen (6) auch:

$$z = c \qquad \text{und} \qquad \zeta = \gamma,$$

sämmtliche Theile des Strahles verlaufen alsdann in einer auf der brechenden Kante (Axe der z) senkrechten Ebene.

Um die zweite Bedingung zu erfüllen, welche erfüllt werden muss, um ω zu einem Maximum zu machen, nämlich:

$$\frac{d\omega}{dv} = 0,$$

können wir den Ausdruck für $\cos\omega$ zuerst dadurch vereinfachen, dass wir darin $z = \zeta$ setzen, also:

$$r_1^2 = y^2 + v^2 - 2yv\cos\varphi.$$

Führen wir statt v eine neue Variable q ein, indem wir setzen:

$$v = qy,$$

so verschwindet aus dem Ausdruck für $\cos\omega$ in Gleichung (10b) mit v gleichzeitig auch y und $\cos\omega$ wird eine Function von q allein:

$$\cos\omega = \varphi_{(q)}.$$

Da nun aber $\cos\omega$ seinen Werth behält, wenn wir überall die Buchstaben y und v mit einander vertauschen, so muss für jeden Werth von q sein:

$$\cos\omega = \varphi_{(q)} = \varphi_{\left(\frac{1}{(q)}\right)}.$$

Setzen wir ferner:

$$\frac{d\varphi_{(q)}}{dq} = \varphi'_q,$$

so ist:

$$\frac{d\cos\omega}{dv} = \frac{1}{y}\cdot\varphi^1_{(q)} = -\frac{1}{y}\,\varphi^1_{\left(\frac{1}{q}\right)}\,\frac{1}{q^2}.$$

Für $v = y$, d. h. $q = 1$ wird:

$$\varphi^1_{(1)} = -\varphi^1_{(1)},$$

woraus folgt:

$$\varphi^1_{(1)} = 0,$$

also auch: 256

$$\frac{d\cos\omega}{dv} = 0,$$

und wenn nicht gleichzeitig $\sin\omega = 0$, auch:

$$\frac{d\omega}{dv} = -\frac{d\cos\omega}{dv}\cdot\frac{1}{\sin\omega} = 0.$$

Wenn also:

$$z = \zeta \qquad \text{und} \qquad y = v$$

ist gleichzeitig:

$$\frac{d\omega}{d\zeta} = 0 \qquad \text{und} \qquad \frac{d\omega}{dv} = 0$$

und ω ein Grenzwerth. Die Untersuchung der zweiten Differentialquotienten zeigt, dass ω in diesem Falle ein Maximum ist. Der Winkel zwischen der Verlängerung des eintretenden Strahls und dem gebrochenen Strahle, welcher der Nebenwinkel von ω ist und die Ablenkung des Strahls von seiner ursprünglichen Bahn misst, wird dabei ein Minimum.

Der Maximalwerth von ω findet sich, wenn man in (10b) $y = v$ und $z = \zeta$ setzt:

$$\omega = \varphi + 2\,arc\cos\left[n\sin\frac{\varphi}{2}\right] \tag{10c}$$

Ein unendlich dünnes Bündel homocentrischer Strahlen, welches von einem endlich entfernten Punkte ausgeht, bleibt nach dem Durchtritt durch ein Prisma also nur dann homocentrisch, wenn es im Minimum der Ablenkung durchgetreten ist, d. h. wenn es in einer zur brechenden Kante senkrechten Ebene verläuft, und gegen beide Prismenflächen unter gleichen Winkeln geneigt ist.

Unter diesen Umständen wird also vom leuchtenden Punkte durch das Prisma ein potentielles Bild entworfen, welches auf

derselben Seite und in derselben Entfernung vom Prisma liegt wie sein Object. Das Bild liegt aber an einem anderen Orte, vom Prisma gesehen um den Winkel $(\pi/2) - \omega$ verschoben nach der Seite der brechenden Kante hin.

Nicht homocentrische Brechung.

Wenn ein Lichtpunkt betrachtet wird, kann sein Bild nur unter der Bedingung deutlich sein, dass das gebrochene Licht homocentrisch sei. Wird aber eine Lichtlinie betrachtet, so schaden Abweichungen der Strahlen, die in Richtung des Bildes dieser Linie liegen, nicht der Genauigkeit des Bildes. Dies ist nun der gewöhnliche Fall im Spectrum. Ist nun die Lichtlinie der brechenden Kante des Prisma oder der Axe der z parallel, so schaden Abweichungen in Richtung der z nichts, wohl aber solche in der darauf senkrecht stehenden durch den Strahl gelegten Ebene. Sollen Abweichungen nur in Richtung der z vorkommen, so müssen wir in den Gleichungen (8) $\Delta y = 0$ setzen, also auch $\Delta v = 0$ $\Delta z = \Delta \zeta$ und erhalten aus (8c) und (8d):

$$\left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_2}\right)(1 - n^2 \cos^2 \nu) = 0,$$

also:

$$r_2 = - r_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11a)$$

257 und zweitens:

$$(1 - n^2) \cos \nu \sin^2 \varphi = 0,$$

woraus wie oben folgt:

$$\cos \nu = 0$$

$$c - z = z - \zeta = \gamma - \zeta = 0.$$

Wenn die letztere Bedingung erfüllt ist, liegen die Abweichungen Δy in einer durch den Strahl senkrecht gegen die Δz gelegten Ebene. Ihnen entspricht also die zweite Convergenzebene, welche senkrecht auf der bisher betrachteten sein muss. Die zugehörige Vereinigungsweite der Strahlen für die auf der brechenden Kante senkrechte Convergenzebene ergiebt sich, wenn wir in (8d) $\Delta z = 0$ setzen und $\cos \nu = 0$, woraus auch $\Delta \zeta = 0$ folgt:

$$\frac{1}{r_0}(1 - n^2 \cos^2 m) y^2 + \frac{1}{r_2}(1 - n^2 \cos^2 \mu) v^2 = 0,$$

oder wenn wir wie vorher die Einfallswinkel an den beiden Prismenflächen in Luft mit ε und η, im Glas mit ε_1 und η_1 bezeichnen:

$$\cos \varepsilon_1 = \frac{v \sin \varphi}{r_1} \qquad \cos \eta_1 = \frac{y \sin \varphi}{r_1}$$

$$\sin \varepsilon = n \sin \varepsilon_1 = n \frac{y - v \cos \varphi}{r_1} = n \cos m$$

$$\sin \eta = n \cos \mu ,$$

so folgt:

$$\frac{r_2}{r_0} = - \frac{\cos^2 \varepsilon_1 \cos^2 \eta}{\cos^2 \varepsilon \cos^2 \eta_1} \tag{11b}$$

oder

$$r_2 \frac{\cos^2 \eta_1}{\cos^2 \eta} = - r_0 \frac{\cos^2 \varepsilon_1}{\cos^2 \varepsilon}$$

$$r_2 \left[1 + \frac{n^2 - 1}{\cos^2 \eta}\right] = - r_0 \left[1 + \frac{n^2 - 1}{\cos^2 \varepsilon}\right].$$

In dieser letzten Form erkennt man leicht, dass r_2 wächst, r_0 abnimmt, wenn η abnimmt und ε wächst. Die grössere Vereinigungsweite kommt also den Strahlen auf der Seite des Prisma zu, wo der Einfallswinkel kleiner ist.

Im Minimum der Ablenkung, wo $\varepsilon = \eta$, wird auch $r_2 = - r_0$, die Vereinigungsweite in der zur brechenden Kante senkrechten Ebene also gleich weit mit der Vereinigungsweite in der jener Kante parallelen Ebene.

Das Bild einer der brechenden Kante parallelen leuchtenden Linie wird da entworfen, wo die Vereinigung der Strahlen in einer zur brechenden Kante senkrechten Ebene stattfindet nach Gleichung (11b). Die Entfernung des Bildes einer der brechenden Kante parallelen Lichtlinie vom Prisma ist also grösser als die Entfernung des Objects, wenn der Einfallswinkel an der ersten Fläche des Prisma, auf welches die Lichtstrahlen fallen, grösser ist als beim Minimum der Ablenkung. Die Entfernung des Bildes ist dagegen kleiner als die des Objects, wenn jener Einfallswinkel kleiner ist.

Betrachtet man also eine solche Lichtlinie durch ein Prisma mit blossem Auge oder mit dem Fernrohr, so muss man für das Minimum der Ablenkung Auge oder Fernrohr für die 258

Entfernung des wirklichen Objects einrichten. Wenn man aber das Prisma dann um eine der brechenden Kante parallele Axe dreht, muss man auch die Einrichtung des Auges oder Fernrohrs passend abändern. Nur wenn das Object unendlich weit entfernt ist, ist auch das Bild unendlich weit entfernt, und die Einrichtung des Auges oder Fernrohrs kann für jede Stellung des Prisma dieselbe bleiben.

Wenn der leuchtende Gegenstand eine verticale helle Linie ist, welche einfarbiges, z. B. rothes Licht aussendet, so ist ihr Bild, wie es durch ein vertical stehendes Prisma erscheint, wieder eine verticale Linie. Geht von der leuchtenden Linie auch noch violettes Licht aus, so entwirft das Prisma auch mittels der violetten Strahlen ein Bild, welches eine verticale Linie ist, die aber weiter entfernt von dem leuchtenden Objecte ist als die rothe Linie, weil das violette Licht stärker gebrochen wird. Geht endlich von der leuchtenden Linie Licht von allen Graden der Brechbarkeit aus zwischen Roth und Violett, so entspricht jedem einzelnen Grade der Brechbarkeit ein besonderes Bild der verticalen Linie und diese linienförmigen Bilder reihen sich zwischen dem rothen und violetten Bilde ein in der Ordnung ihrer Brechbarkeit, und bilden ein Spectrum von rechteckiger Gestalt. Sind in dem Lichte des leuchtenden Objects Strahlen von allen continuirlich in einander übergehenden Graden der Brechbarkeit enthalten, so bildet auch das Spectrum eine continuirlich leuchtende Fläche. Fehlen einzelne Stufen der Brechbarkeit, so fehlen auch im Spectrum die entsprechenden linienförmigen Bilder, und man sieht an ihrer Stelle dunkle verticale Linien das Spectrum durchziehen, die Frauenhofer'schen Linien.

Scheinbare Breite der prismatischen Bilder.

Da man nun leuchtende geometrische Linien nicht herstellen kann, sondern bei den Versuchen immer schmale leuchtende Flächen als Objecte benutzen muss, so haben auch deren Bilder eine gewisse Breite, welche wir jetzt bestimmen wollen.

Nennen wir wieder ε und ε_1 Einfalls- und Brechungswinkel

an der ersten, η_1 und η Einfalls- und Brechungswinkel an der zweiten Fläche, sodass die Winkel ε_1 und η_1 innerhalb des Prisma liegen, den brechenden Winkel selbst φ, so ist:

$$\left.\begin{aligned} \sin\varepsilon &= n\sin\varepsilon_1 \\ \sin\eta &= n\sin\eta_1 \\ \eta_1 + \varepsilon_1 &= \varphi \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

Nun sei der Spalt sehr weit entfernt und der sehr kleine Gesichtswinkel, unter dem er vom Orte des Prisma aus gesehen wird, sei $d\varepsilon$, sodass der Einfallswinkel des Lichtes vom einen Rande des Spaltes ε, vom anderen $\varepsilon + d\varepsilon$ sei. Die Winkel ε_1, η_1 und η werden für diesen letzteren Strahl beziehlich $\varepsilon_1 + d\varepsilon_1$, $\eta_1 + d\eta_1$ und $\eta + d\eta$. Aus den obigen Gleichungen (12) folgt dann durch Differentiiren:

$$\begin{aligned} \cos\varepsilon\, d\varepsilon &= n\cos\varepsilon_1\, d\varepsilon_1 \\ \cos\eta\, d\eta &= n\cos\eta_1\, d\eta_1 \\ d\eta_1 + d\varepsilon_1 &= 0. \end{aligned}$$

Durch Elimination von $d\varepsilon_1$ und $d\eta_1$ erhält man:

$$-\frac{\cos\varepsilon \,.\, \cos\eta_1}{\cos\eta \,.\, \cos\varepsilon_1}\, d\varepsilon = d\eta \qquad (12a)$$

$d\eta$ ist der Gesichtswinkel, unter dem der Spalt nach der Brechung im Prisma erscheint; seine Grösse ist durch diese Gleichung gegeben. Geschieht diese Brechung im Minimum der Ablenkung, sodass:

$$\varepsilon = \eta, \quad \varepsilon_1 = \eta_1,$$

so wird: 259

$$-d\varepsilon = d\eta.$$

Die scheinbare Grösse des Spaltes bleibt also unter diesen Umständen unverändert.

Der grösste Werth für ε ist ein rechter Winkel; wenn der Strahl längs der brechenden Fläche nach der brechenden Kante hinläuft, dann bleiben die anderen Winkel spitze Winkel, sodass ihre Cosinus nicht gleich Null werden, und es wird:

$$d\eta = 0.$$

Bei dieser Stellung ist also das Bild des Spaltes unendlich schmal; aber man kann bei praktischen Anwendungen sich der streifenden Incidenz des Lichtes wohl nähern, aber sie

natürlich nie ganz erreichen. Das Entgegengesetzte ist der Fall, wenn man das Prisma so hält, dass das austretende Licht die Fläche beinahe streift, dass also $\cos \eta$ nahehin gleich Null wird. Dann ist:

$$\frac{d\eta}{d\varepsilon} = -\infty.$$

Ist r_0 die Entfernung des Spaltes vom Prisma und r_2 die scheinbare Entfernung seines Bildes vom Prisma für horizontal divergente Strahlen, so folgt aus (11b), dass:

$$\sqrt{r_0} : \sqrt{r_2} = d\eta : d\varepsilon \tag{12b}$$

Reinheit des Spectrum. Je kleiner der Unterschied dn des Brechungsverhältnisses derjenigen Farben ist, die an demselben Orte des Spectrum zusammentreffen, desto reiner ist das Spectrum, wir können also die Grösse des angegebenen dn als Maass der Unreinheit betrachten.

Wenn wir als gebrochenen Strahl denjenigen festhalten, welcher von dem betreffenden Orte des Spectrum nach dem Knotenpunkte des Auges verläuft, so ist dessen Lage, also auch der Winkel η fest gegeben. Dagegen variirt der Winkel ε für Strahlen, die von verschiedenen Theilen des Spaltes kommen, und das Brechungsverhältniss variirt für verschiedene Farben. Betrachten wir nun in den drei Gleichungen:

$$\sin \varepsilon = n \sin \varepsilon_1$$
$$\sin \eta = n \sin \eta_1$$
$$\eta_1 + \varepsilon_1 = \varphi$$

φ und η als constant, ε, ε_1, η_1 und n als variabel, so erhalten wir durch Differentiation folgende Gleichungen:

$$\cos \varepsilon \, d\varepsilon = \sin \varepsilon_1 \, dn + n \cos \varepsilon_1 \, d\varepsilon_1$$
$$0 = \sin \eta_1 \, dn + n \cos \eta_1 \, d\eta_1$$
$$d\eta_1 + d\varepsilon_1 = 0.$$

Durch Elimination von $d\varepsilon_1$ und $d\eta_1$ erhalten wir:

$$\cos \varepsilon . \cos \eta_1 . d\varepsilon = (\sin \varepsilon_1 \cos \eta_1 + \cos \varepsilon_1 \sin \eta_1) dn$$
$$= \sin \varphi . dn.$$

Wenn wir unter $d\varepsilon$ die scheinbare Breite des Spaltes vom Prisma aus gesehen verstehen, ist das Maass der Unreinheit des Spectrum:

$$dn = \frac{\cos\varepsilon . \cos\eta_1}{\sin\varphi} \, d\varepsilon \tag{13}$$

Wenn ε sich einem rechten Winkel nähert, also bei streifender Incidenz des Lichtes, wird $\cos\varepsilon = 0$, und demnach auch $dn = 0$. Das Spectrum wird dann also bei gegebener Grösse 260
des Spaltes am reinsten, aber gleichzeitig wird auch die Apertur des Prisma bei so schiefer Incidenz sehr klein, der Lichtverlust durch Reflexion sehr gross, sodass es im Ganzen vortheilhafter bleibt, die Reinheit des Spectrum durch Verengerung des Spaltes (Verkleinerung von $d\varepsilon$) zu erreichen, was ja meist keine Schwierigkeiten hat.

Was die Helligkeit des Spectrum betrifft, so verhält sich die Helligkeit h des Spaltes, die er für irgend eine einzelne homogene Farbe hat, zu der seines Bildes umgekehrt wie seine Breite $d\varepsilon$ zu der des Bildes $d\eta$, wenn man übrigens von den Verlusten absieht, die das Licht durch Reflexion an den Glasflächen erleidet, und wenn die Apertur des Prisma grösser als die Pupille ist, oder beim Gebrauch eines Fernrohrs grösser als das Objectivglas. Also:

$$h\, d\varepsilon = h_1 \delta\eta$$

oder mit Benutzung des früher gefundenen Verhältnisses von $d\varepsilon$ und $d\eta$:

$$h_1 = h \frac{\cos\eta \cos\varepsilon_1}{\cos\varepsilon \cos\eta_1} .$$

Nun ist die Helligkeit H irgend einer Stelle des Spectrum aber gleich der Summe der Helligkeiten h_1 aller einzelnen homogenen Farben, welche sich dort decken. Im allgemeinen können wir annehmen, dass einfache Farben von sehr kleinem Unterschiede der Wellenlänge λ dieselbe Helligkeit haben. Bezeichnen wir also mit $d\lambda$ und dn dies Intervall der Wellenlänge und Brechbarkeit, innerhalb deren die sich deckenden Farben liegen, so können wir setzen:

$$H = h_1 d\lambda = h_1 \frac{d\lambda}{dn} dn,$$

woraus mit Berücksichtigung des in (13) gefundenen Werthes von dn folgt:

$$H = h \frac{\cos\eta \cos\varepsilon_1}{\sin\varphi} d\varepsilon . \frac{d\lambda}{dn},$$

wo $d\varepsilon$ die scheinbare Breite des Spaltes bezeichnet. Um die Bedeutung dieses Ausdruckes für H zu verstehen, bemerken wir noch, dass wenn wir unter Voraussetzung einer geometrischen Lichtlinie statt des Spaltes den Gesichtswinkel $d\eta$ bestimmen, unter welchem die innerhalb des Intervalls dn vorkommenden Farben in dem ideell reinen Spectrum erscheinen, sich das Verhältniss $dn/d\lambda$, dessen Werth wir mit l bezeichnen wollen, durch eine ähnliche Differentiation wie vorher findet:

$$\frac{d\eta}{dn} = \frac{d\eta}{d\lambda}\frac{d\lambda}{dn} = l\frac{d\lambda}{dn} = \frac{\sin\varphi}{\cos\eta\cos\varepsilon_1}.$$

Dann wird:

$$H = \frac{h\,.\,d\varepsilon}{l}.$$

Abgesehen also von dem Verluste durch Reflexion und Absorption, ist die Helligkeit des Spectrum, unabhängig von der Brechkraft des Prisma und den Brechungswinkeln, direct proportional der Helligkeit der betreffenden Farben im Spectrum, der scheinbaren Breite des Spaltes und umgekehrt proportional der scheinbaren Länge des betreffenden Theils des Spectrum.

261 Wenn die Brechung im Minimum der Ablenkung geschieht, ist die scheinbare Breite des Spaltes der seines Bildes gleich, und man kann $l/d\varepsilon$ als Maass der Reinheit des Spectrum betrachten. Dann ist also die Helligkeit des Spectrum bei gleichbleibender Helligkeit des durch den Spalt dringenden Lichtes einfach umgekehrt proportional seiner Reinheit. Daraus folgt denn, dass zur Erreichung der grössten Reinheit auch das intensivste Licht nöthig ist.

Dagegen würde es theoretisch möglich sein, etwas gössere Helligkeit bei gleicher Reinheit des Spectrum zu gewinnen, wenn man den Einfallswinkel an der ersten brechenden Fläche vergrössert und den Spalt breiter macht; um aber die Länge des Spectrum constant zu erhalten, müsste man auch noch den brechenden Winkel vergrössern. Indessen lässt sich praktisch dadurch nichts gewinnen, weil der Lichtverlust

durch Reflexion immer grösser wird, und die kleinen Abweichungen der brechenden Flächen von einer vollkommenen Ebene das Bild desto mehr verwirren, je grösser der Einfallswinkel ist.

Bisher ist der Gebrauch des Prisma ohne Vergrösserungsgläser vorausgesetzt worden. Das prismatische Spectrum kann nun aber auch wie jedes andere optische Bild als Object für ein Fernrohr gebraucht und beliebig vergrössert werden. Dabei wird die Reinheit des Spectrum natürlich nicht verändert, und wenn das Fernrohr eine hinreichend grosse Apertur hat, um die gesehenen Gegenstände in ihrer natürlichen Helligkeit zu zeigen, und die Apertur des Prisma dieser gleichkommt, so ist auch die Helligkeit des vergrösserten Bildes unverändert. Auch bleiben die in dem Vorausgehenden hingestellten Regeln über Helligkeit und Reinheit des Spectrum unverändert, wenn man unter $d\varepsilon$ die scheinbare Grösse des Spaltes, unter $d\eta$ die seines Bildes, unter l die Länge des bestimmten Theils des Spectrum versteht, wie sie durch das Fernrohr erscheinen. Aus der für die Helligkeit hingestellten Bedingung ergiebt sich übrigens, warum für Versuche ohne Fernrohr ganz kleine Prismen ausreichen, während man für Fernrohrversuche desto grössere haben muss, je stärker die Vergrösserung.

Bei der Einstellung des Fernrohrs auf das Spectrum hat man noch zu beachten, dass die Farbenstreifen und dunkeln Linien scharf erscheinen, wenn die horizontal divergirenden Strahlen vereinigt werden (Spalt und brechende Kante, wie hier immer, senkrecht gedacht), die obere und untere Begrenzungslinie des Spectrum dagegen und andere horizontale Linien, die durch kleine Unregelmässigkeiten der Grenzen des Spaltes oder durch Staubfäden in ihm leicht im Spectrum entstehen können, scharf erscheinen, wo die vertical divergirenden Strahlen vereinigt werden. Nur bei der Stellung des Prisma daher, welche das Minimum der Ablenkung giebt, kann man das Fernrohr gleichzeitig auf die verticalen und horizontalen Linien einstellen. Und zwar braucht man bei vollkommen ebenen Prismenflächen dazu dieselbe Einstellung des Fernrohrs, wie um den Spalt direct ohne Prisma deutlich zu sehen. Dreht man,

vom Minimum der Ablenkung ausgehend, dagegen die brechende Kante des Prisma mehr gegen das Objectivglas des Fernrohrs hin, so muss man für die Farbenstreifen und dunkeln Linien eine Einstellung auf grössere Entfernung nehmen, bei einer entgegengesetzten Drehung des Prisma dagegen auf eine kleinere Entfernung, während die Einstellung für die horizontalen Linien in beiden Fällen unverändert bleibt.

LV.

Ueber die Grenzen der Leistungsfähigkeit der Mikroskope.

Aus den Monatsberichten der Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 20. October 1873.

Nach einem zuerst von Lagrange aufgestellten allgemeinen Gesetze der optischen Instrumente, werden die Strahlenbündel, welche von einem einzelnen Objectpunkte aus durch das Instrument gehen, desto enger, je stärker die Vergrösserung wächst. Je enger die Strahlenkegel, desto geringer wird die Helligkeit des Bildes, desto stärker die durch entoptische Schatten und Diffraction bedingte Undeutlichkeit des Bildes. Wenn die Grösse der kleinsten wahrnehmbaren Objecte beurtheilt wird nach dem Abstand je zweier heller Linien, die noch als getrennt von einander erkannt werden können, so wird diese Grösse derjenigen gleich gesetzt werden dürfen, welche im vergrösserten Bilde des Objectes gleich der Breite der äusseren Diffractionsfransen eines jeden hellen Punktes ist. Es ist dies eine nur von dem Divergenzwinkel der einfallenden Strahlen abhängige, übrigens von der Construction des Instrumentes unabhängige Grösse. 625

Nennt man α den Winkel, den die äussersten Strahlen des von dem Axenpunkt des Objectes in das Instrument fallenden und dieses ganz durchlaufenden Strahlenbündels bei ihrem Ausgangspunkte mit der Axe bilden, λ die Wellenlänge des Lichtes in dem Medium, wo das Object liegt, ε die Grösse der kleinsten erkennbaren Distanz am Object, so ist diese:

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}.$$

Gehen die Strahlen durch eine ebene zur Axe senkrechte Fläche in Luft über, und bezeichnet man die auf Luft bezogenen Werthe von λ und α mit λ_0 und α_0, so kann man auch schreiben:

$$\varepsilon = \frac{\lambda_0}{2 \sin \alpha_0}.$$

Unsere neueren Immersionsmikroskope machen α_0 nahe gleich einem Rechten, dann wird ε gleich der halben Wellenlänge des gebrauchten Lichtes. Für mittleres grüngelbes Licht von grösster Helligkeit kann man setzen:

$$\lambda_0 = 0{,}00055 \text{ Mm.}$$

$$\varepsilon = 0{,}000275 = \frac{1}{3636} \text{ mm}$$

626 Die zuverlässigeren neueren Messungen, namentlich die an solchen Objecten, welche wirklich einen breiten Lichtkegel geben, angestellten, ergeben Zahlen $\left(\frac{1}{3312} \text{ mm Harting}\right)$, die nicht viel grösser sind als jene.

LVI.

Die theoretische Grenze für die Leistungsfähigkeit der Mikroskope.

Aus Poggendorff's Annalen. Jubelband 1874. S. 557—584.

Die Frage, ob und wie weit noch Fortschritte in der 557 Leistungsfähigkeit der Mikroskope gemacht werden können, ist für viele Zweige der Naturwissenschaft von allergrösstem Interesse. Fortschritte sind allerdings immer noch gemacht worden, namentlich durch die von Herrn Hartnack mit so viel Glück wieder aufgenommene Idee der Amici'schen Immersionslinsen, aber freilich nur noch in sehr kleinen und zögernden einzelnen Schritten. Wir sind offenbar schon bei einem Zustande angekommen, wo jede kleinste neue Verbesserung nur noch durch einen unverhältnissmässigen Aufwand von geistiger und mechanischer Arbeit zu erreichen ist. Und doch wusste man, so viel ich sehe, bisher keinen Grund dafür anzugeben, warum es so sein sollte, ausser der etwas allgemein gehaltenen Vorstellung, dass die sphärische Abweichung so kleiner und stark ge- 558 krümmter Linsen, wie sie in den Objectivsystemen stark vergrössernder Mikroskope nothwendig sind, schwer zu beseitigen ist. Vor nicht langer Zeit erst hat Herr Listing[1]), einer der ausgezeichnetsten Kenner dieses Gebietes, die Mittel discutirt, durch welche man zu Vergrösserungen von 2500 oder selbst 50000 Mal gelangen könnte, während die praktisch brauchbaren Vergrösserungen bisher zwischen 400 und 800 ihre Grenze zu finden pflegen.

---

1) Poggendorff's Annalen, Bd. 136. S. 467. 473.

Die aus den vielfältigen Versuchen der praktischen Optiker hervorgehende Erfahrung hat ferner gelehrt, dass stärkere Vergrösserungen mit guter Sehschärfe nur durch solche Instrumente zu erreichen sind, bei denen der von jedem Objectpunkt in das Objectivlinsensystem fallende Strahlenkegel eine sehr grosse Apertur hat. Man ist allmälig vorgeschritten bis zur Construction von Instrumenten, bei denen Strahlen, welche fast senkrecht gegen die Axe gerichtet sind, in das Objectivglas eintreten und zum Ocular hingelenkt werden. Freilich geschieht das nur, wenn die untere Seite der Objectivlinse mit Luft in Berührung ist; dann dringen in der That in die besten Immersionslinsensysteme Strahlen ein, welche bis $87^{1}/_{2}{}^{0}$ gegen die Axe geneigt sind. Dieser Winkel reducirt sich indessen auf etwa 48^{0}, wenn das Instrument in normaler Weise gebraucht wird, sodass Wasser zwischen Objectiv und Deckgläschen eingeschaltet wird. Immerhin ist der genannte Winkel viel grösser, als man ihn in dem Linsensystem eines Teleskops oder einer photographischen Camera obscura zulassen würde, weil bei so schrägen Incidenzen die sphärischen Abweichungen selbst in den sorgfältig berechneten und genau auszuführenden Linsen dieser Instrumente unerträglich gross werden würden. Warum ist nun trotzdem in den Mikroskopen ein breiter einfallender Lichtkegel vortheilhafter als ein schmaler von grösserer Helligkeit, der dieselbe Menge Licht in das Instrument liefert? Die bisherigen Beantwortungen dieser Frage scheinen mir nicht genügend zu sein. Denn die sogenannte *Penetration*, das heisst die Fähigkeit des Instrumentes, Körper, deren Brechungsvermögen sehr wenig von dem ihrer
559 Umgebung abweicht, deutlich schattirt zu zeigen und erkennen zu lassen, hängt nur von dem Verhältniss ab zwischen der Oeffnung des beleuchtenden Strahlenkegels und der Oeffnung des in das Instrument fallenden Kegels. Eine hinreichend starke Schattirung kann man durch Verengerung des ersteren mittels Blendungen immer hervorbringen; nur kann man relativ weitere Blendungen unter dem Object anwenden, wenn auch der in das Objectiv fallende Strahlenkegel breiter ist.

In der That ist nun in den zusammengesetzten Mikroskopen eine Ursache vorhanden, welche unter den hier ge-

gebenen Bedingungen viel stärkere Abweichungen der Strahlen von ihrem Brennpunkte hervorbringt als die chromatische und sphärische Aberration, und welche gerade bei engen Lichtkegeln sich am meisten geltend macht. Das ist die Diffraction des Lichtes. Wenn dieselbe auch vielleicht gelegentlich als Ursache für Verschlechterung des Bildes erwähnt worden ist, habe ich nirgends eine methodische Untersuchung über die Grösse ihres Einflusses gefunden. Eine solche Untersuchung zeigt aber, dass die Diffraction der Strahlen mit steigender Vergrösserung nothwendig und unausweichlich wächst, und dem mikroskopischen Sehen eine unübersteigbare Grenze zieht, der unsere besseren neueren Instrumente sogar schon ziemlich nahe gekommen sind.

Dass die Dunkelheit und Diffraction des mikroskopischen Bildes mit steigender Vergrösserung nothwendig zunehmen müssen, und zwar unabhängig von der besonderen Construction des optischen Instrumentes, beruht auf einem allgemeinen Gesetz der optischen Instrumente, welches zuerst für beliebige Zusammenstellungen unendlich dünner Linsen Lagrange[1]) aufgestellt hat. Dasselbe ist aber, wie es scheint, fast unbekannt geblieben, vielleicht deshalb, weil er es in Form von Gleichungen aufgestellt hat, deren Coefficienten keine leicht zu veranschaulichende Bedeutung haben. Ich selbst habe das betreffende Gesetz in etwas allgemeinerer Form (nämlich für centrirte Systeme brechender Kugelflächen mit beliebigen einfach brechenden Medien dazwischen) in meiner Physiologischen Optik § 9 S. 50 abgeleitet und mich bemüht, ihm eine leicht 560
anschauliche physikalische Deutung zu geben.

Ich recapitulire hier zunächst kurz das bezeichnete Theorem und seinen Beweis.

Dasselbe gilt für jedes centrirte System kugeliger brechender oder spiegelnder Flächen, durch welches Strahlen unter so kleinen Einfallswinkeln gehen, dass das System von punktförmigen Objecten punktförmige Bilder entwirft, das heisst also: homocentrische Strahlen homocentrisch bricht. Ein cen-

1) Sur une loi générale d'Optique. Mémoires de l'Académie de Berlin. 1803. Cl. de Mathém. p. 3. — Siehe oben S. 95 und 96.

trirtes System nenne ich ein solches, in welchem die Krümmungsmittelpunkte sämmtlicher brechenden oder spiegelnden Kugelflächen in einer geraden Linie, der Axe des Systems, liegen. Wir denken uns vor einem solchen System einen leuchtenden Punkt in der Axe gelegen, der einem zur Axe senkrechten ebenen Objecte $a' \, a''$ (Fig. 22) angehört, und von dem Strahlen durch das optische System gehen, wir nennen den Winkel zwischen einem dieser Strahlen und der Axe des Systems den Divergenzwinkel des betreffenden Strahles. Wird durch die Axe und den Strahl eine Ebene gelegt, so ist diese die Einfallsebene des Strahles bei der nächsten Brechung und wird denselben Strahl also auch nach der nächsten Brechung und somit auch nach jeder folgenden Brechung enthalten. Von dieser Ebene, die von der Axe in zwei Hälften getheilt wird, rechnen wir die eine Hälfte als positiv, die andere als negativ, und dem entsprechend den Divergenzwinkel des Strahles als positiv oder negativ, je nachdem der Strahl gegen die positive oder negative Hälfte der Ebene hin fortschreitet. Sind diese Festsetzungen gemacht, so ist der besprochene Satz folgender:

Theorem.

Das Product aus dem Divergenzwinkel eines beliebigen Strahles, dem Brechungsverhältniss des Medium, durch welches er sich zur Zeit bewegt, und der Grösse des Bildes, welchem die durch das betreffende Medium sich bewegenden Strahlen angehören, bleibt in einem centrirten Systeme kugeliger brechender und spiegelnder Flächen bei jeder Brechung unverändert, wenn überhaupt die Bedingungen für die Entwerfung genauer Bilder eingehalten sind.

561 Es wird das genannte Product also nach dem Austritt der Strahlen aus dem System noch denselben Werth haben wie vor dem Eintritt in dasselbe.

Beweis. Es sei $a \, b$ ein Stück der Axe des Systems, $h h'$ eine der brechenden Flächen, c ihr Krümmungsmittelpunkt, a der Convergenzpunkt der (nöthigenfalls verlängerten) auf hh'

einfallenden Strahlen, b der Vereinigungspunkt der von hh' gebrochenen Strahlen, f der vordere, g der hintere Hauptbrennpunkt der Fläche hh'. Es sei ferner das Brechungsverhältniss

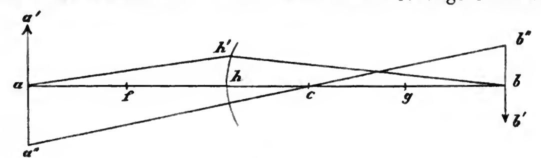


Fig. 22.

des vor hh' liegenden Medium n', das des dahinter liegenden n''; den Divergenzwinkel im ersteren Medium für den durch h' gehenden Strahl, $h'ah$ bezeichnen wir mit α', den im zweiten Medium $-h'bh$ mit α''; die Grösse des Bildes aa'', welches den Strahlen des ersten Medium angehört, mit β', des Bildes $-bb''$ für das zweite Medium mit β''. Wir haben zunächst wegen Aehnlichkeit der Dreiecke $aa''c$ und $bb''c$:

$$\frac{\beta'}{\beta''} = -\frac{ac}{cb}. \tag{1}$$

Andererseits wenn wir das sehr kleine Bogenstück hh' der brechenden Fläche als eine zur Axe senkrechte gerade Linie betrachten:

$$hh' = ah.\,\text{tang.}\,\alpha' = -\,bh.\,\text{tang.}\,\alpha''$$

oder, wenn wir, was hier wegen der Kleinheit der Winkel erlaubt ist, statt der Tangenten die Winkel setzen:

$$\frac{\alpha'}{\alpha''} = -\frac{bh}{ah}. \tag{2}$$

Multipliciren wir die Gleichung (1) mit (2), so ergiebt dies:

$$\frac{\alpha'.\beta'}{\alpha''.\beta''} = -\frac{ac.bh}{bc.ah} \tag{3}$$

Nun ist aber nach den bekannten Gesetzen der Brechung an einer Kugelfläche, deren Radius $hc = r$, der Werth ihrer Hauptbrennweiten: 562

$$\begin{aligned} F' &= hf = \frac{n'\,r}{n''-n'} \\ F'' &= hg = \frac{n''\,r}{n''-n'}, \end{aligned} \tag{4}$$

woraus folgt:

$$\frac{F'}{F''} = \frac{n'}{n''} \tag{4a}$$

$$F' - F = r. \tag{4b}$$

Ferner

$$\frac{F}{ah} + \frac{F''}{bh} = 1 \quad \text{und} \quad \frac{F''}{ac} + \frac{F'}{bc} = 1$$

oder

$$\frac{bh}{ah} = \frac{bh - F''}{F'} \quad \text{und} \quad \frac{bc}{ac} = \frac{bc - F'}{F''}.$$

Division der letzten beiden Gleichungen ergiebt:

$$\frac{bh \,.\, ac}{ah \,.\, bc} = \frac{F''(bh - F'')}{F'(bc - F')}.$$

Nun ist aber

$$bh = bc + r = bc + F' - F''$$

nach (4b), und also

$$bh - F'' = bc - F'$$

und daher

$$\frac{bh \,.\, ac}{ah \,.\, bc} = \frac{F''}{F'} = \frac{n''}{n'}$$

nach (4a). Also wird Gleichung (3):

$$\frac{\alpha' \,.\, \beta'}{\alpha'' \,.\, \beta''} = \frac{n''}{n'}$$

oder

$$n' \,.\, \alpha' \,.\, \beta' = n'' \,.\, \alpha'' \,.\, \beta'' \tag{5}$$

q. e. d.

Es folgt aus diesem Satze zunächst, dass wenn der Strahl B bei seinem Abgang vom leuchtenden Punkte einen absolut
563 kleineren Divergenzwinkel hat als der Strahl A, der Divergenzwinkel von B auch nach jeder folgenden Brechung kleiner bleiben muss als der von A; weil eben das auf B bezügliche Product unseres Satzes von Anfang an kleiner ist als das für A und deshalb nach jeder Brechung kleiner bleiben muss.

Wenn zwei von demselben Punkte der Axe ausgegangene Strahlen aber gleich grosse Divergenzwinkel in zwei verschie-

denen durch die Axe gelegten Ebenen haben, so bleiben ihre Divergenzwinkel nach allen Brechungen gleich gross; was sich übrigens schon aus der Symmetrie des Systems rund um seine Axe ergiebt.

Denken wir uns also das durch das optische System gehende Strahlenbündel irgendwo begrenzt durch eine kreisförmige Blendung, deren Ebene senkrecht zur Axe steht und deren Mittelpunkt in der Axe liegt, so sind die Strahlen, welche dicht am Rande der Blendung vorbeigehen, diejenigen, welche die grössten für sie alle gleichen Divergenzwinkel haben und bei allen Brechungen behalten. Diese Strahlen werden offenbar Kegelflächen von kreisförmiger Basis bilden, deren Axe die optische Axe des Systems ist, und welche das ganze von einem Punkte der Axe ausgegangene Strahlenbündel, soweit es überhaupt das Instrument passirt, abgrenzen. Der Divergenzwinkel dieser Grenzstrahlen ist alsdann auch auf dem ganzen Wege der Strahlen der Winkel, welcher die halbe Oeffnung der das Bündel begrenzenden Kegelfläche misst.

Zunächst ergeben sich hieraus nun wichtige Folgen für die photometrischen Verhältnisse.

Nach den bekannten Gesetzen der Photometrie kann man die Lichtmenge L, welche das leuchtende Flächenelement dS auf das in der Entfernung r befindliche Flächenelement ds sendet, wenn (r, N) und (r, n) die Winkel zwischen der Linie r und den Normalen N und n der beiden Flächenelemente bezeichnen, setzen:

$$L = J \frac{dS \cdot ds}{r^2} \cdot \cos(r, N) \cdot \cos(r, n). \tag{6}$$

Wenn wir nun unter ds die kreisförmige Apertur des Strahlenkegels an einer der brechenden Flächen verstehen, und unter dS ein von der Axe geschnittenes leuchtendes Flächenelement, 564
sodass r in die Richtung der Axe fällt, so ist:

$$\cos(rn) = 1 \quad \text{und} \quad dS \cdot \cos(r, N),$$

ist die Projection von dS auf eine zur Axe normale Ebene. Ist α der Divergenzwinkel, der nach dem Umfange von ds gerichteten Strahlen, so ist:

$$ds = \pi \, . \, r^2 \, . \, a^2$$

$$L = J \, . \, \pi \, . \, \alpha^2 \, . \, d\,S \, . \cos{(r, N)}. \qquad (6\text{a})$$

Dieselbe Lichtmenge muss aber auch im folgenden Medium in der Fortsetzung desselben Strahlenkegels enthalten sein. Bezeichnen wir hier mit J', α', $d\,S'$, N' die entsprechenden Grössen, so ist also auch:

$$L = J' \, . \, \pi \, . \, \alpha' \, . \, d\,S' \cos{(r, N')}. \qquad (6\text{b})$$

Nun ist $d\,S'$ das Bild von $d\,S$, und dessen Projection normal zur Axe $d\,S' \cdot \cos{(r, N')}$ das Bild der entsprechenden Projection von $d\,S$. Also haben wir die Proportion:

$$d\,S \, . \cos{(r, N)} : d\,S' \, . \cos{(r, N')} = \beta^2 : \beta'^2.$$

Daraus folgt:

$$J \, . \, \alpha^2 \, . \, \beta^2 \, . = J' \, . \, \alpha'^2 \, . \, \beta'^2,$$

und wegen der Gleichung (5):

$$J : J' = n^2 : n'^2. \qquad (6\text{c})$$

Dadurch ist die Helligkeit, mit welcher die Fläche des Bildes innerhalb des von den Strahlen ausgefüllten Lichtkegels leuchtet, gegeben, unabhängig von der Richtung, welche $d\,S$ und $d\,S'$ gegen die Axe haben, und von den Entfernungen derselben von der brechenden Fläche.

Von dem Bilde $d\,S'$ kann man auf ein zweites $d\,S''$ übergehen, und so weiter. Es wird offenbar zwischen jedem folgenden Bilde und $d\,S$ eine entsprechende Gleichung bestehen müssen wie (6c). Ist also $n = n' \cdot$, das heisst, liegen Object und Bild in demselben Medium, so wird die Helligkeit eines durch Strahlen, die mit der Axe und den Einfallslothen sehr kleine Winkel machen, entworfenen optischen Bildes (von Verlust durch Reflexion und
565 Absorption abgesehen) der Helligkeit des Objectes immer nur gleich sein können.

Aber dieser Satz muss auch gültig sein ohne die Beschränkung, dass die Strahlen mit der Axe und den Einfallslothen sehr kleine Winkel machen. Wäre er nämlich nicht richtig, wäre es möglich von einem Flächenstück $d\,S$, welches nach dem in Gleichung (6) ausgesprochenen Gesetz ein begrenztes Strahlenbündel aussendet, ein Bild $d\,S'$ zu entwerfen,

welches in Richtung der Fortsetzung dieses Strahlenbündels mit grösserer Helligkeit leuchtete, als Gleichung (6c) zulässt, so würden wir dieses Strahlenbündel senkrecht durch eine ebene Grenzfläche in Luft übergehen und in das Auge eines Beobachters fallen lassen können. Es wäre dann der Fall gegeben, dass man durch ein optisches Instrument ein Object heller sehen müsste, als es ist, etwas, was allen an den mannigfachsten Formen durchsichtiger brechender Körper gemachten Erfahrungen widerspricht. Wäre eine solche Möglichkeit für Lichtstrahlen gegeben, so würden wir sie auch auf Wärmestrahlen übertragen können, und es wäre dann das Gesetz der Gleichheit der Strahlung zwischen Körpern gleicher Temperatur verletzt. Durch ähnliche Betrachtungen, wie sie Herr G. Kirchhoff zum Beweise seines Gesetzes von der Gleichheit der Absorption und Emission angewendet hat, deren Uebertragung auf unsern Fall ohne Mühe geschehen kann, wäre dies leicht zu erweisen. Man braucht zu dem Ende nur die beiden Elemente dS und dS' von gleicher Temperatur, wie eine sie rings umschliessende Hülle anzunehmen, die durchsichtigen Medien als frei von Absorption, und ein passendes Diaphragma angebracht, ebenfalls von gleicher Temperatur, um das zu verdichtende Strahlenbündel abzugrenzen. Wenn dann dS durch dieses Diaphragma dem dS' ein dichteres Strahlenbündel zusendete, als dieses vermöge seiner Temperatur zurücksendet, müsste die Temperatur von dS' steigen, die von dS fallen.

Genauere Fassung des Gesetzes der Divergenzwinkel. Die Gleichung (5) setzte unendlich kleine Divergenzwinkel voraus, bei solchen ist es einerlei, ob wir α mit $\sin \alpha$ oder tang. α oder ähnlichen Functionen vertauschen, die für verschwindend kleine α gleich α werden.

Nehmen wir grössere Divergenzwinkel eines Strahlenbündels 566
von kreisförmigem Querschnitt, und die leuchtende Fläche dS senkrecht zur Axe, so ist:

$$L = J dS . \int_0^\alpha 2\pi . \cos\alpha . \sin\alpha . d\alpha = \pi J dS . \sin^2\alpha .$$

Ist nach einer Reihe von Brechungen die Fläche dS vollständig und genau in dS_1 abgebildet, mit der Helligkeit $J\, n_1^2/n^2$ und α_1

der zugehörige Divergenzwinkel, so muss dieselbe Lichtmenge sein:

$$L = \pi J \frac{n_1^2}{n^2} . d S_1 . \sin^2 \alpha_1 .$$

Da

$$d S : d S_1 = \beta^2 : \beta_1^2,$$

so folgt aus diesen Gleichungen:

$$n . \beta . \sin \alpha = n_1 . \beta_1 . \sin \alpha_1 \qquad (7)$$

als die auch für grössere Winkel gültige Formulirung der Gleichung (5) unter der Voraussetzung, dass β und β_1 zwei sich einander genau abbildende, zur Axe senkrechte flächenhafte Bilder sind.

Helligkeit der Bilder. Wenn die Pupille des Beobachters ganz eingetaucht ist in das Strahlenbündel, welches von einem Punkte des Bildes β ausgeht, so wird der Beobachter β_1 in der durch Gleichung (6c) bedingten Helligkeit sehen. Also wenn Object und Bild beide in Luft liegen, werden beide für ihn gleiche Helligkeit haben. Diese Folgerung ist schon von Lagrange gezogen worden. Leider hat er den zweiten Fall, der gerade bei starken Vergrösserungen der gewöhnlichere ist, nicht besprochen, nämlich den, wo das in die Pupille eindringende Strahlenbündel diese nicht ganz ausfüllt. Das mag nicht wenig zu der Vergessenheit beigetragen haben, in welche seine wichtige Abhandlung gefallen ist.

Wenn das in die Pupille fallende Lichtbündel, welches immer einen kleinen Divergenzwinkel α_1 hat, so oft das Bild β_1 in richtiger Sehweite liegt, die Pupille nicht ganz ausfüllt, so wird die Helligkeit H des Netzhautbildes eine geringere
567 sein als die Helligkeit H_0 für das freie Auge, dessen Pupille ganz mit Lichtstrahlen ausgefüllt ist. Bezeichnen wir mit s die Sehweite und mit p den Radius der Pupille, so ist πp^2 deren Fläche, der Querschnitt des Lichtbündels ist $\pi s^2 \cdot \sin^2 \alpha_1$, und es verhält sich also:

$$H : H_0 = s^2 . \sin^2 \alpha_1 : p^2$$

oder mit Benutzung von Gleichung (7):

$$H = H_0 \cdot \frac{s^2}{p^2} \cdot \frac{n^2}{n_1^2} \cdot \frac{\beta^2}{\beta_1^2} \sin^2 \alpha .$$

Das letzte Medium vor dem Auge muss nothwendig Luft sein, also $n_1 = 1$, und wenn wir den nach der Listing'schen Methode in Luft gemessenen Divergenzwinkel des Instrumentes mit α_0 bezeichnen, so ist $\sin\alpha_0 = n \cdot \sin\alpha$. Setzen wir ferner die Vergrösserung $\beta_1 / \beta = N$, so ist:

$$H = H_0 \frac{s^2 \cdot \sin^2\alpha_0}{p^2 \cdot N^2}.$$

Bei derjenigen Vergrösserung N_0, wobei der Lichtkegel die Pupille gerade ausfüllt, und welche wir die Normalvergrösserung des Instrumentes nennen wollen, muss $H = H_0$ werden. Daraus ergiebt sich:

$$N_0 = \frac{s}{p} \sin\alpha_0 \qquad (8)$$

und wenn α_0 unverändert bleibt:

$$H : H_0 = N_0^2 : N^2 \qquad (8a)$$

wenn, wie vorausgesetzt:

$$N > N_0,$$

während $H = H_0$ wird, wenn $N \leqq N_0$.

Das heisst also: Die Helligkeit des Instrumentes wird gleich der des freien Auges, wenn die Vergrösserung gleich oder kleiner als die Normalvergrösserung ist. Dagegen wächst bei gleichbleibender Divergenz der einfallenden Strahlen die Helligkeit umgekehrt proportional der Vergrösserung der Flächen, wenn diese grösser als die Normalvergrösserung ist.

Die Normalvergrösserung wächst, wie Gleichung (8) zeigt, mit dem Sinus des Winkels α_0. Dessen grösster Werth ist 568
Eins, wenn α_0 ein Rechter, ein Werth, den die neueren Instrumente auch nahehin erreichen. Dann ist:

$$N_0 = \frac{s}{p}.$$

Setzen wir s, wie es für die Berechnung der Vergrösserung jetzt gewöhnlich geschieht, gleich 250 mm, und p für helle Beleuchtung gleich 1,5 mm, so wird:

$$N_0 = 166,7$$

und man erhält die

Helligkeit	$\frac{1}{4}$	für Vergrösserung	333,3
—	$\frac{1}{9}$	—	500,0
—	$\frac{1}{16}$	—	666,7

u. s. w.

Das zeigt, wie schnell die Helligkeiten bei steigender Vergrösserung abnehmen.

Wäre es möglich den halbkugelförmigen Lichtkegel eines in Wasser liegenden Objectes in ein Immersionslinsensystem überzuleiten und damit ein gutes Bild zu erzeugen, so würden alle diese Vergrösserungen bei gleicher Helligkeit im Verhältniss $n : 1 = 1{,}3351 : 1$ gesteigert werden können. Aber wie schon oben bemerkt, haben die bisher gefertigten Instrumente nur in Luft, nicht in Wasser nahehin halbkugelförmige Kegel der einfallenden Strahlen.

Der Querschnitt des in die Pupille eintretenden Strahlenbündels lässt sich leicht empirisch ermitteln. Wenn man das Instrument auf ein helles Feld eingestellt hat, entferne man das Auge vom Ocular in Richtung der verlängerten optischen Axe des Instruments, und betrachte das Ocular selbst. Man wird in oder etwas vor seiner Fläche eine helle kleine Kreisfläche auf dunklem Grunde sehen. Dieser kleine Kreis ist das optische Bild, welches das Ocularsystem (hauptsächlich das Collectivglas) von dem Objectivglase entwirft. Alles Licht was vom Objectiv hergekommen ist, und die Oculare passirt hat, muss in diesem Bildchen des Objectivs vereinigt sein. Dieses Bildchen entspricht also auch dem Querschnitt, den die
569 sämmtlichen Lichtkegel, welche von den Punkten des Objectes ausgegangen sind, an dieser Stelle des Raumes haben. Um alles dieses Licht aufzufangen und somit ein möglichst grosses und möglichst helles Gesichtsfeld zu erlangen, muss die Pupille an den Ort dieses Bildchens gebracht werden. Das Verhältniss zwischen der Fläche dieses hellen Bildchens und der Fläche der Pupille ergiebt also unmittelbar das Verhältniss, in welchem die Helligkeit des Bildes kleiner als die des direct gesehenen Objectes ist. Nur wenn jenes Bildchen gleich oder grösser als die Pupille ist, hat man volle Helligkeit.

Dass bei einem Fernrohr das Verhältniss zwischen dem Durchmesser des Objectivs und dem Durchmesser dieses Ocularbildchens des Objectivs gleich der Vergrösserung ist, hat schon Lagrange ausgesprochen, und vorgeschlagen mittels dieser Beziehung die Vergrösserung zu messen. Bei den Teleskopen ist man übrigens einer solchen Abnahme der Helligkeit bei steigender Vergrösserung nicht nothwendig unterworfen, weil die Quantität des einfallenden Lichtes durch Vergrösserung der Apertur des Objectivglases oder des Objectivspiegels in das Unbestimmte vergrössert werden kann. Die Oeffnung des mikroskopischen Lichtkegels dagegen wird durch einen Winkel gemessen und hat daher eine bestimmte Grenze.

Der Gang der bisherigen Darstellung zeigt, dass die Beziehung zwischen Helligkeit und Vergrösserung, die hier aufgestellt ist, gänzlich unabhängig von der besonderen Construction des Instrumentes ist, vorausgesetzt nur, dass es scharf gezeichnete Bilder giebt. Eine Steigerung der Vergrösserung wäre also nur möglich unter Anwendung sehr viel stärkeren Lichtes, z. B. directen Sonnenlichtes, wie dies auch schon Herr Listing für die von ihm vorgeschlagenen Methoden, sehr hohe Vergrösserungen zu erreichen, in Aussicht genommen hat.

Hier aber treten andere Hindernisse auf, die durch den sehr geringen Divergenzwinkel der austretenden Strahlen, wie er bei starken Vergrösserungen durch die Gleichung (7) gefordert wird, bedingt sind.

Zunächst sind es die Schatten der entoptischen Objecte im Auge, welche das Gesichtsfeld um so dichter erfüllen, je kleiner das oben erwähnte Ocularbild des Objectivglases ist.
Dieses Bild ist für die Beleuchtung der Netzhaut gleichsam 570
die Lichtquelle; von ihm geht alles Licht aus, welches in das Auge dringt. Dasselbe ist auch die Basis der sämmtlichen Strahlenkegel, die den einzelnen Punkten des Objectes und seines Netzhautbildes angehören, und sein Durchmesser wächst, wie oben gezeigt, für starke Vergrösserungen nothwendig umgekehrt proportional der Vergrösserung. Die bekannte Bedingung aber, welche erfüllt sein muss, um recht scharfe Schlagschatten von den entoptischen Objecten zu erhalten, ist eben die, dass hinreichendes Licht von einer recht kleinen

Fläche aus in das Auge fällt. Jeder, der einmal versucht hat, das Feld eines Mikroskops von übertrieben starker Vergrösserung durch Anwendung von Sonnenlicht aufzuhellen, wird das eigenthümlich fleckige Ansehen des Gesichtsfeldes kennen, was man dann erhält. Ein Theil der Flecken liegt fest im Felde der Blendung, ein anderer bewegt sich mit dem Auge. Erstere rühren von Flecken und Unvollkommenheiten der Politur der Ocularlinsen her, letztere von der Hornhaut, Krystallinse, dem Glaskörper des Auges. Auch ist diese Beobachtungsweise als Methode die entoptischen Objecte zu sehen, längst bekannt und in der That sehr brauchbar. In dem Maasse aber, als die entoptischen Objecte deutlicher werden, werden immer mehr von den zarteren mikroskopischen Objecten unerkennbar.

Ein zweiter unvermeidlicher Nachtheil der engen Lichtbündel liegt in dem Auftreten von Diffractionserscheinungen, wodurch die Umrisslinien der gesehenen Objecte verwischt und gleichzeitig verdoppelt oder vervielfacht werden. Wir haben es hier hauptsächlich mit den Diffractionserscheinungen zu thun, wie sie beim Sehen durch eine kreisförmige Oeffnung auftreten. Ein heller Lichtpunkt (Sonnenreflex auf einer Thermometerkugel), durch eine solche Oeffnung (Nadelstich durch ein Kartenblatt) gesehen, erscheint bekanntlich als eine helle Kreisscheibe, die abwechselnd von hellen und dunklen Ringen umgeben ist. Die scheinbare Breite dieser Ringe, von Minimum zu Minimum gerechnet, entspricht sehr nahehin dem Gesichtswinkel, dessen Sinus gleich λ / d ist, wo λ die Wellenlänge des betref-
571 fenden Lichtes und d den Durchmesser der Oeffnung bezeichnet. Die äusseren Ringe haben genau diese Breite, die innersten sind ein wenig breiter; der Radius des innersten hellen Kreises ist 1,220 λ / d. Da der kleinste Gesichtswinkel, unter dem wir zwei feine helle Linien von einander trennen können, gleich einer Winkelminute gesetzt werden kann, so werden die Fransen des hellsten gelbgrünen Lichtes, dessen Wellenlänge gleich 0,00055 mm ist, sichtbar, wenn der Durchmesser der Oeffnung $d = 1{,}89$ mm. Die Verbreiterung eines hellen Punktes in einen Kreis, oder einer hellen Linie in einen Streifen, muss sogar bei noch etwas weiteren Oeffnungen merkbar werden können.

Wenn man durch solche Oeffnungen nach Objecten hin-

blickt, welche helle Flächenstücke zeigen, so werden die Diffractionsfiguren der einzelnen Lichtpunkte einer solchen Fläche sich theilweis decken, sodass die kreisförmigen Fransen jedes einzelnen Punktes für sich genommen allerdings nicht erkennbar werden. Aber offenbar wird die Wirkung der Diffraction, da sie jeden lichten Punkt in eine kleine kreisförmige Fläche verwandelt, die Zeichnung des Objectes verwaschen machen müssen, ähnlich wie dies durch die kleinen Zerstreuungskreise bei ungenauer Accommodation des Auges geschieht. Sehr feine Objecte, die nur bei grösster Schärfe des Netzhautbildes erkennbar sind, werden alsdann unerkennbar werden.

Man kann sich durch einfache Versuche davon überzeugen, dass dies der Fall ist. Das empfindlichste Object sind Gitter mit abwechselnd hellen und dunklen parallelen Streifen, seien sie aus parallelen Drähten zusammengesetzt, oder aus weissen und schwarzen Linien auf Papier gedruckt. Man stelle sich in solcher Entfernung von dem Gitter auf, dass man mit einem zur vollkommenen Accommodation des Auges genügenden Brillenglase bewaffnet, die Stäbe des Gitters gerade noch von einander sondern kann. Man schiebe dann ein Kartenblatt vor das Auge, in welches man feine Oeffnungen von verschiedenem Durchmesser angebracht hat, und achte darauf, ob man die Linien des Gitters durch diese Oeffnungen noch erkennen und ebenso gut erkennen kann als ohne das Kartenblatt. Die Beleuchtung des Gitters muss sehr hell sein, ein auf Papier 572
gedrucktes zum Beispiel direct von der Sonne beschienen, damit das durch die Oeffnung gesehene Bild noch hinreichend hell bleibt. Bei solchen Versuchen finde ich in der That, dass eine merkliche Verschlechterung des Bildes schon durch eine Oeffnung von 1,72 mm Durchmesser hervorgebracht wird. Sehr viel auffallender ist jene, wenn man durch noch engere Oeffnungen sieht.

Statt der Gitter kann man auch gedruckte Buchstaben unter ähnlichen Bedingungen anwenden, indem man sich so weit von ihnen entfernt, dass man sie gerade noch lesen kann. Dann werden sie schwerer oder gar nicht lesbar, wenn man durch eine Oeffnung von etwa 1 mm Durchmesser blickt. Aber diese Probe finde ich nicht so empfindlich wie die mit dem Gitter.

Es muss hierbei natürlich für beste Accommodation des Auges gesorgt werden, denn wenn diese unvollkommen ist, kann Einschiebung des Kartenblattes die Zerstreuungskreise auf der Netzhaut verkleinern und das Bild sogar verbessern.

Die Theorie für die Diffraction der Strahlen im Mikroskop, wie sie etwas weiter unten auseinandergesetzt werden wird, ergiebt nun die Folgerung, dass ein einzelner Lichtpunkt des mikroskopischen Objectes, durch das Mikroskop gesehen, gerade so erscheinen muss, als würde ein am Orte seines Bildes befindlicher wirklicher Lichtpunkt durch eine Oeffnung betrachtet, welche in Bezug auf Ort und Grösse dem Ocularbilde der relativ engsten Blendung entspricht.

Daraus geht zunächst hervor, dass die Diffraction sich merklich machen muss, wenn das letztgenannte Bildchen einen Durchmesser kleiner als 1,89 mm hat, und dass die Breite der durch die Diffraction erzeugten Zerstreuungskreise umgekehrt proportional dem Durchmesser dieser Oeffnung, also direct proportional der Vergrösserung zunehmen muss, wenn der von jedem Objectspunkte einfallende Lichtkegel unverändert bleibt. Es wird also unter diesen Umständen bei weiter gesteigerter Vergrösserung, soweit die Diffraction in Betracht kommt, das Bild unveränderte Schärfe der Zeichnung zeigen, weil eben dabei die Zerstreuungskreise dasselbe Verhältniss zur schein-
573 baren Grösse der Objecte behalten. Dagegen werden die Störungen, welche aus der Verminderung der Helligkeit und aus der zunehmenden Zahl und Dunkelheit der entoptischen Schatten herfliessen, sich mit zunehmender Vergrösserung steigern. Daraus folgt denn, dass im allgemeinen diejenigen Vergrösserungen am meisten erkennen lassen werden, bei denen die kleinsten Objecte, die in dem Bilde überhaupt noch sichtbar sind, unter bequemem, d. h. etwas grösserem Gesichtswinkel erscheinen, als der Sehwinkel des Beobachters für die überhaupt wahrnehmbaren kleinsten Objecte beträgt.

Nach Gleichung 7 berechnet, entspricht der Durchmesser 1,89 mm des in die Pupille fallenden Strahlenbündels für halbkugelförmige Ausbreitung der einfallenden Strahlen in Luft einer Vergrösserung von 264,5 Mal. Für Mikroskope mit engerem Lichtkegel würde sie niedriger anzusetzen sein. Dem

entsprechend finden wir in Hugo v. Mohl's Mikrographie die Angabe, dass Vergrösserungen zwischen 300 und 400 am meisten erkennen lassen, während Harting bei den neueren Mikroskopen mit beinahe halbkugelförmigem Lichtkegel für seine Messungen Vergrösserungen von 430 bis 450 am vortheilhaftesten fand.

Wenn es sich darum handelt, die Grösse der kleinsten erkennbaren Objecte als Maass für die Genauigkeit des mikroskopischen Bildes zu bestimmen, so liegen hier dieselben Gründe vor, wie bei der Bestimmung der Sehschärfe des Auges, Gründe, die ich in meinem Handbuche der Physiologischen Optik S. 217 besprochen habe, dass man nicht den Durchmesser einzelner heller Punkte oder Linien auf dunklem Grunde und ebenso wenig dunkler Punkte und Linien auf hellem Grunde dazu benutzen darf. Denn dann hängt das Resultat nicht bloss von den Grössenverhältnissen des Bildes, sondern auch von der Empfindlichkeit des Auges gegen schwache Lichtunterschiede ab.

Das zweckmässigste Object sind auch hier feine Gitter, welche abwechselnd helle und dunkle Streifen zeigen. Solche sind ja auch für die Mikroskope in den Nobert'schen Glasgittern und Liniensystemen der Diatomeen und Schmetterlingsschuppen vielfach benutzt worden. Da die Lichtmengen der weissen Streifen, ehe dieselben ununterscheidbar werden, jedenfalls 574
sehr stark ausgebreitet sind, so kommt es fast nur auf die Abstände der Mittellinien der weissen Streifen, viel weniger auf die ursprüngliche Vertheilung des Lichtes in etwas schmaleren oder breiteren weissen Streifen an. Ich nehme also als Maass für die kleinsten unterscheidbaren Objecte denjenigen Abstand der Mitten heller Gitterstäbe an, bei welchem diese noch als getrennt wahrgenommen werden können.

Bei der Diffraction durch eine quadratische Oeffnung lässt sich nachweisen, dass das Gitter als gleichförmig beleuchtete helle Fläche erscheinen muss, wenn die Fransenbreite gleich der Breite eines Gitterintervalles ist. Für runde Oeffnungen wird die Integration in der Berechnung der Lichtvertheilung äusserst weitläuftig. Wenn der Durchmesser der kreisförmigen Oeffnung gleich der Seite der quadratischen ist, sind die

äusseren Fransen im Spectrum eines hellen Punktes von gleicher Breite, die inneren sind aber breiter bei der kreisförmigen Oeffnung. Wenn nun die der quadratischen Oeffnung ausreichen die Trennung der hellen Linien eines Gitters auszulöschen, wenn deren Mitten um die Fransenbreite von einander abstehen, so wird dies bei den theilweise noch etwas breiteren Fransen der kreisförmigen Oeffnung ebenfalls der Fall sein müssen. Ich habe deshalb im Folgenden als untere Grenze der am Objecte unterscheidbaren Distanzen die Breite der äusseren Fransen benutzt, welche die kreisförmige Oeffnung ergiebt. Unmöglich ist es nicht, dass bei günstiger Ueberlagerung der Fransen gelegentlich wohl auch noch etwas kleinere Objecte halb gesehen, halb errathen werden können. Eine sichere und unzweideutige Wahrnehmung solcher wird aber kaum möglich sein.

Es sei die Grösse der kleinsten wahrnehmbaren Distanz ε, die der Wellenlänge im Medium des Objectes λ, der Divergenzwinkel der einfallenden Strahlen ebenda α, und λ_0, α_0 seien die Werthe der letztgenannten Grössen für Luft. Dann ist nach den weiter unten abgeleiteten Formeln:

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha} = \frac{\lambda_0}{2 \sin \alpha_0}.$$

Für weisses Licht können wir die Wellenlänge der mittleren
575 hellsten Strahlen, wie oben, setzen:

$$\lambda_0 = 0{,}00055 \text{ mm}.$$

Ist $\alpha_0 = 90^0$, so giebt dies:

$$\varepsilon = \frac{\lambda_0}{2} = 0{,}000275 \text{ mm} = \frac{1}{3636} \text{ mm}$$

Wäre es möglich, die Divergenz der Strahlen in Wasser bei einem Immensionssystem bis zu halbkugeliger Ausbreitung zu treiben, so wäre $\alpha = 90^0$ zu setzen, λ wäre nahehin gleich $^3/_4\,\lambda_0$, und daher

$$\varepsilon = \frac{1}{4848} \text{ mm}.$$

Nach den von Hrn. Harting[1]) veröffentlichten Messungen ist

1) Poggend. Annalen 114.

die Grösse der mit einem Hartnack'schen Objectivsystem Nr. 10 wahrgenommenen kleinsten Distanzen nach unserer Berechnungsweise:

$$\varepsilon = \frac{1}{3313} \text{ mm.}$$

(Die von Hrn. Harting selbst angegebene Zahl $^1/_{5210}$ bezieht sich auf die Breite des dunkeln Intervalles.) In naher Uebereinstimmung damit sind die von Hrn. L. Dippel[1]) an den feinsten noch erkennbaren Liniensystemen der Diatomaceen angestellten Messungen. Er kam bis zu $^1/_{3500}$, an dem feinsten Nobert'schen Liniensystem $^1/_{3600}$. Aeltere Angaben der HHrn. Sollitt und Harrison[2]) vom Jahre 1853 gehen allerdings viel weiter. Von den erkennbaren Linien der Navicula Arcus sollen 5120 auf ein Millimeter gehen. Damit wäre die theoretische Grenze an Objecten, die in Luft liegen, weit überschritten. Da aber alle neueren Messungen hinter dieser weit zurückgeblieben sind, weiss ich nicht, ob man sie als zuverlässig betrachten darf. Auch Hr. Harting, der diese An- 576
gaben citirt, bezweifelt ihre Richtigkeit.

Ausser der möglicherweise zu erreichenden Steigerung der Strahlendivergenz für Objecte, die in Wasser liegen, wäre die Leistungsfähigkeit der Instrumente wohl noch zu steigern durch Anwendung von blauem Licht.[3]) Die Wellenlänge der Linie G ist 0,0004282, also etwa nur $^{25}/_{32}$ von dem oben angewendeten Werthe der Wellenlänge des stärksten Lichtes. Im Verhältniss 1,28 : 1,00 würden die obigen Nenner der Werthe von ε zu vermehren sein, wenn man nur blaues Licht anwendete. Dies gäbe für die wirklich ausgeführten Immersionsmikroskope:

$$\varepsilon = \frac{1}{4654}, \text{ statt } \frac{1}{3636} \text{ mm.}$$

In den Photographien wirkt hauptsächlich das blaue Licht, und diese scheinen in der That etwas mehr zu leisten als

1) Das Mikroskop und seine Anwendung. Braunschweig 1867. S. 135.

2) Quart. Journal of Microsc. Science. V p. 62.

3) Mündlich wird mir berichtet, dass Hr. Hartnack dies schon gethan habe bei Instrumenten, die er 1873 zur Wiener Ausstellung gesendet hat.

das Auge bei weisser Beleuchtung. In einer Photographie, die Hr. Dr. J. Stinde mit einem Gundlach'schen Objective ausgeführt hat, von Surinella gemma in 1000maliger Vergrösserung sind Linien sichtbar, von denen 3800 bis 4000 auf das Millimeter gehen.

Es scheint mir hiernach nicht zweifelhaft zu sein, dass die Diffraction der Strahlen die hauptsächlichste Ursache für die begrenzte Schärfe der mikroskopischen Bilder ist. Die chromatischen und sphärischen Abweichungen der Linsen scheinen neben der Diffraction nur noch unerheblichen Einfluss zu haben trotz der sehr grossen Einfallswinkel und Divergenzwinkel der Strahlen. Im Vergleich zu der grossen Mühe, die auf die Berechnung und Ausführung der Linsen für Teleskope und Dunkelkammern verwendet werden musste, um die sphärische Abweichung auf ein genügend kleines Maass zurückzuführen, muss es billiger Weise auffallen, dass bei den viel schwerer nach vorgeschriebenen Maassen herzustellenden Linsensystemen der Mikroskope und den grossen Oeffnungswinkeln
577 ihrer Lichtkegel die sphärische Aberration sich so wenig geltend machte. Uebrigens habe ich schon hervorgehoben, dass, wenn zwischen Object und Deckglas sowie zwischen Deckglas und Objectiv Wasser ist, die Divergenzwinkel nicht bis zu $87^{0} 5'$ steigen, den gewöhnlichen Angaben entsprechend, sondern nur bis $48^{0} 30'$. Wenn aber zwischen Object und Deckgläschen das Wasser fehlt, so können allerdings Divergenzwinkel bis $87,5^{0}$ vorkommen, aber nur auf der sehr kurzen Strecke zwischen dem Object und dem ihm ganz dicht anliegenden Deckglase, sodass die davon herrührende sphärische Abweichung nicht erheblich wird.

Da breite Strahlenbündel nothwendig sind, um die Diffraction in engen Grenzen zu halten, muss natürlich auch der Beleuchtungsapparat dergleichen Strahlenbündel liefern können namentlich um die Umrisslinien dunkler Objecte deutlich zu zeichnen. Wenn in dem Objecte linsenartig wirkende Gebilde vorkommen, können diese allerdings auch ein schmales beleuchtendes Strahlenbündel in ein stark divergentes verwandeln und deutlich sichtbar werden. Sonst erhält man ein schwer zu übersehendes Gewirr von Diffractionen am und

im Object einerseits, und in der Apertur des Mikroskops andererseits.

Hier liegt offenbar der Grund, dass sonst gute Mikroskope, wenn ihr Beleuchtungsapparat nicht besonders zu diesem Zwecke geregelt ist, so unbrauchbare Bilder von den Grenzlinien dunkler Objecte bei künstlicher Beleuchtung durch eine Flamme liefern. Für eine Immersionslinse wird der Beleuchtungsapparat selbst am besten nach dem Princip einer umgekehrten Linse derselben Art gebaut. Wenn man nach Einstellung des Instrumentes das Ocularbild des Objectivs mit einer Loupe betrachtet, erkennt man am leichtesten, ob der Beleuchtungsapparat genügend breite Strahlenkegel giebt.

Ich habe hier noch über einen gescheiterten Verbesserungsversuch zu berichten, dessen negatives Resultat von Wichtigkeit ist. Aus der Theorie glaubte ich folgern zu dürfen, dass man die Diffraction eines Mikroskops beseitigen könnte, wenn man die Punkte der engen Oeffnung, welche die Diffraction erzeugt, zu von einander unabhängigen leuchtenden Punkten machte, indem man durch die Beleuchtungslinsen in 678
der Ebene dieser Oeffnung ein scharfes optisches Bild der Lichtquelle, also etwa sonnenbeleuchteter Wolken, erzeugte.

Ich habe schon vor Jahren in Bonn Versuche der Art an einem Nobert'schen Mikroskop mit Immersionslinse von ausgezeichneter Bildschärfe angestellt. Der Versuch ergab indessen, dass es einerlei war, ob das Bild der Lichtquelle in die Ebene des Objectes oder des Objectivglases fiel; die durch zu starke Oculare hervorgebrachten Diffractionsfransen blieben unverändert.

Ich habe mich neuerdings auch in anderen mit grösseren Linsen angestellten Versuchen überzeugt, dass ein solches Verfahren keinen Erfolg hat. Wenn man eine gute achromatische Linse von etwa anderthalb Fuss Brennweite so aufstellt, dass sie das scharfe Bild der Lichtquelle, also zum Beispiel der bewölkten Himmelsfläche, auf der Ebene eines in Glas geritzten Gitters entwirft, so werden die Bilder verschiedener leuchtender Punkte auf die verschiedenen durchsichtigen Spalten des Gitters geworfen, und man sollte also denken, dass die Interferenz des Lichtes, was durch benachbarte Spalten

gegangen ist, aufhören sollte. Wenn man aber durch das Gitter nach dem Objectivglas hinsieht, und vor das letztere Kartenblätter schiebt, in welche man feine Spalten eingeschnitten hat, so sieht man mit blossem Auge sowohl an diesen Spalten, wie an den Aussenrändern der Blätter genau dieselben Diffractionsfransen, als wenn die Linse fortgenommen oder das Gitter aus ihrem Focus gebracht wird.

Statt des Gitters habe ich dann auch zwei in ein Kartenblatt eingeschnittene feine Spalten benutzt, welche etwa 1 mm Abstand von einander hatten, und durch welche ich ein System sehr feiner Interferenzlinien in dem Diffractionsbilde eines anderen Spaltes mit blossem Auge eben noch sehen konnte. Letzterer hatte die Form eines sehr kleinen spitzen Winkels. Nahe der Spitze dieses Winkels war er fein genug, um jene Interferenzstreifen zu zeigen. Auch diese Streifen verschwanden nicht, wenn ich das einfallende Licht zu einem optischen Bilde in der Ebene des Doppelspaltes vereinigte. In diesem Falle konnte der Verdacht, dass chromatische oder
579 sphärische Aberration der Strahlen sie über einen Zwischenraum von 1 mm Breite ausgebreitet haben sollte, nicht im entferntesten aufkommen.

Die Erklärung kann ich nur darin suchen, dass das Licht, was von dem Objectiv ausgehend durch den engsten Theil des Spaltes, der als optisches Object dient, hindurchgeht, so starke Diffraction erleidet, dass es nachher beide Oeffnungen des Doppelspaltes mit entsprechender Wellenphase erreicht, und somit interferirende Bündel durch beide senden kann. Damit man die Interferenzstreifen sehen kann, ist es nöthig, dass deren Minima weiter von einander entfernt erscheinen, als die Breite des Lichtstreifens beträgt, dessen Bilder sie sind, und wenn diese Bedingung erfüllt ist, ergiebt die Theorie in der That, dass der mittelste helle Theil der Diffractionsfigur des einfachen Spaltes einen Lichtstreifen bildet, der breiter als der Abstand der beiden Spalten des Doppelspaltes ist.

Aehnliche, wenn auch schwerer der Rechnung zu unterwerfende Verhältnisse finden statt, wenn das Object die einfache Kante eines dunklen Schirms ist. Es ist bekannt, dass von einer solchen aus sich ebenfalls streifenförmig unter-

brochene Strahlenbündel in den dunklen Raum hineinziehen, welche correspondirende Schwingungsphasen haben, und also durch einen zweiten Schirm gebeugt, regelmässig interferiren können. Dass die resultirende Wirkung hierbei nicht Null werden kann, ergiebt sich am einfachsten daraus, dass die Wirkung eines hellen Streifens dargestellt werden kann als die Summe der Wirkungen zweier unendlicher, durch eine gerade Linie begrenzter heller Halbebenen, die mit ihren Rändern etwas übereinander fallen, minus derjenigen einer ebenso hellen Ganzebene. Da die letztere keine Interferenzerscheinung giebt, so könnte der helle Streifen allein in keiner Stelle des Raums eine solche geben, wo nicht auch jede der beiden Halbebenen eine solche giebt. Daraus folgt, dass auch das von einer geraden Kante aus gebeugte Licht sich in merklicher Stärke ebenso weit ausbreiten muss wie das eines von zwei Spalten begrenzten Spaltes.

Theorie der Diffraction im Mikroskop. Schliesslich will ich noch den Weg angeben, wie man die Diffraction der durch ein Mikroskop gehenden Strahlen theoretisch berechnen 580
kann. Statt der einfachen Längen geradliniger Strahlen, wie sie bei der Theorie der Beugung des Lichtes, welches sich nur in einem und demselben optischen Medium fortpflanzt, zu betrachten sind, muss man die optischen Längen derselben in Betracht ziehen, das heisst die Längen, welche man erhält, wenn man jedes Stück des Strahles mit dem Brechungsverhältniss des Medium multiplicirt, in dem er sich bewegt, und alle diese Producte addirt. Die Wellenphasen zweier Strahlen, die von demselben leuchtenden Punkte ausgegangen sind, und gleiche optische Länge haben, sind auch am anderen Endpunkt einander gleich, weil die Wellenlängen in verschiedenen Medien den Brechungsverhältnissen umgekehrt proportional sind. Ferner ist bekannt[1]), dass die optische Länge aller Strahlen zwischen zwei conjugirten Brennpunkten desselben Strahlenbündels, in denen eine vollkommene Vereinigung dieser Strahlen stattfindet, gleich gross ist.

1) Der Beweis der hier angeführten Sätze findet sich unter andern auch in meinem Handbuche der Physiologischen Optik. S. 238—249. (Oben S. 849—864.)

Um die Diffraction durch die relativ engste Apertur des Mikroskops zu berechnen, wird man jeden Punkt c in der Ebene dieser Apertur als Strahlencentrum behandeln müssen, dessen Phase gegeben ist durch die optische Länge des normal gebrochenen Strahles, der von dem leuchtenden Objectpunkte a aus nach c gelangt ist; welche Länge ich mit $(a\,c)$ bezeichne. Andererseits hängt der Phasenunterschied zwischen c und dem Punkte b in der Bildfläche, für den die Helligkeit gesucht wird, von der optischen Länge $(c\,b)$ ab, die dem normal gebrochenen, von c nach b gehenden Strahle zukommt. Die Phase der von a durch c, als neues Strahlencentrum, nach b fortgepflanzten Bewegung wird also abhängen von der Summe der optischen Längen $(ac) + (cb)$. Der Antheil, den dieser Strahl an der Bewegung im Punkte b hat, wird zu geben sein durch einen Ausdruck von der Form:

$$\text{A.}\sin\left\{\frac{2\pi}{\lambda}\Big[(ac) + (cb) - at\Big] + \text{Const}\right\}$$

wo λ die Wellenlänge im leeren Raume, a die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, t die Zeit bezeichnet. Die Summe dieser
581 Grösse, genommen für sämmtliche Punkte c der Oeffnung, wobei der Factor A als annähernd unabhängig von c angesehen werden kann, wird schliesslich die Bewegung in b bestimmen.

Denkt man sich nun die von a und b nach den Punkten c der relativ engsten Apertur gehenden Strahlen verlängert in der Richtung, welche sie in den Punkten c haben, bis sie sich schneiden in den Punkten α und β, so werden diese letzterer Punkte die in dem Medium von c entworfenen Bilder der Punkte a und b sein. Da nun nach dem oben Gesagten die optischen Längen $(a\alpha)$ und $(b\beta)$ als Längen zwischen conjugirten Brennpunkten constant sind, so kann man setzen:

$$(ac) = (a\alpha) - (c\alpha)$$
$$(cb) = (\beta b) - (\beta c).$$

Die Richtung der Bewegung des Strahles muss nur immer vom ersten zum zweiten Buchstaben fortlaufend gedacht, und

$$(c\alpha) = -(\alpha c), \text{ sowie } (\beta c) = -(c\beta)$$

gesetzt werden. Dann wird der Ausdruck für die Wirkung des einzelnen Strahles auf den Punkt b gleich:

$$A.\sin.\left\{\frac{2\pi}{\lambda}\left[(\alpha c)-(\beta c)-\frac{t}{a}+(a\alpha)+(\beta b)\right]+C\right\}$$

Die einzigen mit dem Punkte c veränderlichen Glieder unter dem Sinuszeichen sind $(\alpha c)-(\beta c)$; diese optischen Längen liegen aber ganz in dem Medium von c, und sind also gerade Linien. Somit wird die Diffractionswirkung des Lichtes von a im Punkte b, abgesehen von dem Factor A, der die Gesammtintensität giebt, dieselbe werden, als die des Lichtes von α für den Punkt β. Die letztere ist aber in der bekannten, für geradlinige Strahlen geltenden Weise zu berechnen.

Es sei $\gamma\gamma'$ Fig. 23 die relativ engste Apertur, und c ihr

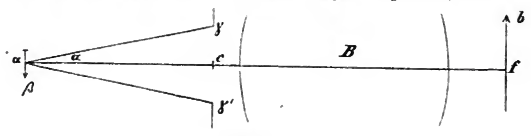


Fig. 23.

Mittelpunkt, B der hinter der Apertur folgende Theil des optischen Systems.

Es sei α das Bild des Axenpunktes a des Objectes, ferner 582
$\alpha\beta$ dessen im Medium von $\gamma\gamma'$ liegendes Bild, und fb das durch B davon im letzten Medium entworfene Bild. Wenn von α Licht ausgeht, und dasselbe durch die Oeffnung $\gamma\gamma'$ von Radius ϱ gesehen wird, so werden rings um α Interferenzfransen erscheinen, bei denen die Distanz δ je zweier benachbarter Maxima (mit Ausnahme der beiden ersten) nach bekannten Gesetzen gleich ist:

$$\delta=\frac{(\alpha c)\lambda}{2\varrho}=\frac{1}{2}\frac{\lambda}{\alpha},$$

wenn wir mit α auch, wie früher, den als klein vorausgesetzten Divergenzwinkel $c\alpha\gamma$ bezeichnen. Ist N die Vergrösserung des Bildes bf im Vergleich zu $\alpha\beta$, so wird in bf die Fransenbreite δ' sein:

$$\delta'=N\delta=\frac{1}{2}N\frac{\lambda}{\alpha}; \tag{8}$$

oder da

$$N=\frac{n\alpha}{n'\alpha'},$$

wenn α' den Divergenzwinkel des austretenden Strahles, n' das Brechungsverhältniss des letzten Medium, n das des Medium bei c bezeichnet:

$$\delta = \frac{n}{2n'} \cdot \frac{\lambda}{\alpha'} \tag{8a}$$

Wenn $n = n'$, so ist dieser Werth der Fransenbreite im Bilde bf dem obigen für $\alpha\beta$ ganz analog gebildet, und dieser Umstand zeigt, dass die Fransen im letzten Bilde gerade so gross sind, als sähe man es durch die Oeffnung, die den Strahlenkegel vom Divergenzwinkel α' begrenzt, das heisst durch das Ocularbild der engsten Blendung.

Dieser Beweis setzt nur voraus, dass die relativ engste Blendung an einer Stelle liegt, wo die Divergenzwinkel der Strahlenkegel sehr klein sind; übrigens kann sie an jeder Stelle des Instrumentes liegen. Bei einem Immersionsmikroskop ist allerdings diese Bedingung nicht erfüllt, wenn die unterste Begrenzung des Objectivglases die relativ engste Apertur ist. Sie wäre es aber schon, wenn die Blendung an der oberen Seite der zweiten oder dritten Linse läge. Selbst wenn also keine seitliche Ausbreitung der Lichtbewegung vorkäme auf
583 dem Wege durch die unteren Objectivlinsen, wo der Strahlenkegel noch stark divergirend ist, so würde von da ab, wo er schwach divergent oder convergent geworden ist, seine seitliche Begrenzung, sei sie nun durch ein dort liegendes reelles Diaphragma erzeugt oder nur durch den bisherigen Lauf der Strahlen bedingt, doch Diffraction hervorbringen müssen.

Für das Endresultat macht es schliesslich kaum einen Unterschied, ob man sich die Apertur am Umfang desselben Strahlenbündels etwas weiter vor oder weiter zurückliegend denkt. Ihr von den Ocularlinsen entworfenes Bild wird um ein Minimum grösser, wenn sie in der Höhe der obersten Objectivlinse liegt, als wenn sie in der Höhe der untersten liegt, aber der Unterschied ist ohne praktische Bedeutung.

In Gleichung (8) ist δ' die Fransenbreite im letzten Bilde. α der Divergenzwinkel in dem Medium, wo die Blendung liegt, λ die Wellenlänge eben da, N die Vergrösserung des letzten Bildes gegen dasjenige, welches die die Blendung passirenden Strahlen erzeugen. Bezeichnen wir dagegen mit N_1

die Vergrösserung des letzten Bildes in Bezug auf das Object, mit λ_1 und n_1 die Wellenlänge und das Brechungsverhältniss für das Medium, in dem das Object liegt, so können wir nach Gleichung (7) setzen

$$\frac{n_1}{N_1}\sin\alpha_1 = \frac{n}{N}\cdot\alpha,$$

da α als klein betrachtet wird; α_1 ist der Divergenzwinkel im ersten Medium.

Setzen wir den Werth von α/N in die Gleichung (8), so wird dies:

$$\frac{\delta'}{N_1} = \frac{1}{2}\lambda\frac{n}{n_1}\cdot\frac{1}{\sin\alpha_1} = \varepsilon$$

oder da $\lambda n = \lambda_1 n_1 = \lambda_0 n_0$, welche letztere Werthe sich auf Luft beziehen, so haben wir

$$\frac{\delta'}{N_1} = \frac{\lambda_1}{2\sin\alpha_1} = \frac{\lambda_0}{2\sin\alpha_0} = \varepsilon \qquad (9)$$

Dies ε ist die wahre Grösse derjenigen Längen im Object, welche im vergrösserten Bilde der Fransenbreite gleich erscheinen und deshalb verwischt werden. Es kann also ε 584
als das Maass der kleinsten unterscheidbaren Distanzen im Object angesehen werden. Das ε wird am kleinsten, wenn α_0 am grössten, das heisst gleich einem Rechten wird. Alsdann ist

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\lambda_0 \qquad (9)$$

Diese Grenzbestimmung ist, wie man sieht, ebenfalls unabhängig von dem Bau des optischen Apparats. Sie gilt ebenso gut für einen photographischen Apparat wie für die Verbindung des Mikroskops mit dem Auge des Beobachters. Es sind dies die Formeln, die den obigen Berechnungen zu Grunde gelegt sind.

Nachschrift. Die vorliegende Arbeit war fertig ausgearbeitet und zur Absendung bereit, als ich im letzten Augenblick die im Aprilheft 1874 des Archivs für mikroskopische Anatomie veröffentlichte Arbeit von Hrn. Professor E. Abbe: „Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der mikroskopischen Wahrnehmung" zu Gesicht bekam. Dieselbe enthält eine vorläufige Zusammenstellung der Ergebnisse ausgedehnter, theils theoretischer, theils experimenteller Untersuchungen, welche

zum grossen Theil mit den von mir gegebenen zusammenfallen. Die Theoreme über Divergenz der Strahlenbündel, über die Grösse der Diffraction in Mikroskopen und über deren Helligkeit, welche die Grundlage meiner Schlüsse bilden, sind auch von Hrn. Abbe gefunden, aber zunächst ohne Beweis veröffentlicht. Ausserdem enthält dessen Arbeit aber auch einen Abriss von wichtigen Untersuchungen über die Diffraction in den mikroskopischen Objecten selbst bei schmalen Beleuchtungskegeln. Die besondere festliche Veranlassung, zu welcher dieser Band der Annalen veröffentlicht wird, verbietet mir, meine Arbeit zurückzuhalten oder ganz zurückzuziehen. Da sie die von Hrn. Abbe noch zurückgehaltenen Beweise der von uns beiden gebrauchten Theoreme und einige einfache Versuche zur Erläuterung der theoretischen Betrachtungen enthält, mag ihre Veröffentlichung auch vom wissenschaftlichen Standpunkte aus entschuldigt werden.

LVII.

Zur Theorie der anomalen Dispersion.

Aus Poggendorff's Annalen der Physik und Chemie. Bd. 154. S. 582 bis 596. 1875. Monatsberichte der Akademie der Wissenschaften zu Berlin. October 1874.

Hr. W. Sellmeier hat in Pogg. Annal. Bd. 145, S. 399 582
und 520, Bd. 147, S. 386 und 525 eine Theorie der anomalen Dispersion gegeben, welche von den bisher beschriebenen wesentlichen Zügen des genannten Phänomens Rechenschaft zu geben wohl geeignet ist. Die Grundlage seiner Erklärung ist die Annahme von ponderablen in den Aether eingelagerten Molekeln, welche des Mitschwingens fähig sind. Nur für diejenigen Fälle bietet seine Hypothese Schwierigkeiten, wo die eigene Schwingungsperiode der mitschwingenden Molekeln der der Lichtoscillationen gleich wird. Dann näm- 583
lich tritt thatsächlich Absorption des Lichtes ein, das heisst Vernichtung der lebendigen Kraft der Lichtschwingungen. Nun hat aber Hr. Sellmeier in seine Rechnungen keine Kraft eingeführt, welche die mechanische Arbeit der schwingenden Bewegung vernichten, beziehlich in Wärme verwandeln könnte, sondern hilft sich für diesen Fall mit Betrachtungen, die das Wesen des Vorgangs vielleicht richtig beschreiben mögen, aber vorläufig den Nachtheil haben, keiner analytischen Fassung zugänglich zu sein.

Ein zweiter Aufsatz über die Theorie desselben Phänomens ist von Hrn. Ketteler im Jubelbande von Pogg. Annal. gegeben worden. Der Autor geht darin nicht unmittelbar zurück auf die Mechanik der Aetherschwingungen, sondern

hat sich nur bemüht Formeln für die Abhängigkeit des Brechungscoëfficienten von der Wellenlänge den Experimenten anzupassen. Diese Formeln sind aber nach Analogie derjenigen gebildet, welche er selbst in früheren Aufsätzen aus der Annahme mitschwingender Atome hergeleitet hatte. Auch hier sind Kräfte, welche Absorption bedingen können, nicht in die Rechnung eingeführt. Die Folge davon ist, dass die angewendeten Formeln zum Theil zwei oder mehrere Werthe für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Brechung ergeben und kein bestimmter Grund erhellt, warum gerade der eine oder andere Zweig der Curven als der den thatsächlichen Verhältnissen entsprechende gewählt wird.

Anderseits hat Hr. O. E. Meyer (Poggend. Annal. Bd. 145, S. 80) Reibung im Aether, aber ohne mitschwingende Theilchen angenommen und daraus wohl Aenderungen der Brechung in dem gewünschten Sinne, aber keine Absorption eines eng begrenzten Farbenstreifens ableiten können.

Ich habe nun versucht die von Hrn. Sellmeier gegebene Erklärung in der Weise umzubilden, dass ich eine Reibungskraft, welche der Bewegung der ponderablen Molekeln ent-
584 gegenwirkt, in derselben Form eingeführt habe, wie sie sich bei den langsameren Schwingungen des Pendels und der tönenden Körper wohl bewährt und eine mit den Versuchen gut zusammenstimmende Theorie des Mitschwingens ergeben hat. Die Untersuchung hat auch für einen mit mitschwingenden Theilchen beladenen Aether gute Resultate ergeben und wenn man sich dabei auf die einfachsten, für das Wesen des Phänomens nothwendigsten Annahmen beschränkt, so gewinnt man eine verhältnissmässig einfache und kurz zusammenfassende Theorie.

Um zunächst die Verwickelungen zu beseitigen, welche die Einführung discontinuirlich vertheilter Molekeln in der Rechnung hervorbringt, Schwierigkeiten, deren Ueberwindung übrigens in den von Cauchy und seinen Nachfolgern ausgebildeten theoretischen Arbeiten gelehrt wird, nehme ich an, dass die ponderablen Atome dicht genug liegen, um alle Theile der zwischen ihnen liegenden Aethermassen in merklich gleichmässiger Weise zu afficiren, so als ob der Aether und die mit ihm schwingenden ponderablen Atome zwei sich gegenseitig

durchdringende continuirliche Medien bilden, welche sich gegen einander verschieben können. Eine solche Annahme wird erlaubt sein, wenn die Entfernungen der ponderablen Theile von einander verschwindend klein gegen die Wellenlänge sind.

Ferner wird es genügen, hier nur eine Art ponderabler Atome anzunehmen, welche in Mitschwingungen versetzt werden. Wir beschränken uns auf die Untersuchung ebener Wellen, die sich in Richtung der y fortpflanzen. Es sei mit x die Verschiebung der ponderablen Theilchen, mit ξ die der Aethertheilchen zur Zeit t bezeichnet für eine Schicht, deren Coordinate y ist.

Wenn nur die Elasticität des Aethers wirkt, ist die Bewegungsgleichung des Aethers für ebene Wellen bekanntlich von der Form:

$$\mu \frac{d^2 \xi}{d t^2} = \alpha^2 \frac{d^2 \xi}{d x^2},$$

worin μ die Dichtigkeit und α^2 die Elasticitätsconstante des Aethers bezeichnet. Die linke Seite dieser Gleichung drückt 585
die für die Volumeneinheit berechnete Kraft durch die Beschleunigung aus, die der Aether erleidet; die rechte Seite giebt dieselbe Kraft, als herrührend von der elastischen Deformation des benachbarten Aethers.

Um nun die Bewegungsgleichung zu vervollständigen für den Fall, dass eingelagerte ponderable Theile, die aber wie ein continuirliches Medium wirken, eine Kraft auf den Aether ausüben, werden wir für unendlich kleine Verschiebungen (als welche die Lichtschwingungen ja immer vorzustellen sind) diese Kraft der relativen Lagenänderung des Aethers gegen das System der benachbarten ponderablen Atome proportional setzen dürfen und erhalten so:

1. Die Bewegungsgleichung des Aethers

$$\mu \frac{d^2 \xi}{d t^2} = \alpha^2 \frac{d^2 \xi}{d x^2} + \beta^2 (x - \xi). \qquad (1)$$

Dazu kommt die Bewegungsgleichung der ponderablen Atome, deren Dichtigkeit wir mit m bezeichnen. Auf die Volumeneinheit berechnet wäre $m\, d^2 x / d t^2$ die auf sie wirkende Kraft, gemessen durch die Beschleunigung. Andererseits wird diese Kraft zusammengesetzt sein:

a) aus der Kraft, die der Aether auf die ponderablen Atome ausübt, nämlich $\beta^2 (\xi - x)$;

b) aus der Kraft, welche die übrigen, relativ festliegenden Theile der ponderablen Massen, wenn solche da sind, auf den bewegten Theil ausüben. Wiederum mag hier zur Vereinfachung der Rechnung die der Wirklichkeit wohl nicht ganz entsprechende, mechanisch aber unanstössige Annahme gemacht werden, dass schwere centrale Massen der Molekeln festliegen und die beweglichen Theile derselben gegen diese und den Aether eine bestimmte Gleichgewichtslage zu bewahren streben. Bei der Verschiebung der beweglichen Atome um x setzen wir die Kraft, welche sie in die Gleichgewichtslage zurückführt, gleich $-a^2 x$.

c) Wenn Absorption stattfindet, muss lebendige Kraft der Wellenbewegung in innere unregelmässige Bewegung der Mo-
586 lekeln, d. h. in Wärme, übergeführt werden, durch einen der Reibung im Resultat ähnlichen Vorgang. Wir nehmen also noch eine der Reibung ähnliche Kraft an zwischen dem beweglichen und dem festliegenden Theil der Atome jedes Molekels und setzen diese gleich $-\gamma^2 . dx/dt$.

2. Die Bewegungsgleichung der mitschwingenden Atome ist dann:

$$m \frac{d^2 x}{d t^2} = \beta^2 (\xi - x) - a^2 x - \gamma^2 \frac{d x}{d t} \tag{1 a}$$

Durch die beiden Gleichungen (1) und (1 a) ist die Bewegung ebener Wellen vollständig bestimmt.

Ein entsprechendes particuläres Integral ist:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= \mathfrak{A}\, e^{ly - int} \\ x &= A\, e^{ly - int} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Setzen wir diese Werthe in die Gleichungen (1) und (1 a), so erhalten wir die beiden Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} [-\mu n^2 - \alpha^2 l^2 + \beta^2]\, \mathfrak{A} &= \beta^2 A \\ [-m n^2 + a^2 + \beta^2 - \gamma^2 i n]\, A &= \beta^2 \mathfrak{A} \end{aligned}\right\} \tag{2 a}$$

Das Product beider Gleichungen ergiebt nach Weglassung des Factors $A\mathfrak{A}$:

$$(\mu n^2 + \alpha^2 l^2)(m n^2 - a^2 + \gamma^2 i n) - \beta^2 [m n^2 - a^2 + \gamma^2 i n + \mu n^2 + \alpha^2 l^2] = 0$$

oder

$$-\frac{l^2}{n^2}=\frac{\mu}{\alpha^2}-\frac{\beta^2}{\alpha^2 n^2}\left[1+\frac{\beta^2}{m n^2-a^2-\beta^2+\gamma^2 i n}\right] \qquad (2\text{b})$$

Diese Bedingung muss also zwischen den Constanten der Gleichung (2) erfüllt sein, wenn sie als Integrale der Gleichungen (1) und (1a) zulässig sein sollen. Demnächst ist dann mittels der Gleichungen (2a) das Verhältniss $\mathfrak{A}:A$ zu bestimmen.

Soll die in (2) dargestellte Bewegung rein periodische Oscillationen darstellen, so muss n reell sein. Dann wird l der Regel nach complex sein. Wir wollen es schreiben:

$$l=-k+\frac{i n}{c} \qquad (2\text{c})$$

Darin wird k den Absorptionscoëfficienten darstellen und c die 587
Fortpflanzungsgeschwindigkeit; unter k und c sind reelle Werthe zu verstehen.

Setzen wir diese Werthe in (2b) und trennen das Reelle vom Imaginären, so erhalten wir folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{c^2}-\frac{k^2}{n^2}&=\frac{\mu}{\alpha^2}-\frac{\beta^2}{\alpha^2 n^2}-\frac{\beta^4}{\alpha^2 n^2}\cdot\frac{m n^2-a^2-\beta^2}{(m n^2-a^2-\beta^2)^2+\gamma^4 n^2}=F\\ \frac{2k}{c n}&=\frac{-\beta^4\gamma^2}{\alpha^2 n}\cdot\frac{1}{(m n^2-a^2-\beta^2)^2+\gamma^4 n^2}=G\end{aligned}\right\} \quad (2\text{d})$$

durch deren Auflösung k und c gefunden werden können. Man setze:

$$\frac{1}{c}=\varrho\cos\omega,$$

$$\frac{k}{n}=\varrho\sin\omega,$$

wobei ω im ersten Quadranten liege, während ϱ positiv oder negativ sein kann. Dann sind die oben gefundenen Werthe von

$$\frac{1}{c^2}-\frac{k^2}{n^2}=\varrho^2\cos 2\omega=F,$$

$$\frac{2k}{c n}=\varrho^2\sin 2\omega=G,$$

und daraus ϱ und ω also auch $1/c$ und k/n zu finden.

$$\frac{1}{c^2}=\tfrac{1}{2}\sqrt{F^2+G^2}+\tfrac{1}{2}F,$$

$$\frac{k^2}{n^2}=\tfrac{1}{2}\sqrt{F^2+G^2}-\tfrac{1}{2}F.$$

Die Wurzel muss hier positiven Werth haben, da ihr Werth gleich ϱ^2 sein soll.

Gang der Function bei schwacher Absorption.

Ist $G^2 < F^2$ und F positiv, so kann man diese Werthe in die Reihe entwickeln:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{c^2} &= F + \frac{F}{2}\left(\frac{1}{2}\frac{G^2}{F^2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\frac{G^4}{F_4}\text{ etc.}\right) \\ \frac{k^2}{n^2} &= \frac{1}{c^2} - F = \frac{G^2}{4F} - \frac{G^4}{16F^3}\text{ etc.} \end{aligned}\right\} \tag{2e}$$

588 Wenn F negativ ist, giebt die obere Reihe den Werth von $-k^2/n^2$ und die untere den von $1/c^2$. In den sichtbaren Theilen des Spectrum, wo die Absorption gering, also G relativ sehr klein ist, wird man in den beiden Reihen nur die grössten Glieder zu berücksichtigen haben und annähernd setzen können:

$$\frac{1}{c^2} = F \text{ und } k = \frac{n}{2}\cdot\frac{G}{\sqrt{F}}\cdot$$

Daraus ergiebt sich:

$$\frac{G}{F} = 2\frac{k\,c}{n} = 2\,k\,\lambda,$$

wenn wir die Wellenlänge mit λ bezeichnen; und die Annahme, dass G klein gegen F sei, bedeutet also, dass in einer Strecke von zwei Wellenlängen nur wenig Licht absorbirt werde. Es wird dies bei den gewöhnlich gebrauchten Lösungen von Farbstoffen, die anomale Dispersion zeigen, zutreffen.

Der Werth von k ergiebt sich auch aus der zweiten der Gleichungen (2d) in folgender Form:

$$\frac{k}{c} = \frac{1}{2}\,n\,G = \frac{-\beta^4\gamma^2}{2\,\alpha^2\,m^2}\cdot\frac{1}{(n^2-\mathfrak{n}^2)^2 + 4(\mathfrak{n}^2+\mathfrak{p}^2)\,\mathfrak{p}^2} \tag{3}$$

worin gesetzt ist:

$$m\,\mathfrak{n}^2 = \alpha^2 + \beta^2 - \frac{\gamma^4}{2m} \text{ und } \mathfrak{p}^2 = \frac{\gamma^4}{4\,m^2}\cdot$$

Die Form der Gleichung (3) zeigt, dass der Werth von k/c bei sich ändernder Schwingungszahl n ein Maximum erreicht, wenn $n = \mathfrak{n}$. Das letztere giebt also die mit 2π multiplicirte

Schwingungszahl des stärkst absorbirten Streifen. Bezeichnen wir diesen Maximalwerth von k mit k_0 und den entsprechenden von c mit c_0, so wird:

$$\frac{k_0}{c_0} = \frac{-\beta^4}{2a^2\gamma^2} \cdot \frac{1}{(\mathfrak{n}^2 + \mathfrak{p}^2)} \qquad (3\,\mathrm{a})$$

Bei gleichbleibender Lage des Absorptionsmaximum im Spectrum, das heisst bei gleichbleibendem Werthe von $\mathfrak{n}$, wird also die Grösse k^0/c_0 desto grösser werden, je grösser β^4 im 589
Verhältniss zu γ^2 ist, also je grösser β, d. h. die den Aether mit den Körpertheilchen verbindende Kraft und je kleiner γ, die Reibungskraft ist.

Die Gleichung (3) können wir nun auf die Form bringen:

$$\frac{c}{k} = \frac{c_0}{k_0}\left(1 + \frac{(n^2 - \mathfrak{n}^2)^2}{4\mathfrak{p}^2(n^2 + \mathfrak{p}^2)}\right) \qquad (3\,\mathrm{b})$$

Bei gleichbleibender Farbe n ist k/c nicht das Maass der Absorption für gleichbleibende absolute Dicken der absorbirenden Schicht, sondern für gleichbleibende Zahlen von Wellenlängen. Wenn die Brechungsverhältnisse nicht allzusehr variiren, werden beide Grössen sich aber nicht sehr wesentlich unterscheiden. Die Gleichung (3b) zeigt nun, dass wenn n und $\mathfrak{n}$ constant gehalten werden, die Grösse k/c um so grösser im Verhältniss zum Maximum der Absorption k_0/c^0 ist, je grösser

$$\mathfrak{p}^2 = \frac{\gamma^4}{4m^2}.$$

Das heisst, grosse Werthe des Reibungscoefficienten γ^2 und kleine der mitschwingenden Massen m geben breite Absorptionsstreifen, umgekehrt kleine von γ^2 und grössere von m schmale Absorptionsstreifen.

Wenn nun die Anzahl der eingelagerten Atome derselben Art zunimmt, wird, falls keine anderweitige Aenderung der Structur erfolgt, γ^2, welches die auf die Volumeneinheit von m ausgeübte Reibung misst, proportional m wachsen, also die Breite des Absorptionsstreifens, bei Schichten, die seine Mitte gleich stark verdunkeln, nahehin gleich bleiben.

Unter denselben Verhältnissen würde aber auch β^2, welches die auf die Volumeneinheit von m ausgeübte elastische Kraft misst, wie m wachsen, und das Maximum der Absorp-

tion k_0/c_0 bei gleicher Dicke der absorbirenden Schicht also wachsen.

590 Nachdem wir so unter Voraussetzung, dass G klein gegen F sei, den Gang der Absorption, den die Formeln geben, untersucht haben, gehen wir unter Festhaltung derselben Voraussetzung dazu über, den Gang der Brechung zu bestimmen. Bezeichnen wir die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im freien Raum mit C, so ist das Brechungsverhältniss N unseres Medium:

$$N^2 = \frac{C^2}{c^2}$$

für $n = (a^2 + \beta^2)/m$, welches nahehin der Werth für den Streifen der stärksten Absorption ist, wollen wir es mit $\mathfrak{N}$ bezeichnen. Die obigen Gleichungen ergeben

$$\mathfrak{N}^3 = C^2\left(\frac{\mu}{\alpha^2} - \frac{\beta^2}{\alpha^2 n^2}\right),$$

wir erhalten demnach unter den gemachten Voraussetzungen und mit Anwendung der vorher für $\mathfrak{n}$ und $\mathfrak{p}$ festgestellten Werthe:

$$N^2 - \mathfrak{N}^2 = - \frac{C^2 \beta^4 (n^2 - \mathfrak{n}^2 - 2\mathfrak{p}^2)}{\alpha^2 n^2 m [(n^2 - \mathfrak{n}^2)^2 + 4\mathfrak{p}^2(\mathfrak{n}^2 + \mathfrak{p}^2)]} \tag{4}$$

Der Ausdruck in den Parenthesen erreicht seine Grenzwerthe, wo

$$4\mathfrak{p}^2(\mathfrak{n}^2 + \mathfrak{p}^2) = (n^2 - \mathfrak{n}^2)^2 - 4\mathfrak{p}^2(n^2 - \mathfrak{n}^2) \tag{4a}$$

Bei schmalem Absorptionsstreifen können wir die Aenderung des Factors n^2 vor der Parenthese vernachlässigen und ist, wie sich oben zeigte, $\mathfrak{p}^2$ klein gegen $\mathfrak{n}^2$. Vernachlässigen wir es, so ergiebt die Gleichung (4a) für die Grenzwerthe:

$$n^2 - \mathfrak{n}^2 = \pm 2\mathfrak{n}\mathfrak{p} = \pm \frac{\mathfrak{n}\gamma^2}{m}.$$

Mit Berücksichtigung der Gleichung (3b) würde dies für das Maximum und Minimum der Brechung, so lange die gemachten Vernachlässigungen zulässig sind, ergeben:

$$\frac{k}{c} = \frac{1}{2}\frac{k_0}{c_0}.$$

An Stelle des Maximum und Minimum der Brechung würde
591 also eine doppelt so dicke Schicht als für die Farbe der stärksten Absorption nöthig sein, um die gleiche Absorption

hervorzubringen, sodass diese Grenzwerthe der Brechung schon immer in die wegen der Absorption schwer zu beobachtenden Theile des Spectrum fallen.

Für die Grenzwerthe von N wird annähernd:

$$N^2 - \mathfrak{N}^2 = \pm C^2 \frac{\beta^4}{2\alpha^2 n^2 \mathfrak{n} \gamma^2} = \pm \mathfrak{N} \,.\, C \frac{k_0}{\mathfrak{n}}.$$

Ist der Unterschied zwischen N und $\mathfrak{N}$ klein, und bezeichnen wir die Wellenlänge im freien Raume für die Farbe von $\mathfrak{n}$ Schwingungen mit $\lambda_0 = C/\mathfrak{n}$, so wird die letzte Gleichung:

$$N - \mathfrak{N} = \pm \tfrac{1}{2} k_0 \lambda_0.$$

Die Grösse $e^{-\frac{1}{2} k_0 \lambda}$ ist aber der Bruchtheil des eintretenden Lichtes, welcher durch eine Schicht von der Dicke $\frac{1}{2}\lambda$ wiederaustritt, wenn das Licht der am stärksten absorbirten Farbe angehört. Es ist also die durch die Absorption bedingte maximale Aenderung des Brechungscoëfficienten nach der hier entwickelten Theorie gleich dem logarithmischen Decrement der Lichtstärke, genommen für eine Schicht, deren Dicke einer halben Wellenlänge der entsprechenden Farbe im freien Raume gleich ist. In so dünnen Schichten zeigen übrigens nur sehr kräftig absorbirende Mittel überhaupt eine merkliche Verminderung der Lichtstärke; nur von solchen wäre also ein erheblicher Grad anomaler Dispersion zu erwarten.

Nach den von Hrn. Christiansen (Poggendorff's Annalen Bd. 143, S. 254) veröffentlichten Messungen beträgt für eine concentrirte Fuchsinlösung der Unterschied der Brechungsverhältnisse für das Maximum bei D und das Minimum bei $(F\frac{1}{2}G)$ 0,276. Davon würden 0,006 auf das Alkohol zu rechnen sein, und die Hälfte des Restes 0,135 würde unserem $N - \mathfrak{N}$ entsprechen. Daraus würde folgen, dass in der Dicke einer halben Wellenlänge die Amplitude des am stärksten absorbirten grünen Lichtes auf 0,8737, die Intensität auf 0,7634 reducirt würde. Reduction auf ein $\frac{1}{10}$ der Intensität würde eintreten, wenn die Dicke der Schicht 8,528 halbe Wellenlängen beträgt. 592
In der That zeigte mir eine concentrirte Fuchsinlösung, die ich zwischen zwei zur Demonstration Newton'scher Ringe bestimmte Glaslinsen gebracht hatte, dass der mittlere kreisförmige Fleck, durch den man auch das spectrale Grün sehen

konnte, etwas breiter war als die Stelle, welche Newton'sche Ringe zeigte. Das zeigt vorläufig wenigstens, dass die wirklich stattfindende Absorption von derselben Grössenordnung ist, wie die theoretisch verlangte. Eine genaue Uebereinstimmung nachzuweisen wird das Fuchsin kaum geeignet sein, da es nach einer Bemerkung von Kundt zwei Maxima der Absorption hat.

Uebrigens geht hieraus auch hervor, dass bei solchen Medien, welche beträchtliche anomale Dispersion zeigen, in der Mitte des Absorptionsstreifens die Bedingungen nicht mehr zutreffen, unter denen die bisher auseinandergesetzte abgekürzte Rechnung ausreichend ist, wenn dieselbe immerhin für die weniger absorbirten Theile des Spectrum auch noch zulässig bleibt.

Gang der Function bei stärkerer Absorption, wo die bisher gemachten Vernachlässigungen nicht mehr zulässig sind.

Für sehr grosse n wird annähernd:

$$F = \frac{\mu}{\alpha^2} - \frac{\beta^2}{\alpha^2 n^2} \text{ und } G = -\frac{\beta^4 \gamma^2}{\alpha^2 m^2} \cdot \frac{1}{n^5},$$

also G verschwindend klein gegen F. Es bleibt deshalb, wie bisher:

$$\frac{1}{c^2} = \frac{\mu}{\alpha^2} - \frac{\beta^2}{\alpha^2 n^2}.$$

$$k = \frac{-\beta^4 \gamma^2}{2 \alpha m \sqrt{\mu}} \cdot \frac{1}{n^4}.$$

Die Absorption wird also verschwindend klein und das Brechungsverhältniss nähert sich bei steigender Schwingungszahl einem festen Werthe:

$$\frac{1}{c^2} = \frac{\mu}{\alpha^2}.$$

593 Wären die Dichtigkeit μ des Aethers und seine Elasticitätsconstante α^2 für das durchsichtige Medium dieselben wie für den freien Raum, so würde das Brechungsverhältniss für die schnellsten Oscillationen gleich 1 werden, was nicht zulässig erscheint den Beobachtungen gegenüber. Man muss also in den durchsichtigen Medien entweder eine solche veränderte Structur des Aethers annehmen, dass μ / α^2 grösser als im

freien Raume wird, oder mit Hrn. Sellmeier annehmen, dass jenseits des Ultraviolett in jedem Spectrum einer durchsichtigen Substanz starke Absorptionen vorkommen, welche im ganzen sichtbaren Spectrum das Brechungsverhältniss in die Höhe treiben.

Für sehr kleine Werthe von n andererseits wird;

$$F = -\frac{\beta^2 a^2}{\alpha^2 (a^2 + \beta^2)} \cdot \frac{1}{n^2},$$

$$G = -\frac{\beta^4 \gamma^2}{\alpha^2 (a^2 + \beta^2)^2} \cdot \frac{1}{n},$$

also $G/F = 0$.

Mittels der Reihen (2e) ergiebt sich:

$$k = -\frac{\beta a}{\alpha \sqrt{a^2 + \beta^2}},$$

$$\frac{1}{c} = \frac{\beta^3 \gamma^2}{2 \alpha a (a^2 + \beta^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Wenn $a = 0$, wird $k = 0$ und $1/c = \infty$; sonst werden beide Werthe endlich sein.

In der Nähe der Farbe stärkster Absorption lässt sich der Gang der Absorption und Brechung, wie ihn die Gleichungen (2d) und (2e) ergeben, durch die folgende Construction versinnlichen.

Man setze:

$$\frac{m n^2 - a^2 - \beta^2}{\gamma^2 n} = \text{tang}\, \omega,$$

wobei ω von $-\pi/2$ bis $+\pi/2$ gehen wird, wenn n von 0
bis ∞ geht. Wie der Werth von ω aus dem gegebenen Werthe 594
von n durch Construction zu finden ist, wollen wir erst am Schluss besprechen.

Man mache (s. Fig. 24 S. 224) die Strecke:

$$AB = \frac{\mu}{\alpha^2} - \frac{\beta^2}{\alpha^2 n^2},$$

errichte in B das Loth BD von der Länge:

$$BD = \frac{\beta^4}{\alpha^2 \gamma^2 n^3},$$

und construire einen Kreis, dessen Durchmesser BD ist. Man mache den Winkel $DBE = \omega$; E sei der Schnittpunkt seines

zweiten Schenkels mit dem Kreise. Dann fälle man von E das Loth EH auf die Linie AB, so ist:

$$AH = F \quad \text{und} \quad EH = G.$$

$$AE = \sqrt{F^2 + G^2},$$

also:

$$\frac{1}{c^2} = \tfrac{1}{2}(AE + AH),$$

$$\frac{k^2}{n^2} = \tfrac{1}{2}(AE - AH).$$

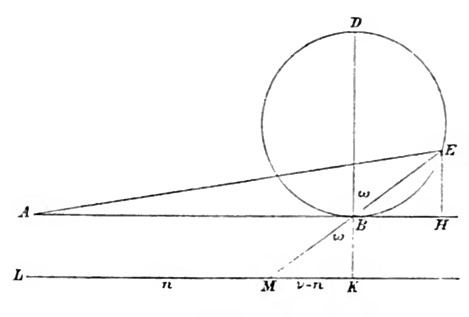


Fig. 24.

Wenn der Absorptionsstreifen schmal ist, sodass sich n nicht erheblich ändert, während man durch ihn hindurch geht, so kann man in den Werthen der Strecken AB und BD das
595 n constant setzen und dafür den Werth ν nehmen:

$$m\nu^2 = \alpha^2 + \beta^2$$

welcher etwa der Mitte des Absorptionsstreifens entspricht. Dann wird, während n wächst, der Punkt E den festen Kreis durchlaufen, auf dessen oberster Seite bei D wird die stärkste Absorption eintreten, dagegen vorher an der von A abgewendeten Seite die stärkste, nachher an der A zugewendeten Seite die schwächste Brechung.

Unter derselben Voraussetzung ergiebt sich der Werth von tang ω annähernd:

$$\operatorname{tang} \omega = \frac{(n-\nu)m}{2\gamma^2}.$$

Man verlängere DB über B hinaus, mache:

$$BK = \frac{2\gamma^2}{m},$$

ziehe durch K die Parallele LK mit AB, mache $LK = \nu$ und trage nun die Werthe des n von L anfangend auf LK ab. Es sei z. B. $LM = n$, so ist annähernd der Winkel $MBK = \omega$, und der Punkt E wird gefunden, wenn man die Linie MB zieht und sie verlängert, bis sie zum zweiten Male den Kreis schneidet.

Es ist leicht ersichtlich, dass je kleiner BK ist, desto kleinere Veränderungen genügen werden, um den Punkt E gleiche Bogen des Kreises durchlaufen zu lassen, was schmalen Absorptionsstreifen entspricht. Die Stärke der Absorption hängt dagegen von dem Durchmesser BD ab.

Eine Methode zu genauerer Construction des Winkels ω lässt sich leicht finden für Fälle, wo die Absorptionsstreifen breiter sind. Die hier beschriebene Construction wird im Wesentlichen genügen, um den Gang der Erscheinung verfolgen zu lassen.

Dabei zeigt sich nun wieder, dass die Curve der Brechung sich fortdauernd continuirlich verändert und auch zwischen dem Maximum und Minimum durch den Absorptionsstreifen von jenem zu diesem absteigend hindurchläuft. Dass die Curve der Brechung einen solchen Gang habe, hat schon Hr. Christiansen aus seinen Versuchen geschlossen. (Poggend. Annal. Bd. 143.)

Neuere Beobachtungen, welche Hr. Dr. Wernicke kürz- 596
lich der hiesigen physikalischen Gesellschaft mitgetheilt hat, bestätigen dasselbe.

Die Ausdehnung der Theorie der Medien mit einer grösseren Anzahl von Absorptionsstreifen würde so geschehen können, dass man statt Gleichung (1) setzte:

$$\mu \cdot \frac{d^2 \xi}{dt^2} = a^2 \frac{d^2 \xi}{dy^2} + \Sigma[\beta^2_{\mathfrak{a}} (x_{\mathfrak{a}} - \xi)],$$

wo der Index $\mathfrak{a}$ sich auf die verschiedenen Arten mitschwin-

gender Massen bezieht. Für jede derselben würde dann eine andere Bewegungsgleichung bestehend entsprechend (1a):

$$m_{\mathfrak{a}} \cdot \frac{d^2 x_{\mathfrak{a}}}{dt^2} = \beta^2{}_{\mathfrak{a}} (\xi - x_{\mathfrak{a}}) - a^2{}_{\mathfrak{a}} x_{\mathfrak{a}} - \gamma^2{}_{\mathfrak{a}} \cdot \frac{d x_{\mathfrak{a}}}{dt}.$$

Wenn wir für ebene Wellen Integrale von der Form der Gleichungen (2) annehmen, erhalten wir eine lineare Gleichung für die complexe Constante l^2, deren reeller und imaginärer Theil wieder wie oben die Absorption k und Fortpflanzungsgeschwindigkeit c bestimmen. Die Werthe von k und c lassen sich also dann immer noch durch directe Auflösung der Gleichungen finden, aber der Gang ihrer Werthe bei wachsendem n wird allerdings beträchtlich complicirter als in dem betrachteten einfachen Falle. Der Gang der Functionen liesse sich auch dann durch eine Construction, wie die oben gegebene, anschaulich machen, nur müssten über der Linie LK, auf der die Werthe von n abgetragen werden, mehrere Kreise den verschiedenen Absorptionsstreifen entsprechend, von vielleicht verschiedener Grösse, verschiedenen verticalen und horizontalen Abstande stehen. Die EH entsprechenden Strecken würden mit einander zu addiren sein, und ebenso die BH entsprechenden unter einander und zu AB. Der Gang der Brechung würde im Ganzen derselbe werden, wie ihn Hr. Kundt in den Annalen Bd. 144, S. 131 beschrieben hat.

Physiologische Optik.

Digitized by Google

LVIII.

Beschreibung eines Augenspiegels zur Untersuchung der Netzhaut im lebenden Auge.

Berlin 1851. A. Förstner'sche Verlagsbuchhandlung.

Vorliegende Abhandlung enthält die Beschreibung eines 3
optischen Instrumentes, durch welches es möglich ist im lebenden Auge die Netzhaut selbst und die Bilder leuchtender Körper, welche auf ihr entworfen werden, genau zu sehen und zu erkennen. Das Instrument hat für diesen Zweck hauptsächlich zwei verschiedene Aufgaben zu lösen. Erstens erscheint uns alles, was wir vom Hintergrund des unverletzten Auges erblicken können, absolut dunkel. Der Grund davon liegt, wie ich zeigen werde, in den lichtbrechenden Medien des Auges, welche unter gewöhnlichen Umständen verhindern, dass wir erleuchtete Netzhautstellen hinter der Pupille erscheinen sehen. Deshalb handelt es sich zunächst darum, eine Beleuchtungsart zu finden, durch welche gerade der Theil der Netzhaut, nach welchem wir durch die Pupille hinsehen, ausreichend erhellt werde. Zweitens erblicken wir den Hintergrund des Auges nur durch die lichtbrechenden Mittel hindurch. Diese entwerfen aber von den Netzhautobjecten Bilder, welche im allgemeinen für den Beobachter nicht in den Grenzen des deutlichen Sehens liegen. Wir brauchen also neben einem eigenthümlichen Verfahren zur Beleuchtung auch noch optische 4
Hülfsmittel, welche dem beobachtenden Auge eine richtige Accommodation für die Gegenstände, die es sehen soll, möglich machen.

1. Beleuchtung.

Um die wesentlichen Bedingungen für die Methode der Beleuchtung finden zu können, müssen wir uns zunächst klar machen, warum uns für gewöhnlich der Grund des Auges hinter der Pupille in so tiefer Schwärze erscheint.

Die Ursache davon ist nicht die Beschaffenheit des Pigments der Chorioidea; denn wenn selbst die Pigmentschicht das auffallende Licht vollständiger absorbirte als irgend ein anderer schwarzer Körper, den wir kennen, so liegen doch vor ihr Theile, welche hinreichend viel von dem auffallenden Lichte reflectiren können, um gesehen zu werden. Das gilt zunächst schon von der Substanz der Netzhaut, welche allerdings im frischen Zustande sehr durchsichtig ist, und sich wenig auf der schwarzen Pigmentunterlage abzeichnet, in viel höherem Grade aber von den Blutgefässen dieser Membran, deren Stämmchen Blut genug führen, um eine kräftige rothe Färbung darzubieten. Endlich kommt sogar im Grunde des Auges eine glänzend weisse Stelle vor, nämlich die Eintrittsstelle des Sehnerven, auf welcher gar kein Pigment liegt, und die deshalb alles auffallende Licht reflectirt. Und doch bemerken wir unter gewöhnlichen Umständen hinter der Pupille des lebenden Auges weder von der rothen Farbe des Blutes noch von der weissen des Sehnerven die geringste Spur.

Es lässt sich vielmehr durch einen einfachen Versuch
5 zeigen, dass nicht die Färbung des Hintergrundes, sondern nur die Brechung des Lichtes in den Augenmedien die Ursache der tiefen Schwärzung der Pupille ist. Man nehme irgend eine kleine, innen wohl geschwärzte Camera obscura, z. B. ein künstliches Auge, und bringe an die Stelle, wo das Bild entworfen wird, eine undurchsichtige weisse Tafel, z. B. eine solche aus dickem weissem Zeichenpapier. Es lassen sich dazu unter anderen die Ocularröhren der meisten Mikroskope gebrauchen, nachdem man das Ocularglas daraus entfernt, das Collectivglas aber darin gelassen hat. Diese Röhren sind meistens genau so lang als die Brennweite des Collectivglases. Setzt man sie mit dem Ende, welches das Ocular enthielt, auf die weisse Tafel auf, so bilden sie eine Camera obscura, wie wir

sie brauchen. Es werden in diesem Falle sehr helle Bilder der umgebenden lichten Gegenstände auf der weissen Tafel entworfen, und doch sieht das Innere des Instrumentes, wenn man durch die Glaslinse in beliebiger Richtung hineinsieht, absolut schwarz aus. Wir haben hier eine künstliche Nachbildung des Auges, wo Hornhaut und Krystalllinse durch das Objectivglas der Kammer, die Retina durch eine helle weisse Papierfläche ersetzt werden, aber es findet scheinbar dieselbe vollständige Dunkelheit des inneren Raumes wie im Auge statt, so lange die Papierfläche genau da liegt, wo die Bilderchen der äusseren Gegenstände entworfen werden. Nimmt man das Convexglas fort, oder ändert man seine Entfernung von der Papierfläche bedeutend, so erscheint dem Beschauer sogleich die helle weisse Farbe der letzteren.

Wie kann nun die Brechung des Lichtes das besprochene
Phänomen bedingen? Ueberlegen wir den Gang, welchen die 6
Lichtstrahlen nach den physikalischen Gesetzen der Lichtbrechung im Auge nehmen müssen.

Es falle Licht von einem leuchtenden Punkte auf ein passend accommodirtes Auge, von dem wir annehmen wollen, dass es vollkommen genau gebildet sei, d. h. alle von jenem Punkte einfallenden Lichtstrahlen auch auf einen einzigen Punkt der Retina concentrire. Von dem Lichte, welches durch die Augenmedien convergirend bis zu dieser Membran gedrungen ist, wird der grösste Theil durch das schwarze Pigment absorbirt, der kleinere theils von den Nervenelementen und Blutgefässen, theils von der Schicht der stabförmigen Körperchen reflectirt. Was von den letzteren zurückgeworfen wird, geht, wie E. Brücke gezeigt hat, durch die Pupille wieder hinaus, ohne sich nach einem anderen Theile der Wand des Auges hin zu zerstreuen. Dadurch wird die Verbreitung merklicher Quantitäten zerstreuten Lichtes innerhalb des Auges vermieden. Die reflectirten Strahlen, die von dem Convergenzpunkte auf der Netzhaut aus divergirend zu den brechenden Flächen des Auges zurückgehen, verfolgen alsdann genau denselben Weg in umgekehrter Richtung, auf welchem die einfallenden Strahlen des leuchtenden Punktes von den brechenden Flächen des Auges aus nach der Netzhaut zu convergirten. Daraus folgt,

dass die rückkehrenden Strahlen, auch nachdem sie durch die brechenden Medien hindurch und aus dem Auge heraus getreten sind, den einfallenden vollständig congruent sein müssen, sich schliesslich also alle wieder zu dem ursprünglich leuchtenden Punkte zurückbegeben werden.

Denn wenn zwei Strahlen, welche durch mehrere einfach brechende Medien in entgegengesetzter Richtung hindurchgehen, in einem derselben congruiren, müssen sie es in allen.
7 An den Grenzflächen des Mediums nämlich, innerhalb dessen sie congruiren, ist der Einfallswinkel des austretenden Strahles identisch mit dem Brechungswinkel des eindringenden. Da nun nach dem Brechungsgesetz das Verhältniss der Sinus zwischen Einfalls- und Brechungswinkel des ersteren gerade eben so gross ist wie das zwischen Brechungs- und Einfallswinkel des letzteren, so müssen auch auf der anderen Seite der brechenden Fläche der Brechungswinkel des austretenden und der Einfallswinkel des eindringenden Strahles gleich sein. Da gleichzeitig alle diese Strahlen in einer Ebene, der Brechungsebene, liegen, so folgt, dass sie auch im zweiten Medium ganz in einander fallen. Ebenso ergiebt es sich weiter für das dritte, vierte Medium u. s. w.

Wenden wir das auf den Fall an, wo ein beliebiges System brechender Flächen ein genaues Bild eines leuchtendes Punktes *a* in dem Punkte *b* erzeugt, d. h. alle Strahlen, welche von *a* ausgehen, in *b* wieder vereinigt: so ergiebt sich die bekannte Thatsache, dass dann auch stets *a* das Bild von *b* sein wird, wenn letzteres Strahlen aussendet. Genau auf denselben Wegen nämlich, auf denen Strahlen von *a* nach *b* gehen, können sie auch von *b* nach *a* zurückgehen. Ist nun *a* ein leuchtender Punkt ausserhalb des Auges, und *b* sein Bild, ein Punkt der Netzhaut, so werden die Augenmedien das zurückkehrende Licht genau in *a* wieder zu einem Bilde von *b* concentriren. Das Bild des erleuchteten Netzhautpunktes wird genau mit dem ursprünglich leuchtenden Punkte zusammenfallen. Dasselbe gilt auch noch, wenn wir es nicht mit einem leuchtenden Punkte, sondern mit einer leuchtenden Fläche oder einem Körper zu thun haben, sobald das Auge für ihre Begrenzungslinien richtig accommodirt ist. Alles einfallende Licht,

welches zurückgeworfen wird, kann immer nur nach seinem Ausgangspunkte zurückgehen und nie irgend eine andere Rich- 8
tung einschlagen.

Daraus folgt, dass wir ohne besondere Hülfsmittel nichts von der beleuchteten Stelle der Retina sehen können, weil wir unser Auge nicht in die Richtung des zurückkommenden Lichtes bringen können, ohne gleichzeitig das einfallende gänzlich abzuschneiden. Zu unserer Pupille kann aus der Tiefe des fremden Auges kein Licht zurückkehren, welches nicht von ihr ausgegangen ist. Und da für gewöhnlich keines von ihr ausgeht, so sieht sie in dem Dunkel des fremden Auges nur den Wiederschein ihrer eigenen Schwärze; nur diejenige Netzhautstelle wird ihr sichtbar, auf welcher ihr eigenes dunkles Bild sich abbildet.

Wir haben bis jetzt vorausgesetzt, dass das beobachtete Auge absolut genaue Bilder liefere. Wenn das nicht der Fall ist, so können die bisher aufgestellten Sätze nicht mehr in aller Strenge gelten, es wird das zurückkehrende Licht zwar im allgemeinen nach dem leuchtenden Körper sich hinwenden, aber auch zum Theil vorbeigehen, und ein Beobachter, welcher sich der Richtungslinie des einfallenden Lichtes möglichst annähert, wird einen Theil des austretenden Lichtes wahrnehmen können. Darauf beruhen die Methoden von Cumming[1]) und Brücke[2]), das Leuchten der Menschenaugen zu beobachten. Aus dem Bisherigen ist ersichtlich, dass hierbei das Leuchten desto stärker sein muss, je weniger genau die Strahlen eines leuchtenden Punktes auf einen Punkt der Netzhaut concentrirt werden, daher namentlich bei mangelnder Accommodation. Uebri- 9
gens habe ich mich überzeugt, dass man ein schwaches Leuchten nach der Methode von E. Brücke auch an scharf sehenden Augen bei vollkommener Accommodation für den leuchtenden Körper bemerken kann, woraus zu schliessen ist, dass unter allen Umständen eine kleine Menge des einfallenden Lichtes seitlich zerstreut wird. Der Grund davon mag Ungenauigkeit des Auges, unvollkommene Durchsichtigkeit seiner brechenden Theile oder Diffraction am Rande der Pupille sein.

---

1) Medic. Chirurg. Transactions. T. 29 p. 284.

2) J. Müller's Archiv. 1847. p. 225.

Jedenfalls nimmt bei diesen Versuchen der Beobachter nur einen kleinen Theil des zurückkommenden Lichtes wahr, und zwar gerade den unregelmässig gebrochenen, welcher zur Erzeugung eines regelmässigen Bildes nicht mehr zu benutzen ist. Zur Erreichung unseres Zweckes ist eine andere Methode nothwendig, die es möglich macht, nicht bloss annähernd, sondern genau in der Richtung des einfallenden Lichtes in das Auge hinein zu sehen. Das Hülfsmittel dazu ist schon in einer zufälligen Beobachtung von v. Erlach gefunden, welche E. Brücke anführt. v. Erlach, der eine Brille trug, sah nämlich die Augen eines Bekannten leuchten, wenn letzterer in den Gläsern der Brille das im Zimmer befindliche Licht gespiegelt sah. Hierbei wurden also unbelegte Gläser als Beleuchtungsspiegel benutzt, und durch eben diese sah der Beobachter nach dem beobachteten Auge hin. Ganz dasselbe Hülfsmittel werden wir für unseren Zweck benutzen, die Brillengläser aber mit Vortheil durch gut geschliffene ebene Gläser ersetzen.

In einem verdunkelten Zimmer, wo sich nur eine Lichtquelle, eine gut brennende Lampe oder eine Oeffnung im Fensterladen für das Sonnenlicht vorfindet, stelle man eine
10 kleine ebene Glasplatte so, dass das beobachtete Auge darin das Spiegelbild des Lichtes wahrnehme, ohne dass es jedoch nothwendig dieses Spiegelbild direct anzusehen braucht. Von der Vorderseite des Glases aus fällt bei dieser Anordnung Licht in das beobachtete Auge, und durch dasselbe Glas hindurch kann gleichzeitig der Beobachter das Auge betrachten, ohne dabei von dem an seiner Vorderseite reflectirten Lichte irgend etwas wahrzunehmen. Man begreift, dass es so möglich werde genau in derselben Richtung in das fremde Auge hinein zu sehen, in welcher das Licht einfällt. Unter diesen Umständen empfängt das Auge des Beobachters in der That Licht aus der Tiefe des anderen Auges und sieht dessen Pupille scheinbar leuchten.

Es sei in Tafel I, Fig. 1 A die Flamme, C die Glastafel, D das beobachtete, G das beobachtende Auge. Das von A auf die Spiegelplatte fallende Licht wird von dieser theilweise reflectirt, und der reflectirte Theil geht nach den Gesetzen der Katoptrik weiter, als wenn er von dem Spiegelbilde der Flamme

in *B* herkäme. Für das beobachtete Auge vertritt dieses
Spiegelbild die Stelle des leuchtenden Objectes, und auf seiner
Netzhaut wird ein umgekehrtes und verkleinertes Bildchen da-
von entworfen. Uebrigens kann die Axe dieses Auges be-
liebig, etwa nach dem Gegenstande *H* hin, gerichtet sein. Nach
den vorher entwickelten Regeln entwerfen die brechenden Mittel
von *D* das Bild seiner Netzhaut und seines Netzhautbildchens
wiederum nach *B*. Denn *B* ist das scheinbar vorhandene Ob-
ject für das Auge *D*, und die aus letzterem zurückkehrenden
Strahlen müssen wieder nach ihrem Ursprungsorte hingehen.
Auf dem Wege von *D* nach *B* trifft dieses Licht wieder die
spiegelnde Platte, ein Theil wird reflectirt und geht nach der
wirklichen Flamme *A* zurück, ein anderer Theil durchdringt 11
das Glas und trifft das Auge des Beobachters *G*.

Bei dieser Anordnung scheint die Pupille des Auges *D* in rothem Lichte zu leuchten, und zwar im allgemeinen stärker, als ich es nach der Methode von B r ü c k e gesehen habe. Nach dieser trägt zum Leuchten nur das wenige Licht bei, welches im Auge nicht vollständig regelmässig gebrochen wird, nach der jetzt besprochenen dagegen das ganze Licht mit Ausnahme der allerdings nicht unbeträchtlichen Theile, welche bei dem Durchgang durch das spiegelnde Glas verloren gehen. Uebrigens ist das Leuchten von sehr verschiedener Stärke, wenn verschiedene Stellen der Netzhaut das Flammenbildchen aufnehmen. Wenn das Auge *D* sich nach verschiedenen Richtungen hinwendet, muss doch immer das helle Netzhautbildchen in der Verlängerung der Linie *BD* liegen bleiben, wird also nach einander auf verschiedene Stellen des Hintergrundes fallen. Fällt es auf die Eintrittsstelle des Sehnerven, so wird am meisten Licht reflectirt, die Pupille leuchtet stark gelbweiss auf, fast so als wenn eine Flamme hinter ihr stände. Die eigentliche Netzhaut dagegen reflectirt weniger und zwar rothes Licht. Im allgemeinen erscheint das Flammenbildchen auf ihr desto heller, je näher, desto dunkler, je ferner es der Eintrittstelle des Sehnerven liegt. Dagegen reflectirt ausnahmsweise die Stelle des directen Sehens, der gelbe Fleck, welcher getroffen wird, wenn das beobachtete Auge *D* direct nach dem Spiegelbilde der Flamme in *B* hinsieht, sehr viel

weniger Licht als ihre nächste Umgebung, und ist deshalb für diese Versuche am ungünstigsten.

Um die Bedingung zu erfüllen, dass der Beobachter genau
12 in der Richtung des einfallenden Lichtes in das Auge hineinsehe, kann die Glasplatte entweder von dem Beobachteten oder von dem Beobachter gerichtet werden. Will es ersterer thun, so wende er sie zunächst so, dass er in ihr das Spiegelbild des Lichtes sehe, dann weiter so, dass ihm dieses Bild genau in derselben Richtung erscheine wie das beobachtende Auge, dass sich ihm also das letztere und die gespiegelte Flamme scheinbar decken. Hiermit ist die gestellte Bedingung erfüllt. Dabei findet der Uebelstand statt, dass das beobachtete Auge nach der Flamme direct hinsehen muss, das Netzhautbildchen also gerade auf die Stelle fällt, wo am wenigsten Licht reflectirt wird. Wendet der Beobachtete aber, nachdem er die richtige Stellung gefunden hat, sein Auge etwas seitwärts, um das Leuchten heller erscheinen zu lassen, so verschiebt sich die Pupille und die richtige Stellung wird gestört. Man kann dann wohl durch leichtes Hin- und Herdrehen des Spiegels nachhelfen.

Besser ist jedoch die andere Weise den Versuch anzustellen, wobei der Beobachter selbst das Glas hält. Man muss hierbei das zu beobachtende Gesicht beschatten und die spiegelnde Platte so klein machen, dass sie zum Durchsehen eben genügt. Das reflectirte Licht derselben erzeugt dann auf dem beschatteten Gesichte des Beobachters einen kleinen hellen Fleck, der ungefähr die Gestalt des reflectirenden Glases hat. Diesen Schein lenke der Beobachter so, dass seine Mitte auf das beobachtete Auge fällt, während er selbst durch das Glas sieht. Auf diese Weise lässt sich das Glas sehr leicht richtig stellen, und das beobachtete Auge kann ohne jede Schwierigkeit nach allen Seiten gewendet werden, um das Flammenbildchen auf verschiedene Theile der Netzhaut fallen zu lassen.

13 Ein Jeder kann nun auch in ähnlicher Art mit Hülfe eines Stückchen ebenen Glases eines seiner eigenen Augen leuchten sehen. Er trete vor einen Spiegel, stelle seitwärts eine Lampe auf, halte das Glas vor sein rechtes Auge so, dass er darin die Flamme gespiegelt sieht, und wende es so,

dass das Flammenbild mit dem Spiegelbilde seines linken Auges zusammenfällt; dann sieht sein linkes Auge das Spiegelbild seiner rechten Pupille leuchten, aber allerdings nur schwach, weil das Netzhautbildchen auf die äussere Seite des Auges ziemlich entfernt von dem Sehnerven fällt.

Uebrigens lässt sich dasselbe einfache Hülfsmittel überall da mit Vortheil zur Beleuchtung anwenden, wo man in eine dunkle Höhlung mit enger Oeffnung hineinsehen will, z. B. in den Gehörgang, die Nase u. s. w. Um das Trommelfell zu besichtigen, setze man die betreffende Person mit dem Rücken gegen das Fenster, am besten bei Sonnenschein, ziehe die Ohrmuschel etwas nach hinten, und werfe das reflectirte Sonnenlicht in den Gehörgang, während man durch das Glas hineinsieht. So kann man sehr leicht und bequem das Trommelfell beliebig scharf beleuchten und betrachten.

Um die Pupille leuchten zu sehen, genügt jede einfache
Glastafel als Spiegel; man braucht dabei auf die Intensität des
Lichtes nicht besonders Rücksicht zu nehmen. Kommt es
aber darauf an, mittels dieses Lichtes die Structur der Retina
und die Beschaffenheit des Flammenbildchens deutlich zu er-
kennen, so muss man suchen, die Helligkeit so gross zu machen,
als es irgend geht. Das lässt sich durch zweierlei Mittel er-
reichen, nämlich durch eine passende Wahl des Winkels, unter
welchem das einfallende Licht von der spiegelnden Platte re- 14
flectirt wird, und durch Vergrösserung der Zahl der spiegeln-
den Platten. Ich werde hier die Grundsätze entwickeln, welche
mich in dieser Beziehung bei der Construction meines In-
strumentes geleitet haben, und welche auch zu Grunde zu
legen sein würden, falls Augenärzte etwa Modificationen des
Instrumentes zu practischen Zwecken für nöthig erachten sollten.
Für diejenigen meiner Leser, denen die hierbei vorkommenden
physikalischen Begriffe nicht geläufig sind, bemerke ich übri-
gens, dass diese Auseinandersetzung für das Verständniss der
folgenden Abschnitte nicht nothwendig ist.

Von jeder Begrenzungsfläche einer Glasplatte wird desto mehr Licht reflectirt, je grösser der Einfallswinkel d. h. der Winkel zwischen dem Strahle und einer Linie ist, welche auf der Platte senkrecht steht. Da bei der Reflexion von den

Oberflächen durchsichtiger Körper die Lichtundulationen von verschiedener Schwingungsrichtung sich verschieden verhalten, müssen wir das einfallende Licht in zwei gleiche Portionen zerlegt denken, von denen die eine der spiegelnden Fläche parallel, die andere senkrecht darauf polarisirt ist. Die Lichtintensität des ganzen einfallenden Lichtes wollen wir J nennen, also die von einer jeden der erwähnten Portionen $^1/_2\, J$, den Einfallswinkel (Winkel zwischen dem einfallenden Strahle und dem Einfallsloth) α, den Brechungswinkel (zwischen dem gebrochenen Strahle und dem Einfallsloth) α_1, das Brechungsverhältniss ν. Ist α gegeben, so finden wir zunächst α_1 durch die Gleichung:

$$\sin. \alpha = \nu \sin. \alpha_1.$$

Die Intensität P des von einer Grenzfläche zwischen Luft und Glas zurückgeworfenen, senkrecht auf die Einfallsebene polarisirten Lichtes ist nach den Formeln von Fresnel:

$$P = \frac{J}{2} \cdot \frac{\text{tang}^2(\alpha - \alpha_1)}{\text{tang}^2(\alpha + \alpha_1)}$$

Ebenso die Intensität Q des reflectirten, der Einfallsebene parallel polarisirten Lichtes:

$$Q = \frac{J}{2} \cdot \frac{\sin^2(\alpha - \alpha_1)}{\sin^2(\alpha + \alpha_1)}$$

Wenn mehrere spiegelnde Flächen parallel hinter einander liegen und die leuchtende Fläche gross genug ist, dass die Spiegelbilder derselben, welche von den einzelnen spiegelnden Flächen entworfen werden, sich für das beobachtete Auge grösstentheils decken, so addiren sich die einzelnen Bilder zu einem von grösserer Helligkeit. Durch Berechnung der zwischen den einzelnen Flächen hin und her reflectirten Lichtmengen kann man für jedes System paralleler Flächen bestimmen, wie viel Licht es im Ganzen reflectirt. Für eine unbestimmte Zahl n der spiegelnden Flächen findet man die Summe Π des senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirten Lichtes:

$$\Pi = \frac{n P}{J + 2(n-1) P} J$$

und die Summe Σ des parallel der Einfallsebene polarisirten:

$$\Sigma = \frac{n Q}{J + 2(n-1) Q} J.$$

Da ich diese Formeln in keiner physikalischen Schrift finde, gebe ich ihre Ableitung kurz am Ende dieser Abhandlung.

Die Summe $\Pi + \Sigma$ giebt uns die ganze von dem System der spiegelnden Flächen zurückgeworfene Lichtmenge, welche 16
sich nach dem beobachteten Auge hinwendet, wir wollen sie gleich H setzen, sodass:

$$H = \Pi + \Sigma.$$

Bei unveränderter Pupillenweite ist die Helligkeit des Netzhautbildes dieser Lichtmenge proportional. Die aus dem Auge zurückkehrende Lichtmenge können wir also gleich mH setzen, wo m einen Coefficienten bezeichnet, dessen Grösse für verschiedene Lichtintensitäten constant ist, aber von der Natur der getroffenen Netzhautstelle abhängt. Das zurückkehrende Licht theilt sich an den spiegelnden Flächen wiederum in einen reflectirten und einen durchgehenden Theil, nur der letztere gelangt in das Auge des Beobachters. Das Licht, welches an der Retina reflectirt ist, besitzt, wie es mit diffus reflectirtem Lichte der Fall zu sein pflegt, keine Polarisation mehr, verhält sich in dieser Beziehung also ebenso wie das den Spiegel treffende Licht der Lichtquelle. Da es ausserdem unter demselben Winkel auf die Platten fällt, so wird verhältnissmässig ebenso viel von ihm reflectirt und durchgelassen wie von jenem. Bezeichnen wir den durchgelassenen Theil mit X, so haben wir die Proportion:

$$X : mH = (J - H) : J.$$

Daraus lässt sich die Lichtmenge X, welche in das Auge des Beobachters dringt, berechnen. Für $H = 0$ und $H = J$, d. h. wenn gar kein oder alles Licht reflectirt wird, wird $X = 0$. Zwischen diesen Grenzwerthen von H existirt ein Maximum des Werthes von X, welches nach den bekannten Regeln der Differentialrechnung bestimmt werden kann. Das Maximum tritt ein, wenn

$$H = \tfrac{1}{2} J.$$

Dann wird

$$X = \tfrac{1}{4} mJ.$$

Durch diese Bedingung wird für eine gegebene Anzahl spiegeln- 17

der Platten auch der Winkel bestimmt, unter welchem die Reflection stattfinden muss, um dem Beobachter das hellste Bild zu geben. Leider lässt sich die Gleichung, welche die Abhängigkeit der Grösse H von dem Einfallswinkel α ausdrückt, nicht nach α auflösen; wir können deshalb die passenden Werthe von α nur annähernd durch Rechnungsversuche finden. Uebrigens lohnt es nicht, die Genauigkeit dieser Rechnung sehr weit zu treiben, einmal weil die Helligkeit für den Beobachter sich nicht beträchtlich ändert, wenn auch die Stellung der Gläser nicht ganz die für das Maximum erforderliche ist, und zweitens weil die Aenderungen der Pupillenweite bei verschiedener Intensität des einfallenden Lichtes nicht mit in Rechnung gezogen werden können.

Da die Pupille des beobachteten Auges durch stärkeres einfallendes Licht kleiner wird, so wird auch die Helligkeit des Netzhautbildchens nicht ganz in demselben Verhältnisse zunehmen, wenn die Werthe von H wachsen, wie sie es nach den entwickelten Formeln sollte. Es ist deshalb vortheilhafter in dem Instrument die Werthe von H etwas kleiner herzustellen, als für das Maximum von X in der obigen Rechnung erforderlich sein würde. Man erreicht z. B. den wenig von dem obigen Maximum abweichenden Werth

$$X = \tfrac{1}{5} m J,$$

wenn man das Licht von einer Glasplatte ungefähr unter einem Winkel von 70°, von dreien unter 60°, von vier unter 55° reflectiren lässt, und diese Stellungen werden deshalb ungefähr die vortheilhaftesten sein.

Die nöthige Helligkeit kann man also auch mit einer Glasplatte als Spiegel erreichen. Der Gebrauch mehrerer Platten unter kleinerem Einfallswinkel hat aber wesentliche
18 Vortheile, wenn man deutliche Bilder der Netzhaut gewinnen will. Zunächst sind Glasplatten, auch wenn sie gut geschliffene parallele Flächen haben, nicht immer im Innern von so gleichmässiger Structur, dass sie bei sehr schiefem Hindurchsehen noch gute und deutliche Bilder geben. Dann wird es bei sehr schiefem Einfall schwerer, der spiegelnden Platte die richtige Stellung gegen das beobachtete Auge zu geben, und sie darin

zu erhalten. Auch fängt der Beobachter leichter durch die seitlichen Theile seines Kopfes die Lichtstrahlen ab, welche auf den Spiegel fallen sollten; namentlich möchte dies bei Einfallswinkeln von mehr als 70° kaum zu vermeiden sein. Endlich kommt noch ganz besonders in Betracht, dass eine kleine Menge des Lichtes, welches in das beobachtete Auge einfällt, schon von dessen Hornhaut zurückgespiegelt wird und dem Beobachter als eine verwaschene lichte Stelle im Gesichtsfelde erscheint. Diese fällt mitten auf die Pupille, wenn das beobachtete Auge sich gerade nach dem Spiegel hinwendet, also das Spiegelbild der Flamme direct ansieht; sie fällt mehr nach der Seite, wenn es sich nach einer anderen Richtung hinwendet, stört aber die Beobachtung der Netzhaut immer mehr oder weniger. Es ist also ein wesentlicher Vortheil, wenn man den Hornhautreflex für den Beobachter möglichst schwächen kann. Nun erscheint er aber in der That viel schwächer, wenn 4 Platten bei 56°, als wenn 3 Platten bei 60° oder eine bei 70° reflectiren, während das Netzhautbildchen, wie vorher erwähnt wurde, dabei nahehin dieselbe Lichtstärke behält. Es ist nämlich bei veränderter Zahl und Stellung der Platten die scheinbare Helligkeit des Hornhautreflexes der des Netzhautbildes deshalb nicht proportional, weil das in das beobachtete Auge einfallende, theilweise oder ganz durch spiegelnde Reflexion
polarisirte Licht, durch diffuse Reflexion an der Netzhaut 19
depolarisirt wird, was bei der spiegelnden Reflexion an der Hornhaut nicht geschieht. Reflectirt die Hornhaut von der auffallenden Lichtmenge A den Antheil μA, so ist die Lichtmenge, welche bei unseren Versuchen von der Hornhaut aus in das Auge des Beobachters gelangt, nach denselben Principien und derselben Bezeichnung wie vorher gleich:

$$\frac{\mu \Pi [J - 2\Pi] + \mu \Sigma [J - 2\Sigma]}{J}$$

Die Berechnung ergiebt das vorher angegebene Resultat. Es ist also unter allen Gesichtspunkten vortheilhafter, die nöthige Helligkeit durch Vermehrung der Platten, während sie unter dem Polarisationswinkel 56° das Licht reflectiren, als durch Vergrösserung des Einfallswinkels zu erreichen, ja man könnte

den Hornhautreflex ganz verschwinden machen, wenn man die Zahl der Platten sehr vergrösserte.

Ich habe bei den bisherigen Erörterungen vorausgesetzt, dass die Flamme einer guten Oellampe mit doppeltem Luftzuge als Lichtquelle benutzt werde. Bei möglichst günstiger Anordnung des Versuches wird deren Licht nicht so stark reflectirt, dass es die Seitentheile der Netzhaut des beobachteten Auges erheblich blenden oder ermüden sollte. Man kann deshalb die Beobachtungen leicht beliebig lange fortsetzen. Nur wenn das Auge direct nach dem Spiegelbilde der Flamme sieht, kann dieser Grad der Helligkeit nicht lange ertragen werden. Kann man über ein intensiveres Licht verfügen, z. B. Sonnenlicht, welches durch eine Oeffnung der Fensterläden in ein dunkles Zimmer fällt, so kann man das Netzhautbild viel heller sehen, wenn man das Licht, nachdem man es hinreichend abgeschwächt hat, möglichst senkrecht von einer spiegelnden Platte reflectiren lässt, als wenn es schief geschieht. Die Menge des Lichtes, welches man in das Auge einfallen lassen darf, ist nämlich durch die Empfindlichkeit des letzteren begrenzt. Hat man nun über überflüssig starkes Licht zu verfügen, welches bei jeder Art der Reflexion, wenn es nicht gleichzeitig in anderer Weise passend abgeschwächt wird, diese Grenze überschreitet, so sieht der Beobachter das Netzhautbildchen, welches die Grenze der ertragbaren Intensität erreicht hat, dann am hellsten, wenn möglichst wenig bei der zweiten Reflexion verloren geht. Das ist aber der Fall, wenn das Licht von einer Platte fast senkrecht zurückgeworfen wird.

Ich habe nicht Gelegenheit gehabt, eine solche Untersuchung bei Sonnenlicht vorzunehmen; glaube aber nicht, dass dadurch bedeutende Vortheile zu erreichen sein werden, weil bei senkrechter Spiegelung die scheinbare Helligkeit des störenden Hornhautreflexes in viel stärkerem Verhältnisse steigt als die des Netzhautbildes.

Es ist mir einige Male die im ersten Augenblicke wahrscheinliche Voraussetzung ausgesprochen worden, durch ein Convexglas, welches alles Licht, von dem es getroffen wird, nach dem beobachteten Auge hin concentrire, könne die in das Auge einfallende Lichtmenge und somit auch die Hellig-

keit des Netzhautbildes beträchtlich verstärkt werden. Ich will deshalb hier gleich darauf aufmerksam machen, dass dadurch nicht die Helligkeit, sondern nur die Grösse des Netzhautbildes vermehrt wird. Wenn wir das Auge in den Vereinigungspunkt der Lichtstrahlen bringen, die durch eine Linse gegangen sind, so erscheint uns die ganze Fläche des Glases leuchtend, mit der Lichtintensität, welche dem leuchtenden Punkte zukommt. In Stelle des kleineren Netzhautbildes des 21
leuchtenden Punktes bildet sich uns also ein grösseres mit derselben Lichtintensität, das der Glasfläche. Uebrigens kann auch durch keine complicirtere Zusammenstellung von Gläsern die Helligkeit verstärkt werden. Um das einzusehen, brauchen wir uns nur an die Thatsache aus der Theorie der Fernröhre zu erinnern, dass durch kein Fernrohr oder eine ähnliche Zusammenstellung von Gläsern ein Gegenstand von erkennbarem Durchmesser heller erscheinen kann als mit blossem Auge. Sowie nun der Inhaber des sehenden Auges subjectiv die Fläche nicht heller durch die Gläser wahrnimmt, so kann auch objectiv das Netzhautbildchen in seinem Auge beim Gebrauche irgend welcher Gläser nicht heller sein als ohne dieselben. Denn einem objectiv helleren Netzhautbildchen müsste auch immer eine stärkere subjective Lichtempfindung entsprechen.

2. Erzeugung eines deutlichen Bildes der Netzhaut.

Wir kommen jetzt dazu zu untersuchen, wie wir vermittelst des Lichtes, welches von der Retina des beobachteten Auges zurückkommend in das Auge des Beobachters fällt, deutliche Bilder von der Netzhaut selbst und dem auf ihr entworfenen Bilde der Lichtquelle erhalten können. Nehmen wir dazu wieder unsere Fig. 1 Tafel 1 vor. Nach den eben gegebenen Erörterungen werden die Augenmedien die von Punkten der Netzhaut des Auges *D* zurückkommenden Strahlen so brechen, dass sie sich ausserhalb des Auges und zwar in den entsprechenden Punkten des Bildes *B* wieder vereinigen. Das Bild, welches die Augenmedien von der Netzhaut und vom Netzhautbilde der Flamme entwerfen, fällt also in Grösse und Lage mit dem 22
ersten Spiegelbilde der Flamme zusammen. Ein Beobachter,

welcher vom Spiegel aus gerechnet noch jenseits B, und um die Entfernung des deutlichen Sehens von B entfernt stände, würde nun in der That jenes Bild der Netzhautobjecte deutlich sehen können. Sein Gesichtsfeld aber, begrenzt durch die Pupille des beobachteten Auges, würde bei der verhältnissmässig beträchtlichen Entfernung der beiden Augen von einander so klein sein, dass es unmöglich wäre, die gesehenen Einzelheiten zu einem Gesammtbilde zu combiniren.

Die Rücksicht, welche wir auf Erweiterung des Gesichtsfeldes nehmen müssen, macht es vielmehr nöthig die beiden Augen so viel wie möglich einander zu nähern. Dann fällt aber das Bild B im allgemeinen hinter den Rücken des Beobachters und kann von ihm nicht deutlich gesehen werden. Befindet sich das beobachtende Auge z. B. in G, Fig. 1, so empfängt es die Lichtstrahlen, welche aus dem Auge D hervordringen und nach den Punkten von B hin zusammenlaufen, convergirend. Ein normales Auge kann nun zwar parallele Strahlen, wie sie von unendlich entfernten, und divergirende, wie sie von näheren Punkten kommen, auf seiner Netzhaut vereinigen, aber nicht convergirende. Das einfachste Mittel, dem abzuhelfen und die convergirenden Strahlenbündel divergent zu machen, ist eine Concavlinse, welche zwischen den Spiegel und das Auge des Beobachters eingeschoben wird, wie in der Fig. 1 bei F.

Nach den bekannten Gesetzen der Brechung in Concavlinsen, werden die convergirend in F auftreffenden Strahlen nach dem Austritt aus der Linse entweder weniger convergent sein, wenn nämlich die Brennweite grösser als FB ist, oder
23 sie werden parallel, wenn die Brennweite gleich FB, oder endlich divergent, als kämen sie von Punkten eines Bildes E hinter dem beobachteten Auge, wenn die Brennweite kleiner als BF ist. Im letzteren Falle wirkt hier das Concavglas ganz so wie in den Theaterperspectiven, wo es ebenfalls das nicht zu Stande kommende verkehrte Bild, welches die Objectivlinse in ihrem Brennpunkte entwerfen sollte, und welches auf der Seite des Beobachters liegt, in ein aufrecht stehendes verwandelt, welches dem Beobachter jenseits der Gläser erscheint. In unserem Falle bilden die Augenmedien gleichsam das Objectivglas eines Mikroskops, welches nach dem Princip des Galiläi-

schen Fernrohrs construirt ist, während die Concavlinse das Ocular vertritt.

Sind die Accommodationsweiten der beiden Augen DB und GE gegeben, und ausserdem die gegenseitigen Entfernungen der Augen und des Concavglases nach den oben besprochenen Grundsätzen bestimmt, d. h. so klein gemacht, als es der Spiegel erlaubt, so ist die der Concavlinse zu gebende Brennweite nach den bekannten Brechungsgesetzen der Linsen zu bestimmen. Sie findet sich gleich:

$$\frac{EF \, . \, BF}{EB}$$

oder:

$$\frac{(EG - GF)(BD - DF)}{EG + BD - DG} \, .$$

Je grösser die Accommodationsweiten EG und BD sind,
desto grösser muss auch die Brennweite von F sein. Man
wird also, wenn eines der beiden Augen kurzsichtig ist, schär-
fere, wenn eines weitsichtig ist, schwächere Concavlinsen ge-
brauchen als für zwei normale Augen. Wenn das beobachtende
und beobachtete Auge ihre Rolle vertauschen, ohne ihre Ac- 24
commodationsstände zu verändern, so wird im allgemeinen ein
Glas von anderer Brennweite nöthig werden, und zwar, da GF
$< DF$, ein schwächeres, wenn das kurzsichtigere Auge beobachtet,
als wenn es beobachtet wird. Doch ergiebt eine nähere Be-
trachtung der obigen Formel, dass dieser Unterschied bei nicht
zu kurzsichtigen Augen äusserst gering wird, sodass bei sol-
chen dasselbe Glas zur wechselseitigen Besichtigung dienen kann.

Die Vergrösserung bestimmt sich nach den bekannten Gesetzen der Optik dadurch, dass das Bild E vom Mittelpunkte des Glases F aus gesehen unter demselben Gesichtswinkel erscheinen muss wie B, sein imaginäres Object. Da das Auge G, das Glas F und das Auge D möglichst nahe zusammenstehen, so wird B von F aus nur wenig grösser erscheinen als von D aus. Es sieht also das Auge G das Netzhautbildchen der Flamme vergrössert, und zwar ebenso gross, oder genau genommen ein wenig grösser, als das Auge D die ursprüngliche Flamme. Die Netzhauttheile, auf welche das Flammenbildchen fällt, erscheinen ebenfalls in dem Bilde E

wieder, natürlich in demselben Verhältnisse vergrössert wie jenes.

Nach dem eben Gesagten ist das Verhältniss dieser Vergrösserung gleich dem des Netzhautbildchens zu seinem Objecte. Nehmen wir für den Abstand des Kreuzungspunktes der ungebrochenen Strahlen von der Netzhaut nach Volkmann's Messungen 4 Linien, für den Abstand des Objectes vom Auge die normale Sehweite 8 Zoll, so ergiebt sich die Vergrösserung als 24 fach.

Wir haben die Augenmedien bei unserem Versuche mit dem Objectiv eines Mikroskops verglichen, das Concavglas mit dem Ocular. An Stelle des letzteren würde man nun auch eine Zusammenstellung von zwei Convexgläsern bringen können, welche um weniger als die Summe ihrer Brennweiten von einander abstehen, sowie es in den gebräuchlichen zusammengesetzten Mikroskopen der Fall ist. Das erste der Gläser würde wie das Collectivglas dieser Instrumente die schwach convergirenden Lichtstrahlen, welche aus dem beobachteten Auge herauskommen, schneller zu einem Bilde vereinigen, welches zwischen ihm selbst und seinem Brennpunkte gelegen, das Flammenbildchen aufrecht, die Netzhaut umgekehrt darstellen würde. Dieses Bild würde durch die zweite Convexlinse vergrössert zu betrachten sein. Ich habe die Erfolge einer solchen Zusammenstellung nach den bekannten Gesetzen der optischen Instrumente in Bezug auf Vergrösserung, Helligkeit, Gesichtsfeld u. s. w. discutirt. Da die Rechnung ergab, dass dadurch keine wesentlichen Vortheile im Vergleich mit den einfachen Concavgläsern zu erreichen sein würden, wird es hier genügen ihre Resultate kurz anzuführen. Es ist dabei vorausgesetzt, dass das erste Glas, so weit es der Spiegel zulässt, dem beobachteten Auge genähert sei, und das beobachtende dicht am zweiten Glase liege.

Was zunächst die Helligkeit betrifft, so wird das Maximum derselben durch ein Concavglas für die Mitte des Gesichtsfeldes gerade erreicht. Soll dasselbe durch zwei Convexgläser geschehen, so müssen diese so gewählt und gestellt sein, dass keine andere Vergrösserung als bei dem Concavglase stattfindet, d. h. so, dass das vergrösserte Netzhautbildchen der

Flamme dem beobachtenden Auge unter demselben Gesichtswinkel erscheint als das Spiegelbild der Flamme dem beobachteten.

Wenn diese Vergrösserung stattfinden soll, muss wie in den gewöhnlichen Ocularröhren der zusammengesetzten Mikro- 26
skope das Bild des ersten Glases in die Mitte zwischen beide Gläser fallen. Bei schwächerer Vergrösserung ist es möglich einen grösseren Theil des Gesichtsfeldes im Maximum der Helligkeit erscheinen zu lassen; bei stärkerer dagegen kann das auch nicht mehr in der Mitte geschehen. So vortheilhaft also auch eine stärkere Vergrösserung vielleicht sein würde, so lässt sich eine solche nicht gebrauchen, weil die Helligkeit zu sehr darunter leiden würde und ein lebendes Auge nicht wohl das Einfallen von noch stärkerem Licht, als dem gespiegelten einer guten Lampe, längere Zeit, ohne geblendet zu werden, ertragen würde. Dazu kommt noch, dass das lebende Auge nicht so ausreichend befestigt werden kann, wie es bei stärkerer Vergrösserung zur Fixirung einzelner Partien des Bildes nothwendig sein würde.

Demnächst ist das Gesichtsfeld zu berücksichtigen. Das Stück der Netzhaut, welches man übersehen kann, ist stets desto kleiner, je weiter man sich von dem beobachteten Auge entfernt, desto grösser, je näher man kommt. Die Grenze der Annäherung ist aber dadurch gegeben, dass die schief gestellten Spiegelplatten zwischen diesem Auge und den Glaslinsen einzuschieben sind.

Um die Wirkungen der verschiedenen Linsen durch Rechnung zu vergleichen, müssen wir also die Entfernung des Concavglases und die des ersten Convexglases von dem beobachteten Auge gleich gross annehmen. Wird dann gleichzeitig die Bedingung festgehalten, dass die Helligkeit in der Mitte des Gesichtsfeldes ihr Maximum erreichen solle, so finden sich bestimmte Brennweiten der Convexlinsen für jede gegebene Entfernung vom Auge, welche das Gesichtsfeld am grössten machen. Wählt man nach diesen Bestimmungen die Brennweiten der beiden Convexlinsen, so ergiebt sich ferner, dass 27
wenn die Entfernung des Glases vom Auge kleiner ist als die Brennweite, welche man dem Objectiv eines Fernrohrs von

der Apertur der Pupille ohne Beeinträchtigung der Deutlichkeit des Bildes geben dürfte, also bei achromatischen Gläsern kleiner als etwa der zehnfache Pupillendurchmesser, das Concavglas, wenn grösser, die beiden Convexgläser ein grösseres Gesichtsfeld geben können. Nun wird allerdings bei möglichst grosser Annäherung der Gläser an das beobachtete Auge die Entfernung zwischen beiden wegen des dazwischen gesetzten Spiegels meistens etwas grösser bleiben als der zehnfache Pupillendurchmesser, und man würde deshalb durch zwei Convexgläser einen kleinen Vortheil für das Gesichtfeld erlangen können. Da sie aber, um diesen Vortheil zu geben, Brennweiten von 36 bis 40 Linien haben müssten, so möchte es schwer halten, ein Bild von derselben Deutlichkeit zu erhalten wie durch eine Concavlinse, welche 8 bis 10 Zoll Brennweite haben kann. Mir ist es durch Zusammenstellung der mir zu Gebote stehenden Convexlinsen wenigstens nicht gelungen. Ausserdem stellte sich beim Versuche mit solchen Linsen heraus, dass die richtige Stellung des Instrumentes zur Wahrnehmung des Netzhautbildchens viel schwerer gefunden und bewahrt wird. Bei einer einfachen Concavlinse ist es nämlich nicht nöthig, dass die Axe der Linse genau auf das beobachtete Auge gerichtet sei, wenn nur der Spiegel Licht dahin wirft. Diese Bedingung muss aber bei zwei Convexlinsen erfüllt werden.

Danach erscheint es vortheilhafter die einfache Concavlinse als Ocular beizubehalten, während man fast überall sonst in der Optik sie mit entschiedenem Vortheile durch Convex-
28 linsen ersetzt. Einen gewichtigen Vorzug der letzteren giebt es allerdings auch in unserem Falle, der ihre Anwendung wünschenswerth machen würde, nämlich den, dass man durch veränderte Entfernung beider Gläser von einander den Apparat allen Sehweiten des beobachteten und beobachtenden Auges anpassen kann, während man die Concavlinse zu diesem Zwecke mit einer anderen vertauschen muss. Wenn man den Kopf der beobachteten Person und das Instrument vollständig befestigen kann, würden deshalb Convexgläser allerdings bequemer sein; ohne solche Vorrichtungen werden aber alle ihre sonstigen Vortheile durch den Nachtheil der schwereren Einstellung des

Instrumentes aufgewogen. Ich habe deshalb selbst immer nur eine einfache Concavlinse benutzt.

3. Beschreibung des Augenspiegels.

Um Beobachtungen der beschriebenen Art anzustellen, ist es bequem, die Spiegelplatten und das Concavglas mittels eines passenden Gestelles zu vereinigen. Ich schlage für eine solche Zusammenstellung nach der Analogie ähnlicher Instrumente den Namen Augenspiegel vor. Derselbe ist in Fig. 2 Tafel I von vorn gesehen, in Fig. 3 horizontal durchschnitten dargestellt. Die spiegelnden Platten *hh* sind mittels des Messingstückes *gg* unter einem Winkel gegen die kreisrunde Platte *aa* befestigt, welcher dem gewählten Einfallswinkel der Lichtstrahlen (in der Figur 56°) gleich ist. Das Messingstück *gg* bildet mit den Glasplatten ein hohles gerades dreikantiges Prisma. In Fig. 3 sieht man in den inneren Hohlraum desselben hinein und hat eine der rechtwinklig dreieckigen Grundflächen vor sich. Von den drei viereckigen Seitenflächen des Prisma wird die der Hypotenuse der Grundfläche entsprechende 29
durch die Glasplatten gebildet, die der längeren Cathete entsprechende steht frei, die der kürzeren Cathete liegt der Scheibe *aa* an, und trägt einen cylindrischen Fortsatz *p*, welcher durch eine entsprechende kreisrunde Oeffnung der Platte *aa* so hindurchgreift, dass er das Prisma an der letzteren festhält, aber eine Drehung um seine Axe gestattet. Die Glasplatten werden gegen das prismatische Messingstück durch den Rahmen *kkkk* augedrückt, dessen übergreifende Seitenränder durch die Schrauben *ll* an das Messingstück *gg* befestigt sind. Die Scheibe *aa* liegt dem Cylinder *bbcc* an, ohne daran dauernd befestigt zu sein. In den Rand von *aa* sind nämlich vier Oeffnungen von der Form *f* eingeschnitten, denen vier in den Rand des cylindrischen Ringes *bb* eingelassene Schrauben *ee* mit cylindrischen Köpfen und dünnerem Halse entsprechen. In Fig. 2 sind nur zwei von diesen Schrauben gezeichnet worden, um die Löcher *f* sehen zu lassen. Die Köpfe der Schrauben lassen sich durch die breiten kreisrunden Theile der Oeffnungen *f* schieben, und wenn alsdann die Scheibe *aa* um

ihren Mittelpunkt gedreht wird, treten die Hälse der Schrauben in den schmaleren schlitzförmigen Theil derselben Oeffnungen ein, während ihre Köpfe übergreifen und die Scheibe an den Ring *bb* befestigen. Dadurch wird es möglich, die Scheibe sehr leicht und schnell von der Fassung des Concavglases zu entfernen und dieses mit einem andern zu vertauschen. Die Concavlinse *nn* liegt zwischen der Platte *aa* und dem Boden des cylindrischen Stückes *dd*, welches in *bbcc* eingeschraubt ist und durch Umschrauben zurückgestellt werden kann, wenn es nöthig wird, für sehr kurzsichtige Augen zwei Linsen über einander einzulegen. Das Ganze ist an dem Handgriff *m* befestigt. Für einen Beobachter mit normalem Auge sind die Nummern 6 bis 12 der gewöhnlichen concaven Brillengläser ausreichend, um sich allen Accommodationszuständen der zu untersuchenden Augen anzupassen. Zur Besichtigung anderer normaler Augen gebrauche ich gewöhnlich Nr. 10. Für sehr kurzsichtige Augen legt man zwei Gläser über einander.

Was die spiegelnden Platten betrifft, so sind solche von gewöhnlichem Spiegelglase nicht ausreichend, weil die beiden Flächen desselben gewöhnlich nicht hinreichend parallel sind, um die von ihnen entworfenen Bilder der Lampenflamme sich hinreichend decken zu lassen. Die Gläser müssen deshalb für unseren Gebrauch besonders geschliffen werden, um parallele Flächen zu erhalten, obgleich diese Bedingung nicht mit solcher Genauigkeit erfüllt zu sein braucht wie bei den planparallelen Gläsern, welche man bei feineren Messinstrumenten anwendet.

Wesentlich ist eine gute Schwärzung der nicht spiegelnden Flächen. Da von dem hellen Lichte, welches auf das Instrument fällt, nur ein verhältnissmässig kleiner Antheil von der Retina des beobachteten Auges zurückkommt, so müssen sorgfältig alle übrigen Reste des Lichtes, welche etwa in das Auge des Beobachters gelangen könnten, vernichtet werden. Zunächst muss die innere Fläche des Ocularstückes *dd* geschwärzt werden, und der Beobachter muss sein Auge möglichst dicht hinein legen, um alles Licht abzuschneiden, welches von der Flamme her auf diese Fläche fallen könnte. Zweitens muss die Aussenfläche der Scheibe *aa* und des prismatischen Spiegel-

gestelles *kkkk* geschwärzt werden, damit blanke Metalltheile, welche dem beobachteten Auge zugekehrt sind, nicht störende Hornhautreflexe hervorbringen. Ganz besonders sorgfältig ist aber drittens die Innenseite des Spiegelgestelles zu schwärzen. Das Flammenlicht, welches auf die spiegelnde Platte fällt, geht 31
zum grösseren Theile hindurch und trifft die Platte *gg*. Was auf dieser nicht absorbirt wird, geht zum Spiegel zurück, wird von diesem in derselben Richtung zum beobachtenden Auge reflectirt, in welcher das schwache Licht von der Netzhaut des beobachteten Auges ankommt und vermischt sich mit dem Bilde dieser Membran. Ich habe hier die gewöhnlichen Verfahrungsweisen der Mechaniker, Messingstücke zu schwärzen, nicht ausreichend gefunden, sondern das Spiegelgestell innen mit schwarzem Sammet tapeziren müssen, welcher das Licht viel vollständiger absorbirte.

Will man das Instrument gebrauchen, so setzt man in einem dunkeln Zimmer die zu untersuchende Person neben die Ecke eines Tisches, auf welchem in gleicher Höhe mit dem Auge und seitwärts vom Gesichte eine gut brennende doppelzügige Lampe ohne Milchglas steht. Bequem ist es auf dem Tische in passender Sehweite einen nicht zu hellen Gegenstand anzubringen, auf welchem man dem beobachteten Auge bestimmte Fixationspunkte anweisen kann z. B. eine schwarze Tafel in Quadrate getheilt, deren jedes durch eine Ziffer bezeichnet ist. Indem man das Auge nach einander verschiedene Punkte fixiren lässt, fällt das Flammenbildchen auf immer andere Theile der Netzhaut, welche der Beobachter somit in beliebiger Reihenfolge nach einander untersuchen kann. Zwischen der Flamme und dem beobachteten Auge muss ein undurchsichtiger Schirm aufgestellt werden, um es zu beschatten, damit nicht direct einfallendes Flammenlicht einen sehr störenden Hornhautreflex erzeuge und die Pupille verengere. Doch muss die Schattengrenze ganz dicht vor dem beobachteten Auge vorbeigehen, damit der Augenspiegel, welcher selbst im Lichte bleiben muss, möglichst nahe herangebracht werden 32
könne. Der Beobachter setzt sich vor den Beobachteten, bringt den Augenspiegel, ohne zunächst hindurchzusehen, ungefähr in die richtige Lage, wobei seine spiegelnde Fläche einen hellen

Schein auf das Gesicht wirft. Nachdem man den Spiegel so gewendet hat, dass die Mitte dieses Scheins auf das Auge fällt, und die Axe des Instrumentes eben dahin gerichtet ist, sieht man hindurch. Man hat alsdann das helle Flammenbild meistens sogleich vor sich, oder findet es nach einigen Hin- und Herrücken. Uebrigens kann man auch durch das Instrument hindurch das Auge und den hellen Schein, der darauf fallen muss, einigermaassen wenn auch undeutlich und verwaschen erkennen, und auch so mit deren Hülfe die richtige Stellung finden. Sieht man die Theile der Netzhaut nicht deutlich, während die Pupille leuchtend erscheint, so muss man ein anderes Concavglas einlegen. Ein Beobachter, welcher sich geübt hat, willkürlich die Accommodation seines Auges zu ändern, findet leicht, ob er bei fernsichtiger oder nahesichtiger Accommodation deutlicher sieht, und ob er demgemäss stärker oder schwächer gekrümmte Gläser wählen muss. Uebrigens erschweren sich viele Personen, namentlich solche, welche wenig geübt sind durch optische Instrumente zu beobachten, und Kurzsichtige das Sehen sehr dadurch, dass sie ihr Auge unwillkürlich für grosse Nähe accommodiren, weil sie sich den zu sehenden Gegenstand sehr nahe vorstellen. Dadurch werden die Augen des Beobachters stark angegriffen, und fangen leicht an sich zu injiciren und zu thränen. Es ist hier wie bei allen optischen Instrumenten, welche veränderliche Accommodation zulassen, nöthig, das Auge für die Ferne zu accommodiren und das Instrument dem anzupassen.

33 Bei einiger Uebung macht es keine Schwierigkeit das richtige Glas und die richtige Stellung des Instrumentes zu finden. Auch kann man es jemandem, der es noch nie gesehen hat, leicht am eigenen Auge zeigen, um ihn erst einmal mit dem Anblick dessen, was er sehen soll, vertraut zu machen. Dadurch wird es ihm sehr erleichtert, selbständig dasselbe auch in anderen Augen aufzufinden. Der Lehrende suche zu dem Zwecke zunächst dasjenige Glas, wodurch er die Netzhaut des Schülers deutlich sehen kann, und bringe dies in den Augenspiegel; denn durch dasselbe kann auch der Schüler im Auge des Lehrers deutlich sehen, wenn nicht einer von beiden sehr kurzsichtig ist. Im letzteren Falle braucht, wie oben ausein-

andergesetzt ist, der kurzsichtigere ein etwas schwächeres Glas, wenn er beobachtet, als wenn er beobachtet wird. Der Lehrer bringe dann eines seiner eigenen Augen in die für das zu beobachtende Auge beschriebene Stellung und halte den Augenspiegel so vor sich, dass er gleichzeitig durch die mittleren Oeffnungen desselben hindurch sehen könne und das Spiegelbild der Flamme im Spiegel erblicke, übergebe dem Schüler das Instrument in dieser Stellung und lasse ihn hindurchsehen. Dieser wird dann im Auge das Bild der Flamme sehen. Um ihn das Aussehen der Netzhauttheile kennen zu lehren, lasse der Lehrer das Flammenbildchen auf die Eintrittsstelle seines Sehnerven fallen, weil sich dort die grössten und erkennbarsten Gefässstämme darbieten. Er wende dazu das Auge allmälig immer mehr nach innen von dem Spiegelbilde der Flamme, bis dieses ihm plötzlich verschwindet oder kleiner wird. Das geschieht bekanntlich, wenn das Bild auf die Eintrittsstelle des Sehnerven fällt. Uebrigens gelingt es den meisten Personen leichter, das Flammenbildchen zu sehen und zu erkennen als 34
in dem hellen Grunde desselben die Netzhauttheilchen.

4. Besichtigung der Netzhaut und des Flammenbildes.

Will man die Netzhaut vollständig untersuchen, so ist es, wie schon angeführt wurde, bequem eine bezifferte schwarze Tafel als Gesichtspunkt für das untersuchte Auge aufzustellen. Sobald dieses Auge etwas nach innen neben dem Spiegel vorbeisehend eine der Ziffern fixirt, wird der Beobachter fast immer ein oder zwei stärkere Gefässe im Gesichtsfelde erkennen. Er lasse das Auge auf eine nebenliegende Ziffer wenden und achte darauf, ob er dem Ursprunge oder der Verzweigung der Gefässe näher gerückt sei. Indem er in dieser Weise die Gefässe nach den grösseren Stämmen hin verfolgt, kommt er endlich zur Eintrittsstelle des Sehnerven. Diese unterscheidet sich von dem übrigen Grunde des Auges durch ihre weisse Farbe, da sie nicht mit Pigment und einem feinen Gefässnetze bedeckt ist, sondern hier der weisse Querschnitt des Nerven ganz frei liegt, höchstens von vereinzelten feinen Gefässen durchzogen. Meist nach innen daneben dringen die Arterie und Vene der Netzhaut aus der Tiefe hervor. Zuweilen sieht

man noch einen Theil der Gefässe in der Substanz des Nerven
selbst verborgen und erkennt, dass diese Substanz im Leben
stark durchscheinend ist. Man unterscheidet die beiden Ge-
fässe von einander durch die hellere Farbe des Blutes und die
doppelten Conturen der Wandung an der Arterie und ihren
ersten Verästelungen. Pulsationen habe ich nicht mit Sicher-
heit erkennen können. Die ersten Hauptäste der Gefässe be-
35 grenzen den Sehnerven an der inneren Seite, um sich später
oben und unten über das Feld der Retina auszubreiten. Der
Anblick dieser scharf gezeichneten rothen Gefässe auf
dem hellen weissen Grunde ist von überraschender Zier-
lichkeit. Etwas weiter nach innen dicht neben dem
Nerven habe ich immer einen kleinen sichelförmigen Schatten-
streifen bemerkt, der von einer Falte der Netzhaut herzurühren
scheint.

An den übrigen Theilen erscheint der Grund des Auges
röthlich, und zwar zunächst um den Sehnerven herum ziemlich
hell lichtroth, desto dunkler dagegen, je weiter man sich von
ihm entfernt. Man sieht hier grössere und kleinere, verästelte
blutrothe Gefässe, welche deutlich von dem Grunde sich unter-
scheiden. Der Grund selbst erscheint nicht ganz homogen,
sondern undeutlich röthlich gezeichnet. Dies scheint davon
herzurühren, dass das enge Capillarnetz zu fein, zu schwach
erleuchtet und zu durchscheinend ist, um deutlich von der
unterliegenden schwach lichtgrauen Substanz der Retina unter-
schieden zu werden. Dass der Grund in der Nähe des Seh-
nerven heller erscheint, rührt wohl davon her, dass die Retina
hier wegen der übereinander liegenden Schichten von Nerven-
fasern dicker ist und nach ihrer Peripherie hin immer dünner
wird. Wesentlich unterscheidet sich ausserdem die Stelle des
directen Sehens (der gelbe Fleck) in ihrem Ansehen von den
zunächst umliegenden Stellen. Um sie vor sich zu haben, lässt
man das beobachtete Auge nach dem Spiegelbilde der Flamme
direct hinsehen. Die Netzhaut erscheint dort viel dunkler, grau-
gelb ohne Beimischung von Roth; es lassen sich auf ihr keine
Spuren von Capillargefässen erkennen. Uebrigens wird man
in der Betrachtung dieser Stelle sehr durch das Hornhaut-
36 bildchen gestört, welches gerade in die Mitte des Gesichtsfeldes

rückt, während es bei der Betrachtung seitlicher Stellen der Netzhaut auch mehr zur Seite liegt.

Nach dem zu urtheilen, was man am gesunden Auge von der Beschaffenheit der Retina sehen kann, zweifele ich nicht, dass man auch alle diejenigen Krankheitszustände derselben wird erkennen können, welche sich an anderen durchsichtigen Theilen z. B. der Cornea durch den Gesichtssinn erkennen lassen. Vermehrte Anfüllung der Gefässe, Varicositäten derselben müssen leicht wahrzunehmen sein. Exsudate in der Substanz der Retina oder zwischen ihr und der Pigmenthaut müssen sich ganz ähnlich wie diejenigen der Cornea durch ihre Helligkeit auf dem dunklen Grunde zu erkennen geben. Liegen sie zum Theil vor der Retina, so werden sie auch deren Gefässe in einen Schleier hüllen. Ich erinnere hier daran, dass nach Brücke die Retina frisch fast ebenso durchsichtig ist wie die übrigen Augenmedien, und dass sie abgesehen von ihren Gefässen bei unseren Versuchen nur deshalb sichtbar wird, weil sie durch das scharfe, von den Augenmedien concentrirte Licht auf dem tiefschwarzen Grunde der Pigmenthaut stark beleuchtet wird. Faserstoffexsudate, welche viel weniger durchsichtig zu sein pflegen als die Augenmedien, müssen daher auch, wenn sie im Grunde des Auges liegen, den Reflex beträchtlich verstärken. Auch glaube ich, dass Trübungen des Glaskörpers viel leichter und sicherer theils durch die Beleuchtung mittels einer spiegelnden Glasplatte theils durch den Augenspiegel zu erkennen sein werden. Man wird aus der Undeutlichkeit des Flammenbildchens und der Netzhautgefässe sogar den Grad der Trübung leicht bestimmen können. Haben sich bei einer solchen Trübung gleichzeitig flimmernde Theilchen ausgeschie- 37
den, so wird man auch diese leicht wahrnehmen. Kurz, ich glaube die Erwartung nicht für übertrieben halten zu dürfen, dass sich alle bis jetzt an Leichen gefundenen Veränderungen des Glaskörpers und der Retina auch am lebenden Auge werden erkennen lassen, was für die bisher so unausgebildete Pathologie dieser Gebilde die grössten Fortschritte zu versprechen scheint.

Endlich ist es noch für einige physiologische Zwecke von Interesse die Genauigkeit, mit welcher das Auge Bilder ent-

wirft, zu untersuchen. Am besten ist als Gegenstand dafür ein Faden zu benutzen, den man horizontal vor der Flamme entlang zieht. Dessen Bild bleibt einfach, während senkrechte Fäden durch die mehrfachen Spiegelungen vervielfacht werden.

Zunächst hat man Gelegenheit sich durch den Augenschein davon zu überzeugen, dass die verschiedenen Accommodationen des Auges wirklich auf Veränderungen der brechenden Medien beruhen. Man lasse einen Gegenstand fixiren, der vom beobachteten Auge etwa ebenso weit entfernt ist wie der Faden von der Flamme. Der Beobachter sieht alsdann die Elemente der Netzhaut und das Bild des Fadens gleich deutlich. Rückt man den Faden dem Auge näher oder ferner, so wird er im Netzhautbilde undeutlich oder verschwindet ganz, während die Retinatheile deutlich bleiben. Man ersieht daraus, dass Netzhautbilder von verschieden entfernten Gegenständen in der That nicht gleich deutlich sind. Alsdann stelle man den Faden wieder so, dass man ihn im Netzhautbildchen gleichzeitig mit den Gefässen deutlich erscheinen sieht, und lasse das beobachtete Auge einen Punkt fixiren, der entweder viel weiter oder viel näher ist als der, auf den es vorher gerichtet war. So-
38 gleich sieht man Netzhaut und Flammenbild verschwimmen und undeutlich werden.

Zu bemerken ist hierbei, dass auf der weissen Fläche des Sehnerven kein deutliches Bild entworfen wird, selbst wenn es aui den dicht daneben liegenden Stellen der Netzhaut vollkommen scharf erscheint. Da man bei solchen Personen, über deren Sehnervenquerschnitt einzelne kleine Gefässe hinlaufen, diese ebenso deutlich sieht wie die der danebenliegenden Netzhaut, so kann jene Undeutlichkeit des Flammenbildes nicht davon herrühren, dass die Sehnervenfläche etwas aus dem Niveau der Netzhaut heraustritt. Ich glaube vielmehr die durchscheinende Beschaffenheit der Sehnervenmasse als Grund ansehen zu müssen.

Uebrigens kann man sich, wo es nöthig werden sollte, durch den Augenspiegel leicht objectiv von dem Vorhandensein und dem Grade der Kurz- und Weitsichtigkeit des beobachteten Auges überzeugen. Der Beobachter untersuche vorher ein gesundes Auge, welches er Gegenstände in verschiedenen

Entfernungen fixiren lässt, und bemerke sich, welche Convexgläser er bei den verschiedenen Accommodationsstufen desselben gebraucht habe. Bei der Untersuchung eines jeden anderen Auges erfährt er alsdann aus der Nummer des Concavglases, durch welches er die Netzhaut deutlich sah, die entsprechende Accommodationsweite des beobachteten Auges. Der Beobachter ist hierbei von den Aussagen des Anderen ganz unabhängig, da er selbst gleichsam mit dessen Auge wenigstens mittels der brechenden Theile dieses Auges sieht. So war ich z. B. im Stande, in einem vollständig amaurotischen Auge auf diese Weise mich zu überzeugen, dass dasselbe zugleich in hohem Grade kurzsichtig war. Dadurch entschied sich in diesem Falle eine für die Anamnese wichtige Frage, ob nämlich gewisse frühere Gesichtsbeschwerden, von denen der Kranke erzählte, auf Kurzsichtigkeit oder beginnende Amblyopie zu beziehen waren.

Eine wichtige physiologische Folgerung drängte sich mir noch bei diesen Untersuchungen auf. Der freiliegende Querschnitt des Sehnerven ist offenbar so durchsichtig, dass Licht, welches darauf fällt, ziemlich tief in die Masse der Fasern eindringen muss, wie man denn in der That zuweilen Biegungen der Arteria und Vena centralis durch die Substanz des Nerven hervorschimmern sieht. Fällt das Flammenbildchen auf die Eintrittsstelle des Nerven, so werden alle seine Fasern oder wenigstens ein sehr grosser Theil derselben von mehr oder weniger intensivem Lichte getroffen, und doch empfinden sie offenbar kein Licht. Empfänden sie es, so müsste der ganze ihnen entsprechende Theil des Gesichtsfeldes erleuchtet scheinen. Das ist aber nicht nur nicht der Fall, sondern es wird sogar noch weniger Licht wahrgenommen, als wenn das Bildchen auf eine andere Stelle der Netzhaut fällt. Wir müssen daraus schliessen, dass die Fasern des Sehnerven unfähig sind vom objectiven Lichte (den Aetherschwingungen) afficirt zu werden, während sie doch jeden anderen Reiz als subjectives Licht empfinden. Dies ist eine scheinbare Paradoxie, welche natürlich ihren Grund nur in der Doppelsinnigkeit des Wortes „Licht“ hat, und weit davon entfernt ist ein wirklicher Widerspruch zu sein. Die Aetherschwingungen, welche wir Licht nennen, bringen wie jeder andere mechanische oder elektrische Reiz,

wenn sie die Retina treffen, die Empfindung hervor, welche wir auch Licht nennen. Aber daraus, dass die Retina, vor Druck
40 und elektrischen Strömungen geschützt, dem Zutritt der Aetherschwingungen aber Preis gegeben, viel häufiger von letzteren als von ersteren getroffen und angeregt wird, folgt keineswegs, dass das Licht als ein besonders adäquater Reiz der Retina und der Sehnervenelemente angesehen und den übrigen Arten der Reizung gegenübergestellt werden müsse. Es hat keine Schwierigkeiten anzunehmen, dass alle Reize, welche das Sehnervensystem zu afficiren vermögen, Lichtempfindungen hervorrufen, dass aber Aetherschwingungen nur auf die Retina wirken können. Aehnliches findet ja auch bei den Tastnerven für Wärme und Kälte statt. Auch hier verhalten sich die peripherischen Ausbreitungen anders als die Stämme. Für letztere sind kleine Temperaturänderungen, wie es scheint, gar kein Reiz, und grössere, welche zu reizen vermögen, erregen keine Temperaturempfindung. Man kann übrigens auch weiter schliessen, dass in der Retina nicht die Fasern, welche sich vom Sehnerven aus an ihrer inneren Fläche strahlenförmig ausbreiten, sondern die kugeligen Elemente für das Licht empfindlich sind. Wären es jene, so müsste Licht, welches irgend eine Stelle der Retina trifft, von allen Fasern empfunden werden, welche theils in dieser Stelle endigen, theils über sie hinaus weiter nach der Peripherie hinlaufen. Es müsste sich also im Gesichtsfelde von jedem hellen Punkte ein lichter Schein nach den Grenzen des Feldes hin ausbreiten, was nicht der Fall ist. Wir können demnach weiter schliessen, dass auch die Fortsetzungen der Sehnervenfasern in der Retina unempfindlich gegen das Licht sind. Es bleiben nur die Ganglienkörper und die kernähnlichen Gebilde der Retina, in denen die Aetherschwingungen als Reiz wirken können.[1])

---

1) (1882.) Stäbchen und Zapfen der Netzhaut wurden zur Zeit der Abfassung dieses Aufsatzes noch nach E. Brücke's Ansicht als katoptrischer Apparat des Auges betrachtet. Die Verbindung derselben mit Nervenfasern war noch nicht bekannt.

Zusatz. 41

Ableitung der Formel auf S. 238 für die Quantität Licht, welche von mehreren Glasplatten reflectirt wird.

Wenn diese Formel für n reflectirende Flächen richtig ist, lässt sich zeigen, dass sie es auch für $(n+1)$ solche sei. Da sie ferner für $n = 1$ und $n = 2$ zutrifft, muss sie es auch für jeden beliebigen Werth von n thun.

Die Quantität Licht, welche unter dem betreffenden Einfallswinkel von einer reflectirenden Fläche zurückgeworfen wird, wenn die Menge 1 von senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirtem Licht auffällt, sei p, die von n solchen Flächen zurückgeworfene $P_{(n)}$, die von $(n+1)$ zurückgeworfene $P_{(n+1)}$. Es lässt sich zeigen, dass wenn:

$$P_{(n)} = \frac{n p}{1 + (n-1) p} \tag{1}$$

dann auch die Gleichung richtig sei, welche aus dieser durch Substitution von $n + 1$ für n entsteht:

$$P_{(n+1)} = \frac{(n+1) p}{1 + n p} \tag{2}$$

Der besseren Bezeichnung willen nehmen wir an, das System von n spiegelnden Flächen liege horizontal, und es falle Licht von oben darauf. Die $(n+1)$ te Fläche werde unten daran gefügt. Die Quantität Licht, welche von der untersten n ten Fläche des zusammengesetzten Systems herabgeht zu der $(n+1)$ ten Fläche, nennen wir x; diejenige, welche von der $(n+1)$ ten Fläche reflectirt zu dem System der n Flächen hinaufsteigt, y. Die Quantität x wird zusammengesetzt theils aus 42
dem Theil des einfallenden Lichtes, welcher durch das System der n Flächen hindurchgedrungen ist, theils aus dem Antheil von y, welcher von diesem System reflectirt wird. Also ist:

$$x = 1 - P_{(n)} + y P_{(n)} \tag{3}$$

Die Quantität y rührt von demjenigen Theile des x her, welcher von der $(n+1)$ ten Fläche reflectirt wird. Es ist also:

$$y = x p \tag{4}$$

Die Quantität $P_{(n+1)}$, welche von der obersten Fläche nach oben geht, rührt theils her von dem Theile des einfallenden Lichtes, welcher von dem System der n Flächen reflectirt wird,

theils von dem Theile von y, welcher durch dieses System hindurch geht. Es ist also:

$$P_{(n+1)} = P_{(n)} + y\,(1 - P_{(n)}) \tag{5}$$

Wenn man aus den Gleichungen (3), (4) und (5) das x und y eliminirt, erhält man:

$$P_{(n+1)} = P_{(n)} + \frac{p\,[1 - P_{(n)}]^2}{1 - p\,P_{(n)}} \tag{6}$$

Setzt man in diese Gleichung (6) den Werth von $P_{(n)}$ aus Gleichung (1), so erhält man in der That nach den nöthigen Reductionen die Gleichung (2), deren Richtigkeit bewiesen werden sollte.

Für eine reflectirende Fläche ist:

$$P_{(1)} = p.$$

Denselben Werth giebt die zu prüfende Gleichung (1).

Für 2 reflectirende Flächen erhalten wir den Werth $P_{(2)}$
43 ohne die Gleichungen 1 oder 2 zu gebrauchen, wenn wir in der Ableitung der Gleichung (6) das $n = 1$ und $P_{(n)} = p$ setzen. Die Gleichung (6) wird dann:

$$P_{(2)} = p + \frac{p\,(1 - p)^2}{1 - p^2}$$
$$= \frac{2\,p}{1 + p}.$$

Denselben Werth giebt die Gleichung (1).

Da die letztere demnach für $n = 1$ und für $n = 2$ richtig ist, so folgt aus dem geführten Beweise, dass sie es auch für $n = 3$ sei, und wenn sie es für $n = 3$ ist, dass sie es auch für $n = 4$ sei, u. s. w. in infinitum.

Ganz ebenso verhält es sich mit dem der Einfallsebene parallel polarisirtem Lichte.

Setzen wir die Quantität des einfallenden Lichtes gleich $\frac{1}{2}J$, und $p = 2\,P/J$ und bezeichnen das, was wir hier $P_{(n)}$ genannt haben, mit Π, so erhalten wir die Formel der S. (238).

LIX.

Ueber eine neue einfachste Form des Augenspiegels.

Aus Vierordt's Archiv für Physiologische Heilkunde. Bd. 11.
S. 827—852. 1852.

Die günstige Aufnahme, welche der von mir im vorigen 827
Jahre erfundene und beschriebene Augenspiegel erfahren hat, veranlasst mich noch einmal auf diesen Gegenstand zurückzukommen. Ein bedeutender Fortschritt für die Erweiterung des Kreises von Beobachtungen, welche sich durch solche Instrumente ausführen lassen, ist durch Prof. Ruete geschehen in seiner lehrreichen Schrift: „Der Augenspiegel und das Optometer. Göttingen 1852."

Der Zweck der vorliegenden Abhandlung ist, sowohl die Leistungen von Ruete's Instrument im Vergleich mit denen des meinigen zu besprechen, als auch namentlich auf eine ganz ausserordentliche Vereinfachung desselben aufmerksam zu machen, welche diesem intelligenten Beobachter entgangen zu sein scheint, da er sie unter den Formen von Augenspiegeln, welche er vorschlägt, nicht erwähnt. Diese Vereinfachung in der practischen Ausführung desselben Princips, welches Ruete's Augenspiegel zu Grunde liegt, geht in Bezug auf das instrumentale Zubehör so weit, dass es unmöglich ist, sie zu übertreffen. Statt eines jeden Augenspiegels ist nämlich nichts mehr nöthig als eine kleine Convexlinse, wie sie zu den gewöhnlichen Loupen gebraucht wird. Ihr Gebrauch erfordert 828
etwas mehr Geschicklichkeit und Uebung von Seiten des Beobachters, als der des zusammengesetzten Instrumentes von Ruete, aber ich glaube nicht, dass sie in ihren Leistungen

wesentlich hinter diesem zurückbleibt. Ich halte es deshalb nicht für überflüssig Theorie und praktische Anwendung dieser Linse zu erörtern, und werde nachher die Leistungen der vereinfachten und ursprünglichen Methode von Ruete mit denen meines Augenspiegels vergleichen.

Um das Verhältniss beider Instrumente zu einander klar zu machen, muss ich auf die Theorie des Augenleuchtens eingehen, und rufe zunächst folgende Sätze zurück, welche ich in meiner „Beschreibung eines Augenspiegels" nachgewiesen habe. Wenn das Auge einen leuchtenden Körper deutlich sieht, d. h. wenn es alle Strahlen, welche von einem jeden leuchtenden Punkte desselben ausgehen, auch auf einen einzigen Punkt der Netzhaut concentrirt: so geht alles Licht, welches hier zurückgeworfen wird und aus der Pupille wieder heraustritt, auf denselben Wegen, auf denen es gekommen ist, nach dem leuchtenden Körper zurück. Es sei in Fig. 25 A ein leuchtender Punkt,

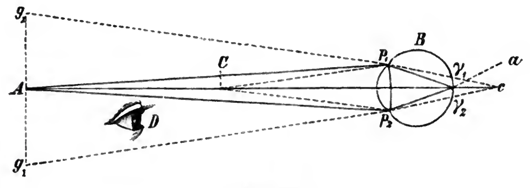


Fig. 25.

B der Durchschnitt eines Auges, welches für die Entfernung AB accommodirt sei und ein genaues Bild von A auf seiner Netzhaut in a entwerfe. Dann vereinigen sich alle Strahlen des einfallenden Strahlenkegels $A p_1 p_2$ innerhalb des Auges im Punkte a. Die Theile des einfallenden Lichtes, welche hier von der Netzhaut und ihren Gefässen zurückgeworfen werden, gehen zunächst nach der Pupille und indem sie, immer genau den Richtungen der einfallenden Strahlen folgend, auch genau dieselben Brechungen erleiden, zuletzt zu dem leuchtenden Punkte A zurück.

Während daher die Augenmedien von dem leuchtenden

Punkte A ein Bild in a entwerfen, müssen sie auch umgekehrt von dem erhellten Punkte der Retina a ein äusseres Bild in A entwerfen. Unter diesen Umständen kann ein zweites Auge D, welches neben dem leuchtenden Punkte A vorbei nach B hinblickt, von dem rückkehrenden Lichte nichts auffangen und es muss ihm die Pupille von B dunkel erscheinen. Anders verhält es sich, wenn das Auge B für die Entfernung des leuchtenden Punktes nicht richtig accommodirt ist. Seine Sehweite bleibe wie vorher gleich der Entfernung AB, und der leuchtende Punkt rücke von A nach C. Jetzt werden die Augenmedien nicht mehr auf der Retina in a ein Bild von 829
C entwerfen können, sondern der Ort des Bildes wird hinter die Retina, etwa nach c fallen.

Der Gang der Lichtstrahlen für diesen Fall ist in der Fig. 1 durch gestrichelte Linien bezeichnet. Man sieht, dass sie die Retina nicht mehr in einem Punkte, sondern in einem Zerstreuungskreise von dem Durchmesser $\gamma_1 \gamma_2$ treffen. Wo wird jetzt das Bild der erleuchteten Theile der Netzhaut liegen? Natürlich, da die Accommodation des Auges unverändert geblieben sein soll, an derselben Stelle, wo es im ersten Falle lag, nämlich an der Stelle von A. Nur wird jetzt hier nicht mehr das Bild eines einzelnen hellen Punktes der Netzhaut, sondern das eines hellen Kreises entworfen, welches also selbst nicht mehr als Punkt, sondern als Kreis von dem Durchmesser $g_1 g_2$ erscheint. In der Figur ist g_1 der Bildpunkt von γ_1 und g_2 der Bildpunkt von γ_2. Das Licht, welches von der Netzhaut zurückgeworfen wird, geht also nicht, wie im vorigen Falle, nach dem leuchtenden Punkte zurück, um sich in diesem wieder zu vereinigen, sondern verbreitet sich jetzt in dem kegelförmigen Raume $g_1 g_2 p_1 p_2$, und es wird ein Theil desselben von dem Auge D aufgefangen werden können.

Die Pupille des Auges B, aus der dieses Licht herkommt, erscheint dem Beobachter alsdann leuchtend, während er die erhellten Theile der Netzhaut selbst nicht unterscheiden kann. Denn das optische Bild $g_2 g_1$, welches die brechenden Medien des Auges B von ihrer Netzhaut entwerfen, liegt in der Regel nicht in den Grenzen des deutlichen Sehens für D. Auf

diesen Umständen beruht die Methode von Brücke, das Augenleuchten zu beobachten.

Um es ungehinderter sehen zu können, schiebt man noch einen Schirm zwischen D und C ein, welcher das direct von C kommende Licht vom Beobachter abhält.

Das Leuchten ist desto stärker, je weniger die Accommodation des beobachteten Auges für die Entfernung des leuchtenden Punktes passt. Auf den von der Sehaxe entfernteren Theilen der Netzhaut scheint niemals ein genaues Bild entworfen zu werden, sodass man das Leuchten auch dann stets beobachtet, wenn das beobachtete Auge nicht direct nach der Flamme hinsieht. Geschieht dies aber und ist das Auge für die Entfernung der Flamme richtig accommodirt, so verschwindet das Leuchten. Unabhängig vom Stande der Accommodation kann man aber auch bei der Entwerfung genauer Bilder das Augenleuchten mittels des Hülfsmittels, welches v. Erlach gefunden
830 hat, sehen, indem man zur Beleuchtung nicht eine wirkliche Flamme, sondern das von einer durchsichtigen Glasplatte entworfene Spiegelbild einer solchen anwendet. Dann kann der Beobachter durch die Glasplatte genau in der Richtung des einfallenden Lichtes in das beobachtete Auge sehen und das aus diesem zurückkehrende Licht in sein Auge auffangen. Meinen Augenspiegel habe ich auf diese Erlach'sche Methode der Beleuchtung gegründet, während dem von Ruete die Brücke'sche zu Grunde liegt, denn Ruete sieht durch die Oeffnung eines in der Mitte durchbohrten Hohlspiegels nach dem beobachteten Auge hin, und wenn auch die ganze Spiegelfläche Licht dahin sendet, so fällt doch gerade von der Stelle, wo das Auge des Beobachters steht und in der Richtung, in der dieses hineinsieht, kein Licht hinein. Es ist also derselbe Fall, als wenn der Beobachter neben dem leuchtenden Körper vorbeisieht.

Das Augenleuchten nach Brücke's Methode ist um so stärker, je weniger die Accommodation des beobachteten Auges für die Entfernung des leuchtenden Körpers passt. Die Veränderungen im brechenden Apparat des Auges, welche den grössten willkürlich auszuführenden Schwankungen der Sehweite entsprechen, sind aber nicht sehr bedeutend, die Zerstreuungs-

kreise, welche bei unpassender Accommodation entstehen, daher von geringer Grösse und das Brücke'sche Leuchten schwach. Aber man kann die Sehweite des beobachteten Auges künstlich in sehr beträchtlichem Grade verändern, wenn man ihm ein scharfes Convex- oder Concavglas vorsetzt. Ebenso wie man ein weitsichtiges Auge durch ein vorgesetztes Convexglas ein kurzsichtiges durch ein Concavglas normalsichtig macht, wird ein normalsichtiges durch ein vorgesetztes Concavglas, einem weitsichtigen ähnlich, durch ein Convexglas einem kurzsichtigen. Wenn man eine Sammellinse von $1^1/_2$ Zoll Brennweite vor das Auge hält, so kann man nur solche Gegenstände noch deutlich sehen, welche nahehin $1^1/_2$ Zoll hinter der Linse liegen, alle entfernteren entwerfen Bilder mit so grossen Zerstreuungskreisen auf der Retina, wie es sonst bei den grössten Veränderungen der Sehweite nie geschehen kann. Das ist aber ausserordentlich vortheilhaft, wenn in diesem Auge das Brücke'che Leuchten beobachtet werden soll, und in der That sieht es der Beobachter in dem mit der Linse versehenen Auge viel stärker erscheinen als ohne Linse. Dasselbe ist der Fall, wenn man eine Concavlinse von kleiner Brennweite vor das beobachtete Auge bringt, auch diese macht die Bilder auf 831
seiner Retina sehr undeutlich und verstärkt das Leuchten.

Durch diese geringe Modification des Brücke'schen Versuches kann eine ganz ausreichende Beleuchtung des Augenhintergrundes für den Beobachter hervorgebracht werden. Jetzt fragt sich noch, wo ist bei dieser Anordnung das Bild zu suchen, welches die Augenmedien von der erleuchteten Stelle der Netzhaut entwerfen. Fig. 26 stelle das Auge des Beobachters *D*, des Beobachteten *B*, die Flamme einer Kerze *A* im horizontalen Durchschnitte dar. *S* ist ein Schirm, welcher das Licht von *A* vom Auge des Beobachters abhält; letzteres sieht dicht neben dem Schirm und der Flamme *A* vorbei und durch die Convexlinse *L* hindurch nach der Pupille des beobachteten Auges *B* und erblickt diese stark leuchtend. Das Auge *B* kann, so lange die Linse vor ihm steht, kein deutliches Bild von dem Lichte *A* auf seiner Retina entwerfen sondern es bildet sich ein helles Zerstreuungsfeld, dessen Durchmesser $\gamma_1\ \gamma_2$ sei. Der Einfachheit wegen nehmen wir

an, dieses Auge sei für weit entfernte Gegenstände accommodirt, sodass es parallel einfallende Strahlen auf seiner Retina in einem Punkte vereinigt und Strahlen, welche von einem Punkte der Retina ausgehen, parallel wieder austreten lässt. Sollte seine Accommodation auch in Wirklichkeit eine andere sein, so entsteht dadurch keine merkliche Veränderung in der Projection der Bilder.

Die Strahlen, welche von einem Punkte des erhellten Theiles der Retina kommen, treten also unter sich parallel aus dem Auge B aus, fallen auf die Linse L und werden von dieser in deren jenseits gelegenem, dem Auge D zugewendeten Brennpunkte wiederum vereinigt. Das Bild der Netzhaut wird daher in der Fläche $g_1 g_2$ entworfen, wenn bL die Brennweite der Linse L ist und wenn der Beobachter sein Auge D für

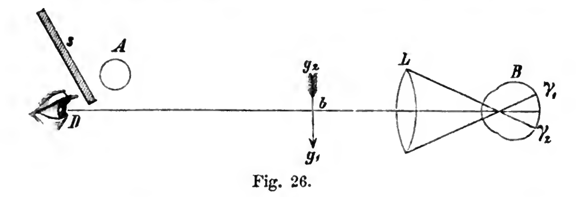


Fig. 26.

die Entfernung Db accommodirt, kann er hier in $g_1\, g_2$ ein deutliches und umgekehrtes Bild der Netzhaut erblicken. Diese interessante Anwendung der Linse L, welche gleichzeitig den betreffenden Theil der Netzhaut deutlich sichtbar macht und beleuchtet, ist ganz dieselbe wie in Ruete's Augenspiegel. Diejenigen meiner Leser, welche die Beschreibung dieses Instrumentes kennen, werden gleich übersehen, dass sich die beschriebene Anordnung des Versuches in Fig. 26 von dem optischen Theile jenes Augenspiegels, der in Fig. 27 schematisch dargestellt ist, nur dadurch unterscheidet, dass an Stelle des das Licht der Lampe A reflectirenden Spiegels $C\,C$, der bei Ruete
832 vor dem Auge des Beobachters D steht und durch dessen Oeffnung dieser blickt, hier die Lichtflamme selbst getreten ist. In theoretischer Beziehung ist dieser Unterschied unerheblich, in praktischer aber vereinfacht er das Verfahren ungemein.

Statt der Convexlinse L kann man auch eine Concavlinse von kleiner Brennweite vor das Auge B setzen. Die von einem Punkte der hellen Netzhautfläche $\gamma_1\,\gamma_2$ kommenden Strahlen, welche parallel aus dem Auge zur Linse treten, werden von dieser dann so gebrochen, als kämen sie aus deren hinterem, nach der Seite von B gelegenem Brennpunkte, und dem Auge D erscheint daher ein Bild der Retina aufrecht und hinter der Concavlinse gelegen, dessen Vergrösserung dem durch die Convexlinse erhaltenen gleich ist, wenn die Brennweiten beider Linsen gleich sind. Aber das Feld, welches man von der Netzhaut erblickt und welches bei diesen Versuchen durch die Iris des beobachteten Auges begrenzt wird, ist bei den Concavlinsen viel kleiner, sodass es sich als vortheilhafter zeigt, Convexlinsen anzuwenden.

Der Augenarzt, welcher den Hintergrund eines kranken Auges beobachten will, braucht also nichts weiter mit sich zu bringen als eine kleine Convexlinse von $1^1/_2$ bis 2 Zoll Brennweite und $^1/_2$ Zoll Durchmesser. Die Art ihrer Anwendung, wie ich sie am bequemsten gefunden habe, ist folgende. Arzt und Patient setzen sich in einem übrigens verdunkelten Zimmer neben einem Tische dicht vor einander hin, sodass ihre Gesichter etwa einen Fuss von einander entfernt sind und so, dass eine Ecke des Tisches zwischen beide hineinragt. Ich setze voraus, dass der Beobachter, wenn er mit einem Auge sehen will, das rechte dazu zu gebrauchen pflegt, wie es gewöhnlich der Fall ist; dann muss der Tisch zu seiner Linken stehen.

Der Arzt setzt eine Kerze, deren Flamme in der Höhe der beiderseitigen Augen steht, dicht vor sich auf die Tischecke, bringt mit der linken Hand zwischen die Flamme und sein Auge einen kleinen dunklen Schirm, wozu er ein Stückchen Pappe, ein kleines Buch, oder was sonst zur Hand ist, gebrauchen kann, und visirt nun mit seinem rechten Auge dicht neben dem Rande des Schirmes und dicht neben dem hellsten Theile der Flamme vorbei nach dem Auge des Kranken hin, dem er einen Gesichtspunkt hinter seinem Rücken in der dunklen Tiefe des Zimmers anweisen kann. Die Stellung der beiden Augen, des Schirmes und der Flamme ist wie in

Fig. 26. Er sieht bei diesem Visiren die Pupille des beobachteten Auges roth leuchten und zwar desto stärker, je näher
833 er am Rande der Flamme vorbeisieht. Wenn man nur diese Bedingung fortdauernd beachtet, wird es nicht schwer, das Leuchten wahrzunehmen. Bei blauen und kurzsichtigen Augen mit weiter Pupille ist es stärker als bei braunen und normalsichtigen, aber es lässt sich auch bei letzteren immer erkennen. Sobald der Arzt die günstigste Stellung seines Auges für die Beobachtung des Leuchtens gefunden hat, bringt er die Linse dicht vor das beobachtete Auge. Er fasst sie wohl am besten zwischen Daumen und Zeigefinger der rechten Hand, während er den kleinen Finger derselben auf das Gesicht des Kranken aufstützt. Indem man die Linse zunächst dicht vor das beobachtete Auge bringt, erleichtert man sich das Auffinden ihrer richtigen Stellung sehr.

Man erblickt nämlich Iris und Pupille dieses Auges in geringer Vergrösserung und übersieht deshalb durch das Glas hinreichend viel von den äusseren Theilen des Auges, um der Linse ohne Schwierigkeit ihre Stellung gerade vor der Pupille zu geben, welche jetzt stärker leuchtend erscheint. Das roth leuchtende, der Netzhaut angehörige Feld, welches man übersieht, ist zunächst klein, weil es durch den Rand der Pupille begrenzt ist und diese wenig vergrössert erscheint, so lange die Linse nahe vor dem Auge steht. Entfernt man letztere aber allmälig von dem Auge in solcher Richtung, dass die roth leuchtende Pupille fortdauernd die Mitte der Linse einnimmt, so erscheint sie und mit ihr das rothe Feld des Hintergrundes immer grösser und grösser, bis es sich zuletzt über die ganze Fläche der Linse ausbreitet.

Jetzt wird man meistens schon von selbst auf das Bild der Netzhautgefässe durch einzelne stärker markirte rothe Stämme aufmerksam.

Wenn man es nicht gleich sieht, so erinnere man sich, dass dieses Bild nicht in der Fläche des Glases, sondern je nach seiner Brennweite 1½ bis 2 Zoll vor ihm nach der Seite des Beobachters hin liegt und dass dieser sein Auge für eine kürzere Sehweite accommodiren muss, als die Entfernung der Linse beträgt, um es deutlich sehen zu können. Wenn stark gezeich-

nete Gefässstämme gerade vorliegen, gelingt es übrigens oft das Netzhautbildchen schon zu sehen, während man die Glaslinse noch dicht vor das beobachtete Auge hält und die Pupille in geringer Vergrösserung erscheint. Es ändert sich durch die verschiedene Entfernung der Linse vom Auge an dem Netzhautbildchen weiter nichts als der Umfang, den man davon übersieht. Seine Lage zur Glaslinse, Helligkeit, Vergrösserung bleiben dabei unverändert. Wenn die beiden Augen 12 Zoll 834
von einander entfernt sind, so hat der Beobachter das Netzhautbildchen in 8—9 Zoll Entfernung vor sich, also in bequemer Sehweite. Sollte er sehr kurz oder weitsichtig sein, wird er am besten thun, eine solche Brille aufzusetzen, wie er sie zum Lesen braucht.

Die Vergrösserung des Netzhautbildchen lässt sich theoretisch sehr leicht bestimmen; sie ist gleich der Brennweite der Glaslinse dividirt durch die Brennweite des Auges. Unter letzterer verstehe ich den Abstand des Kreuzungspunktes der Richtstrahlen von der Netzhaut, welcher ungefähr einen halben Zoll beträgt. Durch eine Linse von 1½ Zoll Brennweite bekommt man also eine dreimalige, durch eine von 2 Zoll eine viermalige Vergrösserung.[1]) Man sieht, wie es Ruete schon beschrieben hat, in einem gesunden Auge sehr leicht die Eintrittsstelle des Sehnerven als einen kleinen runden weissen Fleck, die Verästelungen der Centralgefässe, welche als feine dunkelrothe Linien auf dem hellrothen Grunde erscheinen. Den gelben Fleck wie Ruete zu sehen, ist mir nicht gelungen, weil das von der Hornhaut reflectirte Lichtbildchen sehr hell und durch die Glaslinse stark vergrössert in den Weg tritt, sobald man in der Richtung der Sehaxe in das beobachtete Auge zu blicken sucht. Das Hornhautbildchen ist bei der beschriebenen und ebenso bei Ruete's Methode sehr viel störender als bei meinem Augenspiegel. Letzterer schwächt es bedeutend durch die polarisirende Wirkung der spiegelnden Glasplatten, es erscheint als ein matter Schein, hinter welchem

1) Diese Angaben sind nicht identisch mit denen von Ruete. Ich habe die wirkliche Vergrösserung des gesehenen Bildes bestimmt, Ruete die scheinbare Vergrösserung, wie sie für die bestimmte Stellung des Auges in seinem Augenspiegel stattfindet.

man die Netzhaut noch sehr gut wahrnehmen kann. Durch die Convexlinse dagegen präsentirt es sich so glänzend und so breit, dass es die Beobachtung der hinterliegenden Partieen der Netzhaut vollständig verhindert.

Indessen verschwindet es aus dem Gesichtsfelde, sobald man schief gegen die Sehaxe in das Auge blickt, und die seitlichen
835 Partieen der Netzhaut erscheinen scharf und hell. Ausser dem Hornhautbildchen stören auch die Reflexe von den beiden Oberflächen der Glaslinse. Um sie möglichst unschädlich zu machen, wende man die Linse etwas schief gegen die Gesichtslinie und kehre ihre am stärksten gekrümmte Seite dem Beobachter zu. Bei dieser Stellung erscheinen die Lichtreflexe kleiner und rücken aus der Mittellinie weg. Die Helligkeit ist bei der eben beschriebenen Methode auf der dem Lichte zugekehrten Hälfte des Gesichtsfeldes etwas grösser als auf der anderen und übertrifft die meines Augenspiegels mit reflectirenden Glasplatten sehr merklich. Nach theoretischen Bestimmungen kann sie an den hellsten Stellen beinahe viermal so gross werden als die letztere. Es erscheint daher der Grund des Auges auch in einem viel helleren Roth. Dagegen erkennt man dessen ungeachtet im gesunden Auge wegen der geringen Vergrösserung eben nicht viele Einzelheiten. Die Hauptäste der Centralgefässe erscheinen so fein, dass man ihre arterielle oder venöse Beschaffenheit weder an der Farbe des Blutes noch an der Dicke ihrer Wandung unterscheiden kann. Auch kann kein begrenztes Bild der Flamme oder eines anderen äusseren Gegenstandes bei diesem Verfahren auf der Netzhaut des beobachteten Auges entworfen werden, und es wird deshalb kein solches dem Beobachter sichtbar.

Wir wollen nun zur Vergleichung des von uns beschriebenen vereinfachten Ruete'schen Verfahrens mit dem ursprünglichen übergehen. Die Anordnung des optischen Theiles von Ruete's Instrument ist in Fig. 27 abgegebildet. Die Flamme einer Lampe A steht neben dem beobachteten Auge B, ihr Licht fällt auf den Hohlspiegel CC, durch dessen durchbohrte Mitte das Auge des Beobachters D nach B hinsieht. Die Brennweite dieses Spiegels bestimmt Ruete auf 10 Zoll, während BD 12 Zoll beträgt. Der Spiegel entwirft alsdann

für das Auge *B* ein stark vergrössertes, nicht deutlich begrenztes Bild der Flamme, welches dieselbe Helligkeit darbietet wie die Flamme selbst und bei günstiger Anordnung den ganzen Spiegel zu bedecken scheint, sodass die ganze Spiegelfläche

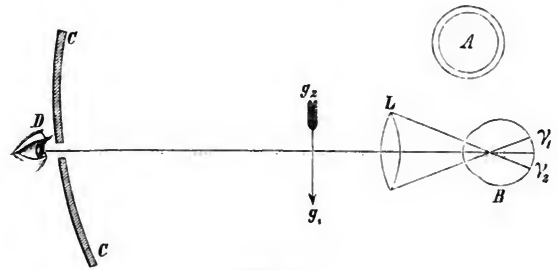


Fig. 27.

für das Auge *B* gleichsam eine neue Lichtquelle von der Intensität der Flamme wird. Die Linse *L* entwirft bei richtiger Stellung ein Bild der hellen Spiegelfläche mit ihrer mittleren dunklen Oeffnung, wie es in Fig. 28 abgebildet ist, auf der Oberfläche des in ihrem Brennpunkte stehenden Auges *B*. Der helle Kreis in der Figur ist das
helle Bild der runden Spiegel- 836
fläche, der schwarze mit *P* bezeichnete Fleck das Bild der Oeffnung in der Mitte des Spiegels. Wenn der Beobachter den Mittelpunkt der Linse in die gerade Verbindungslinie der beiden Augen gebracht hat, sodass er die Pupille des Auges *B* dadurch sieht, so fällt auch das von der Linse *L* entworfene Bild der Oeffnung des Spiegels auf die Pupille von *B*. Die Erscheinungen des Augenleuchtens und des Netzhautbildes sind dieselben wie in dem einfacheren Verfahren und erklären sich ebenso.

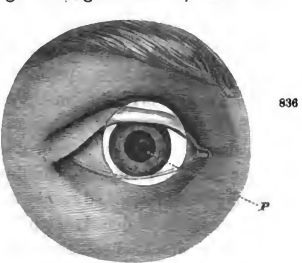


Fig. 28.

Ruete hat die betreffenden Theile des Apparates auf einem sehr zweckmässigen Gestelle befestigt und durch diese Nebeneinrichtungen überhaupt wohl die Beobachtung so bequem wie möglich gemacht. Nur will ich für diejenigen Aerzte und Physiologen, welche sich das Instrument zu einzelnen Versuchen provisorisch und möglichst billig zusammenstellen möchten, hier noch bemerken, dass der Hohlspiegel, so viel ich sehe, ohne Schaden durch einen gewöhnlichen ebenen Glasspiegel ersetzt werden kann, in dessen Quecksilberbelegung man ein Loch von der Grösse der Pupille für den Beobachter zum Hindurchsehen angebracht hat. Wenn man eine Lampenflamme von nicht zu kleinem Querdurchmesser anwendet, welche man dem schräg gegen die Verbindungslinie der Augen gestellten Planspiegel von der Seite her ganz nahe bringen kann, wird auch die Helligkeit der Beleuchtung dieselbe. Von dem Lichte, welches der Hohlspiegel sammelt, muss bei Ruete's Instrument das meiste verloren gehen. Die Linse L entwirft nämlich durch Concentration des vom Spiegel kommenden Lichtes auf der Oberfläche des Auges B ein Bild der hellen Spiegelfläche, welches nach den von Ruete angegebenen Dimensionen seines Instrumentes 5 Linien im Durchmesser haben muss.

Davon kann natürlich nur der kleinste Theil durch die viel engere Pupille hindurchtreten, das meiste wird von der Iris und Sclerotica abgefangen. Das Maximum der Helligkeit muss schon erreicht sein, wenn die Linse L von der leuchtenden Fläche (der gespiegelten Lampenflamme) ein Bild von der Breite der Pupille des beobachteten Auges entwirft, und das wird sich bei einer zollbreiten Flamme auch ohne Hohlspiegel erreichen lassen. Ja, es möchte die Zuleitung überflüssigen Lichtes durch den Hohlspiegel nicht einmal ganz unschädlich sein, da die Lichtreflexe an den beiden Oberflächen der Linse
837 und an der Hornhaut desto störender werden, je mehr Licht nach dem Auge hin geworfen wird.

Stellt man übrigens zwischen Flamme und Spiegel eine Sammellinse auf, so kann man die Flamme auch beliebig vergrössern. Linse und Spiegel zusammen vertreten dann die Stelle des Hohlspiegels, und man hat noch den Vortheil, dass auch die unbelegte Stelle des Spiegels genau in der Richtung der

Gesichtslinie des Beobachters Licht in das beobachtete Auge sendet.

Was zunächst das Verhältniss der Helligkeit zwischen Ruete's ursprünglichem und dem vereinfachten Verfahren betrifft, so können wir, ohne uns auf strengere theoretische Untersuchungen einzulassen, durch folgende Ueberlegung einsehen, dass die Helligkeit bei dem einfacheren Verfahren nicht viel geringer zu sein braucht; eine Thatsache, welche sich auch bei der Beobachtung bestätigt. Das beobachtete Auge empfängt das Licht zunächst von der Glaslinse her, diese erscheint ihm als eine stark leuchtende Kreisfläche. Auf seiner Retina wird ein Bild dieser Kreisfläche entworfen, und offenbar muss alles Licht, welches von der Linse in das Auge gelangt, sich in dem Umfange ihres kreisrunden Bildes vertheilen.

Gebrauchen wir nun in Ruete's Augenspiegel und bei dem einfacheren Verfahren eine Linse von derselben Grösse und Brennweite, so wird auch der Umfang ihres Bildes im beobachteten Auge derselbe sein, und da sich somit das einfallende Licht in beiden Fällen auf einen gleich grossen Raum vertheilt, wird die Helligkeit der Erleuchtung nur von der Quantität des einfallenden Lichtes abhängen. Die Linse L entwirft nun bei ihrer vortheilhaftesten Stellung auf der Oberfläche des Auges B ein Bild des beobachtenden Auges und der leuchtenden Fläche, entweder wie in Fig. 28 des Spiegels oder, beim einfacheren Verfahren, wie in Fig. 29 der Lichtflamme. In beiden Figuren bezeichnet p das Bild der Pupille des Beobachters, welches auf die Pupille des beobachteten Auges fallen muss, wenn der Beobachter soll hineinsehen können. Im günstigsten Falle wirkt der Hohlspiegel, als leuchtete seine ganze Fläche mit derselben Intensität, wie der hellste Theil der Lichtflamme, die Linse wird also von ihm wie in Fig. 28 ein viel grösseres, aber kein helleres Bild entwerfen als von

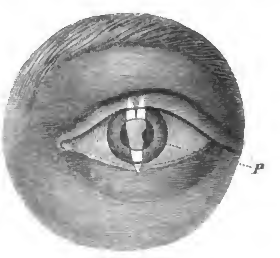


Fig. 29.

der Flamme in Fig. 29. Aus dem Anblick beider Figuren ergiebt sich leicht, dass nur durch diejenigen Theile der Pupille, welche von dem hellen Theile des Bildes bedeckt werden, Licht in das Innere des Auges zur Erleuchtung der Netz-
833 haut fallen wird, und zwar in beiden Fällen wegen der gleichen Helligkeit der beiden Bilder durch gleich grosse Theile der Pupillenfläche gleich viel. Wenn aber das Lichtbild auf dem Auge die Lage hat, welche in Fig. 29 gezeichnet ist, sieht man, dass auch hier fast die ganze Pupille mit Ausnahme eines ganz kleinen Kreisabschnittes Licht empfangen wird, dass also fast ebenso viel Licht bei dem einfacheren Verfahren in das Auge fallen und die helle Netzhautstelle fast ebenso stark beleuchten kann wie in Ruete's Augenspiegel.

Uebrigens vertheilt sich die Lichtmenge bei dem einfachen Verfahren nicht ganz gleichmässig auf der Netzhaut. Die nach der Seite des Lichtes gelegenen hellen Theile derselben sind stärker, ebenso stark wie in Ruete's Augenspiegel beleuchtet, die anderen ein wenig schwächer. Im Ganzen zeigt sich bei vergleichenden Versuchen der Unterschied in der Beleuchtung so gering, dass ich sehr zweifle, ob dadurch irgend ein Nachtheil bei der praktischen Anwendung entstehen wird.

Der zweite wesentliche Punkt der Vergleichung ist die Leichtigkeit, mit welcher man bei den beiden Verfahrungsweisen die richtige Stellung des Instrumentes findet. Ruete's Spiegel möchte in Bezug auf Bequemlichkeit nichts zu wünschen übrig lassen, namentlich, wenn man einen intelligenten Gehülfen hat, welcher den Kopf des Kranken fixirt und in die erforderliche Stellung bringt. Ruete giebt in seiner Schrift Nichts darüber an, wie er den Kopf des Kranken fixirt habe. Ich hatte anfänglich den optischen Theil meines Augenspiegels auf einem feststehenden Gestelle befestigt, gab es aber auf, weil selbst geschickte und einsichtige Personen, welche sich zur Beobachtung hergaben, nicht im Stande waren, den Kopf genügend lange in unveränderter Stellung zu erhalten. Bei Ruete's Augenspiegel bietet sich aber ein bequemes Mittel dar, durch einen Gehülfen den Kopf des Kranken richten zu lassen. Dieser muss nur auf das von der Linse auf dem beobachteten Auge entworfene Bild des Spiegels mit der mitt-

leren dunklen Oeffnung achten und sorgen, dass dieser dunkle Fleck auf die Pupille fällt, dann wird auch der Beobachter ohne Weiteres die Netzhaut vor sich sehen.

Bei dem Gebrauche einer einfachen Convexlinse hat es der Beobachter allerdings nicht ganz so leicht, sondern er muss fortdauernd auf die richtige Stellung der Linse und seines Auges achten, und ich muss gestehen, dass ich bei den ersten Probeversuchen damit, als ich die oben beschriebene Methode, der Linse die richtige Stellung zu geben, noch nicht gefunden 839
hatte, nur nach vielem Herumtappen mit dem Versuche zu Stande kam und ihn ohne die theoretische Ueberzeugung von seiner Ausführbarkeit bald aufgegeben haben würde. Seitdem ich aber die oben beschriebenen Regeln zur Orientirung der Linse benütze, gelingt es mir mit der grössten Sicherheit und Leichtigkeit jedes Mal augenblicklich, und ich bitte diejenigen meiner Leser, welche den Versuch nachmachen wollen, nur alle dort gegebenen Regeln sorgsam zu beachten, dann glaube ich ihnen auch Gelingen versprechen zu können.

Namentlich achte der Beobachter darauf, stets ganz dicht am Rande des Lichtes vorbeizusehen, und wenn er die Linse vom Auge allmählich entfernt, die Pupille stets in ihrer Mitte zu behalten. Auch lasse er das kranke Auge nicht in den hellen Kreis der Linse hinein, sondern ein wenig seitwärts sehen; er würde im ersteren Falle durch das Hornhautbildchen an der Beobachtung gehindert werden.

Eine andere Schwierigkeit, welche aber ganz in demselben Grade bei Ruete's zusammengesetztem Augenspiegel besteht, ist die, dass das sichtbare Netzhautbildchen nicht in der Ebene der Linse, sondern vor derselben liegt und es einem Beobachter, der nicht an willkürliche Aenderung der Sehweite gewöhnt ist, oder es durch einen glücklichen Blick erhascht, vielleicht nicht gelingt die Gefässe der Netzhaut zu sehen, während er doch die rothe Beleuchtung derselben ganz gut erkennt. Erschwert wird die Ausführung der richtigen Accommodation noch dadurch, dass das Netzhautbildchen, wenn nicht gerade die Eintrittsstelle des Sehnerven darin enthalten ist, keine auffallenden Lichtcontraste darbietet, sondern schwach in dunkelrothen Linien auf hellrothem Grunde gezeichnet erscheint,

während die Linse mit den grellen Lichtreflexen ihrer beiden Oberflächen den Blick unwillkürlich auf sich zieht. Einem Beobachter, dem es gar nicht gelingen sollte, die richtige Accommodation zu finden, würde ich rathen, die Beobachtungen mit einem schärferen Convexglase anzufangen, weil diesem das Netzhautbildchen näher liegt und letzteres daher schon bei einer geringeren Veränderung der Sehweite aufgefunden werden kann. Oder der Beobachter übe sich in der Beobachtung ähnlicher Bilder, welche solche Convexlinsen von anderen entfernten Gegenständen des Zimmers entwerfen und welche leicht zu sehen sind, wenn man die Linsen aus 8—12 Zoll Entfernung be-
840 trachtet. Bei einiger Aufmerksamkeit wird er sehen, dass auch diese Bilder nicht in der Ebene der Linse liegen, und wird lernen, mit seinem Blicke von der Linse auf das Bild und zurück zu gehen.

Obgleich daher der Augenspiegel von Ruete für Augenkliniken und für das Consultationszimmer des Augenarztes die bequemste Form sein möchte, um die Arten der Beobachtung anzustellen, welche er zulässt: so glaube ich doch, empfiehlt sich die Anwendung einer einfachen Convexlinse, welche bei einiger Uebung des Beobachters wohl kaum weniger leisten wird als jenes complicirte Instrument, durch ihre grosse Einfachheit, Billigkeit, die Möglichkeit, sie in jedem Augenblicke bei sich zu tragen und zu gebrauchen, hinreichend, um die Augenärzte zu Versuchen damit aufzufordern, und vielleicht sind es gerade diese Umstände, welche eine ausgedehntere Ausführung von Netzhautuntersuchungen durch eine möglichst grosse Zahl von Augenärzten möglich machen.

Ich knüpfe hier endlich noch eine Vergleichung des Instrumentes von Ruete mit meinem Augenspiegel an.

Die wesentlichen Unterschiede beider Methoden sind, dass sowohl die ursprüngliche als die vereinfachte von Ruete ein grösseres Gesichtsfeld bei geringerer Vergrösserung und eine grössere Helligkeit gewähren. Das grössere Gesichtsfeld wird bei Krankheitszuständen die Untersuchung sehr erleichtern, und ebenso hat Ruete gewiss Recht, wenn er die geringere Vergrösserung in einer grossen Zahl von Fällen für ausreichend erklärt.

Ich halte deshalb die Erfindung seines Instrumentes für einen wesentlichen Fortschritt in der Untersuchung des Augenhintergrundes. In welchen Fällen von pathologischen Veränderungen der Retina die stärkere Vergrösserung nothwendig werden wird, in welchen die schwächere ausreicht, darüber kann natürlich nur die Erfahrung der Augenärzte entscheiden. Ich will hier nur noch darauf aufmerksam machen, dass die in physiologischer Beziehung wichtigen Beobachtungen über die Gestalt und Genauigkeit der Netzhautbilder, ihre Veränderung bei der Accommodation und über die durchscheinende Beschaffenheit der Sehnervenmasse nach Ruete's Methode nicht ausgeführt werden können, und dass man dabei auch nicht die arteriellen von den venösen Gefässstämmen unterscheidet, was in einzelnen Fällen von Wichtigkeit sein kann und durch meinen Augenspiegel unterschieden wird.

Die Helligkeit ist in Ruete's Spiegel nahehin 4 Mal grösser als in meinem. Denn bei diesem geht die Hälfte des 841
einfallenden Lichtes bei der Spiegelung an den unbelegten Glasplatten verloren, die Netzhaut wird also nur halb so stark beleuchtet, und von dem zurückkehrenden Lichte geht wiederum die Hälfte verloren, wenn es durch die Glasplatten hindurchtritt. Ich habe mich bei der Construction meines Instrumentes nicht bemüht, eine stärkere Beleuchtung zu erzeugen, weil diese für die Beobachtung der Netzhaut normaler Augen genügt und weil eine stärkere nicht ohne Belästigung ertragen wird. In der That ertragen gesunde Augen fast beliebig lange die Untersuchung mit meinem Augenspiegel, ja selbst gereizte und empfindliche Augen habe ich untersucht, ohne dass die Kranken sich geblendet fühlten oder über üble Folgen zu klagen gehabt hätten. Das ist aber bei Ruete's Methode anders. Der Grad der Blendung hängt nicht nur von der Intensität des einfallenden Lichtes ab, sondern auch von der Ausdehnung des beleuchtenden Netzhautfeldes, oder, was damit gleich ist, von der scheinbaren Grösse der leuchtenden Fläche. Ausserdem ist zu bemerken, dass die Stelle des directen Sehens sehr viel empfindlicher ist als die Seitentheile der Netzhaut. Bei Ruete's Methode wird nun ein sehr viel grösseres Feld der Netzhaut mit doppelt so hellem Lichte erleuchtet als bei meinem Spiegel, und selbst

wenn man den Beobachteten nicht, wie es Ruete vorschreibt, direct in den hellen Lichtkreis hinein, sondern seitwärts vorbei blicken lässt, erträgt ein gesundes Auge die Beobachtung nur wenige Minuten, ohne Thränenfluss und lang anhaltende Nachbilder zu bekommen. Die Untersuchung empfindlicher Augen verwirft deshalb Ruete ganz und gar, während ein geübter Beobachter, der schnell mit der Untersuchung zu Stande kommt, meinen Augenspiegel, natürlich mit der nöthigen Rücksicht auf den Kranken, dazu wohl anwenden kann. Dem beobachteten Auge erscheint dabei in den spiegelnden Gläsern das Bild der Flamme unvergrössert und in halber Lichtstärke; es blickt aber nicht direct nach diesem Flammenbilde hin, sondern seitwärts. Ein Auge, welches z. B. ein neben die Lampenflamme gehaltenes Buch ohne geblendet zu werden betrachten kann, kann auch ohne Bedenken mit dem Augenspiegel untersucht werden. Bei Ruete's Verfahren erscheint dagegen die Glaslinse dem beobachteten Auge als ein grosser feuriger Kreis, dessen Lichtintensität der der Flamme fast gleich ist, dessen Durchmesser etwa die Hälfte von dem Durchmesser des ganzen Gesichtsfeldes beträgt.

842 Bei blinden Augen oder solchen mit stark getrübten Medien ist man natürlich in der Anwendung grösserer Lichtmengen unbeschränkt; bei ersteren würde auch mein Augenspiegel jeden nöthigen Grad der Helligkeit geben können, wenn man mit Hülfe von Sonnenlicht beobachtete.

Zu bemerken ist übrigens noch, dass Ruete's Augenspiegel das Licht am meisten in der Pupille concentrirt und nach der Netzhaut hin sich wieder ausbreiten lässt, während der meinige es an letzterer am meisten concentrirt. Darin ist der eigenthümliche Vortheil für die Diagnose anfangender Trübungen der Linse begründet, welchen Ruete an seinem Instrumente rühmt.

Dies sind die wesentlicheren Punkte der Vergleichung. Von Nebenpunkten wäre noch zu erwähnen die grössere Bequemlichkeit der Beobachtung für den Ungeübten auf Seiten von Ruete's Instrument. Dagegen ist das Bild meines Spiegels freier von störenden Nebenerscheinungen.

Der Hornhautreflex erscheint als ein blasser Lichtnebel,

während er bei Ruete ein sehr helles grosses Bild der leuchtenden Fläche darstellt und ausserdem noch die Lichtreflexe der beiden Glasflächen hinzukommen.

Uebrigens will ich bei dieser Gelegenheit noch auf eine sehr vortheilhafte Verbesserung meines Augenspiegels aufmerksam machen, welche mir von dem hiesigen Mechanikus Herrn E. Rekoss vorgeschlagen wurde und von demselben auch an einer Anzahl von Instrumenten ausgeführt ist. Der Wechsel der verschiedenen Concavgläser, welche zu meinem Instrumente gehören, war bei solchen Augen, wo man sich das passende Glas erst suchen musste, lästig und erschwerte die Beobachtung. Herr Rekoss hat jetzt diese Gläser in zwei drehbare Scheiben eingesetzt, welche an dem Gestelle des Instrumentes so befestigt sind, dass beim Drehen derselben die verschiedenen Gläser, welche sie enthalten, nach einander vor das Auge treten. Jede Scheibe enthält ein freies Loch und vier Concavgläser, die eine No. 6—9, die andere No. 10—13 der Brillengläser, sodass man ein jedes dieser Gläser einzeln oder gleichzeitig eines von den niederen und eines von den höheren Nummern vor das Auge bringen kann. Die Gläser lassen sich während der Beobachtung leicht vertauschen, ohne dass man den Augenspiegel aus seiner Stellung zu bringen braucht. Man dreht die betreffende Scheibe mittels des Zeigefingers der Hand, in welcher man das Instrument hält, indem man diesen Finger an 843
dem Rande der Scheibe anlegt.

Kleine Federchen, welche in Vertiefungen am Rande der Scheiben einspringen, markiren während der Drehung jedes Mal diejenigen Stellungen der Scheibe, wo ein Concavglas gerade vor die Oeffnung des Spiegels getreten ist, und befestigen es ein wenig in dieser Stellung. Der Gebrauch des Augenspiegels hat dadurch ausserordentlich an Bequemlichkeit gewonnen, und ich hoffe, dass namentlich kurzsichtige Beobachter, denen seine Anwendung gewöhnlich schwer wird, die Schwierigkeiten, welche ihnen bisher entgegentraten, durch die neue Form beseitigt finden werden.

LX.

Ueber eine bisher unbekannte Veränderung am menschlichen Auge bei veränderter Accommodation.

Vorläufiger Bericht aus den Monatsberichten der Akademie der Wissenschaften zu Berlin. 3. Februar 1853. S. 137—139.

---

137 Ich erlaube mir im Folgenden der Akademie vorläufig die Resultate von Beobachtungen mitzutheilen, welche ich über eine neue, auf die Accommodation bezügliche Veränderung am menschlichen Auge angestellt habe, und welche ich nach der Vollendung geeigneterer Messinstrumente noch zu vervollständigen hoffe.

Die Veränderungen, welche man bisher am Auge bei seiner Einrichtung für kurze Sehweiten wahrgenommen hat, sind die, dass sich die Pupille verengt und dass der mittlere Theil der Iris nach vorn gedrängt wird. Ersteres ist allgemein bekannt, letzteres wurde zuerst von Huschke behauptet, von vielen anderen Beobachtern geleugnet.

Ich bin im Stande gewesen, mich von der Richtigkeit von Huschke's Behauptung auch am menschlichen Auge zu über-
137 zeugen und sogar die Grösse der Verschiebung des Pupillarrandes annähernd zu messen. Man stelle sich für diese Beobachtung so seitlich gegen das zu beobachtende Auge, dass die Pupille theilweise hinter dem Rande der Sclerotica zu verschwinden anfange, und lasse dann bei unveränderter Richtung der Sehaxe für die Nähe accommodiren; man wird die ganze Pupille, welche sich gleichzeitig verengt, hervortreten und sich der concaven Fläche der Hornhaut nähern sehen. Wird dagegen ohne Veränderung der Accommodation eine Contraction der

Pupille durch stärkeres Licht hervorgerufen, so verschiebt sich die Iris nicht nach vorn. Die Grösse der scheinbaren Verschiebung wurde gemessen, und indem ich durch Rechnung den Einfluss, welchen die Brechung in der Hornhaut ausübt in Abzug brachte, fand ich die wirkliche Verschiebung des Pupillarrandes nach vorn etwas kleiner als $^1/_3$ mm. Da nun bei verengter Pupille deren Rand der vorderen Linsenfläche immer unmittelbar anzuliegen pflegt, so giebt die Verschiebung des Pupillarrandes auch das Maass für die Verschiebung des vordersten Punktes der Linse.

Ich habe eine andere gleichzeitig sichtbare Veränderung am Auge entdeckt. Dieses Organ zeigt bekanntlich in einem dunklen Raume, in welchem sich eine Lichtflamme befindet, drei Spiegelbilder derselben.

Das erste, hellste gehört der Hornhaut an, und ist wie das zweite aufrecht. Das zweite ist das grösste, aber auch lichtschwächste, und wird von der vorderen Fläche der Linse entworfen, das dritte kleinste verkehrte von deren hinterer Fläche.

Das erste und dritte Bild verändern weder ihre Grösse noch ihre Stellung merklich bei veränderter Accommodation des Auges, wohl aber das zweite, indem es bei möglichster Verringerung der Sehweite fast halb so klein wird, als es beim Sehen in die Ferne ist. Am leichtesten sichtbar ist die Veränderung, wenn man zwei senkrecht über einander liegende Lichtpunkte spiegeln lässt; dann nähern und entfernen sich ihre beiden von der Vorderfläche der Linse entworfenen Spiegelbilder sehr beträchtlich bei veränderter Accommodation.

Die Annahme, dass die ganze Linse sich beim Sehen in die Nähe nach vorn verschiebe, ist nicht genügend diese Beobachtungen zu erklären. Es würde dabei allerdings ebenfalls eine scheinbare Verkleinerung des erwähnten Spiegelbildes ein- 139
treten müssen wegen veränderter Brechung des Lichtes in der Hornhaut, aber die Rechnung ergiebt, dass sie unverhältnissmässig kleiner als die beobachtete sein würde. Bei einer solchen Verschiebung der Linse, wie sie an ihrer Vorderfläche beobachtet werden konnte, von $^1/_3$ mm, würde das Spiegelbild sich höchstens um $^1/_{27}$ seiner Grösse verkleinern, während es

in der That fast um die Hälfte kleiner wird. Auch würde in diesem Falle ein seitlich stehender Beobachter das Spiegelbild der hinteren Fläche in dem Maasse vorrücken sehen, wie diese Fläche selbst vorrückt. Doch war hiervon durch die von mir zur Messung gebrauchten Apparate, welche eine ausreichende Genauigkeit für eine solche Beobachtung besassen, nichts wahrzunehmen.

Ich halte es deshalb für wahrscheinlich, dass die Linse ihre Gestalt ändert und beim Sehen in die Nähe nach vorn convexer wird. Man kann den Krümmungsradius der vorderen Linsenfläche aus der scheinbaren Entfernung der Spiegelbilder ebenso berechnen, wie Senff den der Hornhaut in ähnlicher Weise bestimmt hat; natürlich muss man dabei die Brechung in der Hornhaut in Rechnung ziehen; er findet sich beim Sehen in die Ferne ungefähr ebenso gross, wie er an den Linsen von hinreichend frischen todten Augen von Krause und mir gefunden wurde, d. h. zwischen 10 und 11 mm; beim Sehen in die Nähe ist er fast nur halb so gross.

Reizung mit elektrischen Inductionsströmen brachte keine Gestaltveränderungen an frisch ausgeschnittenen Linsen von Thieren hervor. Dagegen sind frische Linsen elastisch; obgleich sie einer äusseren Kraft leicht nachgeben, nehmen sie doch ihre frühere Form nachher vollständig wieder an. Ein Druck gegen die Peripherie der Linse würde wohl eine solche Veränderung ihrer Gestalt bedingen können, wie sie sich in den obigen Beobachtungen zeigt.

Die Grösse der Brennweite der Hornhaut, welche bei den angegebenen Rechnungen angenommen wurde, beruht auf eigenen Bestimmungen, wobei die Krümmung ihrer vorderen Fläche am unverletzten Auge, und die — übrigens sehr grosse — Brennweite des Hornhautknorpels unter Wasser an ausgeschnittenen Hornhäuten bestimmt wurde. Die Brennweite der Hornhaut im lebenden Auge beträgt danach zwischen 30 und 34 mm.

LXI.

Ueber die Accommodation des Auges.

Aus A. v. Gräfe's Archiv für Ophthalmologie. Bd. II. S. 1—74. 1856.

Ich hatte im Winter 1852 die Beobachtung gemacht, dass 1
das Spiegelbild, welches die vordere Fläche der Krystallinse entwirft, bei den Accommodationsveränderungen des Auges sich verändert, und darüber der Akademie der Wissenschaften zu Berlin eine Nachricht[1]) eingesandt, ehe ich wusste, dass schon vor mir Herr Dr. Cramer dieselbe Beobachtung gemacht und darüber eine Abhandlung der Societät der Wissenschaften zu Haarlem vorgelegt habe. Die Notizen, welche Cramer[2]) selbst und Donders[3]) darüber veröffentlicht hatten, waren mir leider entgangen, weil ich keine Gelegenheit gehabt hatte, die beiden holländischen Zeitschriften, in denen sie enthalten sind, einzusehen. Ebenso wenig kannte ich Max Langenbeck's[4]) schon 1849 gegebene, aber von den Physiologen bis dahin nicht beachtete Notiz über diesen Gegenstand. Dies möge mir zur Entschuldigung dafür gereichen, dass ich meine Beobachtung als neu betrachtete und in der ersten Veröffentlichung darüber Cramer's mir damals gänzlich unbekannte 2
Arbeit nicht erwähnte. Des letzteren Priorität in dieser Sache mir selbst gegenüber steht unzweifelhaft fest, was ich bereitwilligst anerkenne.

---

1) S. Monatsberichte der Berliner Akademie. 1853. Februar. S. 137.

2) Tydschrift der Maatschappy vor Geneeskunde. 1851. W. 11, bl. 115.

3) Nederlandsch Lancet. 2 Serie. W. 1. bl. 529. 1851—1852.

4) Klinische Beiträge. Göttingen 1849.

Ich hatte gleich, nachdem ich die genannte Beobachtung gemacht, einen Apparat zur genaueren Bestimmung der Formveränderungen des Auges bestellt. Als ich die Arbeit des Herrn Dr. Cramer durch die Güte des Herrn Professor Donders erhielt, überzeugte ich mich, dass das Räthsel der Accommodation, an welchem so viele Forscher ihren Scharfsinn vergebens geübt hatten, darin in der That der Hauptsache nach gelöst war, und von der beabsichtigten Untersuchung mir nicht viel mehr zu thun übrig blieb. Indessen waren doch einige Fragen noch unerledigt, namentlich über die Formveränderung der hinteren Linsenfläche. Der inzwischen fertig gewordene Apparat bot eine gute Gelegenheit dar, am lebenden Auge Grössenverhältnisse zu messen, deren bisher an todten Augen ausgeführte Messungen vielen Zweifeln Raum gaben, und so hielt ich es denn nicht für überflüssig, die Messungsreihen auszuführen, welche ich im Folgenden zu beschreiben, und deren Ergebnisse für die Theorie der Accommodation ich schliesslich zu erörtern gedenke.

Die bisher ausgeführten Messungen an menschlichen Augen ergeben schon, dass die individuellen Abweichungen ausserordentlich gross sind; dasselbe wird sich durch meine Untersuchungen bestätigt finden. Um zuverlässige Resultate zu bekommen, muss man daher, wo es irgend angeht, sämmtliche Elemente, die man für irgend eine Schlussfolgerung braucht, an einem und demselben Auge gemessen haben. Ich habe für drei Augen ein System solcher Messungen durchgeführt, wobei ich es zunächst für räthlich hielt, Personen von nahe gleichem Alter und Geschlecht zu wählen. Es wird übrigens bei ihrer Ausführung von dem Beobachteten ein ziemlicher
3 Grad von Geduld, Aufmerksamkeit und Intelligenz in Anspruch genommen. Die folgenden Messungen beziehen sich auf die rechten Augen dreier weiblicher Individuen im Alter von 25 bis 30 Jahren, welche ich einzeln mit den Buchstaben O. H., B. P. und J. H. bezeichnen werde. Alle drei hatten ein scharfes Gesichtsvermögen, O. H. war etwas kurzsichtig.

Aeussere Fläche der Hornhaut.

Um die Form der äusseren Hornhautfläche am lebenden Auge zu bestimmen, haben Senff[1]) und Kohlrausch[2]) einen Weg eingeschlagen, der sehr wohl geeignet ist, zum Ziele zu führen, und darauf beruht, dass eine convexe spiegelnde Fläche von den umgebenden Gegenständen desto kleinere Bilder liefert, je kleiner ihr Krümmungsradius ist. Somit kann man denn auch wiederum die Grösse der Bilder benutzen, um daraus den Krümmungsradius zu berechnen. Senff hat leider die Art, wie er die Grösse der Hornhautbildchen gemessen hat, nicht näher beschrieben. Es stellt sich der Ausführung dieser Versuche eine grosse Schwierigkeit dadurch entgegen, dass es unmöglich ist, das lebende Auge vollständig festzustellen. Scharf sind die Bilder eines Kugelspiegels, also auch der Hornhaut, nur dann, wenn alle Strahlen nahe senkrecht auf die spiegelnde Fläche fallen. Daraus ergiebt sich, dass man zum Zwecke dieser Messungen nur Bilder gebrauchen kann, welche beträchtlich kleiner sind als der Hornhautradius. Sie dürfen etwa nur $^1/_4$ der Grösse des letzteren haben. Jeder Fehler in der Messung der Bilder wird daher bei der Berechnung des Hornhautradius mit 4 multiplicirt werden. Man muss deshalb die Bilder bis auf den hundertsten Theil eines 4
Millimeters sicher zu bestimmen suchen, wenn man den etwa 8 mm betragenden Hornhautradius bis auf $^1/_{200}$ seiner Grösse richtig berechnen will. Natürlich giebt es keine Befestigungsweise des Kopfes eines lebenden Menschen, bei welcher nicht Verschiebungen von $^1/_{100}$ mm vorkommen könnten. Wollte man also irgend ein Messinstrument anwenden, wobei erst der Theilstrich einer Scale zu bestimmen ist, dem die eine Grenze des Hornhautbildchens entspricht, und dann der für die andere Grenze, so würden inzwischen Verschiebungen des Kopfes nicht zu verhindern sein, die die Genauigkeit der Messung erheblich beschränken würden.

Es kommt also darauf an das bewegliche Hornhautbildchen genau zu messen, während es sich bewegt. Ich habe zu dem Ende ein ähnliches Instrument construiren lassen, wie die Astronomen im

1) R. Wagner's Handwörterbuch der Physiologie. Bd. III. S. 290.
2) Isis 1840. S. 886.

Heliometer besitzen, mit dem sie kleine Distanzen der in steter Bewegung begriffenen Sterne sehr genau zu messen im Stande sind.

Die Wirkung des Instrumentes, welches wir im Folgenden Ophthalmometer nennen wollen, beruht darauf, dass wir Gegenstände, welche wir durch eine schräg gegen die Gesichtslinie gehaltene Glasplatte mit vollkommen ebenen und parallelen Flächen betrachten, etwas seitlich verschoben erblicken, und dass diese Verschiebung desto grösser ist, je grösser der Einfallswinkel der Lichtstrahlen gegen die Platte. In Fig. 6 sei A ein Fernrohr, vor dessen Objectivglase und schräg gegen seine Axe die beiden planparallelen Glasplatten $a_1 b_1$ und $a_2 b_2$
5 so stehen, dass die dem Beschauer abgewendete Hälfte des Objectivglases ihr Licht durch die Platte $a_2 b_2$, die zugewendete durch die Platte $a_1 b_1$ empfängt. Das Fernrohr sei auf das Object cd eingestellt, dann erscheint ihm durch die Platte

Fig. 6.

$a_1 b_1$ das Bild nicht in cd, sondern in $c_1 d_1$, und durch die Platte $a_2 b_2$ in $c_2 d_2$. Beide Bilder erscheinen gleichzeitig in dem Gesichtsfelde des Fernrohrs neben einander.

Wenn man nun die Glasplatten so weit dreht, dass das Ende d_1 des ersten mit dem Ende c_2 des zweiten Bildes zusammenfällt, und man die Winkel kennt, um welche die Glasplatten gedreht sind, so lässt sich, wie später gezeigt werden wird, daraus die Länge cd berechnen, ohne dass man dazu die Entfernung von A und cd zu kennen braucht. Die Einstellung der betreffenden Ränder der Doppelbilder kann sehr scharf geschehen, selbst wenn sich das Gesichtsobject ein wenig bewegt, da die beiden Bilder $c_1 d_1$ und $c_2 d_2$ sich immer genau in derselben Weise mitbewegen und ihre Berührung dabei nicht gestört wird. Hat man weit abstehende Gegenstände zu beobachten, so braucht man die Winkel zwischen den beiden Glasplatten und der Gesichtslinie nicht gleich zu machen, man kann sogar eine von den Platten ganz weglassen. Wenn man aber verhältnissmässig nahe Gegenstände beobachten

will, wie es meist der Fall sein wird, müssen beide Platten gleich dick sein und nach entgegengesetzten Seiten hin denselben Winkel mit der Gesichtslinie bilden. Die Platten verschieben nämlich das Bild des gesehenen Gegenstandes nicht nur nach der Seite, sondern nähern es auch etwas. Wenn nun die Annäherung für die beiden Bilder desselben Gegenstandes verschieden gross ist, kann man das Fernrohr nicht gleichzeitig auf beide einstellen und deshalb die Lage der Bilder nicht genau vergleichen.

Dadurch ist nun folgende Einrichtung des Instrumentes be- 6
dingt. Die beiden Glasplatten sind in einem am vorderen Ende des Fernrohrs befestigten Kasten eingeschlossen, von welchem Fig. 1 auf Tafel III. einen verticalen Durchschnitt zeigt. Nur die obere Platte und die Theile, mit denen sie gedreht wird, sind vollständig in geometrischem Aufrisse gezeichnet. *A* ist das vordere Ende des Fernrohrs, B_1 B_2 B_2 B_1 ein sehr starker viereckiger Messingrahmen, dessen beide verticale Seiten in ihrer Mitte ringförmig gebildet sind, um die Fassung der Objective und die kurze Röhre *C* aufzunehmen, auf welche der das Instrument nach vorn schliessende Deckel aufgesetzt wird. Der genannte Rahmen dient als feste Grundlage für alle übrigen Theile. Die Wände des Kastens sind übrigens aus dünnen Messingplatten zusammengesetzt. In der Figur ist die Hinterwand des Kastens der Deutlichkeit wegen weggelassen. Den Durchschnitt der Platten, welche die durchschnittenen Wände des Kastens bilden, findet man dagegen rings am äusseren Rande des viereckigen Rahmens angedeutet. In die horizontalen Theile des Rahmens sind auf der Drehbank genau correspondirende conische Oeffnungen eingebohrt für die Drehungsaxen *aa* der Gläser. Diese sind in schräger Stellung gegen die Ebene der Zeichnung dargestellt, das obere *b* undurchschnitten, das untere ist bei *c* durchschnitten gedacht. Jedes Glas wird durch einen Messingrahmen gehalten, dessen vierte, dem anderen Glase zugekehrte Seite jedoch fehlt. Ausser dem Glase trägt jede Axe noch ein Zahnrad d_1 und d_2 innerhalb des Kastens und eine auf der Cylinderfläche in Winkelgrade getheilte Scheibe *e*, über deren Rande an einer Stelle ein entsprechender Nonius *f* steht. Um die beiden Gläser gleichzeitig

um nahehin gleiche Winkel nach entgegengesetzten Richtungen drehen zu können, dienen die beiden Axen *gg* und *hh*, von denen jede zwei Triebe trägt. Mittels der beiden Triebe *ii*
7 bewirkt eine Drehung der einen Axe nach rechts eine ebenso grosse der andern nach links. Der Trieb *k* der Stange *gg* greift in das obere Zahnrad d_1, die Stange *hh* hat eben solchen Trieb *l*, der in das Zahnrad d_2 eingreift. Da beide Stangen entgegengesetzte Drehung haben, theilen sie auch den Zahnrädern und den daran befestigten Glasplatten gleich grosse Drehungen in entgegengesetztem Sinne mit, deren Grösse mittels der getheilten Scheiben *e* und ihrer Nonien gemessen werden kann.

Bei der Anfertigung des Instrumentes bildeten zuerst beide Platten eine einzige. Da es bei den Messungen wesentlich darauf ankommt, dass die beiden Flächen jeder Platte vollkommen plan und vollkommen parallel seien, so muss in dieser Beziehung dieselbe Sorgfalt angewendet werden, wie bei den Parallelplatten astronomischer Instrumente. Krümmung der Flächen erkennt man an dem fertigen Instrumente dadurch, dass bei sehr schiefer Stellung der Platten die Bilder ihre Schärfe verlieren, Mangel an Parallelismus daran, dass man für denselben Gegenstand, wenn man ihn aus verschiedenen Entfernungen misst, verschiedene Maasse erhält. Das Planparallelglas meines Instrumentes ist von Oertling in Berlin verfertigt und besteht diese Prüfungen vollkommen. Es wurde für das Glas ein vollständiger viereckiger Messingrahmen angefertigt, und dieser zwischen den Flächen der beiden Zahnräder befestigt, dann erst in der Mitte durchgeschnitten. Ebenso wurde das Glas durchgeschnitten und die Hälften nun wieder in den entsprechenden Hälften des Rahmens befestigt. So wurde eine genau übereinstimmende Stellung der Platten auf den beiden Axen erreicht. Bei der Einsetzung der Triebe muss noch berücksichtigt werden, dass die Platten, wenn sie einander parallel stehen, auch senkrecht gegen die Axe des Fernrohrs stehen müssen. In die Fassung der Objectivgläser
8 wird entweder nur ein solches, nämlich *n*, eingesetzt für grössere Entfernungen. Dieses hat, wie bei Fernröhren gewöhnlich ist, die convexe Crownglaslinse nach vorn gegen den Kasten gekehrt, die Flintglaslinse nach dem Rohre. Die

Fernrohrobjective sind stets dazu bestimmt, von sehr entfernten Gegenständen gute Bilder zu entwerfen, thun es aber nicht in demselben Maasse für nahe. Um in der Nähe zu beobachten, ist es daher am besten, wie bei **Brücke's** Arbeitsloupen, noch ein zweites Objectiv *m* einzusetzen, aber mit der Crownglaslinse nach hinten gegen die andere Crownglaslinse gekehrt, wenn man nicht eine besondere Linse zu diesem Zwecke berechnen und verfertigen lassen will. Steht der Gegenstand im vorderen Brennpunkte dieser zweiten Linse, so macht sie die Strahlen jedes leuchtenden Punktes parallel, und sie werden von der zweiten Linse wieder in deren Brennpunkte vereinigt. Auf diese Weise ist daher der Gang der Lichtstrahlen in beiden Objectiven derselbe, als entwürfen sie ein Bild eines unendlich entfernten Gegenstandes. Das erste Objectiv *n* hat in meinem Instrumente 6 Zoll Brennweite, das zweite *m* 16 Zoll. Das Fernrohr ist auf einer senkrechten Axe befestigt, die sich in einer entsprechenden Hülse drehen, sowie auch auf- und abschieben lässt. Am oberen Ende der Axe befindet sich ein Charniergelenk *p*, um das Fernrohr gegen die Horizontale neigen zu können.

Die Art der Berechnung ist nun folgende. Es sei in Fig. 31 $A_1 A_1 A_2 A_2$ die Glasplatte, $a_1 c_1$ der einfallende, $c_1 c_2$ der gebrochene, $c_2 a_2$ der ausgetretene Strahl; $b_1 c_1 d_2$ das erste, $b_2 c_2 d_1$ das zweite Einfallsloth. Der Einfallswinkel $b_1 c_1 a_1$, welcher dem Winkel $b_2 c_2 a_2$ offenbar gleich ist, werde mit α, der Brechungswinkel $d_2 c_1 c_2$, welcher gleich ist $c_1 c_2 d_1$, mit β bezeichnet, und die Dicke der Platte mit h. Wird der Strahl $a_2 c_2$ rückwärts verlängert, so scheint der leuchtende Punkt a_1 in dieser

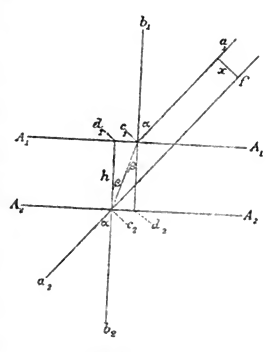


Fig. 31.

Linie zu liegen. Fällt man von a_1 ein Loth $a_1 f$ auf die Verlängerung von $a_2 c_2$, dessen Länge wir x nennen können, so ist

dies x die scheinbare seitliche Verschiebung des leuchtenden Punktes. Es ist:

$$x = c_1 c_2 . \sin \angle c_1 c_2 f,$$

$$c_1 c_2 = \frac{h}{\cos\beta},$$

$$\angle c_1 c_2 f = \angle d_1 c_2 f - \angle d_1 c_2 c_1,$$
$$= \alpha - \beta;$$

also

$$x = h . \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos\beta} .$$

Wenn der Winkel α gegeben ist, und n das Brechungsverhältniss der Platte gegen Luft ist, findet man β durch die Gleichung:

$$\sin\alpha = n \sin\beta.$$

Mit Hülfe von β kann man dann x berechnen. Benutzt man zwei drehbare Platten, wie in dem Instrumente, welches ich beschrieben habe, geschieht, so ist die Entfernung E zweier beobachteten Punkte, deren Bilder man auf einander gestellt hat, doppelt so gross als x, also:

$$E = 2h \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos\beta} . \qquad (1)$$

Für die Rechnung braucht man die Werthe von n und h für die Platte. Hat man keine Gelegenheit, dieselben in anderer Weise zu bestimmen, so kann man sie auch mittels des Instruments selbst finden, indem man einen genauen Maasstab als Object aufstellt und die Winkel beobachtet, um welche die Glasplatten gedreht werden müssen, um jeden Theilstrich des Maasstabes auf den nachfolgenden, oder den zweiten, oder den dritten u. s. w. einzustellen. Man erhält dadurch eine Reihe zusammengehöriger Werthe von d und E. Aus je zweien derselben kann man mit Hülfe der Gleichung (1) sowohl h als n finden. Für letzteres giebt die Elimination von h allerdings eine Gleichung 4. Grades. Man braucht diese aber nicht zu entwickeln, sondern kommt durch planmässiges Probiren leicht zu einem hinlänglich genauen Werthe von n. Für mein Instrument war $h = 3{,}3356$ mm und $n = 1{,}5065$.

Wenn man viel mit einem solchen Instrumente beobachten

will, ist es rathsam, sich eine Tafel für die zusammengehörigen Werthe von α und E anzulegen. Berechnung der Werthe von E für ganze Grade von 0 bis 60° genügt dazu.

Aus der Formel geht hervor, dass bei gleichem α, E immer dieselbe Grösse hat, unabhängig von der Entfernung des leuchtenden Punktes von der Platte. Dadurch unterscheidet sich das Ophthalmometer wesentlich von anderen Doppelbilder gebenden Instrumenten, z. B. dem Heliometer, dessen Objectivglas längs eines seiner Durchmesser durchschnitten ist. Das Heliometer giebt Doppelbilder, bei denen der Gesichtswinkel der Verschiebung für verschiedene Entfernungen derselbe bleibt, die lineare Grösse der Verschiebung mit der Entfernung also wächst. Will man durch ein Heliometer die absolute Grösse eines beobachteten Gegenstandes ermitteln, so muss man seine Entfernung kennen. Das würde für Messungen am Auge sehr 11
unbequem gewesen sein. Das Ophthalmometer zeigt in jeder Entfernung dieselbe lineare Verschiebung, während der Gesichtswinkel für diese Verschiebung mit der Entfernung abnimmt und endlich ganz verschwindet.

Das Instrument erlaubt nur kleine Distanzen zu messen, bis zur Grösse von etwa 4 mm oder 2 Linien. Mittels des Nonius werden $\frac{1}{10}$ Grade abgelesen, welche im Durchschnitt etwa $\frac{1}{300}$ mm entsprechen. Mittels einer leichten Veränderung kann man es aber auch geschickt machen, grössere Entfernungen zu messen. Zu dem Ende setzt man an Stelle des Deckels C am vorderen Ende des Instruments eine Concavlinse ein, deren Brennpunkt so weit vor dem Instrumente liegt als der vordere Brennpunkt der ersten achromatischen Objectivlinse m. Bei dieser Veränderung misst das Instrument die lineare Grösse der im Brennpunkte der Concavlinse entworfenen Bilder ferner Gegenstände. Da diese Bilder stark verkleinert sind, so entsprechen ihre Dimensionen viel grösseren des Gegenstandes. Entfernt man dann den gemessenen Gegenstand, bringt an seine Stelle einen Maassstab, und misst dessen Theilstriche bei derselben Einrichtung des Instruments, so erhält man die absolute Grösse des Gegenstandes. Für sehr entfernte Gegenstände wirkt das Instrument dann dem Heliometer gleich: es misst die Gesichtswinkel.

Die Grösse der Drehung der zwei Platten eines Instruments differirt gewöhnlich um einige Zehntel eines Grades; zur Rechnung ist das Mittel beider Zahlen zu nehmen. Dieselbe Stellung der Doppelbilder, welche bei einer Drehung um α Grade stattfindet, muss auch bei einer um $-\alpha$, um $180-\alpha$ und um $\alpha - 180$ Grade eintreten. Um Fehler der Theilung möglichst zu beseitigen, habe ich daher in der Regel für jede Messung vier Beobachtungen bei den vier bezeichneten Stel-
12 lungen gemacht, und aus den vier Werthen von α das Mittel genommen.

Um eine grössere Genauigkeit zu erreichen, kommt viel darauf an, dass man die Orte, deren Entfernung zu messen ist, passend durch die Erleuchtung markirt. Sehr genau ist namentlich die Breite eines geraden hellen Streifens mit parallelen Rändern auf dunklem, oder eines eben solchen dunklen auf hellem Grunde zu messen. Wenn man die beiden Doppelbilder eines solchen Streifens zur Berührung bringt, zeichnet sich die kleinste Entfernung oder das kleinste Uebereinandergreifen der Bilder durch eine feine schwarze oder helle Linie ab, für deren Wahrnehmung das Auge sehr empfindlich ist; bei genauer Berührung verschwindet die Grenze beider Bilder fast ganz. Oder man kann auch den einen Ort durch einen feinen hellen Punkt, den andern durch zwei solche einander sehr nahe stehende markiren, und nun das eine Bild des ersten genau in die Mitte zwischen die zwei anderen einstellen. Auf die grosse Genauigkeit, welche diese Art der Einstellung zulässt, hat schon Bessel bei der Messung der Sternparallaxen durch das Heliometer aufmerksam gemacht.

Wenn wir das Ophthalmometer zur Messung der Hornhautkrümmung anwenden wollen, so müssen wir auf der Hornhaut das Spiegelbild eines äusseren Objects von bekannter Grösse und Entfernung erzeugen. Die Grösse dieses Spiegelbildes ist zunächst durch das Ophthalmometer zu messen. Die Entfernung des gespiegelten Objects vom beobachteten Auge muss so gross sein, dass die kleinen Schwankungen in der Stellung dieses Organs dagegen vernachlässigt werden können.

Die Anordnung des hierher gehörigen Apparates ist in 13
Fig. 32 im Grundrisse dargestellt. Der Beobachtete sitzt an einem Tische *GG*; die Lage seines Auges ist so weit als nöthig dadurch gesichert, dass er durch eine Oeffnung von etwa 1 Zoll Durchmesser des vor ihm stehenden Pappschirms *SS* zu blicken angewiesen ist. Das beobachtete Auge ist in der Figur mit *O* bezeichnet. Sechs bis acht Fuss davon entfernt, und etwa 1 Zoll niedriger als das Auge, ist ein in Centimeter getheilter Maasstab *AB* horizontal angebracht.

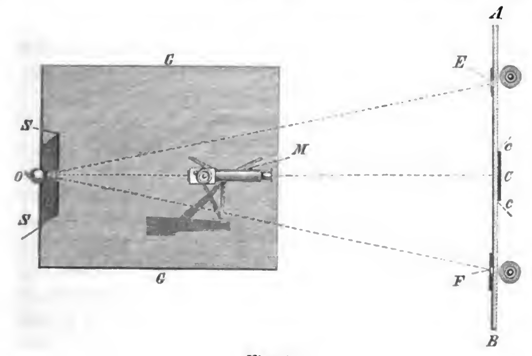


Fig. 32.

Den Fusspunkt *C* des von *O* auf *AB* gefällten Lothes ermittelt man leicht dadurch hinreichend genau, dass man an die hintere Seite des Maasstabes einen Glasspiegel *cc* anlegt, dessen Ebene dabei also der Linie *AB* parallel wird, und bemerkt, über welchem Theilstriche *C* des Maasstabes das Auge *O* sich selbst gespiegelt sieht. Nun misst man von *C* aus nach beiden Seiten hin zwei gleiche Entfernungen *CE* und *CF* ab, jede ungefähr gleich $\frac{1}{4}$ *OC*, und bringt an der Vorderseite des Maasstabes Pappschirme an, von denen der eine eine runde Oeffnung, der andere zwei solche übereinander enthält. 14
Die beiden durch die Mittelpunkte dieser Oeffnungen gehenden Verticallinien müssen den Theilstrichen *E* und *F* entsprechen. Hinter den Schirmen werden Lampen angebracht, deren Licht

durch die Oeffnungen auf das Auge O fällt. Die Linie EF, deren eines Ende somit durch einen lichten Punkt, das andere durch zwei bezeichnet wird, ist das Object, dessen Spiegelbild in der Hornhaut gemessen werden soll. Um nun noch die Stellung des Ophthalmometers M zu bestimmen, bringt man an den Theilstrich C einen durch ein Gewicht gespannten Faden, visirt an diesem vorbei nach der Mitte der Oeffnung des Schirmes S, durch welche das Auge O sieht, und lässt, sodass sie vom Faden gedeckt wird, auf der Tischplatte eine Linie ziehen, auf welcher der Mittelpunkt des Fusses des Ophthalmometers sich befinden muss. Hat man das Ophthalmometer fest aufgestellt, auf das Auge O gerichtet und für dasselbe eingestellt, so bemerkt man jede Verschiebung des Auges senkrecht gegen die Axe des Fernrohres daran, dass es im Gesichtsfelde die Mitte des Fadenkreuzes verlässt, und kann seine Stellung verbessern lassen. Ausserdem kann sich das Auge auch nicht viel in Richtung der Gesichtslinie des Beobachters nähern oder entfernen, ohne dass sein Bild undeutlich wird. So ist die Stellung des Auges bis auf wenige Linien gesichert, und zugleich lässt sich die Stellung, welche es hatte, nach beendeter Beobachtung leicht ermitteln, indem man irgend einen Körper aufstellt, der in der Mitte des Gesichtsfeldes des Fernrohres deutlich erscheint. Ein solcher muss alsdann auch an dem früheren Orte des Auges stehen, und von ihm aus können die Entfernungen des Auges von der Scale und anderen Punkten mit Bequemlichkeit abgemessen werden.

Die Richtung des Auges kann sehr gut gesichert werden, wenn man ihm einen bestimmten Gesichtspunkt anweist, und indem man die Lage dieses Punktes ändert, kann man auch Drehungen des Auges um genau messbare Winkel hervorbringen.

Will man nur den Krümmungsradius der Hornhaut für ihre Mitte kennen lernen, so lässt man das Auge O nach der Mittellinie des Ophthalmometers sehen, zu welchem Ende man in der vorderen Oeffnung des Instrumentes ein Kreuz von zwei feinen weissen Fäden anbringen kann. Bezeichnet man die Länge EF mit b, die Grösse ihres Spiegelbildchens in der

Hornhaut mit β, und die Länge CO mit a, so ist der Krümmungsradius r jetzt nahehin:

$$r = \frac{2a\beta}{b} \tag{2}$$

wenn man nämlich sowohl r gegen a, als auch den Unterschied der Tangente und des Sinus des Winkels $\frac{1}{2}$ EOC vernachlässigt. Erlaubt man sich das letztere nicht, so ist die genauere Formel:

$$r = \frac{\beta}{2 \sin\left[\frac{1}{2} \text{ arc. tang. } \left(\frac{b}{2a}\right)\right]} \tag{2a}$$

welcher letztere Werth von r bei den oben angegebenen Dimensionen des Apparates etwa um $\frac{1}{2}$ Proc. von dem der ersten Formel abweicht.

Die Richtigkeit jener ersten abgekürzten Formel leuchtet leicht ein aus den bekannten katoptrischen Gesetzen. Die Brennweite eines convexen Spiegels ist gleich dem halben Radius, also $\frac{1}{2}r$. Das Bild eines weit entfernten Gegenstandes liegt nicht merklich vom Hauptbrennpunkte des Spiegels entfernt, und die Grösse des Objects und seines Bildes verhalten sich zu einander wie ihre Entfernungen von der Kugelfläche. Also:

$$b : \beta = a : \tfrac{1}{2} r,$$

woraus sich unmittelbar der angegebene Werth von r ergiebt.

Kann man die Theile des Apparates ein für alle Mal fest 16
aufstellen, so ist die Messung der Hornhautkrümmungen verschiedener Augen ausserordentlich leicht und schnell zu vollziehen. Man braucht nur eine Beobachtung durch das Ophthalmometer, für den abgelesenen Winkel aus der Tabelle den Werth von β zu entnehmen, und ihn mit dem constanten Factor:

$$\frac{2a}{b} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{2 \sin\left[\frac{1}{2} \text{ arc. tang. } \left(\frac{b}{2a}\right)\right]}$$

zu multipliciren. Noch bequemer wird es natürlich, wenn man sich gleich eine Tabelle berechnet für die den abgelesenen Winkelgraden entsprechenden Hornhautkrümmungen.

Ich halte es für wahrscheinlich, dass solche Messungen, an erkrankten Augen angestellt, interessante Resultate liefern könnten. Ich habe nämlich gefunden, dass die Hornhautkrümmung, abgesehen von individuellen Verschiedenheiten, von dem Drucke der Flüssigkeiten im Auge abhängt, sodass der Krümmungsradius der Hornhaut desto grösser wird, je grösser der Druck ist.

An den Augen von Leichen findet man in der Regel die Hornhaut gewölbter, ihren Radius also kleiner als bei Lebenden. Fügt man in den hinteren Theil der Sclerotica mittels des von Spengler[1]) zur Einfügung des Hämadynamometers in Arterien erfundenen Hahnes eine rechtwinklig gebogene Glasröhre ein, deren einer längerer Schenkel vertical steht und mit Wasser gefüllt wird, so findet man, dass die Hornhaut desto flacher wird, je grösser der Druck. Die Erklärung davon ist leicht. Je stärker der Druck, desto mehr strebt
17 sich der Augapfel einer Kugel zu nähern, derjenigen Körperform, welche von allen mit gleicher Oberfläche den grössten Inhalt hat. Dadurch wird namentlich der einspringende Winkel, welchen Cornea und Sclerotica an ihrer Grenze bilden, hervorgedrängt werden müssen, und die Cornea, welche einen kleineren Radius als die Kugel hat, der sich der Augapfel zu nähern strebt, flacher werden. Es lässt sich daher erwarten, dass in allen Krankheiten des Auges, welche mit einer Veränderung des Druckes der Augenflüssigkeiten verbunden sind, sich diese Veränderungen an der Hornhaut verrathen werden, auch selbst dann, wenn der zufühlende Finger sie noch nicht erkennen kann.

Umständlicher ist die Bestimmung der Ellipticität der Hornhaut. Wenn ich, wie Senff gethan hat, die äussere Hornhautfläche im Folgenden als ein Stück eines Ellipsoids betrachte, so möchte ich dies nur in dem Sinne thun, dass jedes kürzere Stück einer Curve im allgemeinen viel näher durch einen elliptischen als durch einen Kreisbogen ausgedrückt

1) J. Müller's Archiv für Anat. u. Physiol. 1844. S. 49.

werden kann, und bei der Hornhaut der Ausdruck ihrer Form durch ein Ellipsoid vorläufig eine hinreichend grosse Annäherung giebt. Auf einer Kugelfläche ist der Krümmungsradius überall constant, auf einem Ellipsoid veränderlich. So ist er denn auch am Rande der Hornhaut grösser als in ihrer Mitte. Kennt man die Werthe des Krümmungsradius an verschiedenen Stellen eines Ellipsoids, so kann man daraus dessen Axen und Excentricität berechnen. Die Messung des Krümmungsradius an verschiedenen Stellen der Hornhaut kann ganz so ausgeführt werden, wie ich eben beschrieben habe. Streng richtig ist die Methode allerdings nur für den Fall, dass das gemessene Spiegelbildchen verschwindend klein gegen den Krümmungsradius ist, was bei den gegebenen Dimensionen
des Apparats eigentlich nicht der Fall ist. Indessen da die 18
Abweichung des kleinen Scheitelabschnitts eines Ellipsoids, den die Hornhaut bildet, von einer Kugel überhaupt gering ist, so ist die begangene Ungenauigkeit, wie ich mich überzeugt habe, von keinem in Betracht kommenden Einflusse.

Die Form der Hornhaut entspricht nahehin einem Ellipsoid, welches durch Umdrehung einer Ellipse um ihre grössere Axe erzeugt ist. Der Scheitel des Ellipsoids entspricht, wie sich im Folgenden zeigen wird, ungefähr der Mitte der Hornhaut, weicht aber merklich von der Gesichtslinie ab, welche bei allen von mir untersuchten Individuen vom Scheitel aus nach der Nasenseite hin liegt.

Die Beobachtungen werden nun ganz so angestellt, wie ich es für die Bestimmung des Krümmungsradius der Hornhaut in der Gesichtslinie beschrieben habe; nur weist man dem beobachteten Auge nach einander verschiedene Fixationspunkte an, und wiederholt für alle diese die Messung. Der erste Fixationspunkt möge wieder in der Axe des Fernrohrs liegen; der zugehörige berechnete Werth des Krümmungsradius der Hornhaut sei ϱ_0. Die beiden andern wähle man auf der Scale gleich weit nach rechts und nach links von dem Punkte C, in gleicher Höhe mit dem Lichtzeichen, etwa bei A und B. Für die Richtung der Gesichtslinie nach A sei gefunden der Werth des Krümmungsradius ϱ_1, für B der Werth ϱ_2. Nun folgt aus den geometrischen Eigenschaften der Ellipse, dass der Krüm-

mungsradius ϱ eines beliebigen Punktes durch folgende Gleichung gegeben ist, worin ω den Winkel zwischen dem Krümmungsradius und der grossen Axe, a die halbe grosse Axe, ε die Excentricität (d. h. Abstand der Brennpunkte, dividirt durch die grosse Axe) bezeichnet.

$$\varrho = \frac{a(1-\varepsilon^2)}{\sqrt{1-\varepsilon^2 \sin^2 \omega}^3} \tag{3}$$

Bei unseren Versuchen muss der Krümmungsradius der spiegelnden Stelle der Hornhaut immer der Axe des Fernrohrs parallel sein, weil die Mitte C des gespiegelten Objects EF in der Fernrohraxe liegt, und daher die spiegelnde Stelle senkrecht gegen die Fernrohraxe stehen muss. Der Winkel ω zwischen dem Krümmungsradius und der Axe des Ellipsoids ist also derselbe wie der zwischen der Axe des Fernrohrs und der Axe des Ellipsoids. Bei der ersten Beobachtung, wo die Gesichtslinie des beobachteten Auges in die Axe des Fernrohrs fällt, ist der Winkel ω gleich dem noch unbekannten Winkel zwischen der Gesichtslinie und der Axe des Ellipsoids, den wir α nennen und positiv rechnen wollen, wenn die Axe des Ellipsoids auf derselben Seite der Linie CO liegt wie der Punkt A, negativ, wenn sie auf der Seite von B liegt. Bei der zweiten Beobachtung ist die Gesichtslinie nach A gerichtet, und setzen wir:

$$\angle EOC = \angle FOC = \varphi,$$

so wird ω jetzt gleich $(\alpha + \varphi)$. Wenn bei der dritten Beobachtung die Gesichtslinie nach B gekehrt ist, wird ω gleich $(\alpha - \varphi)$. Setzen wir also die drei Paare zusammengehöriger Werthe von ϱ und ω in die Gleichung (3), so erhalten wir folgende drei Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
\varrho_0 &= \frac{a(1-\varepsilon^2)}{\sqrt{1-\varepsilon^2 \sin^2 \alpha}^3} \\
\varrho_1 &= \frac{a(1-\varepsilon^2)}{\sqrt{1-\varepsilon^2 \sin^2 (\alpha+\varphi)}^3} \\
\varrho_2 &= \frac{a(1-\varepsilon^2)}{\sqrt{1-\varepsilon^2 \sin^2 (\alpha-\varphi)}^3}
\end{aligned}\right\} \tag{3a}$$

20 Aus diesen drei Gleichungen lässt sich zunächst a eliminiren. Wenn man sie gleichzeitig auf die zweite Potenz er-

hebt, und die dritte Wurzel auszieht, bekommt man folgende zwei andere Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \varrho_0^{\frac{2}{3}} - \varrho_1^{\frac{2}{3}} &= \varepsilon^2 \left[\varrho_0^{\frac{2}{3}} \sin^2 \alpha - \varrho_1^{\frac{2}{3}} \sin^2 (\alpha + \varphi) \right] \\ \varrho_0^{\frac{2}{3}} - \varrho_2^{\frac{2}{3}} &= \varepsilon^2 \left[\varrho_0^{\frac{2}{3}} \sin^2 \alpha - \varrho_1^{\frac{2}{3}} \sin^2 (\alpha - \varphi) \right] \end{aligned}\right\} \quad (3\,b)$$

Aus diesen endlich bekommt man nach Elimination von ε^2 die Gleichung:

$$\operatorname{tang.}(2\alpha) = \operatorname{tang.}\varphi \,.\, \frac{(\varrho_0\,\varrho_2)^{\frac{2}{3}} - (\varrho_0\,\varrho_1)^{\frac{2}{3}}}{(\varrho_0\,\varrho_1)^{\frac{2}{3}} + (\varrho_0\,\varrho_2)^{\frac{2}{3}} - 2(\varrho_1\,\varrho_2)^{\frac{2}{3}}} \quad (3\,c)$$

Aus dieser letzten ist α zu finden, wenn man α hat, aus einer der Gleichungen (3b) auch ε, und dann schliesslich aus einer der Gleichungen (3a) die halbe Axe a. Die halbe kleine Axe der Ellipse b ist gegeben durch die Gleichung:

$$b = a\sqrt{1 - \varepsilon^2}$$

und der Krümmungsradius im Scheitel der Ellipse:

$$\varrho = a(1 - \varepsilon^2) = \frac{b^2}{a}.$$

Es ist bei dieser Berechnungsmethode wieder die Grösse der gespiegelten Bildchen gegen die Axen der Ellipsen vernachlässigt worden, denn nur wenn man das thut, kann man unmittelbar aus der Grösse der Bildchen den Krümmungsradius der spiegelnden Stelle berechnen. Will man die Grösse der Bildchen nicht vernachlässigen, so wird die Rechnung ausserordentlich weitläuftig, während ihre Ergebnisse sich nur ganz unerheblich von denen der hier angegebenen Formeln unterscheiden. Die Resultate meiner Messungen, welche ich weiter unten zusammengestellt habe, sind auf diesem genaueren Wege gewonnen. Uebrigens ist es immer nothwendig die Rechnung zuerst nach den einfachen Formeln zu führen, die ich oben
aufgestellt habe, um zuerst genäherte Werthe der gesuchten 21
Grössen zu erhalten, da sich die genaueren Formeln nicht arithmetisch nach den Unbekannten auflösen lassen, und daher deren Werthe nur durch approximative Rechnungen zu finden sind.

In dieser Weise habe ich nun für den horizontalen Durchschnitt der Hornhaut folgende Werthe für die drei untersuchten Augen gefunden. Es ist a die halbe grosse, b die halbe kleine Axe der Ellipse, ϱ der Krümmungshalbmesser im Scheitel, ε die Excentricität, α der Winkel, den die Gesichtslinie nach der Nasenseite zu mit der grossen Axe der Ellipse bildet. Die Längenmaasse sind Millimeter.

	ϱ	ε^2	a	b	α
O. H.	7,338	0,4367	13,027	9,777	4° 19′
B. P.	7,646	0,2430	10,100	8,788	6° 43′
J. H.	8,154	0,3037	11,711	9,772	7° 35′

Die Messungen von Senff[1]) haben ähnliche Resultate gegeben. Er giebt für das rechte und linke Auge einer Person in horizontalem und verticalem Durchschnitt folgende Maasse, nach Millimetern berechnet.

	ϱ	ε^2	a	b	α
Rechtes A. Vert.	7,796	0,1753	9,452	8,583	3° 6′
Rechtes A. Horiz.	7,794	0,2531	10,435	9,019	2° 9′
Linkes A. Vert.	7,746	0,4492	11,243	8,344	1° 6′

Den Winkel α nennt Senff den Winkel zwischen dem Scheitel der Ellipse und dem Endpunkte der Augenaxe. Jener
22 liegt von diesem in den verticalen Durchschnitten nach unten, in den horizontalen nach aussen. Wahrscheinlich versteht er unter der optischen Axe die Gesichtslinie, vielleicht aber auch eine durch die Mitte der Hornhaut und Iris gelegte Linie. Ersteres scheint wahrscheinlicher, dann würde der Winkel mit dem Winkel α meiner Messungen identisch sein. Der von Senff gemessene Horizontaldurchschnitt stimmt, wie man sieht, mit dem von mir gemessenen des Auges B. P. ziemlich überein.

Es bleibt noch übrig die Lage des Randes der Hornhaut gegen den Scheitel der Ellipse und die Gesichtslinie zu be-

---

1) R. Wagner's Handwörterbuch der Physiologie. Art.: Sehen von Volkmann. Bd. III. S. 290.

stimmen. Ich brauchte dazu das Ophthalmometer mit dem Concavglase an seinem vorderen Ende, brachte dicht unter diesem Glase ein kleines Licht reflectirendes Spiegelchen an, dessen Spiegelbild als ein helles Pünktchen auf der Hornhaut erschien. Da das Licht hier in derselben Richtung in das Auge fiel, als das Fernrohr hineinsah, musste das Spiegelbild auf derjenigen Stelle der Hornhaut erscheinen, welche senkrecht gegen die Fernrohraxe war. Nun wurden die ebenen Glasplatten des Ophthalmometers gedreht, sodass sich die Bilder der Hornhaut und des hellen Pünktchens darauf verdoppeln. Zugleich verschob ich den Körper, auf dem das beobachtete Auge seinen Gesichtspunkt hatte, so, dass es möglich wurde, jedes der beiden Bilder des hellen Pünktchens mit einem Bilde eines der entgegengesetzten Ränder der Hornhaut zusammenfallen zu lassen. Die Einstellung war gut auszuführen, da das Spiegelbildchen nahehin in der Ebene der Hornhautbasis liegt, und deshalb mit dieser zugleich deutlich im Fernrohre erscheint. Es wurde endlich durch passende Abmessungen der Winkel β bestimmt, den die optische Axe des Fernrohrs mit der Gesichtslinie des beobachteten Auges bei der gedachten Einstellung gemacht hatte, und dieser fand sich nahe gleich dem Winkel α zwischen der Gesichtslinie und der grossen Axe der Ellipse. Zur Vergleichung setze ich beide Winkel für die drei 23
gemessenen Augen neben einander.

	β	α	Differenz
O. H.	4° 51′	4° 19′	+ 32′
B. P.	6° 21′	6° 43′	– 22′
J. H.	7° 9′	7° 35′	– 24′

Die spiegelnde Stelle der Hornhaut war also der Scheitel der Ellipse, das Spiegelbild lag in der grossen Axe, und da sich durch dieselbe Drehung der Glasplatten gleichzeitig beide Hornhautränder mit dem Spiegelbildchen zum Decken bringen liessen, so müssen beide gleich entfernt von der Axe sein, folglich muss die Basis der Hornhaut eine auf der grossen Axe der Ellipse senkrechte Ebene sein, und der Mittelpunkt der Hornhaut mit dem Scheitel

der Ellipse zusammenfallen. Die kleinen Differenzen zwischen den Winkeln α und β können dabei vernachlässigt werden, da auch die grösste Winkelabweichung 32′, längs der Fläche der Hornhaut gemessen, nur 0,07 mm beträgt.

Aus dem Winkel, um den wir bei dem angegebenen Versuche die Glasplatten abgelenkt haben, können wir auch sogleich noch den horizontalen Durchmesser der Hornhautbasis berechnen, und aus diesem und den Axen der Ellipsen den Abstand ihres Scheitels von der Basis. Diese Grössen finden sich, wie folgt, in Millimetern.

Auge	Durchmesser der Basis	Abstand des Scheitels von der Basis.
O. H.	11,640	2,560
B. P.	11,640	2,531
J. H.	12,092	2,511

24 Die Grösse und Lage der optischen Bilder, welche die Hornhaut entwirft, hängt nur von dem Krümmungsradius ihres Scheitels ab, dessen Grösse auch unter den Bestimmungsstücken des Ellipsoids bei verschiedenen Individuen am wenigsten zu schwanken scheint. Die Excentricität dagegen variirt so beträchtlich, dass man ihr wohl kaum einen wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit des Sehens wird zuschreiben können. Allerdings ist ein Ellipsoid vom Brechungsvermögen n aplanatisch für Lichtstrahlen, die seiner grossen Axe parallel einfallen, wenn:

$$\varepsilon = \frac{1}{n}.$$

Es werden dann alle einfallenden Strahlen genau in dem hinteren Brennpunkte des Ellipsoids vereinigt. Der von Brewster bestimmte Brechungscoefficient der Hornhaut würde geben:

$$\varepsilon^2 = 0{,}5206,$$

ein Werth, der grösser ist als alle bei den untersuchten Augen gefundenen Werthe von ε^2.

Dem Auge näher liegende leuchtende Punkte würden noch höhere Werthe der Excentricität verlangen, wenn man den für die Vereinigung der Strahlen vortheilhaftesten Kegelschnitt suchen wollte. Wird die Excentricität gleich 1, wie es für eine gewisse Entfernung des leuchtenden Punktes vom Auge geschehen müsste, so verwandelt sich die Curve in eine Parabel; wird sie grösser als 1, in eine Hyperbel.

Die beschriebene Methode würde natürlich auch fähig sein jede geringste Krümmungsänderung der Hornhaut bei der Accommodation des Auges zu verrathen, indessen habe ich, ebenso wenig wie Senff und Cramer, eine solche Aenderung finden können.

Innere Fläche der Hornhaut. 25

Um die Brechung der Lichtstrahlen für ihren Uebergang aus Luft in wässrige Feuchtigkeit und zurück berechnen zu können, wozu wir im Folgenden oft genöthigt sein werden, müsste man streng genommen auch die Form der hinteren Fläche der Hornhaut bestimmen können, was mir aber bisher noch nicht gelungen ist. Indessen können meine Versuche doch dazu dienen die Richtigkeit der Annahme zu bestätigen, welche bisher von den meisten Optikern, die die Brennweite der Hornhaut zu berechnen suchten, gemacht worden ist, der Annahme nämlich, dass die Strahlen in der Hornhaut nicht merklich anders gebrochen werden, als wenn die wässrige Feuchtigkeit bis an die vordere Fläche der Hornhaut reichte.

Ueber die Form der inneren Fläche der Hornhaut hat Krause[1]) einige Angaben gemacht. Er hat an einer durchschnittenen Hornhaut ein System rechtwinkeliger Coordinaten gemessen. Während er die vordere Fläche für einen Kreis erklärt, hält er die hintere für eine Parabel. Brücke hat schon darauf aufmerksam gemacht, dass diese Messungen wenig Vertrauen verdienen, weil sie an durchschnittenen, also nicht mehr von innen gespannten Augen angestellt sind, und dass Krause's eigene Zahlen nicht besonders zu seinen An-

---

1) Meckel's Archiv für Anat. und Phys. 1832. p. 113. — Poggendorff's Annalen. Bd. 31, S. 93 und Bd. 39, S. 529.

gaben passen. Das einzige Mittel an lebenden Augen die Form dieser Fläche zu bestimmen, erschien die Messung der Grösse ihrer Spiegelbildchen zu sein. Ich habe mir deshalb viel Mühe gegeben, die Spiegelung dieser Fläche zu sehen, welche offenbar ebenso gut Licht reflectiren muss wie die vordere und hintere Fläche der Linse, indessen ist es mir nicht gelungen. Da die Stärke des Reflexes von dem Unterschiede in dem Brechungsvermögen der beiden Mittel abhängt, deren Grenzfläche reflectirt, so ist der Reflex an der vorderen Fläche der Hornhaut so viel stärker als der der hinteren Fläche, dass es nicht überraschen darf, wenn man den letzteren nicht sehen kann, so oft beide Reflexe sehr nahe neben einander erscheinen. Indessen scheint aus der Unsichtbarkeit dieses Reflexes doch zu folgen, dass die beiden Flächen der Hornhaut überall nahehin parallel sein müssen; denn wäre dies nicht der Fall, so würde der schwache Reflex der hinteren Fläche sich hinreichend weit von dem stärkeren der vorderen Fläche entfernen können, um gesehen zu werden. Es gelang mir auch nicht mit Hülfe polarisirender Apparate. Wenn nämlich gewöhnliches Licht unter einem gewissen Winkel, dem Polarisationswinkel, auf die vordere Hornhautfläche fällt, wird vollständig polarisirtes Licht zurückgeworfen, welches, wenn man durch ein Nicol'sches Prisma blickt, bei einer gewissen Stellung desselben vollständig verlöscht werden kann. Da aber der Polarisationswinkel von den Brechungsverhältnissen der beiden Mittel abhängt, so ist er an der hinteren Hornhautfläche ein anderer als an der vorderen, und es kann also nicht gleichzeitig von beiden Flächen vollständig polarisirtes Licht zurückgeworfen werden. Wenn also das Nicolsche Prisma den vorderen Reflex vollständig verlöscht, müsste ein Theil des hinteren stehen bleiben. Indessen gelang es mir auch auf diese Weise nicht beide Reflexe zu trennen, da der hintere dabei doch auch wohl zu sehr geschwächt wurde, um sichtbar zu bleiben. Uebrigens verschwindet der vordere Hornhautreflex durch Polarisation niemals vollständig; wahrscheinlich deshalb, weil sich über der vorderen Fläche der Knorpelsubstanz stets noch eine Thränenschicht befindet, welche eine andere Brechbarkeit hat.

Da die Versuche an Lebenden ganz fehlschlugen, habe ich einige Versuche an Hornhäuten frischer Leichen ange- 27
stellt. Wenn man auch am todten Auge die Form der Curven der vorderen und hinteren Fläche nicht mehr mit Sicherheit ermitteln kann, so kann man doch die Dicke der Hornhaut an verschiedenen Stellen messen, und da man die vordere Curve kennt, daraus Schlüsse auf die hintere machen. Ich durchschnitt also die Hornhäute menschlicher Augen meist 24 Stunden nach dem Tode nach einem ihrer Durchmesser und möglichst senkrecht gegen ihre Oberfläche, legte dann eine Hälfte davon auf das kugelige untere Ende eines Reagensgläschen, welches ich mir dazu ausgesucht hatte, und welches nahehin dieselbe Krümmung wie eine menschliche Hornhaut hatte. So war also die Hornhaut nahehin in die Form gebracht, welche sie im lebenden Auge hat, und es liess sich annehmen, dass die Dicke ihrer verschiedenen Theile dadurch nicht wesentlich verändert sein würde. Nun konnte mitttels des Ophthalmometers die Dicke der Haut an verschiedenen Theilen gemessen werden. *Es ergab sich, dass in ihren beiden mittleren Vierteln ihre Dicke sich fast gar nicht veränderte, erst gegen den Rand hin nahm sie ziemlich schnell zu.* Die Werthe waren in Millimetern bei einem solchen Versuche:

in der Mitte	1,37
gleichweit von Mitte und Rande	1,39
am Rande	1,55

Wäre die äussere Hornhautfläche ein Kugelstück, so würde die innere einer concentrischen Kugel angehören müssen, wenn die Membran überall die gleiche Dicke haben sollte. Für den mittelsten Theil der Hornhaut können wir das annehmen und daraus schliessen, dass in ihrem Scheitel die Krümmungsmittelpunkte der äusseren und inneren Fläche nahehin zusammenfallen. Nehmen wir den Radius der vorderen Fläche zu 8 mm, die Dicke der Hornhaut zu 1,3 mm, 28
ihr Brechungsvermögen nach *Brewster's* Bestimmung gleich 1,386, ihre innere Fläche der äusseren concentrisch, so würde ihre Brennweite in Wasser oder wässriger Feuchtigkeit positiv und etwa 1,1 m gross sein.

Ausserdem habe ich die Lichtbrechung in ausgeschnittenen Hornhäuten untersucht, um zu bestimmen, ob sie sich wie Concav- oder Convexlinsen, oder wie Uhrgläser verhielten. Es wurde ein Messingschirm mit einem schmalen rechtwinkligen Ausschnitte aufgestellt, durch welchen Licht fiel, davor ein Wassergefäss mit parallelen Glaswänden. Mit dem Ophthalmometer sah ich durch das Wassergefäss nach dem hellen Ausschnitte hin und brachte zwei gegenüberliegende Ränder desselben zum Decken. Dann brachte ich die Hornhaut in das Wasser, sodass ich den Spalt durch sie hindurch erblickte. Aber die Einschaltung der Hornhaut brachte keine Veränderung in der scheinbaren Breite des Spaltes hervor, wie sie gemusst hätte, wenn die Membran als Concav- oder Convexlinse wirkte. Indessen ist allerdings zu erwähnen, dass ausgeschnittene Hornhäute todter Augen keine guten optischen Bilder geben, in der Luft sogar so schlechte, dass man überhaupt wenig erkennen kann. Legt man sie dagegen in Wasser, wodurch die Unregelmässigkeiten ihrer Oberfläche unschädlich gemacht werden, so kann man ziemlich gut hindurchsehen, sogar mit dem vergrössernden Fernrohre des Ophthalmometers, und die Grenzen des optischen Bildes deutlich erkennen, wenn auch wegen beginnender Trübung der Membran rings um dasselbe ein weisslicher Schein entsteht.

Man kann ohne Aenderung der Brechung an jeder Stelle eines brechenden Systems eine unendlich dünne von parallelen Flächen begrenzte Schicht eines beliebigen brechenden Mittels
29 eingeschoben denken, z. B. eine unendlich dünne Schicht wässriger Feuchtigkeit an der vorderen Hornhautfläche. Eine ähnliche Schicht existirt in der That an dieser Stelle in Gestalt der die Hornhaut befeuchtenden Thränenflüssigkeit. Beim Uebergange der Lichtstrahlen von der wässrigen Feuchtigkeit dieser hypothetischen Schicht durch die Hornhaut zu der Feuchtigkeit der vorderen Kammer können wir nach dem Ergebniss der beschriebenen Versuche die Hornhaut ganz unberücksichtigt lassen. Daraus geht hervor, dass für die Berechnung der Brechung im Auge ohne Schaden die Annahme gemacht werden kann, dass die wässrige Feuchtigkeit bis zur vorderen Fläche der Hornhaut reiche, wie es auch Listing gethan hat.

Das Brechungsvermögen der wässrigen Feuchtigkeit ist von Brewster gefunden worden 1,3366, von mir mittels des Ophthalmometers nach einer Methode, deren Beschreibung ich bei einer anderen Gelegenheit geben werde, gleich 1,3365. Somit haben wir alle Data, um die Brennweite der Hornhaut zu berechnen. Für parallele Strahlen, welche aus der Luft in das Auge eintreten, ist die Entfernung des Brennpunktes von der brechenden Fläche:

$$F_2 = \frac{n \cdot R}{n - 1},$$

wo R der Krümmungsradius des Scheitels der Hornhaut, und n das Brechungsverhältniss zwischen wässriger Feuchtigkeit und Luft ist. Für Strahlen, die parallel aus der wässrigen Feuchtigkeit kommen und in der Luft sich vereinigen, ist die Brennweite:

$$F_1 = \frac{R}{n - 1}.$$

Für die drei Augen, deren Hornhäute wir gemessen haben, ergeben sich danach folgende Brennweiten:

30

	In Luft F_1	In wässriger Feuchtigkeit F_2
O. H.	21,800	29,139
B. P.	22,715	30,361
J. H.	24,225	32,379

Entfernung der Linse von der Hornhaut. Die Entfernung der vorderen Fläche der Linse von der Hornhaut können wir mit Hülfe der Iris bestimmen. Davon, dass der Pupillarrand dieses Organs dicht an der Linse liegt, kann man sich jeden Augenblick am lebenden Auge überzeugen. Wenn man nämlich das Licht einer Lampe, durch ein grosses Brennglas concentrirt, von der Seite her auf die Pupille eines Anderen fallen lässt, sodass die Substanz der Linse in den Brennpunkt kommt, so sieht man diese Substanz selbst schwach nebelgrau erleuchtet. Die Linse ist aus Fasern zusammengesetzt, an deren Grenzen immer ein kleiner Theil des durch-

gehenden Lichtes reflectirt werden muss; nur ist unter gewöhnlichen Umständen das reflectirte Licht zu schwach, um bemerkt zu werden. Wenn aber die Linse vor dem dunklen Hintergrunde des Auges scharf beleuchtet wird, so bemerkt man das in ihrer Substanz unregelmässig zurückgeworfene Licht und sieht also ihre Substanz selbst. Dabei erkennt man leicht, dass sie bis dicht an die Iris reicht. Letztere wirft keinen Schlagschatten auf die Linse. Will man die starke Verengerung, welche die Pupille bei dieser Beleuchtung erleidet, vermeiden und bei weiterer Pupille untersuchen, so kann man das *Sanson*'sche Bildchen der vorderen Linsenfläche benutzen; auch dieses lässt sich bis dicht an den Rand der Pupille verfolgen.

Unsere Aufgabe reducirt sich also darauf, die Entfernung
31 des Pupillarrandes der Iris von der Hornhaut zu messen. Sie kann am lebenden Auge gelöst werden, wenn wir uns dabei der Bildchen bedienen, welche die Hornhaut von äusseren Gegenständen entwirft. Die Spiegelbilder entfernter, in der Hornhautaxe liegender Gegenstände liegen scheinbar hinter der Hornhaut in einem Abstande, der dem halben Krümmungshalbmesser des Scheitels gleich ist. Es genügt also, wenn wir die Entfernung des scheinbaren Ortes dieser Bildchen von der Iris kennen lernen. Die Iris selbst erscheint nun dem Beobachter wegen der Brechung der Lichtstrahlen in der Hornhaut etwas vergrössert und nach der Hornhaut hin verschoben. Dies Bild der Iris in seiner scheinbaren Grösse und Lage wollen wir die *scheinbare Iris* nennen. Da wir die Brennweite der Hornhaut kennen, werden wir aus der Lage und Grösse der scheinbaren Iris auch die der wahren Iris berechnen können. Um unsere Aufgabe zu lösen, werden wir also die Entfernung des Hornhautbildchens eines äusseren leuchtenden Punktes von der Ebene der scheinbaren Pupille zu bestimmen haben. Diese Entfernung ist in allen von mir untersuchten Augen sehr klein, und zwar liegt das Hornhautbildchen etwas hinter der scheinbaren Pupille.

Die Beobachtungsweise ist nun folgende: A (Fig. 33. S. 309) ist das Auge, an welchem die Messung vorgenommen werden soll; es sieht durch eine Oeffnung eines Schirmes, um seine

Lage annähernd festzustellen. In einiger Entfernung von ihm befindet sich eine horizontale Scale *CD*. Denkt man sich vom Auge *A* ein Loth auf die Scale gefällt, so befindet sich an dessen Fusspunkte *B* ein Schirm mit einer kleinen Oeffnung, hinter der eine Lampenflamme steht, deren Licht durch die Oeffnung auf das Auge fällt und von der Hornhaut gespiegelt wird. Bei *F* befindet sich ein verschiebbares Zeichen, welches als Gesichtspunkt dient. Bei G_1 und G_2 sind die Stellungen angedeutet, die man dem Ophthalmometer nach einander giebt, 32

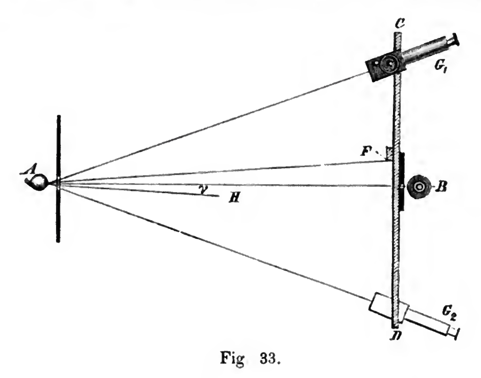


Fig 33.

beide gleichweit von *B* entfernt. Um diese Stellungen der einzelnen Theile des Apparates sicher herzustellen, construirt man sich erst auf der Tischplatte die Linien *AB*, darauf senkrecht *CD*, dann AG_1 und AG_2, sodass $\angle BAG_1$ gleich dem $\angle BAG_2$ wird. Dann stellt man die Scale und das Fernrohr auf, indem man mit Lothfäden prüft, ob sie genau über den gezeichneten Linien stehen. Für die drei Füsse des Fernrohrs macht man Marken auf den Tisch, da die Stellung des Fernrohrs während des Versuches gewechselt wird. Das Auge *A* wird nun angewiesen, fortdauernd nach dem Zeichen *F* hinzusehen und allen Bewegungen desselben zu folgen. Der Beobachter, welcher zuerst von G_1 aus beobachten möge, dreht die Glasplatten des Ophthalmometers so weit, bis von den

Doppelbildern des hellen Pünktchens auf der Hornhaut das eine mit dem einen Pupillarrande zusammentrifft. Trifft dann das andere nicht gleichzeitig auf den andern Rand, so verschiebt er das Zeichen F so lange an der Scale, bis dies der
33 Fall ist, und merkt den Theilstrich der Scale, wo F steht. Bei dieser Stellung des beobachteten Auges steht also dann, vom Orte des Beobachters aus gesehen, das Hornhautbildchen perspectivisch hinter dem Mittelpunkte der Pupille. Dasselbe Verfahren wird wiederholt bei der zweiten Stellung des Ophthalmometer in G_2.

Die Rechnung wird folgendermaassen ausgeführt. Zuerst wird die Lage des Spiegelbildchens für die Stellung des Ophthalmometers in G_1 berechnet. Um den Winkel FAB zu bestimmen, misst man die Längen FB und BA. Es ist:

$$\angle FAB = \text{ang. tang}\left(\frac{FB}{AB}\right).$$

Es sei AH die Axe des Hornhautellipsoids für diese Stellung des Auges, oder, was wahrscheinlich damit meist identisch ist, die Linie, welche im Mittelpunkte der Hornhaut auf ihr senkrecht steht, und die wir Axe der Hornhaut nennen können, wenn wir die Ellipticität der Hornhaut vernachlässigen und sie als einen Kugelabschnitt betrachten, was für die vorliegende Untersuchung vollkommen ausreicht. Den Winkel HAF, zwischen der Gesichtslinie und Axe der Hornhaut, kennen wir aus den vorhergehenden Messungen. Der Winkel zwischen dem einfallenden Lichte und der Hornhautaxe ist dadurch also gegeben, wir wollen ihn mit γ bezeichnen:

$$\gamma = \angle BAH = \angle FAH - \angle BAF,$$

wenn B und H auf derselben Seite der Gesichtslinie liegen, oder:

$$\gamma = \angle BAH = \angle FAH + \angle BAF,$$

wenn sie auf verschiedenen Seiten liegen.

Es sei in Fig. 34 HAC die Axe der Hornhaut, BA die Richtung des einfallenden Lichtes, b_1 der Ort des gespiegelten Bildchens, $b_1 d$ ein Loth auf der Axe, R der schon vorher ge-
34 messene Krümmungsradius des Scheitels der Hornhaut, so ist

nach den Gesetzen der Katoptrik mit ausreichender Genauigkeit:

$$Ad = \frac{R}{2} \quad \text{und} \quad b_1 d = \tfrac{1}{2} R \, . \operatorname{tang} \gamma.$$

Wird nun die Linie $G_1 b_1$ gezogen, welche mit AC denselben Winkel macht, wie $G_1 A$ in Fig. 33 mit HA, und die Richtung bezeichnet, in der der Beobachter durch das Ophthalmometer in das Auge hineingeblickt hat, so muss der Mittelpunkt der Pupille in dieser Linie liegen.

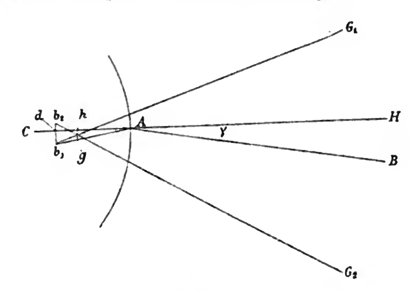


Fig. 34.

Man construire ebenso das zweite Bild b_2, und die zweite dazu gehörige Gesichtslinie des Beobachters $G_2 b_2$, so muss der Mittelpunkt der scheinbaren Pupille auch in dieser Linie liegen. Er liegt also, wo sich $G_1 b_1$ und $G_2 b_2$ schneiden, in g.

Will man den Ort von g nicht durch Construction, sondern durch Rechnung finden, so denke man das Loth gh auf AC gefällt. Wir bezeichnen Ah mit x, hg mit y und rechnen letzteres negativ, wenn es, wie in der Figur, auf derselben Seite der Axe wie G_2 liegt. Wir bezeichnen ferner die Winkel, welche die Linien $G_1 b_1$ und $G_2 b_2$ mit AC bilden, beziehlich mit α_1 und α_2, die Entfernungen $b_1 d$ und $b_2 d$ mit β_1 und β_2, so ist:

35

$$y = \frac{\beta_2 \operatorname{tang} \alpha_1 - \beta_1 \operatorname{tang} \alpha_2}{\operatorname{tang} \alpha_1 + \operatorname{tang} \alpha_2}$$

$$x = \tfrac{1}{2} R - \frac{\beta_1 + \beta_2}{\operatorname{tang} \alpha_1 + \operatorname{tang} \alpha_2}.$$

Hier sind x und y nur die Coordinaten des Mittelpunktes der scheinbaren Pupille, nennen wir die der wahren ξ und v, und die Brennweite der Hornhaut in Luft f_1, in wässriger Feuchtigkeit f_2, so ist:

$$\xi = \frac{x f_2}{x + f_1}$$

$$v = \frac{y f_1}{x + f_1}.$$

Die unmittelbaren Resultate meiner Versuche an den drei Augen waren folgende: die Entfernung $AB = 728$ mm, der Winkel $G_1 AB$, gleich $G_2 AB = 19^0 2' 46''$. Die Entfernungen BF waren, vom Mittelpunkte der Oeffnung B an gemessen, in Millimetern:

Ophthal-mometer	O. H.	B. P.	J. H.
in G_1	60	67	89
in G_2	36	17	0

Daraus ergab die Berechnung folgende Grössen in Millimetern:

	O. H.	B. P.	J. H.
Abstand der Pupillarebene vom Scheitel der Hornhaut			
scheinbarer:	3,485	3,042	3,151
wahrer:	4,024	3,597	3,739
Abstand des Mittelpunktes der Pupille von der Cornealaxe nach der Nasenseite scheinbarer:	0,037	0,389	0,355
wahrer:	0,032	0,333	0,304

36 Um nachher berechnen zu können, wie weit die Mitte der vorderen Linsenfläche sich vor dem Kreise hervorwölbt, wo der Pupillarrand ihr anliegt, muss bei diesen Versuchen auch der horizontale Durchmesser der Pupille gemessen werden. Es war seine

	O. H.	B. P.	J. H.
scheinbare Grösse:	5,82	3,88	4,03
wahre Grösse:	5,01	3,41	3,56

Veränderungen der Iris bei der Accommodation.

Dass die Pupille sich beim Nahesehen verengt, beim Fernsehen erweitert, ist bekannt.

Dass der Pupillarrand der Iris sich beim Nahesehen etwas nach vorn verschiebt, ist ebenfalls von mehreren Seiten festgestellt, aber wir müssen noch suchen, die Grösse der Verschiebung wenigstens annähernd zu bestimmen.

Endlich werde ich noch Versuche beschreiben, durch die man sich an jedem lebenden Auge überzeugen kann, *dass der peripherische Theil der Iris beim Nahesehen sich nach hinten bewegt.*

Um die Verschiebung des Pupillarrandes sehen und der Grösse nach schätzen zu können, weist man der beobachteten Person zwei hinter einander liegende Gesichtspunkte an, einen fernen und einen nahen, und betrachtet ihr Auge von der Seite und etwas von hinten, sodass beim Fernsehen die dunkle Pupille, wie in Fig. 2 Taf. III, fast ganz hinter dem Rande der Sclerotica verschwindet, man sieht sie dann beim Nahesehen jedes Mal hervortreten, wie in Fig. 3 Taf. III.

Um sich bei der Schätzung der Grösse der Verschiebung von kleinen Schwankungen des Kopfes des Beobachteten und des Beobachters unabhängig zu machen, lässt man den Beobachteten an einem Tische sitzen, sein Kinn auf eine feste Unter- 37
lage stützen, stellt als näheren Gesichtspunkt ein Kreuz von schwarzen Fäden, als ferneren einen schwarzen Punkt auf weissem Felde auf, und schreibt ihm vor, das Auge stets so zu stellen, dass das Fadenkreuz den Punkt deckt, was sich, wenn auch das Bild des einen von beiden undeutlich ist, gut ausführen lässt. Der Beobachter betrachtet das Auge durch ein Fernrohr aus 8 bis 10 Fuss Entfernung. Wenn das beobachtete Auge sich nun auch in Richtung seiner eigenen Gesichtslinie verschiebt, so hat das auf die perspectivische Stellung der Pupille zum Rande der Sclerotica keinen Einfluss.

Sowie es aber seine Accommodation ändert, tritt die Pupille sehr auffallend hervor.

Uebrigens findet man auch ohne alle weitere Vorbereitungen am beobachteten Auge selbst ein Zeichen, wodurch man sich vergewissern kann, dass das Hervortreten der Pupille nicht von einer Wendung der Augenaxe gegen den Beobachter hin herrühre. Man bemerkt nämlich, wie es in Fig. 2 und 3 auch dargestellt ist, unmittelbar vor der Pupille einen helleren Streifen, es ist dies der jenseits gelegene Theil der vorderen Irisfläche, der in einem verzogenen Bilde erscheint. Vor diesem bis zu der perspectivischen Grenze der Hornhaut hin liegt ein dunkler Streifen der dem jenseitigen, über die Cornea übergreifenden Rande der Sclerotica entspricht. Man sieht nun sehr deutlich bei eintretender Accommodation für die Nähe, dass die Grenzlinie der Pupille der Grenzlinie des äusseren dunklen Streifen näher rückt, sodass der dem Bilde der Iris entsprechende mittlere hellere Streifen schmäler wird. Rührte die scheinbare Verschiebung der Pupille davon her, dass das beobachtete Auge bei eintretender Accommodation für die Nähe unwillkürlich eine Schwenkung nach dem Beobachter hin machte, so würde im Gegentheile
38 die Iris in einer breiteren perspectivischen Ansicht erscheinen, und der jenseitige Scleroticalrand würde schmaler werden oder ganz verschwinden.

Für ein Auge, an welchem man die beschriebenen Messungen ausgeführt hat, kann man diese Beobachtungsart benutzen, um die Grösse der Verschiebung der Pupillarebene auch wenigstens annähernd zu schätzen. Man construire sich einen Durchschnitt der Hornhaut, wie es in Taf. III Fig. 5 für das Auge B. P. geschehen ist, und die entsprechende Lage der Pupillarebene für das ferne Sehen auf Seite F der Fig. 5. Die Grösse der Pupille zur Zeit der Anstellung der Versuche sei ebenfalls, sowohl für die grösste, wie kleinste Sehweite gemessen worden, natürlich genau bei derselben Beleuchtung des Auges, sodass man in der Zeichnung auch die Lage des Randes der Pupille bei m angeben kann. Stellte sich der Beobachter nun bei dem hier abgebildeten Auge so, dass der jenseitige Rand der Pupille m sich beim Fernsehen gerade

mit dem Rande der Sclerotica bei g deckte, so war eine gerade m und g verbindende Linie die Richtung seiner Gesichtslinie in der wässrigen Feuchtigkeit. Beim Nahesehen wurde die ganze Pupille sichtbar. Es musste also auch der andere Rand der Pupille bei n bis zur Gesichtslinie mg vorgerückt sein. Kennt man noch den Radius der Pupille beim Nahesehen, so ist dadurch die Lage des Punktes n gegeben, und wie viel n mehr nach vorn als m liegt, durch Construction oder Rechnung leicht zu finden.

Beim Auge O. H., wo die Pupille weiter nach hinten lag und weiter war, trat beim Nahesehen dem Beobachter nur die halbe Pupille hervor, sodass die perspectivische Verschiebung der Pupille geringer erschien. Die wirkliche Grösse der Verschiebung des Pupillarrandes ergab sich

im Auge B. P. 0,44 mm
im Auge O. H. 0,36 mm.

Mit dem Auge J. H. war ich leider verhindert, diesen Ver- 39
such anzustellen.

Ein kleiner Theil dieser Verschiebung rührt davon her, dass die Pupille sich gleichzeitig verengert, und ihre Ränder sich der am meisten hervorragenden Mitte der Linsenfläche nähern, der bei weitem grössere Theil aber davon, dass die Mitte der vorderen Linsenfläche selbst sich nach vorn bewegt. Wenn man die Pupille blos durch Lichtreiz, der das andere Auge trifft, verengern lässt, ohne dass die Accommodation geändert wird, so sieht man in Augen mit weiter Pupille, wie es die kurzsichtigen (auch das Auge O. H.) gewöhnlich sind, die Pupillarebene ein wenig vortreten, bei den gewöhnlichen engeren Pupillen normalsichtiger Augen ist dagegen nichts davon zu sehen, weil die Grösse der Verschiebung nach vorn natürlich sehr schnell abnimmt, wenn der Bogen der Wölbung, auf der sich die Pupille verschiebt, kleiner wird, und durch die Verengerung der Pupille der perspectivische Effect der Verschiebung auf der einen Seite der Pupille aufgehoben, auf der anderen von zweifelhafter Bedeutung wird.

Da der Pupillarrand der Iris der Linse immer dicht anliegt, die Form der Hornhaut aber und das

Volumen der wässrigen Feuchtigkeit bei Accommodationsveränderungen unveränderlich sind, kann die Verschiebung des mittleren Theiles der Iris und Linse nicht geschehen, ohne dass an der Peripherie die Iris zurückweicht und dadurch die vordere Kammer hier ebenso viel an Volumen gewinnt, als sie in der Mitte verliert. Cramer[1]) giebt an, sich davon bei Kindern mehrmals überzeugt zu haben, man kann es aber auch
40 am eigenen Auge und dem anderer Erwachsenen sehen. Zugleich ist die dabei von mir befolgte Versuchsmethode sehr nützlich, um sich eine Anschauung vom Relief der vorderen Irisfläche zu verschaffen.

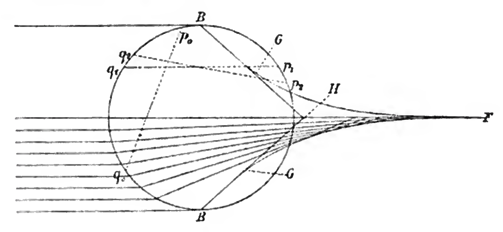


Fig. 35.

Bei meiner Untersuchungsmethode kommt wesentlich in Betracht, dass die Lichtstrahlen, welche auf eine brechende Kugelfläche (als solche wollen wir hier die Hornhaut betrachten) fallen, nicht genau in einem Punkte vereinigt werden, sondern vielmehr in einer kaustischen Fläche von kegelförmiger Gestalt, deren Spitze der Brennpunkt ist. In Fig. 35 ist der Gang parallel einfallender Lichtstrahlen und der Durchschnitt der kaustischen Fläche für eine Kugel vom Brechungsvermögen der wässrigen Feuchtigkeit dargestellt. *F* sei der Brennpunkt der centralen Strahlen, *GF* die kaustische Linie.

Der äusserste Strahl, welcher die brechende Fläche trifft, ist der, welcher sie in *B* tangirt, er werde nach *BH* gebrochen. Im Fusspunkte des vom Mittelpunkte des Kreises

1) l. c. S. 97.

auf BH gefällten Lothes, in G, befindet sich der zugehörige Endpunkt der kaustischen Linie GF, und die Strahlen, welche zwischen dem centralen Strahle und dem tangirenden CB auf die Fläche fallen, bleiben alle in dem vor der halben Sehne BG und der kaustischen Linie GF liegenden Raume, sodass das hinter diesen liegende Stück des Kugelraumes un- 41
beleuchtet bleibt. Bringen wir nun im Innern der Kugel eine sie schneidende Ebene $p_0 q_0$ an, welche der Jrisfläche entsprechen soll, so wird diese in der Lage $p_0 q_0$, wo sie weder die halbe Sehne BG noch die kaustische Linie schneidet, in allen Theilen ihrer Vorderfläche beleuchtet sein. Verrücken wir diese Ebene nach $p_1 q_1$, sodass sie die halbe Sehne BG schneidet, so wird das jenseits des Schnittpunktes liegende Stück der Ebene dunkel sein. Verschieben wir die Ebene in derselben Richtung immer weiter, so wird ihr dunkler Theil immer breiter werden, bis sie durch den Punkt G geht. Bei noch weiterer Verschiebung wird aber der dunklere Theil wieder schmaler, und da sie nun die kaustische Fläche schneidet, wird die Grenze zwischen dem beleuchteten und unbeleuchteten Theile durch eine helle Linie markirt werden. Liegt die Ebene in der Richtung $p_2 q_2$, und bewegen sich die Theile derselben, wo sie die kaustische Fläche schneidet, ein wenig in der Richtung nach dem Mittelpunkte der Kugel hin, so ergiebt die Betrachtung der Figur, dass dann die helle Linie, wo die beleuchtete Fläche von der kaustischen Fläche durchschnitten wird, sich in der Richtung nach F hin verschieben muss.

Diese Erscheinung lässt sich nun an der Iris beobachten. Man setze in einem dunklen Zimmer ein Licht in gleicher Höhe mit dem Auge vor sich hin und betrachte sein eigenes Auge in einem kleinen ebenen Spiegel. Anfangs stelle man sich so, dass die Iris ganz beleuchtet ist; dann wende man den Kopf so, dass das Licht immer schiefer von der Seite auf die Iris falle. Man wird dann an dem von dem Lichte abgewendeten Rande der Iris einen halbmondförmigen Schatten bemerken, der bei weiterer Drehung des Kopfes breiter wird, wenn er am breitesten geworden ist, sich mit einer hellen Linie 42
(der kaustischen Linie) säumt. Dreht man den Kopf noch

weiter vom Lichte ab, so sieht man die helle Linie schnell nach dem Rande der Iris hinrücken, wenn sie diesen erreicht hat, sieht man den vorderen Rand der Sclerotica an der entsprechenden Stelle von durchscheinendem Lichte lebhaft erleuchtet, und schliesslich kommt der ganze vordere Theil des Auges in Schatten.

Man suche nun die Stellung des Auges wieder auf, wo die kaustische Lichtlinie dem Rande der Iris sehr nahe ist. In Taf. III Fig. 4 ist diese Beleuchtung des Auges abgebildet. Der Pfeil unter der Figur bezeichnet die Richtung der Lichtstrahlen. An der Hornhaut sieht man an der Seite, woher das Licht kommt, zuerst den Hornhautreflex des Lichtes. Die beiden Seitenränder der Pupille sind noch theilweis beleuchtet. Auf der anderen Seite der Hornhaut, wohin die Spitze des Pfeiles weist, sieht man die kaustische Linie und daneben einen Lichtschein, der durch die Sclerotica schimmert. Man entferne den Spiegel, in welchem man das Auge betrachtet, so weit, als es die Erkennung der Lichtlinie erlaubt, und merke sich den Ort des Hintergrundes, vor welchem der Spiegel erscheint. Um das thun zu können, muss man eben einen kleinen Spiegel nehmen. Nun nähere man den Spiegel, während man den Kopf unverrückt erhält, so weit, als es die Accommodationsfähigkeit des Auges erlaubt, und achte darauf, dass er vor denselben Gegenständen des Hintergrundes stehen bleibt. Man wird die Lichtlinie näher nach dem Rande der Hornhaut rücken sehen. Durch öftere Wiederholung des Versuches überzeugt man sich, dass nicht zufällige Schwankungen des Kopfes daran Schuld sind.

Besser sieht man es an den Augen eines Anderen. Der Beobachtete sitzt dazu an einem Tische, das Kinn auf eine
43 feste Unterlage gestützt, vor sich zwei Fixationspunkte in gerader Linie mit seinem Auge, einen nahen und einen fernen. Der Beobachter stellt eine Lampe seitlich von dem beobachteten Auge und so fern davon, als es die Rücksicht auf die Helligkeit erlaubt, so auf, dass die Iris des beobachteten Auges wie in Fig. 4 erleuchtet wird. Man sieht dann die kaustische Linie auf der Iris beim Nahesehen sich dem Rande nähern, beim Fernsehen sich davon entfernen.

Uebrigens darf die Beleuchtung der Umgebung auch nicht so schwach sein, dass die Pupille des beobachteten Auges sich sehr erweitert, sonst wird die Erscheinung undeutlich.

Wenn die vordere Wölbung der kaustischen Linie den Rand der Iris da trifft, wo dieser hinter dem übergreifenden Rande der Sclerotica verborgen ist, scheint das von der Vorderfläche der Iris diffus zurückgeworfene Licht durch die Substanz der Sclerotica, und man sieht den Lichtschein schmaler und breiter werden, sowie sich das beobachtete Auge für Ferne oder Nähe accommodirt. Ich glaubte anfangs, das Licht träfe hier direct die Sclerotica, und die Erscheinung erkläre sich durch das von *Donders* angenommene Zurückweichen des Ansatzpunktes der Iris beim Nahesehen, wobei diese einen Theil der Sclerotica vor dem Lichte bald schützte, bald nicht. Ich halte es aber gegenwärtig für wahrscheinlicher, dass es Licht ist, welches von dem hell erleuchteten Theile der Iris ausgeht, und dass auch die erwähnte Erscheinung nur von dem Vorrücken der kaustischen Linie auf der Iris selbst herrührt. Jedenfalls muss aber die Verschiebung der Iris in der nächsten Nähe ihres Ansatzpunktes noch sehr beträchtlich sein.

Schiebt man die Lampenflamme noch mehr zurück, so
trifft endlich die kaustische Linie auf den Scleroticalrand selbst, 44
wobei ein sehr heller, scharf begrenzter Fleck erscheint. An diesem habe ich dann keine Veränderungen mehr wahrgenommen, die mit der Accommodation des Auges zusammenhingen.

Das Relief der Iris zeichnet sich bei der Beleuchtung von der Seite durch die Schlagschatten sehr deutlich ab. Indessen gehen die Strahlen, welche so schief durch eine krumme Fläche gebrochen sind, nicht von einem Centrum aus, und es könnten dadurch Täuschungen in der Beurtheilung der Form der Iris aus diesen Schatten entstehen. Besser ist es daher, durch eine Glaslinse von etwa 1 Zoll Brennweite und grosser Apertur das von der Seite auf das Auge fallende Licht in der Hornhaut in einen Focus zu vereinigen. Dieser Focus ist

dann der leuchtende Punkt, von dem alle Strahlen, die die vordere Augenkammer beleuchten, geradlinig ausgehen.

In normalsichtigen Augen pflegt ein erhabener Wulst die Pupille zu umgeben, entsprechend dem Circulus arter. minor. Dieser Wulst wirft bei seitlicher Beleuchtung einen Schlagschatten auf die Iris. In dem Durchschnitt des Auges B. P. Taf. III Fig. 5 habe ich bei *f* die Stelle bezeichnet, wo der leuchtende Focus beim Fernsehen liegen muss, um den Schlagschatten bis an den Rand der Pupille zu werfen, mit *h* die Stelle, die er zum gleichen Zwecke beim Nahesehen einnahm. Es ist dadurch die in der Zeichnung angegebene Form der vorderen Irisfläche bedingt. Bei dem Auge O. H. und anderen kurzsichtigen Augen dagegen war nur ein sehr geringer oder gar kein Schlagschatten des mittleren Theiles der Iris zu erzeugen. Die Iris war offenbar viel flacher, was mit der grösseren Entfernung der Pupillarebene des Auges O. H. von der Hornhaut übereinstimmt,
45 während doch der Ansatzkreis der Iris nicht in demselben Maasse nach hinten gerückt sein kann.

Krümmung der vorderen Linsenfläche.

Da die vordere Fläche der Linse eine, wenn auch kleine, Quantität des einfallenden Lichtes reflectirt — das grössere der bekannten Sanson'schen Bildchen — so kann diese Spiegelung, wie bei der Hornhaut, zur Bestimmung des Krümmungshalbmessers der vorderen Linsenfläche gebraucht werden. Indessen muss eine andere Methode eingeschlagen werden, und lässt sich auch nicht eine gleiche Genauigkeit erreichen, wie bei den Messungen der Hornhaut, weil der Reflex kein recht scharfes Bild formt und, wenigstens wenn er von Lampenlicht herrührt, zu schwach ist, um im Ophthalmometer in deutlich sichtbare Doppelbilder zerlegt werden zu können. Jedes der Doppelbilder hat natürlich nur die halbe Lichtstärke des einfachen Bildes.

Es schien mir daher am besten, die Grösse des Bildchens der vorderen Linsenfläche mit einem dicht daneben stehenden

Hornhautbildchen zu vergleichen, dessen Grösse leicht berechnet oder gemessen werden kann. Ich musste deshalb zwei gespiegelte Objecte haben, das eine von veränderlicher Grösse, um das Hornhautbild des einen gleich dem ersten Sanson'schen Bilde des anderen machen zu können.

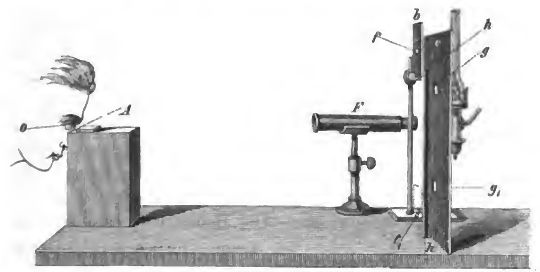


Fig. 36.

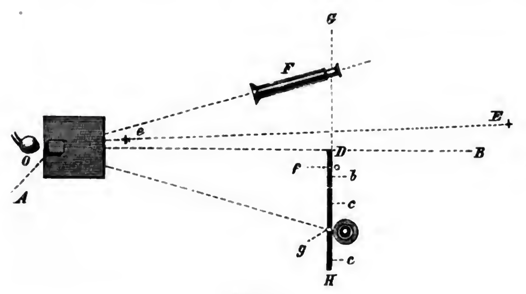


Fig. 37.

Die Anordnung des Apparates ist perspectivisch dargestellt Fig. 36 und im Grundriss in Fig. 37. *O* ist das beobachtete Auge, dicht vor ihm liegt ein kleines ebenes Metallspiegelchen *A* (ich benutzte ein Oertling'sches Stahlspiegelchen) horizontal auf einer festen Unterlage. In einiger Entfernung ($1^1/_2$ Fuss) davor befinden sich zwei stellbare Schirme *b* und *cc* mit den Oeffnungen *f* und *g*. Die Oeffnung *f* ist eng

46 (2 Linien im Quadrat), hinter ihr steht ein kleines Wachslichtchen. Die Oeffnung g ist grösser (9 Linien im Quadrat), hinter ihr befindet sich eine recht helle und grosse Lampenflamme. Das Auge O stellt sich nun so, dass es gleichzeitig über den Spiegel A hinweg die beiden erleuchteten Oeffnungen sieht, als auch im Spiegel ihre Spiegelbilder, welche scheinbar bei f_1 und g_1 liegen. Die Oeffnung f und ihr Spiegelbild f_1 bilden nun das Object für die Hornhautspiegelung, die Oeffnung g und ihr Spiegelbild g_1 das Object für die Linsenspiegelung. Um die Schirme richtig zu stellen, werden auf
47 dem Tische erst, wie der Grundriss zeigt, die Linien OB und senkrecht dazu GH gezogen. Letztere fällt mit der Ebene beider Schirme zusammen. Dem beobachteten Auge O wird ein Fixationspunkt E neben dem Ständer des Schirmes b vorbei in der Ferne angewiesen. Der Beobachter hat sein Auge, entweder unbewaffnet oder mit einem schwach vergrössernden, aber lichtstarken Fernrohre F versehen über der Linie OF, welche mit OB einen Winkel bildet, der gleich dem Winkel gOB ist. Das Gesichtszeichen E wird nun so gestellt, dass der Linsenreflex in der Mitte der Pupille erscheint, und das Hornhautbildchen der kleineren Lichtpunkte dicht daneben. Dann wird der Schirm b so lange gehoben oder gesenkt, bis der Abstand der kleinen gespiegelten Lichtpunkte genau ebenso gross ist wie der der Mittelpunkte der grösseren.

Die Spiegelung auf der Hornhaut wird durch eine einfache spiegelnde Fläche bewirkt, deren negative Brennweite nach den bekannten Gesetzen der Katoptrik gleich dem halben Krümmungsradius ist. Die vordere Linsenfläche ist aber in diesem Falle ein aus einer brechenden und einer spiegelnden Fläche zusammengesetztes spiegelndes System, ähnlich einer convex-concaven gläsernen Sammellinse, deren concave Seite mit Spiegelfolie belegt ist. Die Brennweite q dieses spiegelnden Systems ist sowohl von der Krümmung der brechenden als von der der spiegelnden Fläche und ihrem gegenseitigen Abstande abhängig. Diese Brennweite q lässt sich aus dem beschriebenen Versuche bestimmen. Die Bilder, welche spiegelnde Systeme von weit entfernten Gegenständen entwerfen, verhalten sich nämlich direct wie die Brennweiten der Systeme,

wenn also zwei verschiedene Systeme von ungleichen gleich weit entfernten Gegenständen gleiche Bilder entwerfen, muss sich ihre Brennweite umgekehrt wie die Gegenstände verhalten. Es verhält sich also:

$$q : \tfrac{1}{2} R = ff_1 : gg_1.$$

Um den scheinbaren Abstand der Oeffnung g von ihrem 48
Spiegelbilde g_1 zu finden, stellt man neben sie einen senkrechten Maasstab hh (Fig. 12). Das Spiegelbild g_1 liegt eben so tief unter der verlängerten Ebene des Spiegels A als g selbst darüber. Um nun den Ort zu finden, wo die Spiegelebene den Maasstab schneidet, braucht man nur sehr flach über das Spiegelchen hinweg nach dem Maasstabe hin zu visiren. Man sieht dann an der Grenzlinie direct gesehene und gespiegelte Theilstriche sich decken. Die Mitte zwischen zwei solchen sich deckenden Theilstrichen ist der Punkt des Maasstabes, der in die Verlängerung der Spiegelebene fällt. Dessen Abstand von der Mitte der Oeffnung g doppelt genommen ist gleich dem Abstande gg_1. Ebenso findet man ff_1.

Es ergaben sich in drei verschiedenen Reihen von Versuchen folgende Werthe für das Verhältniss $R/(2q)$:

$$\frac{R}{2q} =$$

	O. H.	B. P.	J. H.
	0,308	0,635	0,544
	0,313	0,618	0,544
	0,346	0,571	0,478
Mittel	0,322	0,608	0,522
$q =$	11,39 *mm*	6,288 *mm*	7,810 *mm*.

Endlich ist aus q noch der Radius r der vorderen Linsenfläche zu berechnen. Die Herleitung der Formel, welche die Brennweite eines zusammengesetzten brechenden und spiegelnden Systems giebt, ist weitläuftig, aber ohne Schwierigkeiten. Ich gebe daher hier nur ihr Resultat, und zwar gleich für einen etwas allgemeineren Fall. Vor der spiegelnden Fläche vom Radius r (Radien concaver Flächen als positiv, convexer als negativ betrachtet) stehe ein System brechender Kugelflächen, deren erste Brennweite (in Luft) f_1, die zweite Brenn-

49 weite (im letzten brechenden Medium) f_2 ist. Der Abstand der spiegelnden Fläche vom zweiten Hauptpunkte des brechenden Systems sei d, so ist:

$$q = \frac{f_1 f_2 r}{2\,(f_2 - d)\,(f_2 - d + r)} \tag{4}$$

Die Haupt- und Knotenpunkte des Systems fallen in einen Punkt zusammen, und dieser ist das von dem Systeme entworfene Bild des Scheitels der brechenden Fläche. Aus dem Werthe von q findet sich:

$$r = \frac{q\,(f_2 - d)^2}{\frac{1}{2} f_1 f_2 - q\,(f_2 - d)} \tag{5}$$

Die beiden Grössen f_1 und f_2 .sind oben für die Hornhäute der untersuchten Augen berechnet worden. Für die Grösse d können wir hier ohne Nachtheil den Abstand zwischen der Pupillarfläche und der Mitte der Hornhaut setzen. Es ergiebt sich der Krümmungshalbmesser der vorderen Linsenfläche:

für das Auge O. H. gleich 11,9 mm
" " " B. P. " 8,8 "
" " " J. H. " 10,4 "

Bei zwei todten Linsen fand ich mit dem Ophthalmometer den Krümmungsradius der vorderen Fläche gleich 10,2 und 8,9 mm, was mit den Messungen an den lebenden Augen gut stimmt.

Bei der Accommodation für die Nähe wölbt sich die vordere Fläche der Linse stärker, ihr Krümmungshalbmesser wird kleiner. Um diese Thatsache zu demonstriren, benutze ich eine ähnliche Anordnung, wie die zur Messung des Krümmungshalbmessers der vorderen Linsenfläche gebrauchte ist. Nur lasse ich den Schirm b mit der kleineren Flamme weg und stelle auf der Linie OE ein zweites näheres Gesichtszeichen e auf, am besten ein Fadenkreuz, welches genau das hintere Gesichtszeichen E deckt. Nachdem der Beobachter die beiden grösseren Sanson'schen Bilder
50 in der Pupille des beobachteten Auges aufgefunden hat, accommodirt sich dieses für das nähere Gesichtszeichen. Sogleich nähern sich die beiden Sanson'schen Bildchen bis auf etwa die Hälfte ihres früheren Abstandes.

Wenn das gespiegelte Bild aus zwei Lichtpunkten besteht, ist seine Verkleinerung beim Nahesehen auffallender, als wenn man blos eine dem Auge nahe gerückte Lampenflamme spiegeln lässt. Man erkennt aber auch im letzteren Falle deutlich, dass beim Nahesehen ihr Bild auf der vorderen Linsenfläche kleiner und zugleich schärfer wird.

Ich ziehe diese Methode zur Demonstration der von Cramer, welcher nur die Verschiebungen der Bildchen berücksichtigt, vor, weil bei der Verkleinerung des Bildchens nicht an kleine Schwankungen des Auges oder der Linse gedacht werden kann, ein Einwurf, der allerdings leicht zu beseitigen ist, wenn man darauf aufmerksam macht, dass die Verschiebung des Bildchens nicht immer nach einer Richtung erfolgt, sondern dass, wo auch das Bildchen in der Pupille scheinbar stehen mag, es sich stets beim Nahesehen der Mitte der Pupille nähert. Ausserdem aber scheint mir auch, dass die Schlussfolgerung aus der Grösse des Bildes auf die Grösse des Krümmungsradius kürzer und leichter zu verfolgen ist, als die aus den Verschiebungen des Bildes hergeleitete.

Mittels des Apparates, Fig. 36 und 37, kann nun auch leicht die Grössenveränderung des Bildes der vorderen Linsenfläche gemessen werden, indem man die Beobachtung ganz ebenso ausführt, wie dort beschrieben ist, und nur die Augen für das nähere Gesichtszeichen accommodiren lässt. Ich fand unter diesen Umständen die Brennweite q des aus der Hornhaut und vorderen Linsenfläche zusammengesetzten spiegelnden Systems und den Krümmungsradius r der vorderen Linsenfläche wie folgt:

	q	r	51
Auge O. H.	6,33	8,6	
Auge B. P.	3,49	5,9.	

Bei der Berechnung von r sind die Verschiebungen der vorderen Linsenfläche mit der Iris nach vorn, welche oben annähernd gemessen sind, berücksichtigt worden.

Ort und Krümmung der hinteren Linsenfläche.

Um den Ort der hinteren Linsenfläche zu bestimmen, kann man ein dem Princip nach ähnliches Verfahren gebrauchen wie bei der vorderen. Eine Veränderung in der Ausführung ist aber deshalb nöthig, weil man bei der vorderen Fläche die Iris hatte, welche dieser Fläche dicht anliegt und ihren Ort sichtbar macht. Die hintere Linsenfläche ist an und für sich nicht sichtbar und mit keinem sichtbaren Theile in Berührung, nur ihr Lichtreflex lässt den Beobachter ihre Anwesenheit und Lage erkennen. Es kommt nun nur darauf an, zu bewirken, dass für einen Beobachter, der nach einander von zwei verschiedenen Richtungen in das Auge sieht, beide Male genau derselbe Punkt der hinteren Linsenfläche durch einen Lichtreflex bezeichnet ist. Dann kann er dessen Lage von zwei verschiedenen Richtungen her gegen einen Hornhautreflex von bekannter Lage bestimmen und dadurch den scheinbaren Ort der hinteren Linsenfläche finden. Das kann nun mittels folgenden Kunstgriffes geschehen. Nachdem man den Reflex eines Lichtes an der hinteren Linsenfläche aufgesucht hat, bringe man das eigene Auge genau an den früheren Ort des Lichtes, das Licht genau an den früheren Ort des Auges. Nun geht das Licht, welches von der hinteren Linsenfläche gespiegelt, in das Auge des Beobachters dringt, genau auf demselben Wege zurück, auf dem es bei der ersten Stellung des Lichtes und Auges gekommen war, und muss auch nothwendig
52 genau an derselben Stelle gespiegelt werden. Bringt man bei beiden Stellungen den Linsenreflex mit einem Hornhautbildchen zum Decken, dessen scheinbaren Ort man bestimmen kann, so findet sich nachher der scheinbare Ort des reflectirenden Punktes der hinteren Linsenfläche in dem Durchschnittspunkte der beiden durch die betreffenden Hornhautbildchen gehenden Gesichtslinien des Beobachters.

Die nöthigen Data zu diesen Bestimmungen bekommt man nun auf folgende Weise.

Es wird, wie in Fig. 33, S. 309, in einiger Entfernung vor dem beobachteten Auge A eine Scale aufgestellt. Symmetrisch

zur Linie AB werden die beiden Stellungen des Ophthalmometers (von dem man aber nur das Fernrohr benutzt) in G_1 und G_2 construirt und bezeichnet, sodass man das Instrument leicht aus der einen in die andere bringen kann. Wenn das Fernrohr in G_1 steht, wird in G_2 ein Schirm mit einer Oeffnung aufgestellt, durch welche eine grosse und helle Lampenflamme ihr Licht auf das Auge A wirft. Das Gesichtszeichen F wird so gestellt, dass die Axe der Hornhaut nach dem Punkte B gerichtet ist. Ausserdem wird an der Scale verschiebbar noch ein kleiner Schirm mit einer engeren, durch ein blaues Glas verschlossenen Oeffnung angebracht, hinter der ein Wachslichtchen steht. Die ganze Anordnung, wie sie dem beobachteten Auge erscheint, ist in Fig. 38 dargestellt.

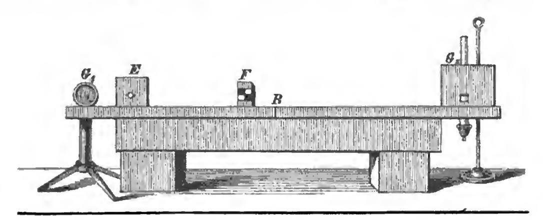


Fig. 38.

F ist das Gesichtszeichen, E der Schirm mit dem blauen 53
Lichtchen. Man verschiebt E so lange, bis sich der Hornhautreflex des blauen Lichtes mit dem Linsenreflex der grossen Flamme deckt, und merkt den Theilstrich der Scale, wo E steht. Dann vertauscht man die Stellungen des Fernrohrs und der Lampe und wiederholt dasselbe Verfahren.

Die Orte der Hornhautbildchen und den Durchschnittspunkt der Gesichtslinien des Beobachters im beobachteten Auge kann man ganz ebenso, wie ich es für die Iris beschrieben habe, bestimmen. Ich habe es für die folgenden Beobachtungen mit Berücksichtigung der Ellipticität der Hornhaut gethan.

Falls die Linse ein Rotationskörper wäre, dessen Axe genau mit der der Hornhaut zusammenfiele,

müsste bei diesem Verfahren der spiegelnde Punkt der hinteren Linsenfläche, also auch sein scheinbarer Ort, der Durchschnittspunkt der Gesichtslinien des Beobachters, in der Axe der Hornhaut liegen. Meine Versuche zeigen, dass das nicht der Fall sei. In dem Auge O. H. ist die Abweichung allerdings so gering, dass sie kleinen Beobachtungsfehlern in der Bestimmung der Hornhautaxe zugeschrieben werden könnte; aber in den beiden andern Augen ist sie dafür zu gross. Ich gebe im Folgenden die Ordinaten der scheinbaren Lage des reflectirenden Punktes *c* für die drei untersuchten Augen an. Als Abstand von der Axe der Hornhaut habe ich angegeben die Länge des Lothes, welches von *c* auf die Hornhautaxe gefällt ist, und als Abstand von der Hornhaut die Länge zwischen dem Fusspunkte des Lothes und dem Scheitelpunkte der Hornhaut. Die so gefundene Lage des Punktes *c* ist immer nur eine scheinbare, wie sie dem Beobachter durch die Linse und Hornhaut hin erscheint; indessen ist die Abweichung von der
64 wirklichen Lage jedenfalls nicht sehr bedeutend, da die hintere Linsenfläche dem zweiten Knotenpunkte des Auges sehr nahe liegt. Die Brechung in der Hornhaut kann berechnet, und dadurch die Lage des Punktes *c* gefunden werden, wie sie einem in der wässerigen Feuchtigkeit stehenden Beobachter erscheinen würde. Die Bezeichnung scheinbare Lage in Luft und in wässeriger Feuchtigkeit erklärt sich hiernach. Es sind die Resultate zweier Versuchsreihen angegeben.

Scheinbare Lage des Punktes *c* der hinteren Linsenfläche.

		O. H.	B. P.	J. H.
Abstand von der Hornhaut	in Luft	6,763 6,788	7,013 6,993	6,655 6,662
	in Hum. aq.	6,899 6,932	7,162 7,189	6,979 6,989
Abstand von der Hornhautaxe nach der Nase zu	in Luft	0,034 0,173	0,190 0,236	0,194 0,284
	in Hum. aq.	0,026 0,133	0,143 0,177	0,146 0,213

Die scheinbare Lage des Punktes c, von der wässerigen Feuchtigkeit aus gesehen, ist nun immer noch nicht seine wahre Lage, da die von ihm kommenden Lichtstrahlen noch in der Linse gebrochen werden. Leider lassen sich die optischen Constanten der Linse an den lebenden Augen noch nicht ermitteln. Glücklicher Weise hat aber die Brechung in der Linse einen höchst geringen Einfluss auf die scheinbare Lage des Punktes c, weil dieser ihrem hinteren Knotenpunkte sehr nahe liegt, und wir brauchen deshalb an dem Abstande des Punktes c von der Hornhaut nur eine kleine Correction anzubringen, die wir nach den optischen Constanten todter Linsen bestimmen können. Die wahre Entfernung des Punktes c von der Hornhautaxe lässt sich dagegen nicht bestimmen, weil die Linsenflächen offenbar schief von der Hornhautaxe 55
geschnitten werden, und wir die Grösse dieser Abweichung, welche von grossem Einfluss auf die scheinbare seitliche Verschiebung des Punktes c ist, nicht kennen.

Ein durch eine Convexlinse gesehener Punkt, der nahe hinter ihrem zweiten Knotenpunkte liegt, wird scheinbar vorgerückt um die Entfernung ihrer Knotenpunkte von einander, ein Theil dieser Verschiebung wird aber wieder dadurch aufgehoben, dass die Distanz des Bildes vom ersten Knotenpunkte nach hinten gerechnet etwas grösser ausfällt, als die wahre Entfernung des Objects vom zweiten Knotenpunkte ist. Ist für eine in wässeriger Feuchtigkeit liegende Linse die Entfernung der Knotenpunkte von einander d, die Entfernung des Punktes c vom hinteren Knotenpunkte a, und p die Brennweite der Linse, so ist die scheinbare Verschiebung x des Punktes c nach vorn, wenn man die höheren Potenzen von a/p vernachlässigt, gleich:

$$x = d - \frac{a^2}{p} \tag{6}$$

In Listing's schematischem Auge ist für die in wässeriger Feuchtigkeit liegende Linse:

$d = 0,203$ mm
$a = 1,424$ „
$p = 44,301$ „
$x = 0,157$ „

Ich habe an todten Linsen, an denen ich mit dem Ophthalmometer ein System von Messungen ausgeführt habe, gefunden:

$$a = 1{,}546 \qquad 1{,}499$$
$$p = 45{,}14 \qquad 47{,}43,$$

was mit Listing's Annahmen hinreichend übereinstimmt, d konnte ich leider nicht genau genug bestimmen, weil sich in
56 dieser sehr kleinen Grösse die Fehler in der Bestimmung der Dicke der Linse und der Abstände der beiden Knotenpunkte von den betreffenden Linsenflächen addirten.

Wenden wir den gefundenen Werth der Correction x auf unsere Messungen an, so ergiebt sich:

		O. H.	B. P.	J. H.
Abstand vom Scheitel der Hornhaut	der hinteren Linsenfläche	7,172	7,232	7,141
Abstand vom Scheitel der Hornhaut	der Pupille	4,024	3,597	3,739
	Dicke der Linse:	3,148	3,635	3,402

Diese Werthe der Linsendicke sind kleiner, als man sie an todten Linsen gefunden hat.

Krause giebt an, an solchen $1\frac{3}{4}$ bis $2\frac{2}{5}$ par. Lin. (4,05 bis 5,4 mm) gefunden zu haben; ich selbst fand 4,2 und 4,3 mm. Nun wölbt sich die vordere Linsenfläche in der Pupille ein wenig, und ihre Mitte tritt deshalb etwas vor die Ebene des Kreises hervor, in der die Pupille ihr anliegt, und diese Wölbung könnte der Dicke der Linse noch zugerechnet werden. Die Höhe der Wölbung beträgt nach den oben S. 313 und 324 gegebenen Werthen des Durchmessers der Pupille und des Krümmungshalbmessers der vorderen Linsenfläche:

O. H.	B. P.	J. H.
0,266	0,166	0,153

dann würde die Dicke der Linse:

3,414	3,801	3,555.

Aber auch diese Werthe reichen noch nicht an die der todten Linsen, und doch ist es auch fraglich, ob

man die ganze Höhe der Wölbung hinzurechnen darf, da dem Rande der Pupille, da wo er der Linse anliegt, auch noch eine Dicke von einigen Hunderttheilchen gegeben werden muss, 57
um welche der von vorn sichtbare Rand der Pupille von der Linsenfläche entfernt bleiben möchte. Um so viel würde die Correction wegen der Wölbung der Linse noch wieder verringert werden müssen.

Andererseits aber lassen die Messungsmethoden, durch welche die vorliegenden Resultate gefunden sind, nicht zu, einen Fehler von ½ mm in der Bestimmung der Dicke der Linse zu begehen. Es scheint mir daher daraus hervorzugehen, *dass sich die Dicke der Linse nach dem Tode vergrössert*.

Bei der Accommodation des Auges für die Nähe verändert sich der Ort des spiegelnden Punktes auf der hinteren Linsenfläche nicht merklich. Wenn ich bei den Beobachtungen, die ich zur Ermittelung des Ortes der hinteren Linsenfläche angestellt habe, das beobachtete Auge einen nahen Gegenstand fixiren liess, ohne seine Richtung zu ändern, so blieb der scheinbare Ort des Reflexes von der hinteren Linsenfläche ganz unverändert, man mochte von rechts oder links in das Auge hineinsehen. Da der scheinbare Ort der hinteren Linsenfläche fast gar nicht verändert wird, und die Aenderungen, welche die optischen Constanten der Linse bei der Accommodation erleiden, einen entgegengesetzten und sich theilweise aufhebenden Einfluss auf den scheinbaren Ort der genannten Fläche haben müssen, so können wir schliessen, *dass der wahre Ort des mittleren Theiles der hinteren Linsenfläche sich nicht merklich ändert*.

Ich bemerke noch, dass die Abweichung des Auges von einer richtigen Centrirung, wie wir sie von unseren künstlichen optischen Instrumenten verlangen, nicht etwa auf einer falschen Bestimmung der Hornhautaxe beruht. Man kann sich vielmehr von der mangelhaften Centrirung auch auf folgende Weise überzeugen.

Wäre das Auge symmetrisch um irgend eine Axe gebaut, 58
und fiele Licht unter demselben Winkel zu dieser Axe in das Auge, unter dem der Beobachter hineinsieht, so würden ihm

die in der Axe liegenden Punkte der Hornhaut, der vorderen und hinteren Linsenfläche Licht reflectiren, und es würde ihm der reflectirende Punkt der vorderen Linsenfläche etwa in der Mitte zwischen dem reflectirenden Punkte der Hornhaut und dem der hinteren Linsenfläche erscheinen.

Ordnet man nun den Apparat wie in Fig. 38, wobei man aber das blaue Lichtchen fortlassen kann, und stellt man für beide Stellungen des Fernrohrs und der Lampe das Gesichtszeichen so, dass der Reflex der vorderen Linsenfläche in der Mitte zwischen dem der Hornhaut und der hinteren Linsenfläche erscheint, so findet man zwei sehr merklich differirende Stellungen, je nachdem das Licht von der inneren oder äusseren Seite in das Auge fällt. Gleichzeitig muss das Gesichtszeichen auch etwas höher als die Scale stehen.

Es war der Winkel zwischen der Gesichtslinie und der Normale der reflectirenden Hornhautstelle:

Auge	Licht kommt	
	von der Nasenseite	von aussen
O. H.	3° 47′	4° 57′
B. P.	5° 6′	8° 12′
J. H.	5° 43′	7° 44′

Es folgt daraus, dass der Krümmungsmittelpunkt des Scheitels der Hornhaut auf der Nasenseite der Linsenaxe liegt, oder genauer gesprochen, auf der Nasenseite eines beide Linsenflächen senkrecht schneidenden Lichtstrahles.

Die *Krümmung* der hinteren Linsenfläche lässt sich am
59 lebenden Auge nicht genau, aber doch annähernd bestimmen. Wie wir es bei der vorderen Linsenfläche gemacht haben, kann man auch die hintere als einen Kugelspiegel betrachten, dem ein System brechender Flächen vorgesetzt ist. Die Brennweite dieses zusammengesetzten spiegelnden und brechenden Systems lässt sich alsdann mittels einer Messung der Grösse der von ihm entworfenen Bilder berechnen. Die Messung kann mit dem Ophthalmometer gemacht werden, ganz ähnlich wie die Messung der Hornhautkrümmung, doch ist wegen der

Lichtschwäche allerdings nur eine geringere Genauigkeit zu erreichen. Man muss die lichtgebenden Oeffnungen im Verhältnisse zu ihrem Abstande von einander ziemlich gross machen, wenn ihre Spiegelbilder gesehen werden sollen. Die Brennweiten des zusammengesetzten spiegelnden Systems waren:

für das Auge	O. H.	2,808
	B. P.	2,557
	J. H.	2,642.

Um daraus den Krümmungsradius finden zu können, müssen wir die Knotenpunkte und die Brennweiten des davor liegenden brechenden Systems kennen.

Genau sind diese an den lebenden Augen nicht zu ermitteln. Annähernd lassen sich dazu die Werthe aus Listing's schematischem Auge brauchen. Man kann sich die spiegelnde Fläche durch eine unendliche dünne Schicht Glasfeuchtigkeit von der hinteren Linsenfläche getrennt denken, sodass die Brennweiten und Knotenpunkte des vor ihr liegenden optischen Systems die Brennweiten und Knotenpunkte des ganzen Auges sind. Die Rechnung nach der Formel (5) giebt:

Krümmungshalbmesser der hinteren Linsenfläche.

O. H.	B. P.	J. H.
5,83	5,13	5,37.

An todten Linsen habe ich gefunden 5,86 und 5,89, was 60
damit hinreichend übereinstimmt.

Das von der hinteren Linsenfläche entworfene Bildchen verändert seine Grösse ebenfalls, aber in sehr geringem Grade, sodass ich zur Zeit, wo ich meine frühere Notiz aufsetzte, mit einem unvollkommeneren Instrumente seine Veränderung noch nicht gefunden hatte. Ich beobachtete diese Veränderung durch das Ophthalmometer, indem ich zwei senkrecht über einander stehende Flammen spiegeln liess. Bei der Drehung der Glasplatten des Ophthalmometers liess ich das untere Doppelbild des oberen Lichtpunktes sich nicht geradezu mit dem oberen des unteren

decken, sondern brachte sie seitlich neben einander, wie in Fig. 39, weil man bei dieser Stellung kleine Verschiebung leichter erkennt. Bei der Accommodation für die Nähe verschoben sich die neben einander gestellten Bilder a_2 und b_1 ein wenig, sodass sich a_2 dem a_1 näherte und b_1 dem b_2. Das Spiegelbild, welches die hintere Linsenfläche von den Lichtflammen entwarf, wurde also kleiner, und ich konnte die Verkleinerung auf etwa $^1/_{12}$ schätzen. Der Durchmesser der erleuchteten Oeffnungen war nämlich $^1/_6$ des Abstandes ihrer Mittelpunkte. Bei der Accommodation für die Nähe verschoben sich die neben einander gestellten hellen Flecke nahehin um ihre halbe Breite gegen einander, was $^1/_{12}$ ihres Abstandes ausmacht.

Fig. 39.

Es fragt sich nun, ist aus dieser Verkleinerung des Bildes auf eine Krümmungsänderung der hinteren Linsenfläche zu schliessen, oder rührt sie von der Aenderung der Brennweite des Auges her? Es lässt sich in diesem Falle zeigen, dass in der That die hintere Fläche der Linse ihren Krümmungsradius verringern muss, obgleich sich nicht
61 berechnen lässt, um wieviel. Es hat nämlich die Veränderung der Knotenpunkte der Linse, deren Grösse wir noch nicht bestimmen können, einen verhältnissmässig beträchtlichen Einfluss auf das Resultat.

Der hintere Knotenpunkt des Auges liegt, nach Listing's Bestimmungen, sehr nahe vor der hinteren Linsenfläche. Nennen wir seinen Abstand von ihr ε und p den Abstand des hinteren Brennpunktes des Auges von der hinteren Linsenfläche, so wird in der Formel (4) S. 324:

$$f_1 = p + \varepsilon$$
$$f_2 = n(p + \varepsilon)$$
$$f_2 - d = p$$

also:

$$q = \frac{nr}{2} \cdot \frac{(p+\varepsilon)^2}{p(p+r)}.$$

Bei der Accommodation für die Nähe wird p kleiner und ε nothwendig grösser. Der erstere Umstand würde den Werth von q kleiner machen, der zweite grösser. Wahrscheinlich

heben sich in Wirklichkeit diese beiden entgegengesetzten Veränderungen ziemlich genau auf, wenigstens zeigt dies die Rechnung, wenn man die wahrscheinlichsten Annahmen für die Veränderung der Brennweite und Knotenpunkte zu Grunde legt. Jedenfalls lässt sich zeigen, dass, wenn man die Veränderung von ε vernachlässigt, auch die grösste Verringerung von p, welche sich mit einiger Wahrscheinlichkeit annehmen lässt, nicht hinreicht, q um $^1/_{12}$ seines Werthes zu verringern, wie das in der That stattfindet.

Um nämlich ein Auge, das für unendliche Entfernung accommodirt war, auf 100 mm zu accommodiren, müsste der hintere Brennpunkt des Auges um 2,5 mm vor die Netzhaut rücken, wenn man der Rechnung die Grössen von Listing's schematischem Auge unterlegt. Dadurch würde sich 62
der Werth von q aber erst um $^1/_{20}$ seiner Grösse ändern. Andererseits scheint es wahrscheinlich, dass der hintere Knotenpunkt des Auges um etwa $^1/_3$ Millimeter vorrückt, weil sowohl die Knotenpunkte der Linse vorrücken müssen, als auch ihre Brennweite kleiner wird.

Bei Linsen von homogener Substanz sind nämlich die Knotenpunkte von den beiden Flächen im Verhältniss der Krümmungsradien entfernt, sie liegen der Fläche mit stärkerer Krümmung näher als der anderen. So müssen auch die Knotenpunkte der Krystalllinse beim Nahesehen vorrücken, da die Vorderfläche sowohl vorrückt, als auch stärker gekrümmt wird. Die Knotenpunkte des Auges liegen zwischen den Knotenpunkten der Linse und denen der Hornhaut, und müssen den ersteren wiederum um so näher rücken, je kleiner die Brennweite der Linse wird. Wenn es aber auch sicher ist, dass die Knotenpunkte des Auges vorrücken, so kann doch die Grösse der Verschiebung nur durch annähernde Schätzungen bestimmt werden. Nehmen wir sie zu $^1/_3$ mm, so würde der Werth von q dadurch um etwa $^1/_{20}$ seiner Grösse wachsen, also um ebenso viel, als er durch die Verringerung der Brennweite des Auges abnehmen konnte.

Aus dieser Berechnung ist klar, dass jedenfalls nicht die ganze Veränderung des Spiegelbildchens von den Veränderungen der davor liegenden brechen-

den Medien herrühren kann, sondern dass die hintere Fläche der Linse sich ebenfalls stärker krümmt, wenn auch in einem geringeren Verhältnisse als die vordere.

63 Die Veränderungen, welche ich im Auge bei der Accommodation für die Nähe beobachten konnte, sind also folgende:

1) Die Pupille verengert sich.
2) Der Pupillarrand der Iris bewegt sich nach vorn.
3) Die peripherischen Theile der Iris treten zurück.
4) Die vordere Linsenfläche wölbt sich stärker, und ihr Scheitel bewegt sich nach vorn.
5) Die hintere Linsenfläche wird ebenfalls ein wenig gewölbter und verändert ihren Platz nicht merklich. Die Linse wird also in ihrer Mitte dicker.

Da das Volumen der Linse constant bleiben muss, können wir noch schliessen, dass die queren Durchmesser der Linse sich verkürzen müssen.

Die Rechnung ergiebt ferner, dass bei unveränderter Lage der Netzhaut Listing's schematisches Auge sich auf 150 mm oder $5^1/_2$ Zoll Sehweite einrichten würde, wenn der Krümmungshalbmesser der hinteren Fläche der Linse sich um $^1/_{12}$ verkleinerte, der Scheitel der vorderen Fläche um 0,4 mm vorrückte und der Krümmungshalbmesser der letzteren von 10 mm auf 6,3 vermindert würde, was den Veränderungen des Auges B. P., wo dieser Halbmesser von 8,8 mm auf 5,9 sank, ungefähr entspricht.

Es scheint also die von uns beobachtete Veränderung der Krystalllinse auch ausreichend zur Erklärung der Accommodationsveränderungen des Auges zu sein.

64 Schliesslich füge ich noch einige Bemerkungen an über die Art und Weise, wie die beschriebene Formänderung der Linse wohl zu Stande kommt. In Figur 5 Taf. III habe ich mit 5-maliger Linearvergrösserung die Form der Hornhaut, Ort und Krümmung der Scheitel der beiden Linsenflächen nach den Messungen des Auges B. P. dargestellt, und zwar stellt die mit

F bezeichnete Seite der Zeichnung die Verhältnisse beim Fernsehen, die mit N bezeichnete Seite dagegen beim Nahesehen dar. Die Linse hat auf der nahesehenden Seite die Dicke von 4,3 mm, wie sie bei todten Linsen gewöhnlich ist; ich habe ihr auf dieser Seite also auch den Aequatorialhalbmesser todter Linsen, nämlich 4,8 mm, gegeben. Der fernsehenden Seite der Linse musste ich aber einen grösseren Aequatorialhalbmesser geben, weil die Linse bei den Accommodationsveränderungen ihr Volumen nicht ändern kann. Wenn man die Dimensionen der Linse parallel der Axe ihren $m$fachen und denen senkrecht gegen die Axe ihren $n$fachen Werth giebt, so wird das neue Volumen der Linse das n^2mfache des früheren; macht man daher $n_2 = 1/m$, so bleibt das Volumen ungeändert. Für die Mitte unserer Linse ist nun m etwa gleich $^{10}/_{9}$, also wird n etwa gleich $^{19}/_{20}$. Den Aequatorialhalbmesser der fernsehenden Seite habe ich deshalb auf 5,0 mm gesetzt. Natürlich ist eine genaue Bestimmung auf diese Weise nicht möglich, weil das Gesetz der Formänderung der Linse demjenigen, welches wir der Rechnung zu Grunde gelegt haben, schwerlich genau entspricht.

Die Iris habe ich, wie es die Beobachtungen am lebenden Auge ergeben, dicht an die Linse anliegend gezeichnet, und ihre Wölbung ebenfalls mit den früher beschriebenen Versuchen auf Seite 315 übereinstimmend gemacht. In Betreff der Ciliarfortsätze bin ich von den älteren Darstellungen des Auges abgewichen, indem ich sie sich bis auf die hintere Seite 65
der Iris verlängern lasse, und schliesse mich in dieser Beziehung Cramer's Zeichnungen, wenn auch nicht vollständig, an. Durchschneidet man ein möglichst frisches menschliches Auge in der Aequatorialebene und betrachtet die Linse und Ciliarfortsätze von hinten durch den Glaskörper, so sieht man die Gipfel der Fortsätze bis ganz nahe an den Rand der Linse reichen und Verlängerungen derselben noch eine kleine Strecke vor ihre Vorderfläche sich erstrecken. Bei feinen Schnitten aus den getrockneten Augenhäuten nach der Methode von Brücke findet man ebenfalls zuweilen, dass die Ciliarfortsätze eine weite Strecke auf die Iris hinauflaufen, in anderen Fällen, dass sie

sich nicht einmal bis zum Ansatzpunkt des Ciliarmuskels (Tensor Chlorioideae) erstrecken. Das erstere kann nur dann eintreten, wenn man den Schnitt gerade durch den Gipfel eines Fortsatzes geführt hat, das letztere dann, wenn man vorn zwischen zwei Fortsätzen geschnitten und nur hinten das niedrigere Ende eines Fortsatzes getroffen hat. Man muss übrigens oft ziemlich viele Präparate machen, ehe man eines findet, an dem der Fortsatz weit auf die Iris hinausläuft; daher erkläre ich mir, dass Brücke kein solches gefunden und bei seiner Darstellung des Auges benutzt hat.

In der Figur ist angenommen, dass auf beiden Seiten die Ebene des Bildes zwischen zwei Ciliarfortsätzen hindurchgeht und nur den Spannmuskel der Aderhaut durchschneidet. Die Gipfel der Fortsätze liegen hinter der Falte der Zonula, welche in dem entsprechenden Zwischenraume hinläuft. In Betreff des Verlaufes der Zonula, die sich in der Figur wie ein Schleier über die schwarzen Ciliarfortsätze hinlegt, und der Form und Dicke des Ciliarmuskels habe ich mich nach den Angaben und der Zeichnung von Brücke gerichtet.

66 Was den Ansatz der Iris betrifft, so bemerke ich darüber folgendes, was mit den Angaben von Donders und Koelliker im wesentlichen übereinstimmt: Die innere Wand des Schlemm'schen Canals besteht in ihren vorderen zwei Dritteln aus elastischem Gewebe, dessen Fasern (in der Zeichnung gelb) von der Membr. Descemetii entspringen, das hintere Drittel ist dagegen eine Lamelle von Sehnensubstanz, welche sich von der Sclerotica ablöst und mit deren Gewebe identisch ist, dabei an Dicke den vorderen elastischen Theil der Wand bedeutend übertrifft. Nur dicht an der inneren Oberfläche des Canals reichen elastische Fasern bis zu seinem hinteren Rande. Da wo sich das elastische und Sehnengewebe vereinigen, entspringen zusammen der Ciliarmuskel und die Iris. Ausserdem gehen nun aber von dem vorderen elastischen Theile der Wand des Schlemm'schen Canals eine Menge elastischer Fäden frei durch die wässrige Feuchtigkeit zum Rande der Iris hinüber, das Ligamentum pectinatum Iridis (Fig. 5 *p*.).

Aus der angegebenen Structur der Theile scheint mir hervorzugehen, dass für einen kräftigen Zug der Radialfasern der

Iris deren fester Insertionspunkt an dem hinteren Rande des Schlemm'schen Canals sich befindet. Man betrachte die Fig. 5 auf der Seite *N*, wo *s* der genannte Canal ist, und der elastische Theil seiner inneren Wand hell, der sehnige grau dargestellt ist. Dieser sehnige Theil der Canalwand ist gleichsam die Ansatzsehne der Iris. Wenn nun aber die Radialfasern der Iris erschlaffen, wird sie dem Zuge der elastischen Gebilde nachgeben, und da die vordersten Fasern des Ligamentum pectinatum von dem vorderen Ende des Schlemm'schen Canals entspringen, so ist anzunehmen, dass sie sich in der ganzen Breite dieses Canals an dessen innere Wand anlegt. Nehmen wir nun mit Cramer an, dass beim Nahesehen gleichzeitig eine Innervation der Circular- und Radialfasern 67
der Iris eintrete, so wird durch die beschriebene Befestigungsweise der Iris auch gleichzeitig das Zurückweichen ihrer peripherischen Theile erklärt. Wieviel Raum dadurch an der Peripherie der vorderen Kammer gewonnen wird, habe ich durch die punktirte Linie *qr* bezeichnet, welche der Stelle entspricht, wo sich beim Fernsehen die Vorderfläche der Iris befindet. Der Querschnitt dieses durch die Spannung der Iris gewonnenen Raumes erscheint in der Zeichnung allerdings viel kleiner als der Querschnitt des Raumes, der in der Mitte der vorderen Augenkammer verloren geht. Aber man bedenke, dass jener einem Ringe von viel grösserem Durchmesser entspricht als der letztere, und dass durch die Länge der Peripherie des Ringes für das Volumen gewonnen wird, was dem Querschnitte an Ausdehnung abgeht.

Uebrigens kann auch, wie Donders[1]) bemerkt hat, der Ciliarmuskel, wenn er sich spannt, den Ansatz der Iris nach hinten rücken, wenigstens um so viel, als der hintere sehnige Theil der Innenwand des Schlemm'schen Canals durch Umbeugung dem Zuge des Muskels nachgeben kann. Ich möchte nicht geradezu die Chorioidea als den festen Punkt bezeichnen, von dem aus der Muskel wirkt, da eine so dünne und lange Membran einen ausserordentlich hohen Grad von Undehnsam-

1) Onderzoekingen ged. in het Physiologisch Laborat. der Utrechtsche Hoogeschool. Jaar VI 1853—1854. p. 61.

keit haben müsste, um dem Zuge des vorn befestigten Muskels gar nicht nachzugeben. Ausserdem erklärt Koelliker das Stroma der Chorioidea für eine unentwickeltere Form des elastischen Gewebes. Die Dehnsamkeit der Chorioidea sei übrigens, welche sie wolle, so würde die von Donders dem Ciliarmuskel zugeschriebene Wirkung doch immer stattfinden
68 müssen, insofern ein zwischen zwei dehnsamen Membranen ausgespannter Muskel durch seine Zusammenziehung beide dehnen wird. Nur würde bei grösserer Dehnsamkeit der Chorioidea eine stärkere Zusammenziehung des Muskels nothwendig sein, um eine bestimmte Verlängerung der elastischen Wand des Schlemm'schen Canals hervorzubringen. Es ist also im Folgenden nicht unvereinbar mit Donders' Ansicht, wenn ich den Muskel die hinteren Enden der Ciliarfortsätze nach vorn ziehen lasse.

Dass die Iris eine wesentliche Function bei der Accommodation habe, lehren die Versuche von Cramer, wonach durch intermittirende elektrische Ströme, welche auf die Ciliargegend ausgeschnittener Augen von Seehunden und Vögeln wirkten, noch Accommodationsänderungen zu erzielen waren, so lange die Iris unverletzt vorhanden war, dagegen ausblieben, wenn die Iris entfernt oder radial durchschnitten war. Den Ciliarmuskel nimmt Cramer nur zu Hülfe, insofern er meint, dass seine Zusammenziehung im Stande sei, die Netzhaut gegen Druck zu schützen. Auch lässt sich in der That diejenige Aenderung der Gestalt der Linse, welche Cramer beobachtet hatte, nämlich die grössere oder geringere Wölbung der Vorderfläche der Linse, durch die Wirkung der Iris allein vollständig erklären. Dass die Iris bei normalsichtigen Augen nach vorn gewölbt sei, lässt sich durch die oben S. 319 beschriebenen Beleuchtungsversuche auch an lebenden Augen ermitteln. Daraus folgt ganz richtig, wie Stellwag von Carion und nach ihm Cramer geschlossen haben, dass eine gleichzeitige Spannung der circularen und radialen Muskelfasern der Iris den Druck in der vorderen Kammer vermindern, im Glaskörper vermehren müsse.

Es erscheint vielleicht paradox, dass durch eine Spannung
69 der Iris, welche die Wölbung dieses Organs flacher zu machen

strebt, bewirkt werden solle, dass im Gegentheil der Pupillarrand hervortrete. Es ist hierbei zu bedenken, dass sowohl die vordere Augenkammer, wie der Glaskörper ihr Volumen behalten müssen, da sie mit incompressibler Flüssigkeit gefüllt sind. Jede Bewegung der Iris kann also nur so geschehen, dass diese Bedingung erfüllt bleibt. Dabei wird die Iris durch ihre Spannung jede Bewegung der inneren Theile des Auges unterstützen oder hervorbringen können, bei welcher sich ihre Radialfasern verkürzen, wenn wir der Einfachheit wegen voraussetzen, dass während dieser Bewegung der Durchmesser der Pupille unverändert bleibt. Sehen wir die Seite *F* unserer Fig. 5 an, so ergiebt sich leicht, dass eine Verkürzung der Radialfasern der Iris eintreten kann, wenn sich ihr Rand zwischen dem hinteren Ende des Schlemm'schen Canals und dem Rande der Linse streckt. Da durch diese Bewegung aber der Raum des Humor aqueus vergrössert wird, muss nothwendig die Mitte der Linse mit dem Pupillarrande der Iris vortreten. Dadurch tritt allerdings wiederum eine kleine Verlängerung der Radialfasern ein. So lange aber diese Verlängerung geringer ist als die Verkürzung der Fasern durch die Streckung am Rande, so lange wird die beschriebene Bewegung durch stärkere Spannung der Irismuskeln hervorgebracht werden können. Man sieht aber, dass Cramer's Theorie von der Iriswirkung auch nothwendig die Existenz einer Wölbung oder Knickung der Iris an ihrem Rande voraussetzen muss, wie eine solche nach der vorher gegebenen Beschreibung des Ansatzes der Iris bedingt ist. Ich muss hier bemerken, dass in meiner Zeichnung die Knickung der Iris nicht gross genug erscheint, um ein so starkes Vorrücken der Pupillarebene zu erlauben, wie es den Beobachtungen entsprechend dargestellt ist. Bei den in der Zeichnung dargestellten Verhältnissen des Auges würde also die Wirkung der Iris allein die dargestellte 70
Veränderung des Auges nicht bewirken können. Kommt aber die Wirkung des Ciliarmuskels hinzu, und erweitert dieser die vordere Augenkammer an ihrem Rande, so muss auch die Mitte der hinteren Wand dieser Kammer wieder mehr vorgeschoben werden. Unsere Zeichnung bestätigt also Donders' Worte: „Ich halte diesen Muskel (M. Brückianus) für die

Formveränderung der Linse für ebenso wichtig als die Muskelfasern der Iris. Ohne ihn ist die Iris nicht im Stande, einen Druck von Bedeutung auf die Linse auszuüben.“

Von dieser Seite also liesse sich Cramer's Ansicht vertheidigen und ergänzen, dagegen scheint sie mir nicht auszureichen, um diejenige Gestaltveränderung der Linse zu erklären, welche wir durch unsere Beobachtungen gefunden haben. Wenn die Linse nämlich nur durch den stärkeren Druck des Glaskörpers gegen die Iris gedrängt würde, so würde ihre Vorderfläche allerdings vortreten und convexer werden, aber es müsste auch die Mitte ihrer hinteren Fläche vorgedrängt und weniger convex werden, so wie es L. Fick[1]) ausdrücklich bei seiner Theorie angenommen hat, die ebenfalls die Veränderungen in der Form der Linse von verschiedenem Druck im Glaskörper und in der vorderen Augenkammer herleitet, wenn auch diese Verschiedenheit des Druckes nicht von der Wirkung der Iris, sondern von veränderter Blutvertheilung abgeleitet wird. Diesen beiden Theorien steht nun entgegen, dass die hintere Fläche der Linse in Wirklichkeit ihren Platz nicht merklich verändert, und nicht flacher, sondern ein wenig gewölbter wird. Da die Linse ihr Volumen nicht verändern kann, so folgt daraus gleichzeitig, dass die Aequatorialdurch-
71 messer der Linse kleiner werden müssen, wie ich schon früher angeführt habe. Cramer scheint anzunehmen, dass nur an der unbedeckten Mitte der vorderen Fläche die weiche Substanz ihrer äusseren Theile hervorquelle, die stärkere Krümmung also nur auf den unbedeckten Theil der vorderen Fläche sich ausdehne. Dass die Formänderung der Linse einen viel weiteren Umfang habe, ergiebt sich leicht aus meinen Messungen und der darnach construirten Zeichnung Fig. 5. Da ferner die Mitte der Linse ausser Zusammenhang mit anderen festen Theilen ist, und auf sie keine anderen Kräfte wirken können, als der hydrostatische Druck der umgebenden Flüssigkeiten, so müssen wir die Kräfte, welche die Aequatorialdurchmesser verkleinern, an den Rändern der Linse suchen. Beim Nahesehen, schliessen wir daraus, muss ein verminderter Zug oder

---

1) J. Müller's Archiv für Anat. und Phys. 1853. p. 449.

ein vermehrter Druck auf die Ränder der Linse einwirken. Ein verminderter Zug könnte nur der der Zonula sein. Wir müssten annehmen, dass im ruhenden Zustande des Auges beim Fernsehen die Zonula gespannt sei und dadurch der Linse eine abgeplattetere Form gebe. Erschlaffen kann die Zonula durch die Thätigkeit des Tensor chorioideae, indem dieser Muskel das hintere Ende des Ciliarkörpers, mit welchem die Zonula eng zusammenhängt, nach vorn zieht und der Linse nähert, wie dies schon Brücke aus der Ansatzweise des Muskels geschlossen hat. Ich glaube nicht, dass man der Chorioidea eine dazu hinreichende Dehnbarkeit wird absprechen können. Uebrigens kann man auch in einem frischen todten Auge, wenn man an zwei entgegengesetzten Seiten der Linse die Zonula mit Pincetten fasst und daran zieht, die Form der Linse merklich verändern, sodass der Zusammenhang der Zonula mit der Linse und das Gewebe der Zonula selbst jedenfalls fest genug sind, um die angeführte Annahme zu erlauben. 72
Damit möchte ferner die Thatsache in Verbindung stehen, dass ich an allen drei lebenden Augen, welche ich untersucht habe, die Dicke der Linse beim Fernsehen dünner gefunden habe, als sie bei todten Augen zu sein pflegt. Ich hoffte diese Annahme noch an den Augen eben gestorbener Personen oder Thiere prüfen zu können, bei denen durch die Entleerung des Auges von Blut und durch die beginnende Diffusion der Augenflüssigkeiten der Druck im Auge vermindert war. Der Augenspiegel schien darüber Aufschluss geben zu können, ob das Auge nach dem Tode für die Nähe oder Ferne accommodirt sei. Indessen fand sich selbst bei Kaninchen, die durch Verblutung getödtet waren, unmittelbar nach den letzten Zuckungen des Thieres das Auge in einem Zustande, welcher eine genaue Einsicht mit dem Augenspiegel unmöglich machte. Während die Hornhaut noch ganz klar und unverändert aussah, durch Auftröpfeln von Wasser auch immer wieder eine vollkommen polirte Oberfläche erhalten konnte, erschien die Linse streifig, wie schlechtes Fensterglas. Dasselbe war bei eben gestorbenen menschlichen Leichen der Fall.

Ausserdem könnte man noch an einen Druck denken, den die Ciliarfortsätze, wenn sie sich erigiren, beim Nahesehen auf den Rand der Linse ausüben können.

Jedenfalls aber wird der Ciliarapparat schon deshalb nicht ganz unverändert bei der Accommodation für die Nähe bleiben können, weil der Rand der Linse beim Nahesehen sich von ihm entfernt und sich der Augenaxe nähert. Bei der straffen Verbindung des Linsenrandes mit der Zonula und dem Ciliarkörper muss der letztere nothwendig dieser Bewegung folgen, oder es würde eine beträchtlich vermehrte Spannung der Zonula entstehen, welche der herbeizuführenden Formänderung der Linse geradezu entgegenwirken würde. Somit würde der
73 Ciliarmuskel, wenn er sich nicht activ verkürzte, jedenfalls passiv verkürzt werden müssen.

Aus den angeführten Gründen werden wir kaum anstehen können, den Ciliargebilden in einer oder der anderen Weise eine Mitwirkung bei der Accommodation zuzuerkennen.[1])

Andererseits genügt aber auch eine auf den Rand der Linse ausgeübte Kraft allein nicht, um die Formveränderung der Linse zu erklären. Denn eine solche würde die Wölbung der vorderen und hinteren Fläche ziemlich gleichmässig vermehren müssen, während sich doch die vordere Fläche in viel stärkerem Verhältnisse als die hintere wölbt. Wir werden vielmehr stets mit der Kraft, welche die Aequatorialdurchmesser zu verkürzen strebt, eine solche verbinden müssen, welche die Aequatorialebene nach vorn zu wölben strebt, wie dies der Druck der Iris, oder die von L. Fick angenommene veränderte Blutvertheilung thun. Die Mitwirkung der Jris scheint mir durch Cramer's Versuche an Thieraugen ausser Zweifel gesetzt zu sein. Eine Mitwirkung der contractilen Ciliarfortsätze auf die Vertheilung des Blutes liegt nicht ausserhalb der Grenzen der Möglichkeit. Bis das Vorhandensein einer solchen aber bewiesen ist, würde wohl, übereinstimmend

1) Dass in der That auch bei Mangel der Iris Accommodation stattfinden kann, ist später durch pathologische Fälle durch A. v. Graefe erwiesen.

mit der Ansicht von Donders, die Iris in Verbindung mit dem Brücke'schen Muskel als das Hauptorgan der Accommodation betrachtet werden müssen; auch scheint mir diese Annahme allen Erscheinungen genügend zu entsprechen, wenn der Ciliarmuskel nicht blos den Ansatz der Iris nach hinten, sondern auch die hinteren Enden der Ciliarfortsätze nach vorn bewegt, also in der That nach Brücke's ursprünglicher Bezeichnung als Spannmuskel der Aderhaut wirkt.

Dadurch würden sich auch die Beobachtungen pathologischer Fälle erklären, wo bei stärkster Mydriasis oder 74
Iridermie das Accommodationsvermögen nicht ganz fehlte, und es wäre sehr zu wünschen, dass die Augenärzte, denen solche Fälle vorkommen, im Interesse der physiologischen Theorie der Accommodation das Accommodationsvermögen solcher Augen genau bestimmen möchten. Die im Archiv für Ophthalm. I. Bd. Abth. I S. 315 von A. v. Gräfe besprochenen Fälle von Mydriasis möchten darin ihre Erklärung finden, dass znnächst nach der eingetretenen Erweiterung der Pupille der Kranke, die Hülfe der Iris bei der Accommodation vermissend, die Aenderung des brechenden Apparates nicht hervorzurufen versteht, später aber lernt mit dem Ciliarmuskel die Accommodation wenigstens innerhalb gewisser Grenzen zu Stande zu bringen. Eine genaue Untersuchung der beiden Sanson'schen Bildchen und ihrer Aenderungen bei der Accommodation in solchen Fällen würde sehr wichtig sein, und wenn die von mir aufgestellte Hypothese richtig ist, wäre zu erwarten, dass an solchen mydriatischen Augen das Bildchen der hinteren Linsenfläche sich stärker verkleinern wird als an gesunden Augen.

LXII.

Ueber Farbenblindheit.

Aus den Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. Bd. II. S. 1—3. 11. November 1859.

Die Lehre von den drei Grundfarben, aus denen sich alle anderen Farben durch Mischung zusammensetzen liessen, kann nicht in dem Sinne festgehalten werden, dass es irgend welche drei objectiv existirende Farben oder farbige Lichter gäbe, aus denen alle anderen objectiv existirenden Farben zusammengesetzt werden könnten. Solche Farben müssten nothwendig unter den gesättigtesten Farben gewählt werden, weil weissliche Farben wohl aus gesättigten, aber nicht letztere aus ersteren zusammengesetzt werden können. Die gesättigtesten Farben, welche wir kennen, sind die Spectralfarben; aber wie man auch drei unter diesen wählen mag, so gelingt es doch nicht alle anderen Spectralfarben aus ihnen zusammenzusetzen, weil die Mischungen immer sehr merklich weisslicher sind als die entsprechenden homogenen Farben. Dagegen kann die Lehre von Th. Young, dass es drei Hauptfarbenempfindungen gebe, welche Young an drei hypothetisch angenommene Fasersysteme vertheilt, sehr wohl benutzt werden, um das Gebiet der Farbenerscheinungen auf einfache Principien zurückzuführen. Danach existiren im Sehnervenapparate drei verschiedene Fasersysteme, welche alle von allem objectiven Lichte erregt werden können, aber in verschiedener Stärke, und wenn sie erregt sind, qualitativ verschiedene Empfindungen hervorbringen. Als Grundfarben nahm Young an Roth, Grün, Violett, und dem entsprechend rothempfindende, grünempfindende

violettempfindende Nerven; doch bleibt die Wahl der Grundfarben noch bis zu einem gewissen Grade willkürlich. Die rothen Strahlen des Spectrum erregen die rothempfindenden Nerven am stärksten, schwach die beiden anderen Systeme. Ebenso erregen die grünen und violetten Strahlen die gleichnamigen Systeme von Nerven stark, die ungleichnamigen schwach. Weiss entspricht gleich starker Erregung aller Systeme. Die Spectralfarben erregen die einzelnen Grundempfindungen noch nicht rein und von den beiden anderen getrennt, es ist deshalb möglich, wie der Vortragende in der letzten Naturforscherversammlung auseinandergesetzt hat, noch gesättigtere Farbenempfindungen, die den Grundempfindungen näher kommen, zu erregen, indem man Spectralfarben betrachtet, nachdem man das Auge für ihre Complementärfarbe ermüdet hat.

Um genaue Messungen über die Mischungsverhältnisse der 2
Farben anzustellen, hat Maxwell eine eigenthümliche Construction des Farbenkreisels eingeführt, welche erlaubt den Sectoren, die die einzelnen Farben enthalten, eine veränderliche Breite zu geben. Mit Hülfe eines solchen Kreisels kann man sehr genau Farbenmischungen herstellen, die einer anderen gegebenen Farbe ganz gleich aussehen, oder wie Maxwell es nennt, eine Farbengleichung herstellen. Für gesunde Augen lassen sich nun zwischen jeder beliebig gegebenen Farbe und drei passend gewählten Grundfarben mit eventueller Hinzunahme von Weiss Farbengleichungen herstellen, und Maxwell hat mit Hülfe solcher Versuche das von Newton aufgestellte Gesetz der Farbenmischung streng erwiesen, wonach sich alle Farben in einer Ebene so ordnen lassen, dass man, wenn man die Menge der gemischten Farben durch proportionale Gewichte ausdrückt, im Schwerpunkte dieser Gewichte die Mischfarbe findet.

Derselbe Forscher hat für Farbenblinde gefunden, dass für deren Augen zu solchen Versuchen nur zwei Grundfarben nöthig seien. Der Vortragende hat Gelegenheit gehabt, solche Untersuchungen an einem Farbenblinden, Herrn M. in Carlsruhe, zu wiederholen, und diese Thatsache bestätigt gefunden. Es konnten für dessen Augen alle Farben durch Mischungen

von Gelb und Blau wiedergegeben werden. Daraus folgt, dass solchen Augen eine der Grundempfindungen fehlt. Da Maxwell ferner gezeigt hat, dass die Farben, welche von farbenblinden Augen verwechselt werden, in einer nach dem Princip der Schwerpunktconstructionen geordneten Farbentafel alle in einer geraden Linie liegen, so geben Untersuchungen an Farbenblinden die Gelegenheit, den Farbenton der fehlenden Grundfarbe genau zu bestimmen und dadurch mindestens eine der Grundfarben sicher kennen zu lernen. Man braucht zu dem Ende nur solche Farben zu suchen, welche der Farbenblinde mit neutralem Grau verwechselt; deren Farbenton muss entweder dem der fehlenden Grundfarbe entsprechen oder ihm complementär sein. In dem Falle von Herrn M. waren diese Farben Roth und Grünblau. Das Roth war die ihm fehlende Grundfarbe, denn sein Auge erwies sich als sehr wenig empfindlich gegen Roth. Dies erschien ihm einem sehr dunklen Grau gleich, während das complementäre Grünblau einem sehr hellen Grau gleich erschien. Der Farbenton dieser rothen Grundfarbe entspricht nahehin dem des rothen Endes des Spectrum, schien jedoch ein wenig nach dem Purpur hin abzuweichen. Dadurch ist denn eine der Grundfarben gegeben.

Man kann die Classe von Farbenblinden (Seebeck's zweite Classe), zu der Dalton und Herr M. gehören, die Rothblinden nennen. Aus Seebecks's Angaben scheint es wahrscheinlich, dass die andere von ihm aufgestellte Classe, welche andere Farbenverwechslungen macht als die Rothblinden, die von letzteren verwechselten Farben aber unterscheidet, Grünblinde sind. Die Untersuchung eines solchen mittels
3 Methode von Maxwell wäre sehr wünschenswerth, um die zweite Grundfarbe kennen zu lernen.

Die Methode der Untersuchung von Maxwell macht vollständige Untersuchung des Zustandes der Farbenblinden erst möglich. Der Vortragende besprach die Unvollkommenheiten der früheren Untersuchungen, wobei man immer nur eine Reihe von Farben kennen lernte, die den Farbenblinden nahehin gleich schienen, sich aber nicht darüber verständigen konnte, ob der noch vorhandene Unterschied den Farbenton

oder den Grad der Sättigung beträfe. Auf dem Farbenkreisel kann man die Mischungen für ihr Auge genau gleich machen, und dabei gab Herr M. durchaus keine unsicheren Angaben; sein Auge unterschied die Farben, welche es überhaupt unterscheiden konnte, sicher und fein.

Nach der Young'schen Theorie wäre anzunehmen, dass bei den Rothblinden die rothempfindenden Nerven gelähmt seien. Daraus ergäbe sich, dass die Empfindungen der Farbenblinden für die Spectralfarben folgenden der normalen Augen entsprechen:

Roth	erscheint	gleich	lichtschwachem gesättigtem Grün.
Gelb	„	„	lichtstarkem gesättigtem Grün.
Grün	„	„	lichtstarkem weisslichem Grün.
Grüngelb	„	„	Weiss oder Grau.
Blau	„	„	weisslichem Violett.
Violett	„	„	gesättigtem Violett.

Das Grün nennen sie aber Gelb, weil in der Farbe, die die normalen Augen Gelb nennen, sie die lichtstärkste und gesättigste Art dieser ihrer einen Farbe erblicken, und daher also den Namen wählen.

Weitere Ausführung dieses Themas findet sich in § 20 meines Handbuches der Physiologischen Optik.

LXIII.

Ueber die Contrasterscheinungen im Auge.

Aus den Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. Bd. II. S. 32—33. 1860. 27. April.

---

32 Der Redner sprach zuerst darüber, was man unter Contrasterscheinungen verstehe und wie dieselben vielfach mit den Nachbildern verwechselt werden, welche Chevreul unter dem Namen des successiven Contrastes bezeichnet.

Zu wirklichen simultanen Contrasterscheinungen muss man durch besondere Untersuchungsmethoden die Nachbilder vermeiden. Dann ergiebt sich jedoch, dass dieselben in der That bestehen. Ueber dieselben ergaben mannigfach modificirte, der Versammlung vorgeführte Versuche Folgendes:

Die Veränderung der Farbe durch den Contrast ist um so stärker, je grösser das Feld ist, welches den Contrast hervorbringt, je schwächer zweitens der Unterschied der Farben ist, je gleichmässiger endlich ohne eingeschobene fremdartige Abgrenzung die beiden Felder in einander übergehen.

Am besten sind diese Bedingungen im Phänomen der farbigen Schatten vereinigt. Bei Beobachtung eines farbigen Schattens durch eine geschwärzte Röhre erhält sich die Vorstellung der Farbe, wie sie sich zuvor gebildet hatte, auch wenn ihre Bedingung wegfällt, so lange man nicht andere Stellen des Gesichtsfeldes vergleichen kann. Unsere Begriffe von Weiss, welche dabei vielfach in Betracht kommen, nähern sich überhaupt der Farbe des herrschenden Lichtes und üben ihren Einfluss auf die Beurtheilung anders gefärbter Stellen.

In homogen rother Beleuchtung, wie wir sie am besten durch mit Kupferoxyd gefärbte Gläser erhalten, zeigen sich

die lichtarmen Partien complementär grün gefärbt. Es geschieht dies in Folge der Ermüdung der Netzhaut, und wir erhalten dadurch eine Correctur unserer Vorstellung über das herrschende Licht.

Wenn das gefärbte Feld nur einen kleinen Theil des Sehfeldes einnimmt, so hängt die Möglichkeit der Contrasterscheinungen von einer Menge von kleinen Umständen ab, deren Einwirkungen sich aus den oben angegebenen Bedingungen erklären, und welche durch die Versuche erläutert wurden.

Auch das Zustandekommen der wirklichen Contrasterscheinungen scheint auf einer Täuschung des Urtheils zu beruhen. Wir können richtig vergleichen, wenn die zu vergleichenden Stellen im Gesichtsfelde unmittelbar an einander liegen. Räumliche Trennung und noch mehr Aufeinanderfolge in der Zeit schwächen die Sicherheit der Empfindung. Sicher empfundene Unterschiede werden im allgemeinen zu hoch veranschlagt.

Auf solche Weise, nicht durch die ältere Annahme einer
wirklich veränderten Nervenerregung lassen sich die Contrast- 33
erscheinungen im Auge erklären. Dabei bleibt es aber oft
sehr schwer, die im einzelnen Falle mitwirkenden Nebenumstände ausreichend aufzufinden.

Weitere Ausführung dieses Themas ist in meinem „Handbuch der Physiologischen Optik“ § 24 gegeben.

LXIV.

Ueber die Bewegungen des menschlichen Auges.

Vorläufige Mittheilung aus den Verhandlungen des naturhistorisch-medic. Vereins zu Heidelberg. Bd. III. S. 62—67. 8. Mai 1863.

(Das Manuscript wurde sogleich eingereicht.)

62 Bei den Bewegungen unseres Auges beabsichtigen wir zunächst nur einen bestimmten Punkt des Gesichtsfeldes zu fixiren, zu welchem Ende das Auge so gestellt werden muss, dass das Bild des zu fixirenden Punktes auf die Netzhautgrube, die Stelle des deutlichsten Sehens, fällt. Dazu ist es genügend, dass wir das Auge um einen gewissen Winkel nach aufwärts oder abwärts, nach rechts oder nach links drehen. Wenn nun aber das Auge die verlangte Stellung erhalten hat, so würde es immer noch möglich sein dasselbe um die Gesichtslinie zu drehen, ohne dass dadurch das Bild des zu fixirenden Punktes sich von dem Centrum der Netzhautgrube entfernte. Alle Stellungen vielmehr, in welche das Auge durch eine solche Drehung der Gesichtslinie übergeht, würden der obengestellten Forderung gleich gut entsprechen.

Das Problem der Augenbewegungen bezieht sich nun darauf zu bestimmen, welche von diesen durch Drehung um die Gesichtslinie zu erreichenden Stellungen das Auge wirklich einnimmt, und warum es gerade diese einnimmt.

Das erste Gesetz, welches in dieser Beziehung durch Donders und Meissner früheren entgegenstehenden Ansichten gegenüber ermittelt wurde, ist, dass der Grad der
63 Drehung um die Gesichtslinie nur abhängt von der Richtung dieser Linie, relativ zur Lage des Kopfes genommen, und nicht

von dem Wege, auf welchem die Gesichtslinie in die betreffende Lage gebracht ist.

Es ist dieses Gesetz von grosser Wichtigkeit für die Orientirung über die Lage der Gegenstände im Gesichtsfelde. Denn wenn wir bei gegebener und constant bleibender Haltung des Kopfes irgend einen Punkt des Feldes fixiren, so werden die vertical über oder unter dem fixirten Punkte liegenden anderen Punkte des Gesichtsfeldes stets auf demselben Netzhautmeridiane abgebildet, wie auch das Auge in die betreffende Stellung gekommen sein mag. Wenn das betreffende Gesetz nicht existirte, und das Auge verschiedene Grade der Raddrehung (Drehung um die Gesichtslinie) annehmen könnte, so würden zu verschiedenen Zeiten bei gleicher Stellung der Gesichtslinie verschiedene Netzhautmeridiane in die Lage kommen können, das Bild der vertical über und unter dem fixirten Punkte gelegenen anderen Punkte aufzunehmen, und demgemäss würde das Bild einer Verticallinie bei gegebener Stellung des Kopfes und des Auges nicht immer demselben Netzhautmeridiane entsprechen. Es würde dadurch zwar nicht unmöglich gemacht werden die Richtung der Verticallinien im Gesichtsfelde zu bestimmen, aber es müssten viel mehr durch Empfindung gegebene Elemente dabei berücksichtigt werden, nicht blos diejenigen Muskelempfindungen, welche über die Erhebung oder Senkung des Auges und über seine Rechts- und Linkswendung Aufschluss geben, sondern auch solche, welche den Grad seiner Raddrehung zu erkennen geben. Die Aufgabe der Orientirung im Gesichtsfelde würde also beträchtlich complicirter sein, als sie bei dem wirklich vorhandenen Gesetze der Bewegungen ist.

Wenn das Gesetz dieser Bewegungen den Interessen des binocularen Sehens angepasst sein sollte, so würden wir erwarten müssen, dass diejenigen Netzhautmeridiane, welche einmal in der Visirebene (d. h. in der durch die Gesichtslinien beider Augen gelegten Ebene) enthalten sind, immer darin bleiben müssten. Dann würde es nämlich möglich sein, dass eine Reihe von Punkten dieser Ebene (die des Müller'schen Horopterkreises) auf identischen Stellen beider Netzhäute abgebildet wären, und in den symmetrischen Augenstellungen

würde der Fixationspunkt zusammenfallen mit dem Kreuzungspunkt der geraden Linie und der Kreislinie, welche nach einem früheren Vortrage von mir den Horopter bilden, was vortheilhafter für das Einfachsehen wäre, als wenn diese Punkte nicht coincidiren.

Aber schon die Versuche von *Donders* zeigten, dass die Interessen des binocularen Einfachsehens bei den Augenbewegungen gar nicht berücksichtigt sind. Dasselbe wurde durch alle späteren Versuche von *Meissner*, *Fick*, *Recklinghausen*, *Wundt* bestätigt. Man hat deshalb in neuerer Zeit die Ansicht aufgegeben, dass das Gesetz der Augen-
64 bewegungen von den Interessen des Sehens abhänge, und es haben *Fick* und *Wundt* nachzuweisen gesucht, dass es nur von der Bequemlichkeit der Augenmuskeln abhänge, indem das Auge stets denjenigen Grad der Raddrehung annehme, der bei der vorhandenen Richtung der Gesichtslinie den Muskeln den geringsten Grad der Anstrengung zumuthe.

Es wäre nun auffallend bei einem übrigens seinem Gebrauche so zweckmässig angepassten Organe, wie das Auge, wenn bestimmte Interessen des binocularen Sehens vernachlässigt sein sollten in dem Gesetz der Bewegungen, ohne dass ein anderer optischer Zweck durch die vorhandene Einrichtung erfüllt würde. Da das Wachsthum der Muskeln eines gesunden Körpers überall von den Forderungen, die an ihre Anstrengungen gemacht werden, abhängt, und die Muskelgruppen sich also schliesslich immer dem Principe zu accommodiren pflegen, dass die zweckmässigste Art der Bewegung auch die am leichtesten ausführbare ist, so wäre die Uebereinstimmung der Thatsachen mit der von *Fick* und *Wundt* vertheidigten Ansicht kein Grund, nicht noch nach einem optischen Principe für die Augenbewegungen zu suchen, und ich glaube in der That ein solches nachweisen zu können.

Das erste an die Spitze gestellte Princip der Bewegungen sichert die Wiederkehr derselben Orientirung des Bildes gegen die Netzhautmeridiane, wenn dieselbe Stellung der Gesichtslinie wiederkehrt. Wir können ein zweites Princip derselben Art aufstellen für die Bewahrung der Orientirung bei Bewegungen des Auges. Indem wir die Gesichtslinie über das

Gesichtsfeld gleiten lassen, werden sich die Lichteindrücke auf allen Punkten der Netzhaut verändern. Wir müssen nun Mittel haben zu beurtheilen, dass alle diese Veränderungen des Bildes auf sämmtlichen Theilen der Netzhaut nur von der geänderten Stellung des Auges, nicht von einer Veränderung der Objecte im Gesichtsfelde herrühren.

Bezeichnen wir verschiedene Punkte des Bildes mit A, B, C, D. Es falle A auf die Netzhautgrube die wir mit a bezeichnen wollen, B auf einen Netzhautpunkt b, C auf c u. s. w. Wir verschieben jetzt den Fixationspunkt ein wenig, sodass das Bild A auf einen anderen unendlich wenig entfernten Netzhautpunkt α fällt, B von b nach β rückt, C von c nach γ. Nun wird es am leichtesten constatirt werden können, dass wir es nur mit Verschiebungen des Auges zu thun haben, wenn jedes Mal, so oft das Bild, welches eben den Netzhautpunkt a empfand, nach α rückt, auch gleichzeitig der Lichteindruck aus b nach β, der von c nach γ u. s. w. übergeht.

Die mathematische Bedingung für diese Forderung ist, dass der Uebergang des Bildes vom Punkte a nach dem unendlich wenig entfernten α, stets nur durch Drehung um eine bestimmte, relativ zum Auge unveränderlich gelegene Axe erfolgt.

Nimmt man die Forderung des ersten Princips hinzu, dass die Stellung des Auges für jede Richtung der Gesichtslinie unabhängig von dem Wege sein soll, auf dem sie dahin gelangt, 65
so folgt weiter, dass die Bewegung des Fixationspunktes nach irgend einem zweiten unendlich wenig entfernten Punkte des Gesichtsfeldes geschehen muss durch Drehung um eine Axe, welche in einer bestimmten, zum Auge unveränderlich gelegenen Ebene gelegen ist.

Der Beweis für die letztere Behauptung ergiebt sich aus dem Satze, dass man die Axenrichtungen unendlich kleiner Drehungen nach der Regel des Parallelogramms der Kräfte zusammensetzen kann; wenn also für zwei Verschiebungsrichtungen die Drehungsaxen gegeben sind, so sind sie darnach für alle anderen Richtungen zu finden, und müssen alle in der durch die ersten beiden Axen gelegten Ebene liegen.

Wenn die Drehungsaxen für alle vorkommenden Be-

wegungen in einer Ebene liegen sollen, so kann keine Drehung eintreten, die als Componente eine Drehung um eine zur Ebene der Axen senkrecht gestellte Linie lieferte, welche Linie wir nennen wollen: die *atrope Linie* des Auges.

Die Forderung des zweiten Princips würde also sein, dass bei keiner unendlich kleinen Drehung des Auges eine Drehung desselben um die atrope Linie vorkäme.

Diese Forderung kann, wie wir gesehen haben, für unendlich kleine Verschiebungen des Auges allerdings erfüllt werden, aber nicht immer und nicht vollständig für Verschiebungen von endlicher Grösse, da sich Drehungen um endliche Winkel nicht mehr nach der Regel des Parallelogramms der Kräfte zusammensetzen lassen.

Die ideale Forderung, welche wir für die Bewahrung der Orientirung im Gesichtsfelde bei den Bewegungen des Auges aufgestellt haben, lässt sich also nicht vollständig erfüllen, ohne gegen das erste und oberste Princip der Orientirung in ruhenden Stellungen des Auges zu verstossen. Es kann unsere zweite Forderung nur insofern berücksichtigt werden, als ein Gesetz der Augenbewegungen gesucht werden kann, bei dem die Summe aller Abweichungen von diesem Principe ein Minimum ist.

Es ist dies eine Aufgabe, die sich mittels der Variationsrechnung lösen lässt. Bei Ausführung der Rechnung ist aus ähnlichen Gründen, wie sie in der Wahrscheinlichkeitsrechnung bei dem Principe der kleinsten Quadrate entscheiden, nicht die Summe der Drehungen um die atrope Linie, sondern die Summe ihrer Quadrate zu einem Minimum gemacht worden. Das Resultat der Rechnung ergiebt folgendes Gesetz:

Es muss eine Stellung des Auges geben, von welcher aus alle unendlich kleinen Bewegungen desselben ohne Drehung um die Gesichtslinie geschehen. Wir nennen diese die *Primärstellung*, alle anderen Secundärstellungen.

Man führe die Gesichtslinie aus ihrer Primärstellung über in eine Secundärstellung dadurch, dass man das Auge um eine feste zur Gesichtslinie senk-
66 *rechte Axe dreht, so wird dadurch diejenige Stellung erhalten, welche das Auge in der betreffenden Secundärstellung stets anzunehmen hat.*

Diese Regel für die Bewegungen des Auges stimmt genau überein mit derjenigen, welche nach einer Mittheilung von Ruete schon von Listing aufgestellt worden ist, ohne dass derselbe jedoch einen Beweis dafür gegeben hat. Ueber die Lage der Primärstellung des Auges ist nichts zu bestimmen, auch fällt die Gesichtslinie nicht nothwendig mit derjenigen Linie zusammen, die wir oben die atrope genannt haben, doch lässt sich als wahrscheinlich vermuthen, wenn man den im Ganzen symmetrischen Bau des Auges berücksichtigt, dass die atrope Linie sich nicht weit von der Gesichtslinie entfernen wird. Auch habe ich mich überzeugt, dass in meinem eigenen Auge diese beiden Linien nicht merklich auseinanderfallen; in diesem Falle liegt die Primärstellung in der Mitte des Gesichtsfeldes.

Listing's Gesetz wurde ursprünglich von Meissner acceptirt, später von ihm und anderen Beobachtern wieder fallen gelassen, weil es mit den Beobachtungen nicht überein zu stimmen schien. Ich selbst fand das ursprünglich Listing'sche Gesetz für meine eigenen beiden Augen, wie bemerkt, vollständig bestätigt und glaube, dass theils nur die in einigen Augen bestehende Abweichung der Primärstellung von der Mitte des Gesichtsfeldes, theils ungeeignete Beobachtungsmethoden theils auch vielleicht die mit der Kurzsichtigkeit verbundene Verschiebung des Drehpunktes des Auges, es verhindert haben, dass die übrigen Beobachter dasselbe Resultat gewannen.

Man hat hauptsächlich drei Methoden zur Bestimmung der Augenstellungen angewendet: 1) Nachbilder, 2) Doppelbilder, 3) den blinden Fleck.

Die Beobachtung der Nachbilder ist allein geeignet die nöthige Genauigkeit der Messungen zu gewähren, und ich glaube, dass sie bei geeignetem Verfahren, worüber Wundt schon gute Regeln gegeben hat, auch den meisten Augen gelingen wird. Der von Meissner angewendeten Methode der Doppelbilder liegt die Voraussetzung zum Grunde, dass beim Fernsehen und paralleler Richtung der Augen die beiden verticalen Netzhautmeridiane identische Netzhautstellen enthalten müssen. So natürlich diese Voraussetzung erscheinen mag, so

ist sie doch nicht richtig, indem auch unendlich entfernte senkrechte Linien bei jeder Haltung des Kopfes in nicht parallelen Doppelbildern erscheinen. Die Beobachtung der Stellungen des blinden Fleckes scheint zu geringe Genauigkeit zuzulassen.

Ein sehr wesentliches Erforderniss bei diesen Beobachtungen, dessen Erfüllung, wie mir scheint, bei den bisherigen Versuchen nicht immer genügend gesichert war, ist es, dass der Kopf stets genau in dieselbe Stellung zu dem beobachte-
67 ten Objecte gebracht werde. Um das zu erreichen, habe ich ein Brettchen, welches mit einem Ausschnitt für die Zähne versehen war und diesen umschliessend Abdrücke der Zahnreihen in Siegellack enthielt, ausserdem noch passende Visirzeichen trug, zwischen die Zähne genommen. Die Stellung dieses Brettchens und der Visirzeichen, die es trägt, gegen den Kopf ist unverrückbar, und indem man die Visirzeichen auf das betrachtete Object einstellt, sichert man die Beibehaltung und das Wiederauffinden einer identischen Kopfhaltung.

Auf einer grauen Tafel wird ein System horizontaler und verticaler Linien gezogen, in deren Mitte ein farbiger Streifen befestigt, parallel den Verticallinien. Dieser wird fixirt, dann der Blick nach einer anderen Stelle der Tafel gewendet, wo nun das Nachbild erscheint, und seine Lage mit der Richtung der Coordinatenlinien verglichen werden kann.

Man sucht zuerst die Primärstellung des Auges, welche man daran erkennt, dass von ihr aus das Nachbild der verticalen Linie genau vertical oder horizontal verschoben sich selbst parallel bleibt.

Nachdem ich die Primärstellung des Auges gefunden hatte und meine Visirzeichen so fixirt hatte, dass ich sie stets wiederfinden konnte, stellte ich die Tafel mit den Linien schief, aber so, dass sie senkrecht gegen die Primärstellung der Gesichtslinie blieb. Wenn ich nun das Bild der farbigen Linie wieder entweder parallel ihrer jetzigen Richtung, oder senkrecht gegen diese Richtung verschob, blieb es wiederum der ursprünglichen Richtung jener Linie parallel. Dadurch war für mein Auge die Richtigkeit des Listing'schen Gesetzes erwiesen.

Eine Reihe Messungen über Stellung der Nachbilder hat Wundt gegeben, welche beim ersten Anblick stark vom Listing'schen Gesetze abweichen. Indessen passen sie mit Ausnahme einiger extremen Stellungen ziemlich gut unter dieses Gesetz, wenn man die Primärstellung richtig wählt, welche etwa 13° tiefer und 8° nach aussen, von dem Punkte des Gesichtsfeldes liegt, den Wundt als Nullpunkt der Drehungen angenommen hat.

Dass übrigens die Abweichungen von den Forderungen des von mir aufgestellten zweiten Princips, welche nicht ganz vermieden werden können, wirklich die Sicherheit der Orientirung im Gesichtsfelde beeinträchtigen, zeigt sich, wenn man mit dem Blicke an einer geraden Linie entlang geht, die entweder weit nach rechts oder weit nach links, oder weit nach oben oder weit nach unten von der Primärstellung sich befindet. Solche Linien erscheinen dann immer concav gegen die Mitte des Gesichtsfeldes zu sein, was sich daraus erklärt, dass das Auge bei einer solchen Bewegung Raddrehungen ausführt, welche als Drehungen der verschiedenen Theile des Objectes gegen einander in das Gesichtsfeld projicirt werden.

LXV.

Ueber die normalen Bewegungen des menschlichen Auges.

Aus A. von Gräfe's Archiv für Ophthalmologie. Bd. IX. Abth. 2. S. 153—214. — 1863.

---

153 Die Lehre von den normalen Augenbewegungen des Menschen ist durch die neueren Arbeiten, in denen sie behandelt worden ist, in einen ziemlich verwickelten Zustand gerathen, und es schien fast, als würde man es ganz aufgeben müssen, ein übersichtliches und leicht verständliches Princip für diese Bewegungen aufzustellen. Indem ich diesen Gegenstand für das Schlussheft meines Lehrbuches der physiologischen Optik durcharbeitete, glaube ich denn doch ein solches einfaches Princip gefunden zu haben, welches übrigens in seinen praktischen Consequenzen mit dem schon früher von Listing aufgestellten Gesetze der Augenbewegungen ziemlich nahe zusammenfällt. Da in dem genannten Lehrbuche die hierher gehörigen Untersuchungen und Sätze sich in verschiedene Kapitel zerstreuen werden, so hielt ich es für besser, an diesem Orte eine zusammenhängende Darstellung der darauf bezüglichen Ergebnisse meiner Untersuchungen zu geben.

154 Der nächstliegende Zweck für die Bewegungen unserer Augen ist der, dass wir nach einander verschiedene Punkte des vor uns liegenden Gesichtsfeldes zu fixiren streben, d. h. das optische Bild derselben mit dem Centrum der Netzhautgrube, als der Stelle des deutlichsten Sehens, zusammenfallen machen. Zu diesem Zwecke genügte es, die Gesichtslinie um

bestimmte Winkel nach oben oder nach unten, nach rechts oder nach links zu wenden. Wenn wir nun aber dem Auge auch eine Stellung gegeben haben, bei welcher derjenige Punkt des Gesichtsfeldes, dem unsere Aufmerksamkeit zur Zeit zugewendet ist, sich auf der Netzhautgrube abbildet und genau gesehen wird, so ist doch dadurch die Stellung des Augapfels noch nicht vollständig bestimmt. Denn der Augapfel würde sich in jeder Stellung, die er einnimmt, noch um die Gesichtslinie als Axe drehen können, ohne dass sich dabei sein Fixationspunkt ändert, wie gross auch der Winkel wäre, um den er sich drehte. Für diese Art der Drehung des Augapfels, nämlich die Drehung um die Gesichtslinie, wollen wir den bezeichnenden Namen der Raddrehung beibehalten, da sich die Iris dabei wie ein Rad um ihren Mittelpunkt drehen würde. Das Problem der Augenbewegungen besteht nun bekanntlich darin, zu bestimmen, welchen Grad der Raddrehung der Augapfel erleidet, wenn der Gesichtslinie eine bestimmte Stellung im Gesichtsfelde angewiesen wird.

In Bezug auf die Lösung dieses Problems haben Donders und alle ihm nachfolgenden neueren Beobachter, welche hinreichend zuverlässige Untersuchungsmethoden angewendet haben, übereinstimmend festgestellt, dass zu jeder gegebenen Stellung der Gesichtslinie im Kopfe ein bestimmter Grad der Raddrehung gehört, der ganz unabänderlich eintritt, auf welchem Wege auch die Gesichtslinie in jene Stellung geführt worden sein mag, und der auch nicht durch eine willkürliche Anstrengung verändert werden kann.

Um die Richtungen des Auges genauer zu fixiren, denken 155
wir uns mit Meissner durch die Gesichtslinien beider Augen eine Ebene gelegt, die Visirebene. Diese Ebene kann gehoben und gesenkt werden, indem der Blick sich hebt und senkt. Wir wählen irgend eine bestimmte Lage der Visirebene als Anfangslage; vorläufig ist es willkürlich, welche. Später werden wir Gründe finden, eine gewisse Lage vor allen andern zu bevorzugen. Die Lage der Visirebene bestimmt sich dann durch den Winkel, den Erhebungswinkel, welchen sie in ihrer augenblicklichen Lage mit der gewählten Anfangslage bildet. Bei erhobenem Blicke ist der Erhebungswinkel positiv,

bei gesenktem negativ zu nehmen. Die Anfangslage der Visirebene ist gegen den Kopf als fest zu denken, mit dem Kopfe beweglich, wie denn überhaupt alle unsere Bezeichnungen der Richtungen oben und unten, rechts und links u. s. w. sich auf die Lage des Auges zum Kopfe beziehen sollen. Der Blick, die Visirebene, das Auge werden gehoben, wenn sich die Cornea dem Augenbrauenrande der Augenhöhle nähert, sie werden gesenkt, wenn sich die Cornea gegen die Wange hin bewegt u. s. w.

Es kann ferner die Gesichtslinie noch innerhalb der Visirebene nach rechts und nach links sich bewegen. Da der Kopf symmetrisch gebaut, und die Augen symmetrisch in ihm gestellt sind, so ist durch die Mittelebene des Kopfes, welche die Visirebene schneidet, eine feste Richtung in der Visirebene gegeben, nach Henle's Terminologie die sagittale Richtung. Diese können wir als Anfangsstellung für die Bewegungen der Gesichtslinie in der Visirebene von aussen nach innen benutzen, und von ihr aus die Winkel zählen. Wir wollen die Innenwendung, welche zur Convergenz führt, als die wichtigere und häufigere dieser Bewegungen mit dem positiven Vorzeichen versehen und die Wendungen des Auges nach aussen als negative Innenwendungen betrachten.

156 Wenn die Gesichtslinie in die gewählte Anfangsstellung geführt ist, sodass die Erhebung und die Innenwendung beide gleich Null sind, so schneidet die Visirebene die beiden Netzhäute in einem Kreise, dessen Ebene wir mit dem Namen des Netzhauthorizontes belegen wollen. In dem Netzhauthorizonte ist eine bestimmte Reihe von Netzhautelementen gelegen. Nach Bewegungen des Auges ist der Netzhauthorizont durch dieselbe Reihe von Netzhautelementen zu legen, er ist also eine im Auge festgedachte Ebene und wird nicht nothwendig immer mit der Visirebene zusammen fallen. Die Raddrehung des Auges wollen wir nun messen durch den Winkel, den der Netzhauthorizont mit der Visirebene bildet, und wir nehmen den genannten Winkel als positiv, wenn die obere Seite des Auges dabei nach aussen verschoben ist, die äussere nach unten.

Das oben erwähnte erste allgemeine Gesetz der Augen-

bewegungen lässt sich also dahin aussprechen, dass der Werth des Raddrehungswinkels nur abhängig sei von den beiden Werthen des Erhebungswinkels und der Innenwendung, nicht abhängig von der Stellung des Kopfes, nicht von der Willkür des Sehenden.

Es ist leicht ersichtlich, welch eine wichtige Bedeutung dieses Gesetz für den Zweck hat, uns die Orientirung über die Richtungen von Oben und Unten, von Rechts und Links im Gesichtsfelde zu erleichtern, und ist dies auch schon von Meissner[1]) hervorgehoben worden. Wenn die Richtung unserer Gesichtslinie gegeben ist, und das Auge den bestimmten Grad von Raddrehung angenommen hat, der jener Stellung angehört, so wird eine verticale Linie, welche durch den Fixationspunkt geht, bei derselben Stellung der Gesichtslinie unveränderlich 157
sich immer auf demselben Netzhautmeridiane abbilden; ebenso eine sagittal (d. h. parallel der Richtung von vorn nach hinten) und eine lateral (d. h. von rechts nach links) gezogene Linie. Wäre es möglich, dass das Auge seine Raddrehung veränderte, so würde es bald dieser, bald jener Netzhautmeridian sein, welcher bei unveränderter Stellung der Gesichtslinie das Bild der verticalen Linien, oder der sagittalen, oder der lateralen aufnähme. Dadurch würde offenbar die richtige Beurtheilung der Lage der Objecte im Gesichtsfelde eine viel verwickeltere und schwierigere Aufgabe werden, als sie es jetzt ist. Jedes richtige Urtheil über die Lage der Objecte im Raume vor uns setzt ein richtiges Urtheil über die Stellung des Auges im Kopfe voraus. Sowie die Stellung des Auges durch einen äusseren Druck, eine Schwäche oder Lähmung der Muskeln so verändert wird, dass wir über diese Stellung kein genaues Urtheil mehr bilden können, so erscheinen uns, wie bekannt, auch die Objecte an falschen Stellen im Gesichtsfelde. Bei der bestehenden Einrichtung der Augenbewegungen genügt es, die Erhebung und Innenwendung des Auges richtig zu beurtheilen, dann wissen wir auch schon, in welchen Theilen unseres Sehnervenapparates wir die Bilder z. B. der durch den fixirten Punkt gehenden verticalen Linien zu suchen haben.

1) Archiv für Ophthalmologie. Bd. II. S. 18—20.

Wäre die Raddrehung veränderlich, und müssten wir deshalb auch deren Grösse noch genau beurtheilen, so würde die Aufgabe viel schwieriger werden. Je verwickelter die Umstände sind, für die wir unser sinnliches Urtheil ausbilden müssen, desto längere Uebung wird im allgemeinen nothwendig sein und desto geringer wird der Grad der Genauigkeit sein, die wir bei der Schätzung der Grössenverhältnisse erreichen. Bei der Beurtheilung der Richtung mittels des Auges genügt es jetzt, zwei Winkel durch das Muskelgefühl zu bestimmen; der Raddrehungswinkel braucht nicht besonders bestimmt zu werden, da er mit jenen beiden unabänderlich verbunden ist.

158 Dieses erste allgemeine Gesetz der Augenbewegungen, wonach die Raddrehung in fester Weise abhängig von dem gerade bestehenden Grade der Erhebung und Innenwendung ist, hat also seinen leicht verständlichen Sinn für die optischen Zwecke des Auges.

Dagegen sind die bisherigen Untersuchungen an der Aufgabe gescheitert, einen verständlichen optischen Zweck für die besondere Art der Abhängigkeit zu finden, welche zwischen dem Raddrehungswinkel und der Stellung der Gesichtslinie besteht. Statt die weiteren Consequenzen des eben erörterten *Princips der leichtesten Orientirung* aufzusuchen, die, wie die Folge lehren wird, in der That zu dem gewünschten Ziele führen, wendete man sich zu den Interessen des binocularen Sehens hinüber, wobei sich namentlich durch die Untersuchungen von *Meissner* ergab, dass diese Interessen bei dem bestehenden Gesetze der Augenbewegungen vielfältig verletzt sind, und dass nur bei sehr wenigen Stellungen die Bedingungen, welche für das Einfachsehen möglichst vieler in der Nähe des fixirten Punktes gelegener Punkte am günstigsten sind, sich erfüllt finden.

Wenn die Netzhauthorizonte beider Augen eine Reihe identischer Punkte enthalten, und die Augen stets so bewegt würden, dass die Netzhauthorizonte stets in der Visirebene blieben, also gar keine Raddrehung des Auges einträte nach unserer Definition dieses Ausdruckes, dann würden stets alle diejenigen Punkte der Visirebene einfach gesehen werden, welche in dem *Müller*'schen Horopterkreise liegen, d. h. in

einem Kreise, der durch den fixirten Punkt und die vorderen Knotenpunkte beider Augen gelegt ist. Ausserdem würde noch stets eine zur Visirebene senkrechte Linie existiren, welche durch einen Punkt des Horopterkreises geht (Prévost's Horopter), deren Punkte einfach gesehen würden. Bei den symmetrischen Augenstellungen würde diese gerade Horopterlinie durch den Fixationspunkt gehen, und es würden sich 159
dann also im Fixationspunkte zwei Linien schneiden, die Gerade und der Kreis, deren Punkte einfach gesehen werden. Es würde dies der vortheilhafteste Fall sein.

Nun haben meine theoretischen Untersuchungen über die Form des Horopters[1]) ergeben, dass, wenn man wirklich alle einfach gesehenen Punkte aufsucht, der Fall trotz der Drehungen nicht ganz so ungünstig ist, wie er in Meissner's Untersuchungen erscheint, indem in jedem Falle mindestens eine Curve durch den Fixationspunkt gezogen werden kann, welche einfach gesehene Punkte enthält, während Meissner für eine grosse Zahl von Augenstellungen (alle assymetrischen Tertiärstellungen) behauptet, dass nur der fixirte Punkt einfach gesehen werde. Indessen ist nicht zu leugnen, dass die bestehenden Raddrehungen des Bulbus die Zahl der günstigsten Fälle, wo zwei einfach gesehene Linien durch den Fixationspunkt zu ziehen sind, ausserordentlich beschränken. Für das binoculare Einfachsehen ist das bestehende Gesetz der Augenstellungen daher entschieden unvortheilhaft, und wir werden weiter unten noch auseinander setzen, dass sogar in denjenigen Fällen, wo Meissner die Interessen desselben am besten gewahrt glaubte, nämlich beim Fernsehen, Abweichungen vorkommen, welche das genaue Einfachsehen fast ganz auf den Fixationspunkt beschränken.

Bei dieser Lage der Dinge haben in neuester Zeit A. Fick[2]) und Wundt[3]) eine andere Hypothese ausgebildet, wonach

1) Vorläufig veröffentlicht in den Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg 1863. (S. unten LXVI u. LXVII.) Seit dem hat auch E. Hering die richtige Behauptung aufgestellt, dass der Horopter immer linienförmig sei, ohne aber die Gestalt der Curve zu bestimmen.

2) Zeitschrift für rationelle Medicin. N. Folge. Bd. IV. S. 101.

3) Archiv für Ophthalmologie VIII. 2. S. 46.

die Grösse der Raddrehungen gar nicht von einem opti-
schen Principe, sondern von dem Mechanismus der Muskeln
abhängen soll. Es wird danach stets derjenige Grad der Rad-
drehung des Augapfels gewählt, bei welchem die verlangte
Richtung der Gesichtslinie mit dem geringsten Aufwande von
Anstrengung erreicht oder erhalten werden kann. Ich bin
nicht abgeneigt, die thatsächliche Gültigkeit dieses Princips
der kleinsten Muskelanstrengung für höchst wahrscheinlich zu-
halten, obgleich bei dem noch sehr fragmentarischen Zustande
unserer Kenntniss der Umstände, von denen das Gefühl der
Anstrengung und der Grad der Ermüdung bei den Muskeln
des lebenden Körpers abhängt, bisher der Beweis der Ueber-
einstimmung jenes Princips mit den Ergebnissen der Versuche
noch vielfach durch plausible Hypothesen hat ergänzt werden
müssen. Aber selbst wenn sich das Princip der kleinsten
Anstrengung für die Augenbewegungen als vollständig anwend-
bar erweisen sollte, würde daraus noch nicht folgen, dass nicht
ein optisches Princip das eigentlich entscheidende sei. Es ist
bekannt, dass die Ernährung der Muskeln mit der Häufigkeit
ihrer Anstrengungen zu wachsen pflegt, sodass im allgemeinen
die Muskeln einer Gruppe, welche häufig zu einem und dem-
selben Zwecke in Bewegung gesetzt werden, sich schliesslich
immer mehr oder weniger der Forderung anpassen müssen,
dass die zweckmässigste Art der Bewegung auch die leichteste
und am wenigsten anstrengende sei. Das würde, zum grossen
Theile wenigstens, schon während der Lebensdauer eines In-
dividuums erreicht werden können, selbst ohne dass wir dabei
den von Darwin nachgewiesenen Einfluss der Erblichkeit in-
dividueller Eigenthümlichkeiten auf die zweckmässigere Aus-
bildung der Organismen zu berücksichtigen brauchen. Unter
allen Systemen des Organismus sind die Muskeln vielleicht die-
161 jenigen, welche sich am schnellsten und am deutlichsten in
ihrer Ernährung den von ihnen geforderten Leistungen an-
passen.

Eben deshalb erschien es mir höchst unwahrscheinlich,
dass die Bequemlichkeit des so bildsamen Muskelsystems bei
den Augenbewegungen die Entscheidung geben sollte, während
wichtige Interessen des binocularen Einfachsehens zurückstehen

müssen. Es war zu vermuthen, dass diesen vernachlässigten optischen Interesen andere wichtigere Interessen des Sehens entgegenstehen, welche den Ausschlag geben.

Ich glaube nun das eigentlich optische Princip der normalen Augenbewegungen nachweisen zu können; dasselbe ist nur eine weitere Entwickelung des schon oben ausgesprochenen Princips der leichtesten Orientirung. Oben haben wir gesehen, dass die Orientirung über die verticalen, sagittalen, lateralen Richtungen der fixirten Objecte in den verschiedenen Stellungen der Gesichtslinie am leichtesten erhalten bleibt, wenn jede bestimmte Stellung der Gesichtslinie mit einem bestimmten Grade der Raddrehung des Auges verbunden ist. Die Gesichtslinie war dabei als ruhend in ihrer jedesmaligen Stellung betrachtet. Jetzt fragen wir, wie wird es sich während der Bewegung verhalten? Wie ist es möglich, dass das Auge in seiner Orientirung möglichst sicher bleibe, während der Fixationspunkt im Gesichtsfelde sich verschiebt?

Nun würde man das Auge zum Beispiel so bewegen können, dass in allen Stellungen desselben die durch den Fixationspunkt geführten Verticallinien sich immer auf demselben Netzhautmeridiane abbildeten. Wenn dies aber für die verticalen Linien der Fall wäre, würde es in der Regel nicht auch gleichzeitig für die horizontalen, entweder sagittalen oder lateralen Linien zutreffen können. Stellen wir uns zum Beispiel der Wand eines Zimmers gegenüber auf, an welcher 162
die Tapete mit horizontalen und verticalen Linien versehen ist, so wird auf der Netzhaut unseres Auges ein perspectives Bild der Tapete und der auf ihr befindlichen Linien entworfen. Die Netzhaut, und vorzugsweise ihr mittlerer Theil, der die Netzhautgrube umgiebt, bildet hierbei die Projectionsebene des perspectivischen Bildes. Nun schneiden sich in dem perspectivischen Bilde eines Gitters von horizontalen und verticalen Linien die einzelnen Linien nur dann unter rechten Winkeln, wenn die Ebene, auf die das perspectivische Bild projicirt ist, dem Gitter parallel ist. Also werden sich die Bilder aller verticalen und horizontalen Linien auf der Netzhaut auch nur dann in rechten Winkeln schneiden, wenn die Gesichtslinie senkrecht gegen

die Tapete gerichtet ist. Wenn wir aber schräg, zum Beispiel nach oben und rechts gegen die Tapete hinsehen, so würden in dem perspectivischen Bilde sich die horizontalen und verticalen Linien nicht mehr unter vier rechten Winkeln schneiden; vielmehr wird von diesen vier Winkeln derjenige, zwischen dessen Schenkeln das vom Auge gefällte Loth die Wand trifft, stumpf erscheinen, ebenso sein Scheitelwinkel, während die beiden anderen Winkel spitz sind. Wenn also auch die Bewegung des Auges in diesem Falle so geschehen wäre, dass die Verticale des neuen Fixationspunktes auf demselben Netzhautmeridian sich abbildete, wie die des ersten Fixationspunktes, so würden doch sicher die horizontalen Linien beider Netzhautbilder auf verschiedene Retinalmeridiane fallen, und es ist also nicht möglich, die Congruenz aller Augenmeridiane mit bestimmten Richtungen des Raumes festzuhalten. Wir würden sie immer nur für eine einzige Richtung vollständig festhalten können, und es ist kein Grund vorhanden, eine Richtung vor allen anderen in dieser Weise zu bevorzugen. Die verticale Richtung können wir an den äusseren Objecten immer am leichtesten sicher feststellen mittels eines
163 Fadens, der ein Gewicht trägt; deshalb spielt diese Richtung eine bevorzugte Rolle bei allen Messungen an Objecten der Aussenwelt. Dem Auge gegenüber kommt ihr aber in keinerlei Weise ein besonderer Vorzug zu.

Die Forderung also, dass bestimmte Netzhautmeridiane bestimmten Richtungen der Aussenwelt entsprechen sollen, würde sich günstigsten Falles nur theilweise erfüllen lassen, und die wirklichen Augenbewegungen lehren uns auch, dass weder die verticalen, noch die sagittalen noch die lateralen Linien immer auf demselben Netzhautmeridiane abgebildet werden, und dass es auch keine andere Richtung giebt, für die dies zuträfe. Im Verlaufe dieser Untersuchung werden noch Versuche beschrieben werden, die dies ganz direct erweisen.

Fragen wir nun: wie kann während der Bewegung des Auges, wo in jedem Punkte der Netzhaut die Lichteindrücke fortdauernd wechseln, die Anerkenntniss erhalten bleiben, dass trotz dieses Wechsels aller Lichteindrücke nicht eine Verschiebung und Veränderung der Objecte, sondern nur eine

Bewegung des Auges stattgefunden habe. Diese Anerkenntniss muss während des Ueberganges von einem Zeittheilchen zum andern erhalten bleiben, also zunächst für unendlich kleine Verschiebungen des Auges. Wenn sie für jede unendlich kleine Verschiebung während einer continuirlichen Bewegung erhalten bleibt, wird sie auch für die endlich eingenommene neue Stellung da sein.

Wir wollen eine Reihe von verschiedenen Punkten des optischen Bildes auf der Netzhaut mit A, B, C, D u. s. w. bezeichnen, und die Netzhautpunkte, auf welche die genannten Bildpunkte fallen, mit a, b, c, d. Dabei möge der Punkt A des Bildes fixirt sein, a also das Centrum der Netzhautgrube bedeuten. Der Augapfel werde um einen unendlich kleinen Winkel weiter gedreht, wobei die Punkte des Bildes A, B, C, D beziehlich auf die Netzhautpunkte $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ hinrücken, welche alle ebenfalls unendlich wenig von a, b, c, d u. s. w. entfernt 164
sein werden. Wenn nun jedes Mal, wo der Lichteindruck, der den Punkt a betroffen hatte, auf α hinüberrückt, auch gleichzeitig die Beleuchtung der Punkte b, c, d beziehlich auf β, γ, δ übertragen wird, so wird diese Verbindung zusammengehöriger Veränderungen durch Erfahrung leichter als ein zusammengehöriges Ganze, verursacht nur durch eine Bewegung des Augapfels, bekannt werden können, als wenn zu derselben Verschiebung $a\alpha$ auch einmal andere Verschiebungen des Punktes b, als die zuerst gefundene $b\beta$, gehören könnten, und für c eine andere als $c\gamma$ und so fort. Ein solcher fester Zusammenhang der Verschiebungen der verschiedenen Bildpunkte A, B, C, D von den Netzhautpunkten a, b, c, d auf die Punkte α, β, γ, δ erfordert aber, dass die Verschiebung des Bildpunktes A von a nach α immer nur dadurch zu Stande kommt, dass das Auge um eine ganz bestimmte Axe gedreht wird, die zu den Punkten des Augapfels immer dieselbe Lage hat, wie auch übrigens der Augapfel gerichtet sein mag. Dies ist die Bedingung, damit die Orientation in diesem einen Falle möglichst sicher geschehe, wo das Bild, welches auf dem Centrum der Netzhautgrube a lag, nach α rückt. Dieselbe Forderung wird nun aber aufzustellen sein für alle anderen Richtungen unendlich kleiner Verschiebungen des Bildes A von a aus.

Nun können wir auf diesen Fall einen bekannten Satz der Bewegungslehre anwenden, wonach sich unendlich kleine Rotationsbewegungen zusammensetzen lassen nach der Regel des Parallelogramms der Kräfte. Zu dem Ende betrachtet man als die positive Strecke einer Rotationsaxe diejenige Hälfte derselben, um welche vom Drehpunkte aus gesehen, die Rotation nach rechts herum, wie die des Zeigers einer Uhr, geschieht. Sollen nun mehrere unendlich kleine Rotationen gleichzeitig oder nacheinander geschehen, so schneidet
165 man vom Drehpunkte aus auf der positiven Hälfte aller zugehörigen Rotationsaxen Längen ab, welche dem Winkel der betreffenden Drehung proportional sind. Man setzt dann alle diese Linien nach der Regel des Parallelogramms der Kräfte zusammen, als stellten sie Kräfte dar, und als wäre deren Resultante zu suchen. Die Lage der Resultante giebt dann die Lage der Drehungsaxe der resultirenden Drehung, die Länge der Resultante deren Drehungswinkel an. Durch diese eine resultirende Drehung kann man dem gedrehten Körper dieselbe Lage geben wie durch die ganze Zahl der componirten einzelnen unendlich kleinen Drehungen. Umgekehrt kann man nach derselben Regel auch eine einzige unendlich kleine Drehung zerlegen in eine beliebige Anzahl von Componenten, die im allgemeinen nach beliebig gewählten Axen gerichtet sein können.

Wenn wir nun im Auge für die Bewegung des Bildpunktes A vom Netzhautpunkte a nach α die Drehungsaxe $\mathfrak{A}$ gefunden haben, und für irgend eine zweite Bewegung von a nach a' die Drehungsaxe $\mathfrak{A}'$, so können wir den Bildpunkt A von a aus nach jedem anderen unendlich nahen Punkte hinbringen, indem wir ihn erst um eine gewisse Länge in Richtung des Weges $a\alpha$, und dann ein zweites Stück von α aus parallel der Richtung $a\alpha'$ fortführen, d. h. erst eine Drehung um die Axe $\mathfrak{A}$, dann eine solche um die Axe $\mathfrak{A}'$ ausführen. Beide Drehungen können wir nach dem eben angeführten Satze in eine einzige verbinden, indem wir auf den Axen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{A}'$ von ihrem Schnittpunkte (dem Drehpunkte) aus Stücke abschneiden, $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{a}'$, und diese als Seiten eines Parallelogramms betrachten, deren Diagonale $\mathfrak{A}''$ zu suchen ist.

Nun liegt die Diagonale eines Parallelogramms jedenfalls mit seinen Seiten in derselben Ebene. Folglich liegt die resultirende Drehungsaxe $\mathfrak{A}''$ in der Ebene, welche durch die Drehungsaxen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{A}'$ gelegt worden ist, welches auch übrigens die Richtung sein mag, in der der Bildpunkt A von 166
a aus auf der Netzhaut verschoben worden ist.

Da nun nach dem ersten oben vorangestellten Gesetze der Augenbewegungen die Stellung des Auges unabhängig ist von dem Wege, auf welchem die Gesichtslinie in ihre zeitweilige Stellung geführt worden ist, so folgt, dass bei allen unendlich kleinen Drehungen des Auges, wodurch die Gesichtslinie von dem Punkte A auf einen benachbarten Punkt übergeht, die Drehungsaxe immer in einer und derselben Ebene liegen muss.

Verbinden wir diesen Satz, welcher nur eine Folge des oben aufgestellten Princips der leichtesten Orientirung in den Ruhestellungen des Auges ist, mit der schon gefundenen Folgerung aus dem Princip der leichtesten Orientirung während der Bewegung, welche feststellt, dass die Drehungsaxen für eine bestimmte Verschiebung des Bildes A von a nach α unabhängig von der Stellung des Augapfels immer dieselbe Lage im Auge haben sollen, so folgt, dass das zweite Princip nur dann vollständig erfüllt sein würde, wenn die Ebene der Drehungsaxen bei jeder Stellung des Auges immer dieselbe Lage beziehlich zum Augapfel hätte, also immer dieselben Theile des Augapfels schnitte.

Denken wir uns im Drehpunkte des Auges eine Normale auf der Ebene der Drehungsaxen errichtet, welche wir die atrope (ungedrehte) Linie des Auges nennen wollen, so würde weiter folgen, dass bei jeder Bewegung des Auges diejenige Componente der Drehung, welche die atrope Linie als Axe hat, Null sein müsste, und dass jede Drehung um die atrope Linie ein Fehler gegen das Princip der leichtesten Orientirung sein würde. Ich werde weiter unten zeigen, dass in der That eine jede solche Bewegung einen Irrthum über die Richtung der Linien im Gesichtsfelde veranlasst.

Jetzt haben wir die Frage zu stellen: Kann die aufge- 167
stellte Regel für die Bewegungen des Auges durchgeführt

werden, ohne das erste und oberste Princip für die ruhenden Augenstellungen zu verletzen? Die Antwort darauf ist folgende: Sie kann durchgeführt werden, so lange sich die Augenbewegungen auf ein so kleines Stück des Gesichtsfeldes beschränken, dass innerhalb desselben die Sinus den Bögen und Tangenten der Gesichtswinkel gleich gesetzt werden können. Sie kann nicht durchgeführt werden für Bewegungen des Auges über grössere Winkel.

Dass sie für ein sehr kleines Feld durchgeführt werden kann, ist durch den bisher geführten Beweis schon bewiesen. Denn so weit die Sinus mit den Bögen identificirt werden können, so weit gilt auch die Regel von der Zusammensetzung der Drehungen nach der Diagonale des Parallelogramms.

Dass sie für Bewegungen in grossen Bögen nicht durchgeführt werden kann, lässt sich ohne Rechnung am leichtesten erkennen, wenn wir Drehungen um rechte Winkel annehmen.

Nehmen wir einmal als Beispiel an, die Augenaxe sei die atrope Linie, was, wie wir später sehen werden, nicht weit von der Wahrheit entfernt ist, und alle Drehungen des Auges müssten um Axen geschehen, welche in der Aequatorialebene des Bulbus liegen. Nehmen wir weiter an, wir könnten die Bewegungen des Auges bis auf rechte Winkel ausdehnen, wie es das Chamäleon thut. Wenden wir das Auge nach aussen durch Drehung um eine verticale Axe, so würde die innere Seite des Bulbus nach vorn treten; wenden wir es nach innen, die äussere. Ebenso würde bei der Drehung um eine horizontale Axe die obere Seite des Bulbus nach vorn treten, wenn wir nach unten sehen; die untere, wenn wir nach oben sehen.

Nehmen wir jetzt weiter an, wir hätten den Blick erst
168 unter einem rechten Winkel nach aussen gedreht; die innere Seite des Bulbus wäre vorn zwischen den Augenlidern erschienen. Wir wollen jetzt die Augenaxe direct nach oben führen, dann im Kreise herum nach innen, nach unten und wieder nach aussen, sodass sie immer unter einem rechten Winkel von ihrer Anfangsstellung entfernt bliebe. Die Drehungsaxe für diese Bewegung sollte nach der Forderung unseres Princips in der Aequatorialebene des Auges liegen;

die Aequatorialebene steht nach der vorausgesetzten Drehung des Auges nach aussen, jetzt der Medianebene des Körpers parallel, und für die verlangte Bewegung des Auges würde keine andere in ihr liegende Axe zu brauchen sein als die gegenwärtig von vorn nach hinten laufende Verbindungslinie der ursprünglich äusseren und inneren Seite des Bulbus. Drehen wir das Auge um diese Linie als Axe, so bleibt die innere Seite des Bulbus, welche vorn zwischen den Lidern liegt und von der Drehungsaxe geschnitten wird, unverändert vorn an ihrer Stelle, weil die Punkte der Drehungsaxe selbst ihren Platz nicht verändern, und wir bekommen somit die Richtung des Blickes nach oben, nach innen, nach unten, wobei fortdauernd die innere Seite des Bulbus vorliegt, und nicht wie wir vorher fanden, beziehlich die untere, die äussere und obere.

Nun sind allerdings Drehungen des Auges um so grosse Winkel, wie hier vorausgesetzt wurde, nicht möglich. Was aber für rechte Winkel gilt, muss natürlich in geringerem Maasse auch für halbe oder viertel Rechte gelten.

Es ist hieraus klar, dass sich die beiden Principien der leichtesten Orientirung, die wir einmal für die Ruhestellungen, dann für die unendlich kleinen Bewegungen des Auges aufgestellt haben, für grössere Excursionen nicht mit einander vereinigen lassen. Da wir schon gesehen haben, dass das erste auf die Ruhestellungen bezügliche in Wirklichkeit erfüllt ist, 169
so kann das zweite für die Bewegungen nicht unbedingt, sondern nur annähernd erfüllt sein; es kann nur so weit erfüllt sein, dass die Summe der Abweichungen von diesem Princip möglichst klein ist.

Betrachten wir also eine jede Drehung des Auges um die atrope Linie als Fehler, so werden wir das Princip der leichtesten Orientirung bei den Bewegungen beschränken müssen auf die Forderung: *Es soll das Gesetz der Augenbewegungen so bestimmt werden, dass die Summe der Fehlerquadrate für die sämmtlich möglichen unendlich kleinen Bewegungen des Auges zusammengenommen ein Minimum werde.*

Die Quadrate der Fehler müssen hier aus denselben

Gründen genommen werden wie bei dem bekannten *Princip der kleinsten Fehlerquadrate* in der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Da vielleicht nicht alle Leser dieses Aufsatzes geneigt sein werden, die mathematische Entwickelung dieses Postulats mit durchzurechnen, gebe ich diese in einem Anhange und stelle hier gleich das Resultat hin.

Die aufgestellte Forderung führt nämlich unter der Voraussetzung, dass das Feld, über welches sich die atrope Linie bewegen kann, kreisförmig sei, was beim menschlichen Auge nahehin zutrifft, geraden Weges zu dem schon oben erwähnten Principe von *Listing*, welches dieser scharfsinnige Optiker an *Ruete* mitgetheilt hat, aber ohne einen Beweis zu geben und ohne zu erklären, wie er auf dieses Gesetz gekommen sei. Um dieses Princip auszusprechen, haben wir eine ausgezeichnete Stellung der Gesichtslinie zu unterscheiden, die *Primärstellung*, die sich übrigens in jedem Theile des Gesichtsfeldes befinden könnte, in Wirklichkeit jedoch, wie es scheint, seiner
170 Mitte meist ziemlich nahe liegt. Alle anderen Stellungen des Auges nenne ich mit *Listing* Secundärstellungen, worunter also die von *Meissner* mit dem Namen der secundären und tertiären belegten Stellungen zusammen begriffen sind. *Listing's* Gesetz ist:

Die Stellung des Auges in einer Secundärstellung wird gefunden, wenn dasselbe aus der Primärstellung in die Secundärstellung übergeführt wird durch Drehung um eine Axe, welche auf der primären und secundären Richtung der Gesichtslinie senkrecht steht.

Meissner hat *Listing's* Princip in seiner ersten Arbeit[1]) über Augenbewegungen nur für die Stellungen, welche er secundäre nennt, angenommen; in seiner zweiten[2]) für alle, in seiner dritten[3]) betrachtet er es nur als eine erste Annäherung

1) Beiträge zur Physiologie des Sehorgans. Leipzig 1854. S. 95.
2) Archiv für Ophthalmologie. II. 1. S. 64.
3) Ueber die Bewegungen des Auges. Zeitschrift für rationelle Medicin. 3. Reihe. Bd. VIII. S. 34.

an die Wahrheit, weil es mit den Versuchen ziemlich schlecht zu stimmen schien. Fick und Wundt haben darauf gar keine Rücksicht genommen; ihre Versuche waren in einer Weise angestellt, dass die Vergleichung mit Listing's Gesetz erst ziemlich mühsame Berechnungen erforderte; und man muss zugeben, dass es bisher nicht genügende theoretische Wahrscheinlichkeit für sich hatte, um eine so weitläuftige Arbeit zu diesem Zwecke zu unternehmen.

Auch ist es in der That nur dann streng richtig, wenn das Feld für die Bewegung der atropen Linie des Auges genau kreisförmig ist, was nun allerdings bei manchen menschlichen Augen, z. B. meinen eigenen, so nahehin zutrifft, dass die Augenbewegungen gar keine Abweichung von Listing's Gesetz erkennen lassen. Wenn dagegen das Bewegungsfeld 171
nicht kreisförmig ist, so folgt aus unserem Princip, dass sich namentlich gegen den Rand hin Abweichungen von Listing's Gesetz einstellen müssen, und zwar so, dass, wenn man im Sinne der Raddrehung dem Umfange des Bewegungsfeldes folgt, positive Zuwachse der Drehung eintreten werden, wo sich die Umfangslinie vom Mittelpunkt des Feldes entfernt, negative, wo sie sich nähert.

Die Raddrehung, gemessen an der Abweichung des Netzhauthorizontes von der Visirebene in dem oben angeführten Sinne, ist nach dem Listing'schen Gesetze negativ oder links gerichtet im rechten oberen und linken unteren Quadranten; positiv im linken oberen und rechten unteren. Wäre das Feld elliptisch mit längerer Horizontalaxe, und durchliefe man seinen Umfang im Sinne der Rechtsdrehung, also so wie ein Uhrzeiger um das Zifferblatt läuft, so würde man sich im rechten oberen und linken unteren Quadranten vom Mittelpunkte der Ellipse entfernen, man würde hier einen positiven Drehungszuwachs haben, in den beiden anderen Quadranten einen negativen. Also würde die Raddrehung nach dem Rande des Feldes zu überall kleiner werden müssen, als sie nach dem Listing'schen Gesetze ist.

Umgekehrt wenn das Bewegungsfeld elliptisch mit längerer verticaler Axe wäre, so würden alle Raddrehungen etwas grösser ausfallen müssen, als sie sind.

Alle dergleichen kleinere Abweichungen des Randes würden auf die Drehungen in der Mitte des Feldes einen verhältnissmässig sehr kleinen Einfluss ausüben, sodass also in dem mittleren wichtigsten Theile des Feldes das Gesetz von Listing sich doch immer als gültig bewähren müsste, wenn die Abweichungen des Umfanges von der Kreisgestalt nicht gar zu gross wären.

Ich schreite jetzt zur Prüfung dieses theoretisch gefunde-
172 nen Gesetzes durch Versuche. Ich werde zunächst meine eigenen Versuche beschreiben, bei denen sich die vollkommenste Uebereinstimmung mit Listing's Gesetz herausstellte, und werde dann auseinandersetzen, durch welche Umstände bei den Versuchen meiner Vorgänger, wie mir scheint, die Uebereinstimmung ihrer Messungen mit dem genannten Gesetze verdeckt oder gestört wurde.

Eigene Versuche über Augenstellungen.

Meine Versuche sind ebenso wie die früheren von Ruete, Donders und Wundt mit Benutzung der Nachbilder angestellt worden, mit solchen Veränderungen des Verfahrens, dass dadurch eine directe Prüfung des Gesetzes von Listing möglich wurde.

Gleich bei den ersten Versuchen überzeugte ich mich von der Nothwendigkeit einer fortdauernden genauen Controle für die Haltung des Kopfes. Wenn die Haltung desselben nur dem subjectiven Gefühle überlassen ist, kann man gar nicht dafür stehen, dass sie nicht nach fünf Minuten um mehrere Grade geändert ist, namentlich, wenn man dabei Augenstellungen wählt, in denen die Fixation nur mit einiger Anstrengung vollzogen wird. Im letzteren Falle wendet sich der Kopf fast unwillkürlich so, dass die Anstrengung der Augen verringert wird. Wenn man einige Stellen des Gesichts, Kinn und Stirn, oder Wangenbein und Nasenrücken gegen feste Stützen legt, ist zwar im Ganzen eine stetigere Haltung des Kopfes gesichert, indessen lässt die weiche Haut doch sehr verschiedene Grade der Zusammendrückung und Verschiebung zu. Ich zweifle nicht, dass der Beobachter durch grosse Aufmerksamkeit und

Vorsicht den Nachtheilen entgehen kann, die daher fliessen; indessen eine zuverlässige Sicherung gegen Verschiebungen des Kopfes ist dadurch nicht erreicht, und namentlich, wenn man nach einer Unterbrechung der Beobachtungsreihe wieder zu ihr zurückkehrt, ist es kaum möglich sich zu vergewissern, dass 173
der Kopf wieder in dieselbe Lage zum Object gebracht ist, wie früher.

Um mich zu schützen gegen Irrthümer, die aus dieser Quelle fliessen, habe ich ein Visirzeichen (abgebildet in Fig. 40 in geometrischer Projection), welches mir zur Orientirung für die Stellung des Kopfes dient, fest mit den Zähnen, und somit fest mit dem knöchernen Skelette verbunden. Zu dem Ende benutze ich ein Brettchen *AB* (13 cm lang, 4 breit), welches bei *A* einen den Zahnreihen entsprechenden bogenförmigen Ausschnitt hat, bei *B* eine hölzerne vierkantige Säule trägt, an der ein horizontaler Streifen *CC* aus steifem Papier mit Klebwachs, und daher leicht verschieblich, befestigt ist. Die Ränder des Ausschnittes *A* werden auf beiden Seiten mit einem Wulst von heissem Siegellack bedeckt, und wenn dieses zu erhärten beginnt, drückt man die beiden Zahnreihen in den Siegellack ab, indem man das Brettchen fest zwischen die Zähne nimmt. Ist der Siegellack erkaltet, so ist nachher die Lage des Brettchens zwischen den Zahnreihen unverrückbar festgestellt, und nach jeder Unterbrechung der Versuche immer wieder in genau unveränderter Weise herzustellen.

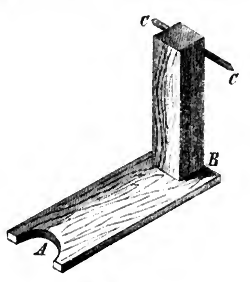


Fig. 40.

Der Papierstreifen *CC* wird so lang gemacht, als die Distanz der Knotenpunkte der Augen beim Fernsehen. Man erkennt das leicht, wenn man nach einem fernen Objecte hinblickt. Dann erscheint der Papierstreifen in einem binocularen Doppelbilde, und man macht ihn so lang, und dreht ihn so, dass die einander zugekehrten Enden seiner Doppelbilder

174 gerade auf einander stossen. Wenn man auf diese Weise dem Papierstreifen eine bestimmte Stellung gegeben hat, ist man sicher, dass, wenn man mit dem rechten Auge am rechten, mit dem linken am linken Ende des Streifens vorbei visirt, die beiden Gesichtslinien immer wieder genau dieselbe Richtung zum Kopfe haben.

Um die Nachbilder zu beobachten, habe ich an der Wand eines Zimmers, dessen hellgraue Tapete verticale Streifen und horizontale Abtheilungen zeigte, in der Höhe meiner Augen ein rosenrothes Band horizontal ausgespannt und mich an der entgegengesetzten Wand des Zimmers so aufgestellt, dass, wenn ich die Mitte des Bandes fixirte, meine Gesichtslinie senkrecht zu der Wand, an der es haftete, gerichtet war. Wenn ich dann einen Punkt des Bandes einige Secunden fixirte, und nachher das Auge nach einem anderen Theile der Wand seitwärts wandte, sah ich für kurze Zeit ein grünes Nachbild des rothen Bandes. Sobald dies zu schwinden beginnt, kehrt man zur Fixation des Bandes zurück, wendet den Blick dann seitwärts zu derselben oder einer anderen Stelle der Wand, und kann so in kurzer Zeit eine grosse Anzahl von Augenstellungen durchmachen, ohne lange in einer zu verweilen, und indem man durch immer wiederholtes Betrachten desselben Punktes des rothen Bandes das Nachbild fortdauernd frisch erhält. Hält man dabei das eben beschriebene Brettchen mit dem Visirzeichen zwischen den Zähnen und richtet die gegen einander gekehrten Spitzen der Doppelbilder des Papierstreifens so, dass sie in der Nähe des Fixationspunktes einen genau bestimmten Punkt der Tapete decken, so erkennt man bei jeder Rückkehr des Blickes nach dem rothen Bande, was nach Unterbrechungen von 10 bis 20 Secunden immer wieder geschieht, ob der Kopf seine Stellung verändert hat oder nicht.

175 Ich lege Gewicht darauf, dass bei dieser Beobachtungsmethode die Gesichtslinie niemals lange in einer seitlichen Stellung verweilt, sondern immer wieder schnell zu ihrer Mittellage zurückkehrt. Ich habe nämlich gefunden, dass, wenn man nur kurze Zeit stark nach rechts unten, links unten, rechts oben oder links oben blickt, nachher während der ersten Minuten die Drehungen des Auges etwas abweichend von

denen des unermüdeten Auges ausfallen, und dadurch mögen einzelne Abweichungen in den früheren Beobachtungen entstanden sein.

Wenn man die Beobachtungsreihe beginnt, ist es nöthig, zuerst die Primärstellung der Augen empirisch zu suchen. Dies geschieht, indem man bei der gewählten Stellung des Visirzeichens den Blick von der fixirten Stelle des Bandes aus gerade nach oben und gerade nach unten, dann horizontal nach rechts und nach links wandern lässt. In allen diesen Stellungen des Auges muss das Nachbild horizontal bleiben, wenn man von der Primärstellung ausgeht; bleibt es nicht horizontal, so muss man dem Visirzeichen (dem Papierstreifen *CC*) eine andere Lage geben, bis man die richtige Lage desselben gefunden hat. Und zwar muss man den Papierstreifen weiter nach links rücken, wenn man nach oben blickend das linke Ende des Nachbildes höher, nach unten blickend dasselbe tiefer stehend findet. Findet man nach oben blickend das rechte Ende des Nachbildes höher, so verschiebt man den Streifen nach rechts. Man verschiebe den Streifen dagegen nach oben, wenn man nach links blickend das linke, nach rechts blickend das rechte Ende des Nachbildes tiefer stehend findet. Man verschiebe ihn nach unten, wenn man umgekehrt nach links blickend das rechte Ende des Nachbildes tiefer findet, nach rechts blickend dagegen das linke.

Man findet übrigens bei den Beobachtungen selbst diese Regeln immer leicht wieder, wenn man absichtlich das Gesicht
zu weit nach rechts, oder links, oder oben, oder unten dreht, 176
und die Verschiebungen des Nachbildes beobachtet.

Hat man endlich diejenige Stellung des Visirzeichens gefunden, wobei die Augen die Primärstellung annehmen, sobald sie an seinen Enden vorbei visiren, so kann man zur weiteren Prüfung des Listing'schen Gesetzes übergehen.

Ich bemerke noch, dass bei meinen eigenen Augen die Primärstellung in der Mitte des Umkreises liegt, welchen die Gesichtslinie überhaupt durchlaufen kann, und dass sie auch diejenige Richtung ist, die ich als die bequemste zu wählen geneigt bin, wenn ich stehend Gegenstände, die mit meinen Augen gleich hoch sind, betrachten will. Für höhere Gegen-

stände wähle ich dagegen auch eine etwas höhere Lage der Gesichtslinie, für tiefere eine etwas tiefere.

Durch die bisher beschriebene Art und Weise, die Primärstellung zu finden, ist zugleich festgestellt worden, dass bei den Bewegungen nach rechts und nach links das Auge um eine genau verticale Axe gedreht ist, bei den Bewegungen nach oben und unten um eine horizontale Axe, welche Drehungsaxen in beiden Fällen senkrecht waren auf dem ersten und letzten Stande der Gesichtslinie. Bei der angegebenen Stellung des Beobachters nämlich liegt die Visirebene horizontal, so lange die Mitte des rothen Bandes den Fixationspunkt bildet. Das rothe Band und sein Netzhautbild liegen selbst in der Visirebene, sein Nachbild also in demjenigen Meridiane der Netzhaut, den wir den Netzhauthorizont genannt haben. Die Visirebene schneidet die gegenüberliegende Wand in einer horizontalen geraden Linie. Bei der horizontalen Bewegung des Blickes bleibt die Lage der Visirebene unverändert, indem der Fixationspunkt nur in einen anderen Punkt ihrer Schnittlinie mit der Wand verlegt wird. Wenn wir nun finden, dass das Nachbild,
177 welches die Projection des Netzhauthorizontes auf der Wand ist, mit der durch den neuen Fixationspunkt gezogenen Horizontallinie, also mit der Visirebene, zusammenfällt, so schliessen wir daraus, dass das Auge um eine zur Visirebene senkrechte Axe gedreht ist, und da die Gesichtslinien, die hierbei in Betracht kommen, alle selbst in der Visirebene liegen, so folgt auch weiter, dass die Drehungsaxe senkrecht zur ersten und zweiten Lage der Gesichtslinie ist.

Wenn der Fixationspunkt gerade nach oben bewegt wird, dreht sich die Visirebene um eine durch die Drehpunkte beider Augen gelegte laterale Axe, während die Gesichtslinien in einer sagittal gerichteten verticalen Ebene auf- und absteigen — vorausgesetzt nämlich, was bei diesen Versuchen mit zwei Augen immer angenommen werden muss, dass die fixirten Punkte weit genug vom Auge entfernt sind, um keine merkliche Convergenz der Gesichtslinien nöthig zu machen. Nur unter dieser Bedingung können die Drehungen beider Augen übereinstimmend sein. Wenn also auch nach dieser Bewegung die Nachbilder mit den horizontalen Linien

der Wand übereinstimmen, so folgt, dass die Augen um dieselbe horizontal laterale Axe gedreht sind wie die Gesichtslinien, welche in der sagittal verticalen Ebene enthalten sind. Wiederum also steht die Drehungsaxe senkrecht auf den sämmtlichen Richtungen der Gesichtslinien.

Das gleiche Resultat wie für horizontale Linien erhalten wir bei den gleichen Bewegungen des Auges für die Nachbilder verticaler Linien, welche dabei durchaus den verticalen Linien der Tapete parallel bleiben.

Wenden wir dagegen die Gesichtslinie aus ihrer Primärstellung nicht entweder horizontal nach rechts und links, oder vertical nach oben und unten, sondern schief nach rechts und
oben, oder rechts und unten u. s. w., so treten sogleich sehr 178
merkliche Winkel zwischen dem Nachbilde des horizontalen Bandes und den horizontalen Linien der Wand ein, und zwar so, dass

1) bei der Richtung des Blickes nach *rechts oben* oder *links unten*
das Nachbild einer *Horizontallinie links* gedreht,
das einer *Verticallinie rechts* gedreht erscheint;

2) bei der Richtung des Blickes nach *links oben* oder *rechts unten*
das Nachbild einer *Horizontallinie rechts* gedreht,
das einer *Verticallinie links* gedreht erscheint.

Daraus ergiebt sich schon, dass für alle diese schiefen Richtungen der Gesichtslinie es auch Richtungen der primären Linie geben muss, mitten inne zwischen horizontal und vertical, deren Bild gar nicht gedreht erscheint.

Es ist leicht ersichtlich, dass der Vorzug, der bei diesen Versuchen sich für die Nachbilder horizontaler und verticaler Linien bei horizontaler und verticaler Verschiebung des Fixationspunktes herausgestellt hat, wonach ihre Nachbilder der ursprünglichen Richtung immer parallel erscheinen, darauf beruht, dass die Drehungsaxe des Auges entweder senkrecht oder parallel zur Richtung des rothen Bandes war, welches abgebildet wurde. Denn in der Fassung des *Listing*'schen Gesetzes sind horizontale oder verticale Linien durchaus nicht vor den anderen bevorzugt, und alle die Betrachtungen, welche

wir eben angewendet haben für horizontale und verticale Nachbilder bei horizontaler oder verticaler Bewegung des Fixationspunktes, passen natürlich ebenso gut auf schief gelegene Nachbilder, wenn der Fixationspunkt gleichfalls derartig in schiefer
179 Richtung bewegt wird, dass die Richtung seiner Bewegung entweder in Verlängerung der Richtung der Objectlinie liegt oder senkrecht darauf.

Denken wir uns statt des Auges einen gewöhnlichen Erdglobus gesetzt, der um seine Polaraxe drehbar ist. Derjenige Durchmesser der Aequatorialebene, der in der Ebene des ersten Meridians liegt, stelle die Gesichtslinie vor, der Mittelpunkt den Knotenpunkt des Auges. Der Globus werde so gestellt, dass diese Gesichtslinie senkrecht gegen eine Wand des Zimmers gerichtet sei; übrigens mag die Polaraxe, welche dieser Wand demnach parallel gelegen sein muss, senkrecht, horizontal oder schief stehen. Wir nennen diese erste Stellung des Globus seine Primärstellung. Die der Wand abgewendete Seite des Globus repräsentire die Fläche der Netzhaut. Zwei Ebenen an dem Globus haben wir zu beachten, die des Aequators und die des ersten Meridians, welche beide auf einander senkrecht stehen und auch die Wand des Zimmers schneiden in zwei Linien, die senkrecht zu einander stehen, indem die drei genannten Ebenen, wo sie sich schneiden, eine rechtwinkelige Ecke bilden. Die beiden in der Wand liegenden Kanten dieser Ecke denke man durch farbige Objectlinien bezeichnet. Werden diese beiden Linien auf dem Globus nach dem Principe abgebildet, wie das Auge abbildet, so liegt das Bild der einen Linie im Aequator des Globus, das andere im ersten Meridian, und wenn sich diese Bilder zu Nachbildern entwickeln, so werden die Ebene des Aequators und die Ebene des ersten Meridians immer die Projectionsebenen dieser Nachbilder bleiben.

Jetzt drehe man den Globus um seine Polaraxe. Die Aequatorialebene ändert dadurch nicht ihre Lage im Raum; die Linie, in der sie die Wand schneidet, in der das Nachbild erscheinen muss, bleibt unverändert. Es schiebt sich bei der angegebenen Drehung des Globus in dieser Schnittlinie nur
180 hin und her, behält also seine ursprüngliche Richtung unverändert

bei. Die Ebene des ersten Meridians geht durch die Drehungsaxe, welche selbst der Wand parallel ist. Folglich ist auch die Schnittlinie des ersten Meridians mit der Wand stets der Drehungsaxe parallel. Denn wenn zwei Ebenen sich schneiden, und eine (erster Meridian) durch eine der anderen Ebene (Wand) parallele Linie (Drehungsaxe) geht, ist die Schnittlinie beider Ebenen der genannten Linie selbst parallel. In dieser Schnittlinie müssen die Nachbilder erscheinen, die im ersten Meridian entwickelt sind. Folglich sind diese Nachbilder immer der Drehungsaxe, folglich auch sich unter einander parallel. Dadurch ist die aufgestellte Behauptung allgemein erwiesen.

Diese Betrachtungen geben nun ein sehr einfaches Verfahren an die Hand, um die Richtigkeit des Listing'schen Gesetzes für alle Augenstellungen zu prüfen, ohne dass man Winkelmessungen auszuführen und zu berechnen hat. Man hat nur gerade dasselbe Verfahren anzuwenden bei schiefen Objectlinien, welches wir anwendeten, um bei horizontalen, beziehlich verticalen Linien die Primärstellung zu finden.

Schief sind die betreffenden Linien und Richtungen hier genannt, insofern sie spitze Winkel mit der verticalen und lateralen Coordinataxe des Kopfes bilden. Man kann also die Schiefheit der Objectlinie in zweierlei Weise herstellen, entweder indem man bei gerade aufgerichtetem Kopfe die Objectlinie selbst einen spitzen Winkel mit der horizontalen Richtung machen lässt, oder indem man bei horizontaler, beziehlich verticaler Objectlinie den Kopf neigt.

Die letztere Methode ist die einfachere, wenn man in der bisher beschriebenen Weise mit beiden Augen gleichzeitig die Linien einer Tapete beobachtet. Indem man das oben beschriebene Visirzeichen zwischen die Zähne nimmt und sich danach orientirt, ist man sicher, bei jeder schiefen Neigung des 181
Kopfes die Richtung der Primärstellung immer leicht wieder zu finden. Der Kopf ist also in irgend einer seitlich geneigten Lage festzuhalten, bei welcher der fixirte mittlere Punkt des Bandes wieder dieselbe Lage gegen das Visirzeichen hat wie früher. Die Doppelbilder seines Papierstreifens projiciren sich dabei auf die Wand und bezeichnen die Neigung der lateralen Linie des Kopfes gegen die horizontale. Man macht nun bei

geneigter Kopfhaltung wieder dieselbe Reihe von Versuchen durch, wie früher bei gerade aufrechter Haltung des Kopfes; man verschiebt das Nachbild des rothen Bandes längs der durch den Fixationspunkt gehenden absoluten Verticallinie und Horizontallinie, und kehrt immer wieder zum ersten Fixationspunkte zurück, um das Nachbild wieder aufzufrischen und sich von der unveränderten Haltung des Kopfes zu versichern.

Ich finde nun für meine beiden eigenen Augen, dass hierbei die Nachbilder genau parallel den horizontalen Linien der Tapete bleiben, wodurch das Listing'sche Gesetz für meine eigenen Augen vollständig bestätigt ist. Ich habe mich ausserdem überzeugt, indem ich bald das eine, bald das andere Auge mit der Hand verdeckte, dass die Nachbilder beider Augen einzeln genommen genau die gleiche Lage gegen die Tapete haben.

Ich habe indessen auch noch eine zweite Reihe von Versuchen mit je einem Auge an näheren Objecten angestellt, da meine Augen zwar noch weitsichtig genug sind, um die Richtung der Linien auf der entfernten Tapete deutlich genug zu erkennen, eine vollständig genaue Accommodation für dieselbe aber doch über die Grenzen meiner Sehweite hinausging. Ich überzog daher ein gewöhnliches Zeichenbrett mit hellgrauem Zeichenpapier, zog darauf mit Bleistift ein Gitter von verticalen und horizontalen Linien, je ein Centimeter von einander
182 entfernt. Längs der Mitte der mittleren Verticallinie ist ein schmaler grüner Streifen auf der Mitte eines etwas breiteren rothen Streifens angebracht, beide aus farbigem Papier geschnitten. In der Mitte des grünen Streifens, dem Schnittpunkte der verticalen und horizontalen Linie entsprechend, ist ein schwarzes Tüpfelchen angebracht, um den Fixationspunkt zu bezeichnen. An dieser mittelsten Stelle ist ein kleines Glasspiegelchen unter den rothen Streifen geschoben, und blickt durch einen Ausschnitt desselben dicht neben dem Fixationspunkte hervor. In Fig. 41 sieht man bei *aa* den grünen Streifen, bei *cccc* den rothen, durch dessen Ausschnitt *bb* der Spiegel hervorsieht; links und rechts neben dem breiteren Streifen die Anfänge der Gitterlinien in halber natürlicher Grösse. Wenn sich das beobachtende Auge

gerade senkrecht zur Tafel vor dem Fixationspunkte *b* befindet, sieht es in den unbedeckten Stellen des Spiegels das Bild seiner Iris und Sclera gespiegelt, und der Beobachter kann sich danach leicht so stellen, dass seine Pupille sich in dem im Punkte *f* auf der Ebene der Tafel errichteten Lothe befindet. Ausserdem nimmt er das oben beschriebene Visirzeichen zwischen die Zähne, um sich danach so zu orientiren, dass sein Auge, während es *f* fixirt, sich in der Primärstellung 183
befindet. Ist die Primärstellung richtig getroffen, so muss das Nachbild den Verticallinien parallel bleiben, so oft der Fixationspunkt entweder längs der mittleren Verticallinie *aa* oder längs der mittleren Horizontallinie *gg* verschoben wird. Hat man auf diese Weise die Richtigkeit der Primärstellung festgestellt, so ist es in diesem Falle leichter, die Tafel schief zu stellen, während die Lage des Kopfes unverändert bleibt. Wie auch die Tafel gedreht werden möge, wenn nur die Gesichtslinie anfangs in der Primärstellung mit dem in *f* auf der Tafel errichteten Lothe zusammenfällt, so fand ich nachher bei Fixation eines Punktes der Linie *aa* oder der Linie *gg* stets, dass das Nachbild mit den parallel *aa* gezogenen Linien auf der Tafel zusammenfällt. Somit findet sich auch bei dieser Methode die vollständige Uebereinstimmung der Bewegungen jedes meiner Augen mit dem Gesetze von Listing bestätigt.

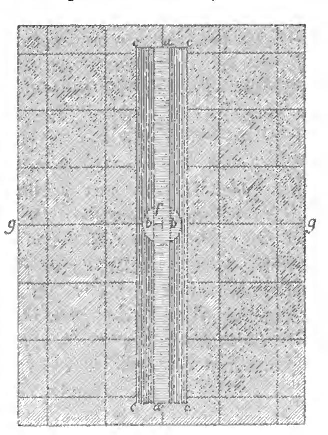


Fig. 41.

Nach beiden Methoden hat auf meine Bitte auch Herr Dr. Knapp zu experimentiren die Gefälligkeit gehabt und für sein linkes Auge ganz dieselben Resultate gefunden.

Sein rechtes Auge zeigte nur bei den stärkeren Drehungen nach innen und unten Abweichungen im Sinne einer positiven Raddrehung.

Von den Versuchsreihen anderer Beobachter ist es namentlich die Reihe von Wundt (Arch. f. Ophthalmol. Bd. VIII. 2 S. 16 und 17), welche zur Vergleichung herbeigezogen werden muss. Es sind darin die Winkel gemessen worden, welche die Nachbilder einer verticalen Linie, bei verschiedenen Stellungen der Gesichtslinie auf eine zur Gesichtslinie senkrechte Ebene entworfen, mit der Verticalebene gemacht haben. Die Ergebnisse dieser Messungen scheinen auf den ersten Blick mit dem Listing'schen Gesetze gar nicht zu stimmen, aber nur deshalb, weil die als Nullpunkt für die Winkelmessungen gewählte Stellung der Gesichtslinie nicht die Primärstellung gewesen ist.
184 Die Formel, nach welcher zu rechnen ist, ist ziemlich verwickelt; sie ist im Anhange in Gleichung (i) entwickelt. Der Winkel, den Wundt mit b bezeichnet, heisst dort λ, der Höhenwinkel h heisst dort β, und der Raddrehungswinkel γ. In dieser Formel kommen zwei Constanten p und q vor, welche von der Lage der Primärstellung zum Nullpunkt der Winkelmessungen abhängen, und deren Bedeutung unten näher erklärt werden wird. Für die Berechnung einer Versuchreihe, wie die von Wundt ist, müssen sie durch Probiren gesucht werden, was äusserst weitläufige Rechnungen giebt. Ich habe sie annähernd bestimmt, und zwar:

$$\log. q = 9{,}12702$$
$$\log. (-p) = 8{,}78811$$

und damit die Raddrehungswinkel der folgenden Tabelle berechnet. Die Primärstellung der Gesichtslinie würde danach liegen an dem Punkte, der nach Wundt's Bezeichnung die Höhe $h = -15^0\ 12'$ und eine seitliche Ablenkung $b = 7^0\ 9'$ nach aussen hat. Die Höhe -15^0 entspricht gerade der mittleren Höhe des ganzen Feldes. Wenn man $h = -15^0$ und $b = 0$ als Mittelpunkt des Bewegungsfeldes nimmt, würde folgen, dass die atrope Linie in Wundt's Auge $3^0\ 34'\ 30''$ nach aussen von der Gesichtslinie liegt, also wahrscheinlich sehr nahe mit der Augenaxe zusammenfällt. Die Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung würden zweifelsohne noch

Winkel b.

Höhenw. h.	nasenwärts					schläfenwärts			
	+ 40°	+ 30°	+ 20°	+ 10°	0°	— 10°	— 20°	— 30°	— 40°
+ 20°	+ 3°,151 + 4	+ 2°,599 + 1 ,5	+ 2°,171 + 1	+ 1°,677 0	+ 1°,270 + 2	+ 0°,830 0	+ 0°,389 — 2*	— 0°,061 — 2 ,5*	— 0°,525 —
+ 10°	— 1°,267 — 3 ,5*	— 0°,819 + 0 ,5	— 0°,295 0	+ 0°,046 — 1	+ 0°,623 —	+ 1°,067 + 0 ,5	+ 1°,522 0	+ 2°,003 + 0 ,5	+ 2°,526 + 1
0°	— 5°,710 — 4	— 4°,150 — 2 ,5	— 2°,699 — 2	— 1°,451 — 1	0°,000 0	+ 1°,313 + 1	+ 2°,642 + 2 ,5	+ 4°,015 + 3 ,5	+ 5°,462 + 5
— 10°	— 9°,933 — 10 ,5	— 7°,422 — 6	— 5°,062 — 4 ,5	— 2°,871 — 3	— 0°,609 —	+ 1°,565 + 2 ,5	+ 3°,753 + 4	+ 5°,993 + 5 ,5	+ 8°,323 + 9 ,5
— 20°	— 14°,092 — 16	— 10 ,663 — 12	— 7°,405 — 7	— 4°,270 — 5	— 1°,212 — 1 ,5	+ 1°,817 + 3 ,5	+ 4°,859 + 5	+ 7°,956 + 9	+ 11°,152 + 11 ,5
— 30°	— 18°,242 — 23**	— 13°,901 — 16*	— 9°,749 — 12*	— 5°,703 — 6	— 1°,820 — 2	+ 2°,066 + 4 ,5*	+ 5°,963 + 8*	+ 9°,921 + 10 ,5	+ 13°,989 + 16 ,5**
— 40°	— 22°,438 —	— 17°,165 — 18	— 12°,115 — 13 ,5	— 7°,227 — 8	— 2°,441 — 2 ,5	+ 2°,306 + 4 ,5*	+ 7°,069 + 7°,5	+ 11°,907 + 14*	+ 16 ,877 + 18
— 50°	— 26°,986 —	— 20°,487 — 21 ,5	— 14°,524 — 16	— 8°,745 — 11*	— 3°,085 — 3 ,5	+ 2°,533 + 6**	+ 8°,180 + 10	+ 13°,930 + 16 ,5**	+ 19 ,852 + 21

185

kleiner geworden sein, wenn ich eine noch genauere Bestimmung von p und q versucht hätte. Da aber zu ersehen war, dass eine vollständige Uebereinstimmung doch nicht zu erreichen sein würde, so hielt ich es für überflüssig, die oft genug wiederholte lange Rechnung noch öfter zu wiederholen. Die Zahlen, welche Wundt beobachtet hat, stehen unter den berechneten. Diejenigen Zahlen, welche um mehr als 2^0 oder $2^0,5$ von der Rechnung abweichen, sind mit einem, beziehlich zwei Sternchen versehen.

186 Es sind die Vorzeichen der Tabelle von Wundt beibehalten worden, bei denen die links gerichteten Drehungen positiv genommen sind.

Bei den geringeren Graden der Drehung des Auges ist die Uebereinstimmung der berechneten und beobachteten Werthe recht gut; die Abweichungen grösser als $2^1/_2$ Grad kommen alle in den äussersten, nur mit Anstrengung zu erreichenden Stellungen des Auges vor, die beim gewöhnlichen Sehen gar nicht gebraucht werden.

Auch lassen die Unregelmässigkeiten in den Differenzen der auf einander folgenden Zahlen in Wundt's Beobachtungen erkennen, dass Beobachtungsfehler etwa bis zur Grösse von 1^0 oder $1^1/_2{}^0$ bei den Beobachtungen vorgekommen sind, welche vielleicht von kleinen Veränderungen in der Haltung des Kopfes oder von Ermüdung der Augenmuskeln durch angestrengte Seitwärtsdrehungen herrühren mögen. So findet man folgende Reihen auf einander folgender Differenzen:

Reihe $h = +20: -2,5; -0,5; -1; +2; -2\ ; -2\ ; -0,5.$
„ $h = -30: +7\ ; +4\ ; +6; +4; +6,5; +3,5; +2,5; +6.$

Aber trotz dieser mehr zufälligen Unregelmässigkeiten lassen die Abweichungen zwischen Rechnung und Beobachtung auch eine gewisse Regelmässigkeit in der Vertheilung der Fehler erkennen, welche auf ein Gesetz hindeutet. Nämlich im äusseren oberen und inneren unteren Quadranten sind die Abweichungen gegen den Rand des Feldes hin überwiegend negativ, entsprechen also einer Rechtsdrehung; im inneren oberen und unteren äusseren Quadranten überwiegend positiv, im Sinne einer Linksdrehung. Dabei bemerkt man, dass die grösste Breite des ganzen Feldes von innen nach aussen 80^0

beträgt, die Höhe dagegen nur 70^0. Nun müssen wir aber nach der von uns aufgestellten Theorie in einem querovalen Felde, wie das von Wundt ist, gegen den Rand hin gerade 187
diejenige Art von Abweichungen finden, wie sie hier vorliegt. Es muss nämlich wegen der Gestalt des Feldes im oberen rechten und unteren linken Quadranten gegen den Rand hin eine stärkere Rechtsdrehung, in den beiden anderen eine stärkere Linksdrehung eintreten, als in einem kreisförmigen Felde.

Um die Grösse dieser Abweichungen genauer zu berechnen, welche längs der Grenzen etwa 1 bis $1^1/_2$ Winkelgrade betragen würden, und sie mit den Beobachtungen zu vergleichen, dazu sind diese selbst nicht genau genug. Es würde die Bestimmung der Constanten für die Berechnung jener Correction zu unsicher bleiben.

Die Versuche von Fick und Meissner mittels des blinden Flecks die Augenstellungen zu bestimmen, lassen wohl kaum die gleiche Genauigkeit der Messung erwarten, welche bei der Benutzung der Nachbilder zu erreichen ist. Die Zahlen von Fick[1]), welcher die Ergebnisse aller einzelnen Versuche neben einander gestellt hat, lassen direct die grossen Abweichungen erkennen. Da der blinde Fleck ziemlich unregelmässig begrenzt ist, ist die zu wählende Lage des Objects, welches in ihm verschwinden soll, eben nicht sehr genau bestimmt. Ausserdem glaube ich, dass die Nöthigung, das Auge bei diesen Versuchen lange Zeit in ermüdenden Stellungen festzuhalten, nachtheilig ist.

In der von Meissner[2]) gegebenen Tabelle seiner Messungen, die nach dem von Fick angegebenen Principe ausgeführt sind, stimmt der Gang der Werthe des Winkels m ziemlich überein mit der von uns gegebenen Berechnung von Wundt's Beobachtungen, indessen zeigen sich, der geringeren Genauigkeit der Methode entsprechend, auch grössere Diffe- 188
renzen. Auch scheint Meissner einzelne Werthe, z. B. die

---

1) Moleschott's Untersuchungen zur Naturlehre des Menschen. Bd. V. S. 201 und 202.

2) Zeitschrift für rat. Medicin. 3. Reihe. Bd. VIII. S. 19.

mittlere Verticalreihe, welche mit Nullen ausgefüllt ist, aus seinen früheren, nach anderen Methoden angestellten Beobachtungen ergänzt zu haben.

Bestimmung der Augenstellungen mittels binocularer Doppelbilder.

Es bleibt mir noch übrig die Resultate der zuerst von *Meissner* angewendeten Methode zu besprechen, die Augenstellungen mittels der Doppelbilder zu beobachten. Diese Methode scheint einer grossen Genauigkeit und Feinheit in der Ausführung fähig zu sein. Aber die eigenthümlichen Incongruenzen beider Gesichtsfelder, auf welche zuerst *Recklinghausen*[1]) aufmerksam gemacht hat, lassen erkennen, dass die nach dieser Methode für die Augenstellungen gewonnenen Resultate noch mit einem gemeinschaftlichen Fehler behaftet sind, der erst eliminirt werden muss, und durch welchen die scheinbaren Differenzen zwischen diesen Beobachtungen und denen der Nachbilder bedingt zu sein scheinen.

Dieser Fehler liegt, wie mir scheint, darin, dass *Meissner* bei der Discussion der Versuche der bis dahin allgemein angenommenen Voraussetzung gefolgt ist, bei parallelen Gesichtslinien würden alle Punkte unendlich ferner Objecte auf identischen Netzhautstellen abgebildet. Man hat von jeher die Definition identischer Netzhautstellen auf diese Voraussetzung gegründet, indem man von ihnen behauptete, dass sie um gleiche Winkel vom Fixationspunkt nach oben (oder unten)
169 und nach rechts (oder links) abstehen müssten. Das ist nun zwar annähernd richtig; aber, wie die neueren sorgfältigeren Untersuchungen schon manche andere Assymmetrien und Unregelmässigkeiten am Auge kennen gelehrt haben, so zeigt sich auch in der Anordnung der identischen Stellen bei fernsehenden Augen eine solche.

Meissner hat gezeigt, dass wenn man eine zur Visirebene verticale Linie mit Augen betrachtet, die auf einen etwas ferneren oder etwas näheren Punkt convergiren, man die

---

1) Archiv für Ophthalmologie. Bd. V. S. 127.

Linie in Doppelbildern sieht, die nicht parallel, sondern zu einander geneigt sind. Er hat die Veränderungen in der Neigung dieser Doppelbilder mit Recht aus der veränderlichen Drehung der Augen gegen die Visirebene erklärt. Wir verdanken ihm eine Reihe von Messungen der Divergenzen, welche die Doppelbilder bei verschiedenen Entfernungen des Objectes vom Auge zeigen, aber Kurzsichtigkeit scheint ihn verhindert zu haben, hierbei grössere Entfernungen als 58 Centimeter zu benutzen. Er konnte also nicht durch Versuche entscheiden über das Verhalten der Doppelbilder von sehr weit entfernten Linien, war vielmehr genöthigt sich bei der allgemein angenommenen Definition der identischen Netzhautstellen zu beruhigen, der zu Folge die Doppelbilder weit entfernter Objecte bei parallelen Gesichtslinien entschieden parallel sein mussten.

Dies ist nun aber keineswegs der Fall, denn, wie ich finde, auch die Doppelbilder weit entfernter Objecte divergiren bei parallelen Gesichtslinien, und zwar bei jeder Höhe der Visirebene nahehin um denselben Winkel. Dasselbe habe ich auch für die Augen einiger anderer Beobachter bestätigt gefunden. Wenn ich dagegen in der Entfernung meiner Augen von einander (68 Millimeter) zwei nahehin verticale und parallele Linien ziehe, die aber nach oben hin ein wenig divergiren unter einem Winkel von etwa 2 Graden, und sie in genäherten Doppelbildern betrachte, die Gesichtslinien senkrecht zur 190
Ebene des Papiers, so erscheinen solche Linien einander parallel, wie auch übrigens die Visirebene gegen den Kopf gerichtet sein mag. Daraus folgt, dass die verticalen Trennungslinien identischer Netzhautpunkte bei parallelen Gesichtslinien nicht vertical und nicht parallel stehen, und dass daher die von Meissner beobachteten Divergenzen der Doppelbilder nicht blos von Drehungen des Auges herrühren. Dagegen scheinen aber allerdings bei parallelen Sehaxen in der Visirebene identische Netzhautstellen zu liegen, sodass jene Divergenz der verticalen identischen Meridiane gar nicht blos von einer Drehung der Augen hergeleitet werden kann, sondern auf einer Assymmetrie in der Anordnung der identischen Stellen selbst beruht.

Es ist hiernach klar, dass die Ergebnisse der Doppelbilder-Versuche nicht unmittelbar mit denen verglichen werden können, welche mit Hülfe der Nachbilder gewonnen worden sind.

Störungen der Orientirung durch Drehungen des Auges.

Es ist jetzt noch durch Versuche nachzuweisen, dass die Orientirung im Gesichtsfelde wirklich mangelhaft wird, wenn Bewegungen des Auges eintreten, welche der oben ausgesprochenen Forderung widersprechen, wonach das Auge keine Bewegung ausführen solle, deren Drehungsaxe nicht immer in ein und derselben, im Auge festen Ebene läge. Diese Bedingung ist nach dem Gesetze von Listing, wie in den mathematischen Nachweisen, welche unten folgen, gezeigt werden wird, erfüllt für alle Bewegungen des Auges, welche von der Mitte des Gesichtsfeldes fort nach seiner Peripherie
191 zu gerichtet sind, aber nicht für solche Bewegungen, welche durch eine Reihe von peripherischen Stellungen des Auges hindurchgehen. Wir finden dem entsprechend denn auch falsche Raumprojectionen im Gesichtsfelde.

1) Man stelle sich der verticalen, geraden Kante einer Mauer oder einer Thür gegenüber so auf, dass das Gesicht nicht gerade nach der Kante hin, sondern etwas seitwärts gerichtet ist und die Kante also sich entweder nach rechts oder nach links vor dem Beobachter befindet. Man bewege den Blick an der Kante auf und nieder, ohne den Kopf zu bewegen, so wird dieselbe gekrümmt erscheinen, und zwar so, dass ihre Concavität gegen die Medianebene des Beobachters hinsieht. Eine rechts befindliche gerade Kante wird also nach rechts convex, nach links concav erscheinen; umgekehrt eine links befindliche.

2) Man laufe mit dem Blicke ebenso hin und her an geraden Horizontallinien entweder mit gehobenen oder mit gesenkten Augen und unbewegtem Kopfe; auch solche erscheinen gekrümmt, und zwar hochgelegene Linien, die mit gehobenem Blicke betrachtet werden, concav nach unten, niedrige Linien bei gesenktem Blicke concav nach oben.

In allen diesen Fällen erscheinen die Enden der Linien gerade entgegengesetzt geneigt als die Nachbilder von horizontalen und verticalen Linien. Wenn man mit dem Nachbilde einer horizontalen Linie im Auge und mit erhobenem Blicke längs der oberen Kante einer Wand entlang geht, so erscheint auf der rechten Seite das rechte Ende des Nachbildes gehoben, auf der linken Seite das linke Ende. Das Nachbild bezeichnet uns hierbei aber die Stellung des Netzhauthorizonts, und da also das rechte wie das linke Ende der objectiven Horizontallinie nach unten gerichtet ist, im Vergleich mit dem entsprechenden Ende des Netzhauthorizonts in dem jenem Ende 192
zugekehrten Auge, so erscheint die objective Linie mit beiden Enden etwas nach unten gerichtet, also nach unten concav. Aehnlich in den anderen Fällen.

Es ist noch zu bemerken, dass der ganze Kopf bei seinen gewöhnlichen uns bequemen Bewegungen in den Gelenken der Halswirbelsäule ebenso bewegt wird wie das Auge. Wird das Gesicht nach rechts und oben gekehrt, so dreht sich der Kopf um eine schräg von oben und links nach unten und rechts gehende Axe, sodass sich das rechte Auge mehr hebt als das linke. Umgekehrt stellt sich das rechte Auge tiefer als das linke, wenn wir nach rechts und unten sehen. Fände im unteren Atlasgelenk eine reine Drehung um eine verticale Axe, im oberen eine reine Drehung um eine horizontale, vom rechten zum linken Gelenkknopf des Hinterhauptbeins verlaufende Axe statt, so würden beide Augen bei allen Wendungen des Kopfes immer gleich hoch bleiben müssen. Man überzeugt sich aber durch Betastung des Nackens auch leicht davon, dass die Gelenke der unteren Halswirbel zu diesen Bewegungen mit beitragen.

Wenn nun auch die bequemen und gewöhnlichen Wendungen des Kopfes der Richtung nach mit den normalen Augenbewegungen übereinstimmen, so erlaubt doch die Halswirbelsäule eine ganz freie Beweglichkeit des Kopfes innerhalb des gegebenen Umfanges dieser Bewegungen, und ist der Wille unbeschränkter Herrscher in der Wahl der Kopfstellungen, während er in der Ausführung der Augenstellungen durch das von uns entwickelte Gesetz beschränkt ist. In jeder Stellung

des Gesichts können wir dasselbe immer noch, ohne die Lage seiner Fläche zu verändern, durch einen mässig grossen Winkel um eine vom Hinterhaupt zum Nasenrücken gehende Axe drehen, doch sind alle anderen Stellungen unbequemer und angestrengter, als die den Augenstellungen analogen. Sobald wir
193 aber eine solche Drehung des Kopfes um eine von vorn nach hinten gehende Axe ausführen und dabei auf die gesehenen Gegenstände achten, bemerken wir auch, wie diese eine scheinbare entgegengesetzte Drehung ausführen.

Durch diese Versuche kann also nachgewiesen werden, dass die Erfüllung der oben aufgestellten Bedingungen zur Wahrung einer sicheren Orientirung im Gesichtsfelde nothwendig ist, und dass die in den Bewegungen des Auges übrig gebliebenen verhältnissmässig kleinen Abweichungen von der strengen Erfüllung jener Bedingungen sich verrathen durch entsprechende Fehler in der Beurtheilung der Richtung von Linien.

Es ist jedenfalls eine merkwürdige und auffallende Erscheinung, dass wir in der Ausführung der Augenbewegungen so beschränkt sind, während der vorhandene Mechanismus die vollste Freiheit der Bewegungen zulassen würde. Ich glaube aber nicht, dass die Anordnung der Nervenbahnen etwa, oder irgend eine andere anatomisch vorgebildete Einrichtung hierbei die Freiheit der Bewegungen beschränkt. Alle unsere Willensacte beziehen sich, so weit sie bewusst sind, nicht auf die Contraction bestimmter Muskeln, von deren Existenz die meisten Menschen kaum etwas wissen, auch nicht einmal immer auf die Erreichung einer bestimmten Stellung eines Körpertheils, sondern vielmehr auf Erreichung eines wahrnehmbaren Erfolges. Am Kehlkopf, am Auge können wir durchaus nicht eine bestimmte Stellung des Organs durch einen direct darauf bezüglichen, bewussten Willensact hervorbringen, sondern wir haben mit dem Kehlkopfe nur gewisse Laute und Athmungsbewegungen hervorzubringen gelernt, und mit den Augen gelernt äussere Objecte in beliebig gegebenen Stellen des Gesichtsfeldes deutlich und einfach zu erblicken. Wenn wir die Augen nach rechts wenden wollen, so müssen wir einen rechts
194 gelegenen Gegenstand vorstellen und nach diesem hinblicken.

Wenn wir sie beide nach innen wenden wollen, müssen wir nach einem eingebildeten Gegenstande in der Nähe des Nasenrückens hinblicken. Mit passend gewählten Prismen, Brillengläsern oder stereoskopischen Bildern können wir die Augen divergiren machen, die Accommodation von der Convergenz trennen, ja selbst kleine Divergenzen nach der Höhe hervorbringen, indem wir das Auge unter Bedingungen versetzen, wo es nur durch solche ungewöhnliche Combinationen der Bewegungen dazu gelangen kann, deutlich und einfach zu sehen. Natürlich sind solche ungewöhnliche Combinationen viel schwerer auszuführen als die eingeübten, mit der Zeit werden sie aber zu gewöhnlichen, wie z. B. die Verbindung zwischen Accommodation und Convergenz bei Leuten, welche eine Brille zu tragen pflegen, eine andere wird als vorher, und sie im Gegentheil, wenn sie die Brille abnehmen, sich genirt fühlen.

Ich habe auch beobachtet, dass wenn ich des Abends beim Lesen schläfrig werde und sich Doppelbilder der Zeilen zu bilden anfangen, diese Doppelbilder oft über einander stehen, zuweilen eine Raddrehung gegen einander zeigen. In diesem Zustande also, wo der Wille seine Energie verliert und man die ungehindertste Wirksamkeit aller durch den anatomischen Mechanismus vorgeschriebenen Bewegungsantriebe erwarten sollte, da hört gerade die gewöhnliche Anordnung der Augenbewegungen auf.

So glaube ich auch, dass das in der vorliegenden Untersuchung gefundene Gesetz der Augenbewegungen erworben ist durch den Gebrauch des Auges, bei dem sich fortdauernd das Bedürfniss möglichst sicherer Orientirung geltend machte, und dass deshalb die von mir gegebene Ableitung aus diesem Bedürfniss wirklich den letzten Grund des Gesetzes darlegt. Wir dürfen aber wohl erwarten, wie ich oben schon angedeutet
habe, dass schliesslich das Wachsthum der Muskeln bewirken 195
wird, dass die durch das Bedürfniss der Orientirung verlangten Augenstellungen auch mit der geringsten Anstrengung hergestellt werden. Wir sehen ähnliche Bedürfnisse auch bei Bewegungen anderer Theile des Körpers die Einübung der Bewegungen beherrschen. Das Kind, welches gehen lernt, der Knabe, der schwimmen lernt, sind anfangs ungeschickt, un-

sicher und wenden grosse Anstrengung an. Uebung lehrt sie schliesslich diese Bewegungen so ausführen, dass eine gegebene Strecke Weges mit geringster Anstrengung zurückgelegt wird. Der Matrose, welcher auf dem schwankenden Schiffe gehen muss, lernt eine andere Art des Ganges, bei welcher die Sicherheit in höherem Grade berücksichtigt ist als die schnelle Förderung, da er auf dem Schiffe niemals grosse Strecken zurückzulegen hat. Seinen Gang übrigens behält er auch auf dem Lande bei und kann den Gang eines Landbewohners nicht nachmachen. Eine ähnliche Art zwingender Gewohnheit, hergeleitet aus dem Bedürfnisse der Orientirung, meine ich, beherrscht auch die Augenbewegungen, und ich halte es deshalb nicht für nöthig nach anatomischen Einrichtungen zu suchen, die das Gesetz dieser Bewegungen bestimmen.

Mathematischer Anhang.

Folgerungen aus dem Princip der leichtesten Orientirung.[1])

497 Wir haben zunächst die Unterschiede der Raddrehung zu berechnen, welche dadurch entstehen, dass die Drehungen um andere Drehungsaxen ausgeführt werden als um solche, die zur atropen Linie senkrecht sind. Es sei in Fig. 42 ab die Gesichtslinie, ad die Drehungsaxe, um welche das Auge gedreht wird, wobei die Gesichtslinie ab den unendlich kleinen Bogen ds senkrecht zur Ebene der Zeichnung zurücklegen möge, so kann die Drehung um ad, deren Winkelgrösse wir

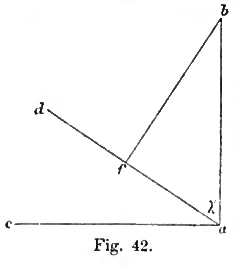


Fig. 42.

1) Hier ist die etwas allgemeiner ausgearbeitete und von einem Rechnungsfehler befreite Fassung dieser Untersuchung aus dem Handbuch der Physiologischen Optik § 27 gegeben.

mit Δ bezeichnen wollen, angesehen werden als resultirend aus einer Drehung um die zu ab senkrechte Axe ac, und einer 498
Drehung um ab selbst. Die Grösse der letzteren wird sein müssen gleich $\Delta \cos \lambda_1$, wenn wir den Winkel dab, wie in der Figur geschehen ist, mit λ_1 bezeichnen. Nun ist aber die Grösse von Δ dadurch bestimmt, dass ab sich um den Bogen ds fortbewegen soll. Für die Bewegung des Punktes b ist hierbei das von b auf die Drehungsaxe gefällte Loth bf der Radius Vector, also:

$$ab \cdot ds = fb \cdot \Delta$$

oder

$$ds = \Delta \sin \lambda_1.$$

Die Raddrehung um die Linie ab wird also bei dieser Bewegung gleich:

$$ds \operatorname{cotang} \lambda'.$$

Denken wir uns nun durch ab Ebenen gelegt nach verschiedenen Richtungen hin, so kann das Element ds in jede dieser Ebenen verlegt werden, und die zugehörigen Drehungsaxen müssen, wenn die Bewegungen des Auges von ab aus continuirlich ineinander übergehen sollen, in einer Ebene liegen. Eine der durch ab gelegten Ebenen muss senkrecht stehen auf der Ebene der Drehungsaxen, in welcher ad liegt. Für diese Ebene nehme der Winkel λ' den Werth λ an, und es sei ε der Winkel, welchen die durch das Bogenelement ds und die Gesichtslinie ab gelegte Ebene mit jener Ebene des Winkels λ macht. Eine bekannte Formel der sphärischen Trigonometrie ergiebt in der rechtwinkeligen dreikantigen Ecke, welche von der Ebene der Drehungsaxen und von den Ebenen der Winkel λ und λ' gebildet wird:

$$\operatorname{cotg} \lambda' = \operatorname{cotg} \lambda \cdot \cos \varepsilon$$

und die Drehung um die Linie ab wird also:

$$ds \operatorname{cotg} \lambda' = ds \cdot \operatorname{cotg} \lambda \cdot \cos \varepsilon.$$

Wenn nun die Blicklinie ab in der gleichen Stellung den Winkel μ mit der Ebene bildet, die zur atropen Linie normal ist, und $\varkappa$ der Winkel zwischen den beiden durch ab gelegten Ebenen der Winkel μ und λ ist, so würde eine Rechnung ähn-

licher Art, wie die eben gemachte, ergeben, dass die Drehung um die Gesichtslinie gleich sein müsste:

$$ds \operatorname{cotg} \mu \cos(\varepsilon - \varkappa),$$

wenn die Drehungen den Forderungen des Gesetzes der leichtesten Orientirung überall folgen könnten, wonach die Drehungsaxen stets senkrecht zur atropen Linie bleiben würden.

Das Quadrat des Unterschiedes ϱ zwischen der geforderten und der wirklichen Drehung ist:

$$\varrho^2 = ds^2 \{ \operatorname{cotg} \lambda \cos \varepsilon - \operatorname{cotg} \mu \cos(\varepsilon - \varkappa) \}^2.$$

Die Forderung des Princips der leichtesten Orientirung geht also dahin, dass die Summe aller Werthe von ϱ^2 für alle unendlich kleinen Bewegungen der Blicklinie von der Ausdehnung ds, welche im Blickfelde möglich sind, ein Minimum sei.

Nehmen wir zuerst die Summe aller Werthe von ϱ^2 für Verschiebungen ds, welche von ein und derselben Stellung der Blicklinie nach verschiedenen Richtungen hin, also mit verschiedenen Werthen des Winkels ε ausgehen. Wir haben:

$$\int_0^{2\pi} \varrho^2 d\varepsilon = \pi ds^2 \{ \operatorname{cotg}^2 \lambda + \operatorname{cotg}^2 \mu - 2 \operatorname{cotg} \lambda \cdot \operatorname{cotg} \mu \cdot \cos \varkappa \} \qquad (5)$$

499 Dieser Ausdruck ist nun weiter zu summiren für alle verschiedenen Stellungen der Blicklinie im Blickfelde, welche gegeben sind durch die Winkel α und ϑ. Also es ist zu bilden das Integral:

$$\int_0^{2} d\vartheta \int_0^{\alpha_0} d\alpha \int_0^{2\pi} d\varepsilon \cdot \varrho^2 \sin \alpha = R \qquad (5a)$$

worin α_0 die Werthe bezeichnet, welche der Grenze des Blickfeldes entsprechen.

Um diese Integration auszuführen, müssen die Werthe von λ und $\varkappa$ gefunden werden, welche den einzelnen Werthen von α und ϑ entsprechen. Zu diesem Ende gehen wir auf rechtwinkelige Coordinaten über, von denen wir das System ξ, v, ζ als fest im Auge und x, y, z als fest im Raume betrachten. Dann ist für jeden materiellen Punkt des Auges

$$\left.\begin{aligned} x &= a\xi + a_{,} v + a_{,,}\zeta \\ y &= b\xi + b_{,} v + b_{,,}\zeta \\ z &= c\xi + c_{,} v + c_{,,}\zeta \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

wo die Grössen a, b, c folgende Werthe bezeichnen:

$$\begin{aligned} a &= \cos\alpha \\ a_{,} &= \sin\alpha\cos\vartheta \\ a_{,,} &= -\sin\alpha\sin\vartheta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= -\cos\omega\sin\alpha \\ b_{,} &= \cos\alpha\cos\vartheta\cos\omega - \sin\vartheta\sin\omega \\ b_{,,} &= -\cos\alpha\sin\vartheta\cos\omega - \cos\vartheta\sin\omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c &= -\sin\omega\sin\alpha \\ c_{,} &= \cos\alpha\cos\vartheta\sin\omega + \sin\vartheta\cos\omega \\ c_{,,} &= -\cos\alpha\sin\vartheta\sin\omega + \cos\vartheta\cos\omega. \end{aligned}$$

Zwischen diesen Grössen finden bekanntlich Systeme von Gleichungen folgender Art statt:

$$\left.\begin{aligned} 1 &= a^2 + a_{,}^2 + a_{,,}^2 \qquad & ab + a_{,}b_{,} + a_{,,}b_{,,} &= 0 \\ 1 &= b^2 + b_{,}^2 + b_{,,}^2 & ac + a_{,}c_{,} + a_{,,}c_{,,} &= 0 \\ 1 &= c^2 + c_{,}^2 + c_{,,}^2 & bc + b_{,}c_{,} + b_{,,}c_{,,} &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (A)$$

$$\left.\begin{aligned} & 0 = a\,da + a_{,}da_{,} + a_{,,}da_{,,} \\ & a\,db + a_{,}db_{,} + a_{,,}db_{,,} = -(b\,da + b_{,}da_{,} + b_{,,}da_{,,}) \\ & 0 = b\,db + b_{,}db_{,} + b_{,,}db_{,,} \\ & a\,dc + a_{,}dc_{,} + a_{,,}dc_{,,} = -(c\,da + c_{,}da_{,} + c_{,,}da_{,,}) \\ & 0 = c\,dc + c_{,}dc_{,} + c_{,,}dc_{,,} \\ & b\,dc + b_{,}dc_{,} + b_{,,}dc_{,,} = -(c\,db + c_{,}db_{,} + c_{,,}db_{,,}) \end{aligned}\right\} \qquad (B)$$

Aendern sich die Werthe von α, ϑ und dem Rad- 500
drehungswinkel ω, und damit die Lage des Auges, so ist für die Punkte der Drehungsaxe

$$dx = dy = dz = 0.$$

Also nach Gleichungen (6)

$$\begin{aligned} 0 &= dx = \xi\,da + v\,db + \zeta\,dc \\ 0 &= dy = \xi\,da_{,} + v\,db_{,} + \zeta\,dc_{,} \\ 0 &= dz = \xi\,da_{,,} + v\,db_{,,} + \zeta\,dc_{,,} \end{aligned}$$

So erhält man:

$$\left.\begin{array}{l}0 = v(adb + a_{,}db_{,} + a_{,,}db_{,,}) + \zeta(adc + a_{,}dc_{,} + a_{,,}dc_{,,}) \\ 0 = \xi(bda + b_{,}da_{,} + b_{,,}da_{,,}) + \zeta(bdc + b_{,}dc_{,} + b_{,,}dc_{,,}) \\ 0 = \xi(cda + c_{,}da_{,} + c_{,,}da_{,,}) + v(cdb + c_{,}db_{,} + c_{,,}db_{,,})\end{array}\right\} \quad (6a)$$

Diese letzteren drei Gleichungen[1]) geben jede der Coordinaten der Drehungsaxe durch jede andere ausgedrückt.

Für eine zur Ebene der Drehungsaxen normale Linie sei $(\pi/2 - \lambda)$ der Winkel, den sie mit der ξ Axe (Blicklinie) bildet, und $\varkappa$ der Winkel, den die Ebene des Winkels λ mit der Ebene der $v\xi$ macht, entsprechend der Bezeichnung in Gleichung (5) und unter der Annahme, dass die Ebene der $v\xi$ durch die atrope Linie gelegt sei, dann ist für die Ebene der Drehungsaxen:

$$\xi \sin\lambda + v\cos\lambda\cos\varkappa + \zeta\sin\lambda\sin\varkappa = 0$$

oder wenn man die Werthe von v und ζ aus den beiden letzten Gleichungen (6a) nimmt und mit:

$$(bdc + b_{,}dc_{,} + b_{,,}dc_{,,}) = -(cdb + c_{,}db_{,} + c_{,,}db_{,,})$$

multiplicirt, so erhält man:

$$\left.\begin{array}{l}0 = \sin\lambda\,(bdc + b_{,}dc_{,} + b_{,,}dc_{,,}) \\ \quad - \cos\lambda\cos\varkappa\,(cda + c_{,}da_{,} + c_{,,}da_{,,}) \\ \quad + \cos\lambda\sin\lambda\,(bda + b_{,}da_{,} + b_{,,}da_{,,})\end{array}\right\} \quad (6b)$$

---

1) Es ist leicht zu sehen bei Berücksichtigung der Gleichungen (6a), dass die dritte dieser Gleichungen identisch aus den beiden ersten folgt. Wenn nun die Raddrehung ω eine continuirliche Function von α und ϑ ist, also:

$$d\omega = \frac{d\omega}{d\alpha}d\alpha + \frac{d\omega}{d\vartheta}d\vartheta,$$

so werden die Differentiale da, db, dc etc. alle von der Form:

$$da = \frac{da}{d\alpha}d\alpha + \frac{da}{d\vartheta}d\vartheta.$$

Eliminirt man nun aus zweien der Gleichungen (6a) das Verhältniss $d\alpha/d\vartheta$, so behält man eine durch ζ theilbare, und nach der Division in Bezug auf ξ, v, ζ lineare Gleichung zurück, die Gleichung einer Ebene, in der alle Drehungsaxen für unendlich kleine Drehungen aus der gegebenen Stellung des Auges liegen müssen. Darin liegt der Beweis des früher angeführten Hilfsatzes, dass bei continuirlich in einander übergehenden Stellungen des Auges jeder einzelnen derselben eine bestimmte Ebene der Drehungsaxen zukommt.

Diese Gleichung zerfällt nun in zwei, wenn $d\alpha$ und $d\vartheta$ unabhängig von einander sind, da jedes der Differentiale die Form hat:

$$da = \frac{da}{d\alpha} d\alpha + \frac{da}{d\vartheta} d\vartheta.$$

Werden also die Differentiale in (6b) ausgeführt, und erst nach α genommen und dann nach ϑ, so erhält man folgende zwei Gleichungen:

$$0 = \sin\lambda \frac{d\omega}{d\alpha} - \cos\lambda \cos\varkappa \sin\omega + \cos\lambda \sin\varkappa \cos\omega$$ 501

$$0 = \sin\lambda \left(\frac{d\omega}{d\vartheta} + \cos\alpha\right) + \cos\lambda\cos\varkappa\sin\alpha\cos\omega + \cos\lambda\sin\varkappa\sin\alpha\sin\omega.$$

Durch Elimination von $\cos\varkappa$ oder $\sin\varkappa$ erhält man aus den beiden letzten Gleichungen:

$$\sin\lambda \left(\sin\alpha \sin\omega \frac{d\omega}{d\alpha} - \cos\omega \frac{d\omega}{d\vartheta} - \cos\omega \cos\alpha\right) = \cos\lambda \cos\varkappa \sin\alpha$$

$$\sin\lambda \left(\sin\alpha \cos\omega \frac{d\omega}{d\alpha} + \sin\omega \frac{d\omega}{d\vartheta} + \sin\omega \cos\alpha\right) = -\cos\lambda \sin\varkappa \sin\alpha.$$

Dividiren wir beide Gleichungen durch $\sin\lambda \sin\alpha$, so giebt die erstere den Werth von $\operatorname{cotg}\lambda \cos\varkappa$, den wir zur Substitution in (5) brauchen. Beide dagegen quadrirt und addirt, geben:

$$\operatorname{cotg}^2\lambda = \left(\frac{d\omega}{d\alpha}\right)^2 + \frac{1}{\sin^2\alpha}\left(\frac{d\omega}{d\vartheta} + \cos\alpha\right)^2$$

und wir erhalten endlich den Werth von dem Integral R, welches ein Minimum werden soll:

$$\left.\begin{aligned} R = \pi ds^2 \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_0^{\alpha_0} d\alpha \Big\{ \sin\alpha \left(\frac{d\omega}{d\alpha}\right)^2 \\ + \frac{1}{\sin\alpha}\left(\frac{d\omega}{d\vartheta} + \cos\alpha\right)^2 - 2\operatorname{cotg}\mu \left[\sin\alpha \sin\omega \frac{d\omega}{d\alpha}\right. \\ \left. - \cos\omega\left(\frac{d\omega}{d\vartheta} + \cos\alpha\right)\right] + \operatorname{cotg}^2\mu \sin\alpha \end{aligned}\right\} \quad (6\text{c})$$

Veränderlich sind in diesem Ausdrucke μ und ω, letzteres als Function von α und ϑ. Damit R ein Minimum werde, sind die Variationen nach beiden Grössen gleich Null zu setzen. Also:

$$
\left.\begin{aligned}
0 = \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_0^{\alpha_0} d\alpha \Big\{ \sin\alpha \frac{d\omega}{d\alpha}\cdot\frac{d\delta\omega}{d\alpha} + \frac{1}{\sin\alpha}\left(\frac{d\omega}{d\vartheta} + \cos\alpha\right)\frac{d\delta\omega}{d\vartheta} \\
- \operatorname{cotg}\mu \left[\left[\sin\alpha\cos\omega\frac{d\omega}{d\alpha} + \sin\omega\left(\frac{d\omega}{d\alpha} + \cos\alpha\right)\right] d\omega \right. \\
\left. + \sin\alpha\sin\omega\frac{d\delta\omega}{d\alpha} - \cos\alpha\frac{d\delta\omega}{d\vartheta}\right]\Big\}
\end{aligned}\right\} \quad (6\text{d})
$$

und:

$$
\left.\begin{aligned}
\operatorname{cotg}\mu \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_0^{\alpha_0} \sin\alpha\, d\alpha \\
= \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_0^{\alpha_0} d\alpha \left[\sin\alpha\sin\omega\frac{d\omega}{d\alpha} - \cos\omega\left(\frac{d\omega}{d\vartheta} + \cos\alpha\right)\right].
\end{aligned}\right\} \quad (6\text{e})
$$

Aus der Gleichung (6d) kann man durch partielle Integration die Grössen $d\delta\omega/d\alpha$ und $d\delta\omega/d\vartheta$ entfernen, und erhält dann
502 zwei Integrale, eines nach dem Umfange des Blickfeldes, eines über seine Fläche ausgedehnt, die nur noch $\delta\omega$ als Factor unter dem Integrationszeichen enthalten. Ehe man dies aber ausführt, ist danach zu sehen, dass die zu integrirende Function nicht mehrdeutig oder discontinuirlich werde im Innern des Blickfeldes. Nun erfordert die Continuität, dass für sehr kleine Werthe von α rings um die Anfangsstellung des Auges die Grösse $\omega + \vartheta$ gleich Null sein muss. Es wächst aber ϑ von 0 bis 2π, wenn man die Blicklinie einmal um die Anfangsstellung einen unendlich kleinen Kreis beschreiben lässt, also muss dabei ω von 0 bis -2π sich verändern und in der Nähe der Anfangsstellung discontinuirlich sein. Es ist deshalb besser eine andere Variable:

$$\eta = \omega + \vartheta$$

einzuführen, welche überall im Blickfelde continuirlich sein kann. Dann ist:

$$\frac{d\omega}{d\alpha} = \frac{d\eta}{d\alpha} \quad \text{und} \quad \frac{d\omega}{d\vartheta} = \frac{d\eta}{d\vartheta} - 1,$$

$$\delta\omega = \delta\eta.$$

Wenn wir nach dieser Substitution die partielle Integration

der Gleichung (6d) ausführen, um $d\delta\eta/d\alpha$ und $d\delta\eta/d\vartheta$ wegzuschaffen: so haben wir nachher den Principien der Variationsrechnung gemäss in beiden Integralen, dem nach dem Umfange sowohl, wie in dem nach der Fläche, die Factoren gleich Null zu setzen, welche mit $\delta\eta$ multiplicirt sind, und erhalten:

1) für den Umfang, indem wir ihn in Richtung der wachsenden ϑ durchlaufen denken:

$$\left.\begin{aligned} 0 = \sin\alpha \frac{d\eta}{d\alpha}\, d\vartheta - \left(\frac{d\eta}{d\vartheta} - 1 + \cos\alpha\right) \frac{d\alpha}{\sin\alpha} \\ - \operatorname{cotg}\mu \left[\sin\alpha \,.\, \sin(\eta - \vartheta)\, d\vartheta + \cos(\eta - \vartheta)\, d\alpha\right] \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

2) für die Fläche des Blickfeldes:

$$0 = \frac{d}{d\alpha}\left(\sin\alpha \frac{d\eta}{d\alpha}\right) + \frac{1}{\sin\alpha} \frac{d^2\eta}{d\vartheta^2} \Big\}, \qquad (7\text{a})$$

wozu endlich noch kommt die Gleichung (6e), welche ebenfalls eine einmalige Integration zulässt:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{cotg}\mu \int_0^{2\pi} (1 - \cos\alpha)\, d\vartheta = \int \Big[- \sin\alpha \cos(\eta - \vartheta)\, d\vartheta \\ + \sin(\eta - \vartheta)\, d\alpha \Big] \Big\}, \end{aligned}\right\} \quad (7\text{b})$$

welche beide Integrale über den ganzen Umfang zu nehmen sind. Das Integral links, welches mit $\operatorname{cotg}\mu$ multiplicirt ist, ist bekanntlich der Flächeninhalt des Blickfeldes. Um diese Gleichungen zu vereinfachen, führen wir statt α eine andere Variable ein, nämlich:

$$\beta = \text{log. nat. tang}\, \frac{\alpha}{2},$$

sodass wird:

$$e^\beta = \text{tang}\, \frac{\alpha}{2} \qquad \frac{2e^\beta}{1 + e^{2\beta}} = \sin\alpha$$ 503

$$d\beta = \frac{d\alpha}{\sin\alpha} \qquad \frac{1 - e^{2\beta}}{1 + e^{2\beta}} = \cos\alpha.$$

Wenn ψ eine beliebige Function von α ist, so ist:

$$\frac{d\psi}{d\beta} = \frac{d\psi}{d\alpha} \sin\alpha.$$

Substituirt man diese Werthe in (7a), so erhält man folgende Gleichung für das Innere des Feldes:

$$\left.\frac{d^2\eta}{d\beta^2} + \frac{d^2\eta}{d\vartheta^2} = 0 \right\}. \tag{7c}$$

Dann aus (7) für den Umfang:

$$\left.\begin{aligned} 0 = \frac{d\eta}{d\beta}\,d\vartheta - \left(\frac{d\eta}{d\vartheta} - \frac{2e^{2\beta}}{1+e^{2\beta}}\right)d\beta \\ - \operatorname{cotg}\mu \,.\, \frac{2e^{\beta}}{1+e^{2\beta}}\Big[\sin(\eta - \vartheta)\,d\vartheta \\ + \cos(\eta - \vartheta)\,d\beta\Big] \end{aligned}\right\} \tag{7d}$$

und endlich aus (7b):

$$\left.\operatorname{cotg}\mu \int \frac{2e^{2\beta}}{1+e^{2\beta}}\,d\vartheta = \int \frac{2e^{\beta}}{1+e^{2\beta}}\Big[\sin(\eta-\vartheta)d\beta - \cos(\eta-\vartheta)d\vartheta\Big]\right\} \tag{7e}$$

Es ist bekannt, dass alle reellen Integrale der Gleichung (7c) dargestellt werden können als der reelle Theil irgend einer beliebigen Function ψ von der complexen Grösse $\beta + \vartheta i$. Wenn gesetzt wird:

$$\left.\psi = \varphi + \chi i \right\} \tag{8}$$

wo φ und χ reell sind, so kann sowohl φ als χ Integral der Gleichung (7c) sein.

Soll φ ein für unsere Zwecke passendes Integral sein, so muss es erstens innerhalb des Blickfeldes überall endlich und eindeutig sein, auch für $\alpha = 0$ oder $\beta = -\infty$. Zweitens muss es auch noch längs des Randes des Blickfeldes den Gleichungen (7d) und (7e) genügen.

Aus der Gleichung (8) folgt, wenn wir das Differential von ψ nach der complexen Variablen $\beta + \vartheta i$ mit ψ' bezeichnen:

$$\frac{d\psi}{d\beta} = \psi' = \frac{d\varphi}{d\beta} + i\,\frac{d\chi}{d\beta}$$

$$\frac{d\psi}{d\vartheta} = i\psi' = \frac{d\varphi}{d\vartheta} + i\,\frac{d\chi}{d\vartheta},$$

also wenn man ψ' eliminirt:

$$0 = i\frac{d\varphi}{d\beta} - \frac{d\chi}{d\beta} - \frac{d\varphi}{d\vartheta} - i\frac{d\chi}{d\vartheta}$$

oder

$$\left.\begin{array}{l}\frac{d\chi}{d\beta}+\frac{d\varphi}{d\vartheta}=0\\ \frac{d\chi}{d\vartheta}-\frac{d\varphi}{d\beta}=0\end{array}\right\} \qquad (8a)$$ 504

Setzt man ferner:

$$Y = Y_0 + i Y_1 = e^{\chi - \varphi i + \beta + \vartheta i},$$

so ist auch diese Grösse eine Function von $\beta + \vartheta i$, und folglich:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{dY_0}{d\vartheta}+\frac{dY_1}{d\beta}=0\\ \frac{dY_0}{d\beta}-\frac{dY_1}{d\vartheta}=0\end{array}\right\} \qquad (8b)$$

und

$$\left.\begin{array}{l}Y_0 = e^{\chi} e^{\beta}\cos(\varphi-\vartheta)\\ Y_1 = -e^{\chi} e^{\beta}\sin(\varphi-\vartheta)\end{array}\right\} \qquad (8c)$$

Wenn wir nun in Gleichung (7d) die Grösse φ für η substituiren und die Gleichung multipliciren mit dem Factor:

$$e^{\sigma} = e^{\chi}(1 + e^{2\beta}),$$

wobei wir setzen:

$$\sigma = \chi + \text{log. nat. } (1 + e^{2\beta}),$$

so erhalten wir mit Berücksichtigung der Gleichungen (8a) und (8c):

$$\left. 0 = e^{\sigma}\frac{d\sigma}{d\vartheta}d\vartheta + e^{\sigma}\frac{d\sigma}{d\beta}d\beta + 2\operatorname{cotg}\mu\left[Y_1 d\vartheta - Y_0 d\beta\right]\right\} \qquad (8d)$$

Diese Gleichung ist ein vollständiges Differential, da nach (8b):

$$\frac{dY_1}{d\beta} = \frac{d}{d\vartheta}\left(-Y_0\right).$$

In der That, wenn wir die Function Y nach der complexen Variablen $\beta + \vartheta i$ integriren, und das Integral ist:

$$\Phi = \Phi_0 + i\Phi_1,$$

so haben wir:

$$\Phi' = Y$$

oder

$$\frac{d\Phi_0}{d\beta} + i\,\frac{d\Phi_1}{d\beta} = Y_0 + i\,Y_1$$

$$\frac{d\Phi_0}{d\vartheta} + i\,\frac{d\Phi_1}{d\vartheta} = i\,Y_0 - Y_1,$$

also

$$Y_0 = \frac{d\Phi_0}{d\beta} = \frac{d\Phi_1}{d\vartheta}$$

$$Y_1 = \frac{d\Phi_1}{d\beta} = -\frac{d\Phi_0}{d\vartheta}.$$

505 Die Gleichung (8d) integrirt, giebt also für den Umfang des Feldes:

$$C = e^\sigma - 2\cot\!g\,\mu\,.\,\Phi_0 \quad (8e)$$

oder

$$\sigma = \chi + \log.\text{nat}.(1 + e^{2\beta}) = \log.\text{nat}.\,[C + 2\cot\!g\,\mu\,.\,\Phi_0] \quad (8f)$$

Die Constanten C und μ müssen aber auch schliesslich der Gleichung (7e) genügen, wenn μ derjenige Winkel sein soll, welcher den Forderungen des Princips der leichtesten Orientirung am besten entspricht.

Nun lässt sich zeigen, dass der Werth $\cot\!g\,\mu = 0$ der Gleichung (8f) und (7e) zugleich entspricht. Denn es ist das über den ganzen Umfang des Feldes genommene Integral:

$$\int Y_0\,d\vartheta + Y_1\,d\beta = \int \frac{d\Phi_1}{d\vartheta}\,d\vartheta + \frac{d\Phi_1}{d\beta}\,d\beta = 0,$$

wenn, wie aus der über φ gemachten Annahme folgt, auch Φ_1 überall endlich und eindeutig ist, weil dies Integral gleich der Differenz der Werthe von Φ_1 ist, die diese Grösse in demselben Punkte der Peripherie vor und nach einem Umlauf um deren ganze Länge annimmt. Setzen wir statt der Grössen Y_0 und Y_1 ihre Werthe aus (8c), so haben wir:

$$0 = \int \frac{e^\sigma\,.\,e^\beta}{1 + e^{2\beta}} \left[\cos(\varphi - \vartheta)\,d\vartheta - \sin(\varphi - \vartheta)\,d\beta\right].$$

Wenn nun $\cot\!g\,\mu = 0$ gesetzt wird, so folgt aus (8f), dass die Grösse σ längs des ganzen Umfanges constant wird, und daher der Factor e^σ vor das Integrationszeichen gesetzt werden kann, und dass wir unter der Voraussetzung $\cot\!g\,\mu = 0$ haben:

$$0 = \int \frac{e^\beta}{1+e^{2\beta}} \left[\cos(\varphi - \vartheta) d\vartheta - \sin(\varphi - \vartheta) d\beta\right],$$

woraus folgt, dass die Gleichung (7e) unter der gemachten Annahme erfüllt ist.

Die Frage, ob noch andere Werthe als der $\operatorname{cotg} \mu = 0$ den Bedingungen der Aufgabe genügen würden, lässt sich, so viel ich sehe, noch nicht für eine jede beliebig gegebene Form des Blickfeldes lösen. Da aber das wirkliche Blickfeld der Kreisform ziemlich nahe kommt, so wird es hier genügen, wenn ich noch den Beweis führe, dass für die Kreisform kein anderer reeller Werth existirt als $\mu = 0$.

Das Drehungsgesetz für ein kreisförmiges Blickfeld. Da die zu suchende Function η der reelle Theil einer beliebigen Function von $\beta + \vartheta i$ sein soll, welche für keinen Punkt des Blickfeldes unendlich oder mehrdeutig wird, auch nicht für $\beta = -\infty$, so wird sie im Allgemeinen von der Form sein müssen:

$$\left.\begin{aligned}\eta = A_0 + A_1 e^\beta \cos(\vartheta + c_1) + A_2 e^{2\beta} \cos(2\vartheta + c_2) \\ + A_3 e^{3\beta} \cos(3\vartheta + c_3) + \text{etc.}\end{aligned}\right\}, \tag{9}$$

wo die Grössen A und c beliebige willkürliche Constanten bezeichnen. Das zugehörige χ wird dann sein:

$$\left.\begin{aligned}\chi = A_1 e^\beta \sin(\vartheta + c_1) + A_2 e^{2\beta} \sin(2\vartheta + c_2) \\ + A_3 e^{3\beta} \sin(3\vartheta + c_3) + \text{etc.}\end{aligned}\right\} \tag{9a}$$

und wenn $\operatorname{cotg} \mu = 0$ ist, so wird die Gleichung der Um- 506
fangslinie:

$$\chi = \text{log. nat.} \frac{C}{1+e^{2\beta}}, \tag{9b}$$

Die in allen diesen Gleichungen vorkommende Grösse e^β ist gleich $\operatorname{tang}(\alpha/2)$. Kann man also die Gleichung zwischen α und ϑ, welche die Linie des Umfanges bestimmt, in die Form (9b) bringen, so ist dadurch die Aufgabe gelöst, indem man von χ aus immer leicht den Winkel η finden kann, der die Abweichung vom Listing'schen Gesetze misst.

Wir wollen jetzt untersuchen, welche Gestalt das Feld annimmt unter der Annahme, dass η constant sei, oder da die

absolute Grösse des ihm beigelegten Werthes ganz gleichgültig ist, wenn:

$$\eta = 0 \Big\} \qquad (10)$$

Dagegen wollen wir den Werth von $\operatorname{cotg} \mu$ unbestimmt lassen.

Aus der Annahme (10) folgt, dass auch $\chi = 0$ sei, und die Grössen Y der Gleichungen (8c) werden:

$$Y_0 = e^{\beta} \cos \vartheta$$
$$Y_1 = e^{\beta} \sin \vartheta$$
$$Y_0 + Y_1 i = e^{\beta + \vartheta i} = \Phi_0 + \Phi_1 i.$$

Die Gleichung des Umfanges (8f) wird also:

$$1 + e^{2\beta} = C + 2 e^{\beta} \cos \vartheta \,.\, \operatorname{cotg} \mu.$$

Setzen wir statt e^{β} seinen Werth $\operatorname{tang} \alpha/2$, so lässt sich diese Gleichung schreiben:

$$\operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} + (1 - C) \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} = 2 \cos \vartheta \,.\, \operatorname{cotg} \mu \Big\} \qquad (10a)$$

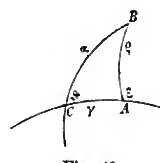


Fig. 43.

Dies ist die Gleichung eines Kreises. Denn in nebenstehendem sphärischen Dreiecke der Fig. 43 ist nach einer bekannten Formel:

$$\cos \varrho = \cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma \,.\, \cos \vartheta,$$

oder wenn wir darin $\sin \alpha$ und $\cos \alpha$ durch $\operatorname{tang} \alpha/2$ ausdrücken:

$$\cos \varrho \left(1 + \operatorname{tang}^2 \frac{\alpha}{2}\right) = \cos \gamma \left(1 - \operatorname{tang}^2 \frac{\alpha}{2}\right) + 2 \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} \,.\, \sin \gamma \cos \vartheta$$

oder

$$(\cos \varrho + \cos \gamma) \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} + (\cos \varrho - \cos \gamma) \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} = 2 \sin \gamma \cos \vartheta \Big\} \qquad (10b)$$

Setzen wir also:

$$\frac{\cos \varrho - \cos \gamma}{\cos \varrho + \cos \gamma} = 1 - C$$

und

$$\frac{\sin \gamma}{\cos \varrho + \cos \gamma} = \operatorname{cotg} \mu \Big\} \qquad (10c)$$

so ist die Gleichung (10b) mit (10a) identisch, und aus den
507 beiden letzten Gleichungen ergiebt sich ein constanter Werth

für ϱ, welches den Bogenabstand längs der Kugelfläche für den Punkt B am Umfange des Blickfeldes von dem Punkte A bezeichnet. Der Umfang des Blickfeldes ist also, wenn $\eta = 0$, ein Kreis, dessen Bogenradius ϱ und dessen Mittelpunkt A ist.

Die zweite Gleichung des Umfangs können wir in der Form (7b) benutzen. Das eben dort links stehende Integral ist, wie schon oben bemerkt wurde, und wie seine Form in (6e) am leichtesten erkennen lässt, der Flächeninhalt des Blickfeldes, der jetzt durch ϱ auszudrücken ist, sodass wir haben:

$$2\pi \operatorname{cotg} \mu . (1 - \cos\varrho) = -\int \sin\alpha \cos\vartheta \, d\vartheta + \sin\vartheta \, d\alpha \Big\} \quad (10\text{d})$$

Wenn wir nun für das sphärische Dreieck der Fig. 43 die bekannten Formeln der sphärischen Trigonometrie:

$$\cos\alpha = \cos\gamma \cos\varrho - \sin\gamma \sin\varrho \cos\varepsilon$$
$$\sin\vartheta \sin\alpha = \sin\varrho \sin\varepsilon$$

anwenden und beide nach α und ϑ differentiiren, wobei ϱ als constant für den Umfang des Blickfeldes anzusehen ist, so haben wir längs dieses Umfanges:

$$\cos\vartheta \sin\alpha \, d\vartheta + \sin\vartheta \cos\alpha \, d\alpha = \sin\varrho \cos\varepsilon \, d\varepsilon$$
$$\sin\alpha \, d\alpha = -\sin\gamma \sin\varrho \sin\varepsilon \, d\varepsilon$$

oder

$$\sin\vartheta \, d\alpha = -\frac{\sin\gamma \sin^2\varrho \sin^2\varepsilon \, d\varepsilon}{\sin^2\alpha}.$$

Diese Werthe, in das Integral der Gleichung (10d) gesetzt, ergeben:

$$2\pi \operatorname{cotg} \mu (1 - \cos\varrho)$$
$$= -\int_0^{2\pi} \frac{\sin\varrho \cos\varepsilon + \cos\gamma \cos\varrho \sin\varrho \cos\varepsilon - \sin\gamma \sin^2\varrho}{1 + \cos\varrho \cos\gamma - \sin\gamma \sin\varrho \cos\varepsilon} \, d\varepsilon.$$

Setzen wir hierin zur Abkürzung:

$$1 + \cos\gamma \cos\varrho = a$$
$$\sin\gamma \sin\varrho = b$$
$$\operatorname{tang} \frac{\varepsilon}{2} = x,$$

so können wir das Integral auf die Form bringen:

$$2\pi \operatorname{cotg}\mu\,(1-\cos\varrho) =$$

$$-\sin\varrho \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{a+b}{b} \frac{dx}{1+\frac{a+b}{a-b}x^2} + \frac{a\sin\varrho}{b}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{1+x^2}$$

$$= \frac{\pi\sin\varrho}{b}\left(a-\sqrt{a^2-b^2}\right).$$

508 Drücken wir $\operatorname{cotg}\mu$, a und b wieder durch γ und ϱ aus, so erhalten wir:

$$\frac{2\sin\gamma\,(1-\cos\varrho)}{\cos\varrho+\cos\gamma} = \frac{1}{\sin\gamma}(1+\cos\gamma\cos\varrho-\cos\gamma-\cos\varrho)$$

oder

$$\left.\begin{array}{c} 2\sin^2\gamma\,(1-\cos\varrho) = \\ (\cos\varrho+\cos\gamma)\left[1+\cos\gamma\cos\varrho-\cos\gamma-\cos\varrho\right] \end{array}\right\} \qquad (10e)$$

wofür auch geschrieben werden kann:

$$(1-\cos\gamma)(1-\cos\varrho)\,\{2+\cos\gamma-\cos\varrho\} = 0\,\} \qquad (10f)$$

woraus folgt, dass der einzige reelle Werth von $\cos\gamma$, der diese Gleichung zu Null macht, ist:

$$\cos\gamma = 1,$$

woraus folgt:

$$\sin\gamma = 0 \qquad \text{und} \qquad \operatorname{cotg}\mu = 0.$$

Der zweite Werth von $\cos\gamma$, den die Gleichung (10f) giebt, würde kleiner als -1 sein, nämlich:

$$\cos\gamma = \cos\varrho - 2$$

und also einem imaginären Bogen entsprechen.

Die vorliegende Rechnung[1]) ist durchgeführt worden unter

---

1) Sie ist hier weiter durchgeführt worden, als dies bei der ersten Veröffentlichung dieser Untersuchungen im Archiv für Ophthalmologie IX, 2, geschehen war. Dort war der Winkel μ zwischen der Blicklinie und der atropen Linie noch als fest gegeben betrachtet worden und ausserdem als klein. Es ist mir erst später gelungen, den Beweis zu finden, dass die Consequenzen des zu Grunde gelegten Princips fordern, dass er gleich Null sei.

der Voraussetzung, dass Bewegungen des Auges in allen Theilen des Blickfeldes und nach allen Richtungen gleich häufig vorkommen, was der Wirklichkeit wohl nicht ganz entspricht, indem wir in der Regel die Blicklinie in den mittleren Theilen ihres Bewegungsfeldes zu halten pflegen. Die peripherischen Theile des Feldes werden deshalb im allgemeinen weniger durchlaufen als die centralen, und werden deshalb auch einen geringeren Einfluss auf das Bewegungsgesetz haben müssen als die centralen. Diesen Umstand in der Rechnung zu berücksichtigen schien mir nutzlos, da wir seine Grösse doch nicht genau kennen, und da sich leicht übersehen lässt, welchen Einfluss er auf das Resultat haben wird. Aus der Gleichung (9), welche wir schreiben können:

$$\eta = A_0 + A_1 \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} \cos(\vartheta + c_1) + A_2 \operatorname{tang} 2 \frac{\alpha}{2} . \cos(2\vartheta + c_2) + A_3 \operatorname{tang} 3 \frac{\alpha}{2} \cos(3\vartheta + c_3) \text{ etc.}$$

und in der wir den Anfangspunkt der Coordinaten noch so verändern können, dass das mit der ersten Potenz von tang $\alpha/2$ behaftete Glied gleich Null wird, geht hervor, dass für kleine Werthe von α, η nahehin constant ist, und dass nur nach der Peripherie des Feldes hin, wo die Werthe von tang $\alpha/2$ grösser werden, die Abweichungen vom Listing'schen Gesetze merklich werden können. Wenn nun die peripherischen Theile des Blickfeldes überhaupt weniger Einfluss erhalten, so wird eben die Abweichung vom Listing'schen Gesetze, welche durch eine nicht kreisförmige Form des Feldes bedingt werden 509
könnte, noch geringer werden müssen, als wenn die peripherischen Theile oft durchlaufen werden.

Ausserdem möchte es vielleicht nicht ganz richtig sein, dass in allen Theilen des Gesichtsfeldes Bewegungen des Blickes nach allen Richtungen hin gleich häufig sind. Wenigstens finde ich an mir selbst, dass ich Bewegungen, die der Peripherie des Blickfeldes parallel gehen, zu vermeiden suche, namentlich, wenn ich die Form und Ausdehnung der betreffenden Objecte deutlich zu erkennen wünsche. Ich habe dann den unwillkürlich wirkenden Trieb, den Kopf so zu drehen, dass die betreffenden Bewegungen des Blickes in Meridiane des

Blickfeldes fallen, die durch die Primärlage gehen. So kann ich an einer gerade vor mir liegenden Verticallinie mit dem Blicke hoch hinauflaufen ohne die Neigung den Kopf zu drehen; wenn ich aber an einer hoch gelegenen Horizontallinie entlang laufen will, so ist es mir natürlicher, den Kopf zu heben, bis ich sie in der Primärlage habe, als es mit gehobenen Augen zu thun.

Es scheinen mir also die Bewegungen des Auges bevorzugt zu sein, welche in Meridianen des Blickfeldes entlang laufen, die durch die Primärlage gehen. Dies sind auch die Bewegungen, bei denen keine Scheindrehung der Objecte stattfindet, und daher rührt auch wohl ihre Bevorzugung. Auch dieser Umstand muss dahin wirken, dass wenn einmal das Listing'sche Gesetz für die Bewegung eines individuellen Auges zur Geltung gekommen ist, die Neigung von dem Gesetze abzuweichen, wegen irgend welcher Unregelmässigkeiten des Blickfeldes geringer werden muss.

206 Berechnung der Versuche, unter Voraussetzung der Richtigkeit von Listing's Gesetz.

Bei den Apparaten von Fick, Meissner und Wundt, mit denen sie die Messungen über Drehungen des Auges ausgeführt haben, war der ganze Apparat drehbar um eine verticale Axe; den Winkel der Drehung um diese Axe wollen wir mit Fick die Longitudo oder λ nennen. Der drehbare Theil selbst enthielt dann eine horizontale Axe, um welche ein zweiter beweglicher Theil des Apparates gedreht werden konnte. Den Drehungswinkel um diese horizontale Axe nennen wir die Latitudo oder β. Endlich war mit diesem letzteren beweglichen Theile verbunden eine Scheibe, die das Visirzeichen trug und um eine Axe gedreht werden konnte, welche durch den Schnittpunkt der ersten beiden Drehungsaxen hindurchging. Der Drehungswinkel dieser letzten Scheibe wurde als Raddrehung ϱ betrachtet.

Wir denken uns den Apparat in seine Anfangslage gebracht, wo die Axe der Drehung ϱ oder die Gesichtslinie senkrecht steht auf der verticalen Axe der Drehung λ, wo

$\lambda = \beta = \varrho = o$. Wir nehmen den Schnittpunkt der drei Axen als Mittelpunkt eines rechtwinkeligen Coordinatensystems, dessen z Axe zusammenfällt mit der verticalen Axe der Drehung λ, während die Gesichtslinie die Axe der x bildet. Die positiven z seien nach oben gerichtet, die positiven x nach vorn zu dem Gesichtszeichen hin, die positiven y nach rechts.

Wir nehmen drei andere rechtwinkelige Coordinatensysteme an, welche bei der angegebenen Stellung des Apparates mit dem 207
ersten dieselbe Lage haben. Das System der x', y', z' sei fest verbunden mit dem Theile des Apparates, der um die erste verticale Axe gedreht wird, das der x'', y'', z'' fest mit demjenigen Theile des Apparates, der um die zweite horizontale Axe gedreht wird, und endlich das System ξ, v, ζ sei fest mit der Scheibe verbunden, welche das Gesichtszeichen trägt.

Drehen wir das Gesichtszeichen um die Gesichtslinie, so wird das System ξ, v, ζ um seine ξ Axe gedreht. Wir betrachten die Drehungen als positiv, wenn sie für einen Beobachter, der im Mittelpunkte steht und nach dem positiven Theile der Drehungsaxe hinschaut, rechtsläufig sind, wie die eines Uhrzeigers.

Demnach werden nach der Drehung um den Winkel ϱ die Werthe von x'', y'', z'' für irgend einen der bewegten Punkte nicht mehr übereinstimmen mit denen von ξ, v, ζ, sondern es wird sein:

$$\left.\begin{aligned} x'' &= \xi \\ y'' &= v \cos\varrho + \zeta \sin\varrho \\ z'' &= - v \sin\varrho + \zeta \cos\varrho \end{aligned}\right\} \qquad \text{(a)}$$

Denken wir ebenso das x'', y'', z'' System um seine y Axe, und das x', y', z' System um seine z Axe gedreht, jenes um den Winkel β, letzteres um den Winkel λ, so erhalten wird:

$$\left.\begin{aligned} x' &= x'' \cos\beta - z'' \sin\beta \\ y' &= y'' \\ z' &= z'' \sin\beta + z'' \cos\beta \end{aligned}\right\} \qquad \text{(b)}$$

$$\left.\begin{aligned} x &= x' \cos\lambda + y' \sin\lambda \\ y &= -x' \sin\lambda + y' \cos\lambda \\ z &= z' \end{aligned}\right\} \qquad (c)$$

Der Winkel β ist nach der oben gegebenen Regel positiv genommen, wenn die Gesichtslinie gehoben ist, λ, wenn sie nach links abgelenkt ist.

208 Indem man die Werthe von x'', y'', z'' aus den Gleichungen (a) in die (b) setzt, und dann die Werthe von x', y', z' aus den Gleichungen (b) in die (c) setzt, erhält man die Werthe von x, y, z ausgedrückt durch ξ, v, ζ:

$$\left.\begin{aligned} x = {} & \xi \cos\beta \cos\lambda + v(\cos\varrho \sin\lambda + \sin\varrho \sin\beta \cos\lambda) \\ & + \zeta(\sin\varrho \sin\lambda - \cos\varrho \sin\beta \cos\lambda) \\ y = {} & -\xi \cos\beta \sin\lambda + v(\cos\varrho \cos\lambda - \sin\varrho \sin\beta \sin\lambda) \\ & + \zeta(\sin\varrho \cos\lambda + \cos\varrho \sin\beta \sin\lambda) \\ z = {} & \xi \sin\beta - v \sin\varrho \cos\beta + \zeta \cos\varrho \cos\beta. \end{aligned}\right\} \qquad (d)$$

Wir wollen nun die Beziehungen aufsuchen, welche zwischen diesen Winkeln stattfinden müssen, wenn die aus den drei Drehungen resultirende Stellung gleich sein soll der Stellung, welche durch eine Drehung um eine Axe, die in einer gegebenen festen Ebene der Drehungsaxen liegt, hervorgebracht werden kann.

Die Punkte der Drehungsaxe ändern bei der Drehung ihre Lage nicht; sie werden also gefunden durch die Bedingung, dass für sie:

$$x = \xi, \quad y = v, \quad z = \zeta.$$

Setzen wir diese Werthe in die Gleichungen (d), so werden diese:

$$\left.\begin{aligned} 0 = {} & x(\cos\beta \,.\, \cos\lambda - 1) + y(\cos\varrho \,.\, \sin\lambda + \sin\varrho \,.\, \sin\beta \,.\, \cos\lambda) \\ & + z(\sin\varrho \sin\lambda - \cos\varrho \,.\, \sin\beta \,.\, \cos\lambda) \\ 0 = {} & -x \cos\beta \sin\lambda + y(\cos\varrho \cos\lambda - \sin\varrho \sin\beta \sin\lambda - 1) \\ & + z(\sin\varrho \cos\lambda + \cos\varrho \sin\beta \sin\lambda) \\ 0 = {} & x \sin\beta - y \sin\varrho \cos\beta + z(\cos\varrho \cos\beta - 1) \end{aligned}\right\} \qquad (e)$$

Von diesen drei Gleichungen ist eine die Folge der beiden anderen. Denn wenn man mit x dividirt[1]), so bleiben nur noch

1) Sollte $x = 0$ sein, so dividire man mit y oder z.

zwei unbekannte Grössen stehen, nämlich y/x und z/x. Zwei Unbekannte können aber durch drei Gleichungen nur gegeben sein, wenn eine der Gleichungen die Folge der beiden anderen 209
ist. Der Punkt x, y, z gehört also der Drehungsaxe an, wenn nur zwei der Gleichungen (e) erfüllt sind.

Nun wird die Bedingung hinzugefügt, dass die Drehungsaxe in einer bestimmten Ebene liegen solle. Deren Gleichung sei:

$$x = py + qz \quad \Big\} \qquad \text{(f)}$$

worin p die Tangente des Winkels ist, den die Axe der y bildet mit der Linie, in der die Ebene der Axen die xy Ebene schneidet, und q die Tangente des Winkels zwischen der Axe der z und der entsprechenden Schnittlinie in der Ebene xz.

Die Elimination von x, y und z aus den Gleichungen (e) und (f) liefert uns endlich die Bestimmung des Raddrehungswinkels.

Um diese Elimination zu vollziehen, bemerke man, dass die Gleichungen (d) auch in die Form gebracht werden können:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= x \cos\beta \cos\lambda - y \cos\beta \sin\lambda + z \sin\beta \\ v &= x(\cos\varrho \sin\lambda + \sin\varrho \sin\beta \cos\lambda) + y(\cos\varrho \cos\lambda \\ &\quad - \sin\varrho \sin\beta \sin\lambda) - z \sin\varrho \cos\beta \\ \zeta &= x(\sin\varrho \sin\lambda - \cos\varrho \sin\beta \cos\lambda) + y(\sin\varrho \cos\lambda \\ &\quad + \cos\varrho \sin\beta \sin\lambda) + z \cos\varrho \cos\beta. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(g)}$$

Nachdem man $\xi = x$, $v = y$, $\zeta = z$ gesetzt hat, multiplicire man die zweite dieser Gleichungen mit z, die dritte mit $-y$ und addire sie, so erhält man:

$$\left.\operatorname{tang}\varrho = \frac{\begin{bmatrix} -xz\sin\lambda - yz(\cos\lambda - \cos\beta) \\ -xy\sin\beta\cos\lambda + y^2\sin\beta\sin\lambda \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} xz\sin\beta\cos\lambda - yz\sin\beta\sin\lambda \\ -z^2\cos\beta - xy\sin\lambda - y^2\cos\lambda \end{bmatrix}}\right\} \qquad \text{(h)}$$

Aus den ersten der Gleichungen (g) und der Gleichung (f) 210
dagegen erhält man folgende Werthe für x, y, z, wo r einen gemeinschaftlichen Factor bezeichnet:

$$\begin{aligned} x &= r[p\sin\beta + q\cos\beta\sin\lambda] \\ y &= r[\sin\beta + q(\cos\lambda\cos\beta - 1)] \\ z &= r[\cos\beta\sin\lambda - p(\cos\lambda\cos\beta - 1)]. \end{aligned}$$

Substituirt man diese Werthe in die Gleichung (h), wobei sich der Factor $r^2(\cos\beta\cos\lambda - 1)$ weghebt, so erhält man:

$$-\operatorname{tang}\varrho = \frac{\left[\begin{array}{l}\sin\beta\sin\lambda - 2q\sin\lambda - 2p\sin\beta\cos\lambda \\ +(q^2-p^2)\sin\beta\sin\lambda + 2pq(\cos\lambda - \cos\beta)\end{array}\right]}{\left[\begin{array}{l}\cos\beta + \cos\lambda + 2p\sin\lambda - 2q\cos\lambda\sin\beta \\ +(q^2-p^2)(\cos\lambda - \cos\beta) - 2pq\sin\beta\sin\lambda\end{array}\right]} \quad \text{(i)}$$

wonach der Winkel ϱ zu berechnen ist.

Wenn $p = q = 0$ ist, also die Ebene der Drehungsaxen normal zur xAxe steht, wird dieser Werth:

$$-\operatorname{tang}\varrho = \frac{\sin\beta\sin\lambda}{\cos\beta + \cos\lambda} \quad \text{(k)}$$

Setzen wir nun nur $q = 0$, nicht aber p, so ist p in diesem Falle die Tangente des Winkels, den die Ebene der Axen mit der yzEbene bildet. Es sei:

$$p = \operatorname{tang}\varepsilon,$$

dann ist:

$$-\operatorname{tang}\varrho = \frac{\sin\beta\sin\lambda\,(1-p^2) - 2p\sin\beta\cos\lambda}{\cos\beta\,(1+p^2) + \cos\lambda\,(1-p^2) + 2p\sin\lambda} \quad \text{(l)}$$

oder wenn wir bemerken, dass:

$$\frac{2p}{1+p^2} = \sin 2\varepsilon$$

und

$$\frac{1-p^2}{1+p^2} = \cos 2\varepsilon,$$

so erhalten wir:

$$-\operatorname{tang}\varrho = \frac{\sin\beta\sin(\lambda - 2\varepsilon)}{\cos\beta + \cos(\lambda - 2\varepsilon)}.$$

211 Dieser Ausdruck ist ganz von derselben Form wie die Gleichung (k), wenn wir den Winkel λ nicht von 0 an, sondern von 2ε an zu zählen anfangen, und wir erhalten also dieselben Stellungen des Auges, wenn wir:

1) entweder von der Mittelstellung der Gesichtslinie $\lambda = 0$ ausgehen und die Ebene der Axen unter dem Winkel ε gegen die yzEbene geneigt nehmen, sodass:

$$x = y\operatorname{tang}\varepsilon.$$

2) oder von der Anfangsstellung $\lambda = 2\varepsilon$ ausgehen, und die Ebene der Axen senkrecht zur Gesichtslinie nehmen. Diese neue Ebene der Axen bildet mit der yzEbene einen doppelt so grossen Winkel als die früher angenommene Ebene der Axen.

Daraus folgt also, dass bei einem kreisförmigen Bewegungsfelde des Auges anstatt von der Stellung der Gesichtslinie in der Mitte dieses Feldes auszugehen, und die Ebene der Axen als geneigt gegen die Gesichtslinie anzunehmen, wir dafür stets eine andere Stellung der Gesichtslinie angeben können, welche wir vorzugsweise ihre Primärstellung nennen wollen, und welche sich dadurch auszeichnet, dass sie senkrecht auf der zugehörigen Ebene der Axen ist.

Wie diese Primärstellung experimentell zu finden ist, ist oben gezeigt worden. Wenn man die Messungen der Drehungen so ausführt, dass für diese Primärstellung $\lambda = \beta = \varrho = 0$ gemacht wird, so lassen sich die Stellungen' des Auges, die nach dem Gesetze von Listing eintreten müssen, berechnen nach der einfachen Formel (k). Hat man eine beliebige Primärstellung gewählt, so wird man im allgemeinen genöthigt sein, die verwickeltere Formel (i) zur Rechnung zu gebrauchen, nachdem man passende Werthe von p und q gesucht hat.

Zugleich geht aus dieser Rechnung hervor, dass wo das 212
Gesetz von Listing gilt, man nicht nur aus der Primärstellung, sondern auch aus jeder Secundärstellung durch Drehung um festliegende Axen in jede andere Secundärstellung übergehen kann, sodass auch alle zwischen dem Anfang und Ende der Bewegung liegenden Stellungen des Auges normale Stellungen desselben sind. Es ergiebt sich zugleich, wie wir für solche Bewegungen des Auges, welche von irgend einer Secundärstellung der Gesichtslinie ausgehen, die Ebene der Axen finden können. Diese Ebene ist nämlich senkrecht auf derjenigen Linie, welche den Winkel zwischen der betreffenden Secundärstellung und der Primärstellung des Auges halbirt.

Wenn also ac in Fig. 44 die Primärstellung der Gesichtslinie bezeichnet, und cb irgend eine Secundärstellung, sodass ac und cb beide in der Ebene des Papiers liegen, so halbire

man den Winkel *acb*; die Halbirungslinie sei *ec*. Die auf *ec* senkrechte Ebene, deren Durchschnitt mit der Ebene der Zeichnung *hi* ist, ist die gesuchte Ebene der Axen für diejenigen Drehungen, mittels deren man von *cb* aus in irgend eine andere Stellung der Gesichtslinie übergeht; während *fg*, welches senkrecht auf der Primärstellung *ac* ist, den Durchschnitt der Ebene der Axen bezeichnet für die Bewegungen aus der Primärstellung.

Wenn das Auge aus einer Secundärstellung *b* in eine zweite *c* übergeht, so muss es offenbar durch Drehung um
213 dieselbe Axe wie von *b* nach *c*, auch von *c* nach *b* zurückgehen. Wenn wir von *b* nach *c* gehen, finden wir die Ebene der Axen nach der eben aufgestellten Regel, indem wir den Winkel zwischen *b* und der Primärstellung *a* halbiren, die Halbirungslinie sei *β*. Die Axe für die Bewegung von *b* nach *c* liegt in der auf *β* normalen Ebene.

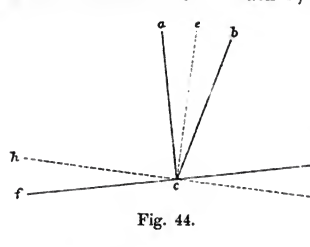


Fig. 44.

Wenn wir den Winkel zwischen *c* und *a* halbiren und die Halbirungslinie mit *γ* bezeichnen, so liegt dieselbe Axe auch in der auf *γ* senkrechten Ebene. Folglich muss diese Axe in der Schnittlinie der beiden auf *β* und *γ* errichteten normalen Ebenen liegen, folglich muss diese Axe normal auf *β* und auf *γ* sein, wodurch ihre Lage gegeben ist.

Ein Irrthum in der Orientirung des Auges wird immer eintreten müssen, wenn die Drehungsaxe für den Uebergang aus *b* in *c* nicht in derjenigen Ebene liegt, welche die Axen für die aus der Mittelstellung *m* des Auges beginnenden Bewegungen enthält. Nun ist die betreffende Drehungsaxe die Schnittlinie der beiden Axenebenen, welche zu den Stellungen *b* und *c* gehören. Wenn also diese Schnittlinie auch noch in der zu *m* gehörigen Axenebene liegt, so schneiden sich diese drei Axenebenen in einer einzigen geraden Linie, woraus weiter folgt, dass die Halbirungslinien der Winkel zwischen *a* einerseits

und b, c, m andererseits in einer Ebene liegen, da sie alle drei senkrecht auf der Drehungsaxe sind. Unter diesen Umständen wird durch Drehung um dieselbe Axe, welche die Gesichtslinie von b nach c und umgekehrt führt, die Gesichtslinie auch nach m geführt werden können. Daraus folgt, dass nur dann keine Drehung um die atrope Linie eintreten wird, wenn das Auge durch fortgesetzte oder rückgängige Drehung um dieselbe Axe in seine Mittelstellung übergeführt werden kann. Bei allen anderen
Bewegungen des Auges, welche nicht entweder auf den Mittel- 214
punkt des Bewegungsfeldes hin oder von ihm weg geschehen, kann daher auch ein Irrthum in der Orientirung eintreten, wie das oben bei den betreffenden Versuchen bemerkt wurde.[1])

---

1) Während des Druckes dieser Abhandlung wurden die Versuche nach der zweiten oben beschriebenen Methode auch von Hrn. Hirschmann aus Charkow in meinem Laboratorium durchgemacht. Derselbe hat normalsichtige Augen und fand bei seinen Beobachtungen die vollständigste Uebereinstimmung mit Listing's Gesetz.

LXVI.

Ueber die Form des Horopters, mathematisch bestimmt.

Aus den Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. Bd. III. S. 51—55. Vom 24. October 1862.

(Das Manuscript wurde eingereicht am 8. November 1862.)

---

51 Der *Horopter* ist der Inbegriff derjenigen Punkte des äusseren Raumes, deren Bilder bei einer gegebenen Stellung der Augen in beiden Augen auf *identische Netzhautpunkte* fallen.

Identische Netzhautpunkte sind solche Punkte beider Netzhäute, auf welche die Bilder desselben unendlich weit entfernten Punktes fallen, wenn die Augen ihre normale Stellung für das Fernsehen haben.

Man nennt die durch die Knotenpunkte beider Augen und den fixirten Punkt gelegte Ebene die *Visirebene*; die geraden Linien, welche den fixirten Punkt mit dem Centrum der Netzhautgrube verbinden, und welche durch den Knotenpunkt des betreffenden Auges gehen, heissen die *Gesichtslinien*. Eine durch die Gesichtslinie eines Auges gelegte Ebene heisse *Meridianebene* des betreffenden Auges. Die *Visirebene* ist die einzige Ebene, welche gleichzeitig Meridianebene beider Augen ist.

Wir unterscheiden einen Meridian in jedem Auge als *ersten*; es möge derjenige sein, welcher nach rechts hin in der Visirebene liegt, wenn die Augen ihre normale Stellung für das Fernsehen haben, d. h. einen in der Mittelebene des

Kopfes gelegenen unendlich entfernten Punkt fixiren. Dieser erste Meridian liegt aber nicht immer in der Visirebene, sondern wenn die Augen nicht geradeaus blicken, bildet seine Ebene der Regel nach einen Winkel mit der Visirebene, welchen man den *Drehungswinkel des Auges um die Gesichtslinie* nennt.

Der Winkel, welcher zwischen der Meridianebene, die durch irgend einen Punkt des Raumes geht, und der Ebene des ersten Meridians des betreffenden Auges eingeschlossen ist, heisse die *Länge* des betreffenden Punktes im *Gesichtsfelde*.

Der Winkel, welcher zwischen der Richtungslinie, die zu
dem genannten Punkte geht (Verbindungslinie mit dem Knoten-
punkte), und der Gesichtslinie des betreffenden Auges liegt, 52
heisse die *Polardistanz* des betreffenden Punktes im *Gesichtsfelde*.

Identische Punkte beider Netzhäute müssen nach den gegebenen Definitionen gleiche Länge und gleiche Polardistanz haben.

Punkte des äusseren Raumes, die in beiden Augen auf identischen Stellen abgebildet werden sollen, müssen also zwei Bedingungen erfüllen. Sie müssen nämlich:

1) für beide Augen gleiche Länge,

2) für beide Augen gleiche Polardistanz haben. Solche Punkte müssen also zweien Gleichungen genügen und können im allgemeinen nur den Punkten einer *Linie* entsprechen.

Um diese Linie zu finden, zertheilt man die Aufgabe, wie schon *Wundt* gethan hat, am besten in zwei Aufgaben.

Erstens sucht man den Inbegriff derjenigen Punkte, welche für beide Augen gleiche Länge haben. Der Inbegriff dieser Punkte, welche nur eine Gleichung zu erfüllen haben, bildet eine Fläche, welche wir den *Horopter gleicher Länge* oder den *Radialhoropter* nennen, weil radienförmig durch den Fixationspunkt gezogene gerade Linien, die in dieser Fläche liegen, einfach erscheinen.

Zweitens suchen wir die Fläche, welche diejenigen Punkte enthält, deren Polardistanz in beiden Augen die gleiche ist, den *Horopter gleicher Polardistanz* oder *Circular-*

horopter, weil in ihm gewisse Linien einfach erscheinen, die sich als Kreisbögen in das Gesichtsfeld jedes Auges projiciren.

Wo der Radialhoropter und der Circularhoropter sich schneiden, liegen die Punkte, welche zugleich gleiche Länge und gleiche Polardistanz in den Gesichtsfeldern beider Augen haben. Diese bilden den Totalhoropter, der also im allgemeinen nur eine Linie sein kann.

Die mathematische Untersuchung ergiebt nun, dass der Radialhoropter eine Kegelfläche zweiten Grades ist. Um ihre Gleichung in rechtwinkeligen Coordinaten zu geben, verlegen wir den Anfangspunkt dieser Coordinaten in den fixirten Punkt, nehmen die Visirebene als die xy Ebene und die Halbirungslinie des Gesichtswinkels als die x Axe. Die positiven z sind nach oben gekehrt, die positiven y nach rechts, die positiven x nach dem Gesichte des Sehenden hin.

Es sei γ die algebraische Differenz der Drehungswinkel beider Augen, und 2α der Convergenzwinkel der Gesichtslinien, so ist die Gleichung des Radialhoropters:

$$y^2 \cos^2 \alpha - x^2 \sin^2 \alpha + 2 z x \,.\, \sin \alpha \,.\, \text{cotang}\, \gamma + z^2 = o \;\ldots\; \} \qquad (1)$$

Es ist dies die Gleichung eines Kegels, dessen Spitze im Anfangspunkte der Coordinaten liegt, und welcher durch die beiden Gesichtslinien geht; denn wenn man setzt: $z = 0$ und
53 $y/x = \pm \text{tang}\, \alpha$, so ist die Gleichung (1) erfüllt. Die beiden Gesichtslinien theilen die Kegelfläche in zwei vollständig von einander getrennte Theile. Nur die Punkte des einen Theiles haben in beiden Gesichtsfeldern gleiche Länge. Für die Punkte des anderen Theiles ergänzen sich die Längenwinkel zu zwei Rechten, sie geben nicht identische, sondern symmetrische Bilder. Die Durchschnittslinie mit der zx Ebene ergiebt sich, wenn man $y = 0$ setzt. Es ist dann entweder:

$$z = - x \sin \alpha \,\text{cotang} \,.\, \frac{\gamma}{2}$$

oder:

$$z = + x \sin \alpha \,\text{tang} \,.\, \frac{\gamma}{2}.$$

Die erstere Linie ist die von Meissner bei symmetrisch

convergirenden Augen gefundene Horopterlinie. Der Drehungswinkel $\gamma/2$ des rechten Auges ist dabei positiv zu setzen, der des linken negativ. Die zweite Linie giebt symmetrische Bilder.

Die Durchschnittslinie des Kegels mit einer Ebene, für welche $x = \text{Const}$, ist eine Ellipse, deren Axen vertical und horizontal liegen. Die beiden Endpunkte der verticalen Axe sind durch die letzten beiden Gleichungen gegeben. Die Länge der verticalen Halbaxe ist: $x \sin\alpha / \sin\gamma$. Die Länge der horizontalen Halbaxe ist: $x \operatorname{tang}\alpha / \sin\gamma$; die letztere ist also die grössere.

Der beschriebene Kegel hat die Eigenthümlichkeit, dass seine Kreisschnitte senkrecht stehen auf einer der beiden Kanten, die in der xz Ebene liegen.

Ist γ, die Differenz der Drehungswinkel, gleich Null, so verwandelt sich die Gleichung (1) in $zx = 0$. Es muss also entweder $z = 0$ sein, welches die Gleichung der Visirebene ist, oder $x = 0$, welches die Gleichung der auf der Halbirungslinie des Gesichtswinkels senkrechten Ebene ist. Der Kegel reducirt sich in diesem Falle auf die beiden Ebenen.

Die Gleichung des Circularhoropters ist im allgemeinen vom vierten Grade, nämlich in den vorher gebrauchten Coordinaten ausgedrückt folgende:

$$z^2 \left\{ x - \frac{r_1 + r_2}{2\cos\alpha} \right\} \left\{ y - \frac{r_1 - r_2}{2\sin\alpha} \right\} = \left\{ x^2 + y^2 - \frac{r_1 + r_2}{2\cos\alpha} x - \frac{r_1 + r_2}{2\sin\alpha} y \right\} \left\{ -xy + \left(\frac{r_1 - r_2}{2}\right) x \sin\alpha + \left(\frac{r_1 + r_2}{2}\right) y \cos\alpha \right\} \quad (2)$$

Darin bedeuten r_1 und r_2 die Entfernungen beider Augen vom Fixationspunkte.

Die Form dieser Fläche kann man in folgender Weise übersehen: Man bestimme zuerst ihre Durchschnittslinien mit 54
der Visirebene, d. h. man setze $z = 0$. Dann ergiebt sich aus 2 unmittelbar, dass entweder:

$$x^2 + y^2 - \frac{r_1 + r_2}{2\cos\alpha} x - \frac{r_1 - r_2}{2\sin\alpha} y = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \Big\} \qquad (2a)$$

sein muss, welches die Gleichung eines Kreises ist, des von J. Müller gefundenen Horopterkreises, der durch den Fixationspunkt und die Knotenpunkte beider Augen geht. Denn die Gleichung (2a) wird erfüllt durch folgende drei Systeme von Werthen:

$$\begin{array}{ll} x = 0 & y = 0 \\ x = r_1 \cos\alpha & y = r_1 \sin\alpha \\ x = r_2 \cos\alpha & y = -r_2 \sin\alpha. \end{array}$$

Oder aber es muss sein:

$$\left. xy - \left(\frac{r_1 - r_2}{2}\right) x \sin\alpha - \left(\frac{r_1 + r_2}{2}\right) y \cos\alpha = 0 \right\}, \tag{2b}$$

welches die Gleichung einer gleichseitigen Hyperbel ist, deren Mittelpunkt im Halbirungspunkte der Verbindungslinie der Knotenpunkte beider Augen liegt, deren Asymptoten den Axen der x und y parallel sind.

Diese Hyperbel geht ebenfalls durch den Fixationspunkt und die Knotenpunkte beider Augen, woselbst sie also den Kreis schneidet. Ein vierter Schnittpunkt ist gegeben durch die Werthe:

$$x = \frac{r_1 + r_2}{2\cos\alpha}, \qquad y = \frac{r_1 - r_2}{2\sin\alpha} \tag{2c}$$

die sowohl der Gleichung (2a) wie (2b) genügen. Dieser letztgenannte Punkt und der Fixationspunkt bilden die Enden eines und desselben Durchmessers des Müller'schen Horopterkreises.

Denkt man nun in dem letztgenannten Punkte ein Loth auf der Visirebene errichtet und durch dieses Loth Ebenen gelegt, so schneiden alle diese Ebenen die Fläche des Circularhoropters in verticalen Kreisen, deren Mittelpunkte in der Visirebene liegen, und deren horizontale Durchmesser abgegrenzt sind durch den Kreis und die Hyperbel in der Visirebene. Jede durch den Punkt, der in Gleichung (2c) bestimmt ist, in der Visirebene gezogene Linie schneidet nämlich sowohl den Kreis wie die Hyperbel erstens im Punkte (2c), zweitens in noch einem anderen Punkte. Die beiden letzteren Punkte

begrenzen den horizontalen Durchmesser eines solchen Kreisschnittes des Circularhoropters.

Wenn $r_1 = r_2$ ist, so reducirt sich die Gleichung (2) auf $y = 0$, welches die Gleichung der xz Ebene ist, oder:

$$z^2 \left(x - \frac{r}{\cos\alpha}\right) = \left(x^2 + y^2 - \frac{rx}{\cos\alpha}\right) \quad \left(r \cos\alpha - x\right),$$

welches die Gleichung einer Fläche dritten Grades ist, die die Visirebene in einer geraden Linie, der Verbindungslinie der Knotenpunkte beider Augen, und im Müller'schen Horopterkreise schneidet und dieselben Kreisschnitte hat wie die all- 55
gemeinere Fläche. Wenn man dem x einen constanten Werth giebt, so erhält man eine Gleichung zweiten Grades zwischen z und y, daher die Durchschnitte eines solchen symmetrischen Circularhoropters mit Ebenen, die auf der Visirebene und der Mittelebene des Kopfes senkrecht stehen, Ellipsen oder Hyperbeln sind.

Endlich ist noch zu bemerken, dass dieser symmetrische Circularhoropter von Ebenen, welche durch die Verbindungslinie der Knotenpunkte beider Augen gelegt sind, deren Gleichung also ist:

$$z = \beta\,(r \cos\alpha - x),$$

ebenfalls in Kreisen geschnitten wird. Von diesen Kreisschnitten des Circularhoropters fallen zwei gleichzeitig noch zusammen mit zwei Kreisschnitten des Kegels, der den Radialhoropter bildet.

Der Totalhoropter ist diejenige Curve, in welcher sich der Radialhoropter und der Circularhoropter schneiden. Seine Gestalt ist leicht zu beschreiben, wenn entweder der Fixationspunkt gleichweit von beiden Augen entfernt ist oder keine Drehung der Augen um die Gesichtslinie stattgefunden hat. In beiden Fällen besteht der Horopter aus einer Kreislinie, welche durch die Knotenpunkte beider Augen geht, und einer geraden Linie, welche in demjenigen Punkte des Kreisumfanges, der gleichweit von beiden Augen entfernt ist, senkrecht auf der Ebene des Kreises steht. Der Fixationspunkt liegt im Kreisumfange, wenn die Augen keine Drehung erlitten haben,

und er liegt in der geraden Linie, wenn sie symmetrisch gestellt sind; er liegt im Schnittpunkte des Kreises und der geraden Linie, wenn sie gleichzeitig symmetrisch gestellt und nicht gedreht sind.

Sind sie aber assymmetrisch gestellt und gleichzeitig gedreht, so ist die Form des Totalhoropters nicht so einfach. Die Curve besteht dann aus zwei Zweigen, die in der Nähe des Fixationpunktes sich einander nähern, wie die beiden Zweige einer Hyperbel in der Nähe ihres Scheitels.

Zusatz (1882). Zur Zeit der Abfassung dieses Aufsatzes war noch nicht bekannt, dass die verticalen Meridiane der beiden Netzhäute nicht identisch sind. Dieser Umstand ist erst in dem folgenden Aufsatze berücksichtigt.

LXVII.

Ueber den Horopter.

Aus Gräfe's Archiv für Ophthalmologie. Bd. X. Abth. 1.
S. 1—60. — 1864.

1. Die Vertheilung der correspondirenden Punkte in beiden Sehfeldern. 1

Die Form des Horopters ist bisher immer bestimmt worden unter einer Voraussetzung, welche allerdings natürlich genug schien, dass nämlich je zwei Punkte beider Netzhäute identisch seien, auf denen bei der Fixation eines unendlich entfernten Objectes derselbe Objectpunkt sich abbildete. Denn darauf kommt die gewöhnliche Bestimmung heraus, dass identische Punkte um gleiche Winkel vom Centrum der Netzhautgrube entfernt seien, und dass die Schenkel dieser Winkel ausserdem bei parallelen Gesichtslinien parallel liegen sollten. Diese Annahme über die Lage der identischen Punkte hat sich nun aber als falsch erwiesen, und es besteht in Bezug auf die Anordnung derselben eine eigenthümliche Assymmetrie der Netzhäute, wie neuere Beobachtungen gezeigt haben. Zunächst nämlich bemerkte Recklinghausen[1]), dass ein Kreuz, aus zwei sich senkrecht schneidenden Linien bestehend, von denen die eine horizontal, die andere vertical ist, und welches mit einem Auge so betrachtet wird, dass die Gesichtslinie durch den Mittelpunkt des Kreuzes geht und senkrecht ist zur Ebene der Zeichnung, nicht rechtwinkelig erscheint. Und zwar erscheinen dem rechten Auge der nach oben und rechts ge-

---

1) Archiv für Ophthalmologie Bd. V. Abth. 2. S. 128.

kehrte Winkel und sein nach unten links gekehrter Scheitelwinkel als stumpfe Winkel; die beiden anderen erscheinen als spitze. Umgekehrt erscheinen dem linken Auge die ersteren Winkel spitz, die letzteren stumpf. Dem rechten Auge erscheint also eine senkrechte Linie von oben links nach unten rechts zu laufen, dem linken Auge von oben rechts nach unten links. Ich selbst habe darauf in meinem Aufsatze über die Augenbewegungen[1]) hervorgehoben, dass auch im gemeinsamen Gesichtsfelde beider Augen die beiden Bilder einer unendlich entfernten Linie, die zur Visirebene senkrecht ist, nicht zusammenfallen, sondern dass eine solche in divergenten Doppelbildern erscheint, wenn man die Convergenz der Augen ein wenig verändert. Seitdem hat auch Volkmann[2]), ohne meine Beobachtung zu kennen, dieselbe wiederholt und genauere Messungen über den Grad der Divergenz verschieden geneigter Linien gemacht. Er giebt an, dass der Kreuzungswinkel im senkrechten Meridiane $2^{0}\,15'$ betrage, von hier aus 30^{0} seitlich, gleichviel ob nach rechts oder nach links gerechnet, $1^{0}\,74'$; um 60^{0} seitlich $1^{0}\,2^{0}$, und wenn die fixirten Linien horizontal
3 sind $0^{0}\,43'$. Diese Divergenz horizontaler Linien sehe ich auch, aber nur, wenn ich unmittelbar vorher längere Zeit eine nach unten convergirende Stellung der Augen eingehalten habe. Ich sehe dagegen horizontale Linien beider Gesichtsfelder sich vollständig deckend, wenn ich vorher längere Zeit in die Ferne gesehen habe, oder wenn ich die Versuche selbst, bei denen die Gesichtslinien einander parallel erhalten werden, längere Zeit fortsetze. Für mein eigenes Auge ist also der Zustand, bei welchem horizontale Linien beider Gesichtsfelder sich kreuzen, einer jener Fälle von Ermüdung der Augenmuskeln, die ich schon in dem Aufsatze über die Augenbewegungen erwähnt habe, wodurch die Raddrehung der Augen verändert wird. Bei der Convergenz nach innen und unten erleidet das äussere Ende des horizontalen Meridians beider Augen eine

1) Archiv für Ophthalmologie. Bd. IX. Abth. 2. S. 188. Die Thatsache ist auch in den Verhandlungen des Heidelberger medic.-naturhistor. Vereins vom 8. Mai 1863 erwähnt. Bd. III. S. 66 (oben S. 357 u. 390).

2) Sitzungsbericht der Berliner Akademie 13. August 1863.

Drehung nach unten gegen die Virsirebene. In Folge der Ermüdung scheint nun bei der Rückführung in die Primärlage eine entgegengesetzte Drehung des Auges einzutreten, wodurch das äussere Ende jedes horizontalen Meridians gehoben wird. Dadurch wird die scheinbare Divergenz verticaler Linien vergrössert und horizontale erscheinen so, dass in jedem Auge das äussere Ende derselben höher erscheint als das innere.

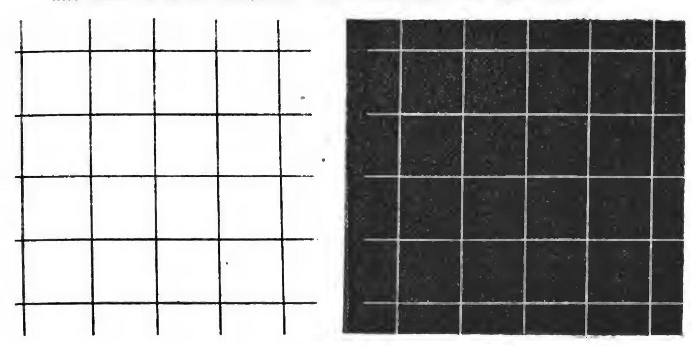


Fig. 45.

Die Versuche über die Incongruenz verticaler Linien in beiden Sehfeldern kann man zunächst so anstellen, wie Meissner es gethan hat bei seinen Untersuchungen über die Augenstellungen, indem man von weit entfernten senkrechten oder geneigten Linien Doppelbilder von geringem Abstande erzeugt und deren Neigung mit einander vergleicht. Für die Messung der Winkel ist es noch vortheilhafter, wenn man in der Distanz der Augen von einander parallele oder schwach convergente Linien auf Papier zeichnet, und diese im doppeläugigen Sehen einander bis nahehin zur Vereinigung nähert. Am allerzweckmässigsten indessen habe ich es schliesslich gefunden, durch doppeläugiges Sehen zwei Zeichnungen zu vereinigen, von denen die eine mit schwarzen Linien auf weissem Grunde, die andere mit weissen Linien auf schwarzem Grunde aufgeführt ist, wie die obenstehende Figur 45. Bei der stereoskopischen Vereinigung solcher Linien von verschiedener Farbe oder Be-

leuchtung bleiben nämlich trotz der stereoskopischen Deckung beide Linien sichtbar, und man kann, wie schon Dove für diese Art Zeichnungen bemerkt hat, leicht erkennen, ob die weisse oder schwarze Linie rechts oder links, oben oder unten neben der anderen liegt. Die beiden Liniensysteme der Fig. 45 bestehen aus horizontalen und nahehin verticalen Linien. Die horizontalen Linien beider Hälften liegen genau in ihrer gegenseitigen Verlängerung; die verticalen der rechten schwarzen Hälfte sind mit ihrem oberen Ende um 1° 13′ nach rechts, die der linken um ebenso viel nach links gewendet. Die Abstände der verticalen Linien unter einander und der horizontalen unter einander sind vollkommen gleich gemacht. Der horizon-
5 tale Abstand entsprechender Punkte beider Zeichnungen ist gleich 64 mm, was im Mittel dem Abstande der Drehungspunkte erwachsener menschlicher Augen zu entsprechen scheint. Bei mir selbst ist dieser Abstand 68 mm.

Man betrachte die Fig. 45, so, dass man mit parallelen Gesichtslinien senkrecht auf sie hinsieht, und dass das rechte Auge den Mittelpunkt des rechten Gitters auf schwarzem Grunde, das linke den Mittelpunkt des linken Gitters auf weissem Grunde fixirt. Dadurch kommen die beiden Liniensysteme zur zweiäugigen Deckung, und man wird leicht erkennen, dass wenn die Mittelpunkte sich decken, auch die entsprechenden Linien beider Zeichnungen sich vollständig decken. Verändert man die Convergenz etwas, sodass die Linien nicht vollkommen auf einander fallen, so erscheinen sie in parallelen Doppelbildern. Um die horizontalen Linien in Doppelbildern zu sehen, braucht man die Zeichnung nur so zu drehen, dass ihre Horizontallinien ein wenig geneigt sind gegen die als horizontal angenommene Visirebene.

Betrachtet man das rechte Gitter auf schwarzem Grunde mit dem rechten Auge, so erscheint es rechtwinkelig, dagegen dem linken Auge erscheint es schiefwinkeliger als es wirklich ist. Das linke Gitter auf weissem Grunde dagegen erscheint dem linken Auge rechtwinkelig, dem rechten schiefwinkelig. Daraus folgt, dass nicht diejenigen Linien in beiden Sehfeldern mit einander correspondiren, welche wirklich vertikal sind, sondern diejenigen, welche vertical erscheinen. Kleine Diffe-

renzen in der Grösse des Winkels, um den die scheinbar verticalen Linien von den wirklich verticalen abweichen, mögen bei verschiedenen Individuen vorkommen, doch ist die Messung und Beurtheilung dieses Winkels bei der beschriebenen Beobachtungsweise nicht mit solcher Genauigkeit auszuführen (wenn man nicht etwa, wie Volkmann, Mittelzahlen vieler Beob- 6
achtungen dazu anwendet), dass solche Unterschiede bei den Personen, denen ich die Versuche bisher gezeigt habe, merklich geworden wären. Worauf die Wahl des in der Figur angewendeten Winkels zwischen etwas grösseren und etwas kleineren, die der erreichbaren Genauigkeit dieser Beobachtungen auch wohl genügen würden, beruht, wird unten erhellen.

Sollten einzelnen Beobachtern die horizontalen Linien sich kreuzen, so müssen sie zunächst längere Zeit in die Ferne sehen, bis die horizontalen Linien parallel geworden sind.

Wenn man die Figuren umkehrt, oben zu unten macht, und sie dann stereoskopisch vereinigt, so erscheinen die senkrechten Linien in übertriebener Divergenz. Zeichnet man ähnliche Figuren mit genau rechtwinkeligen Gittern, so scheinen die verticalen Linien ebenfalls sich zu kreuzen.

Ich will hier nicht weiter eingehen auf die Frage nach dem muthmaasslichen Grunde der Identität je zweier Netzhautstellen, auch nicht auf die nach dem Grunde der beschriebenen Assymmetrie des Auges. Es ist das für die uns vorliegende Aufgabe nicht nöthig, wir können uns einfach an die Thatsachen halten. Damit ich aber nicht nöthig habe die Thatsachen mit mehr oder weniger unsicheren Vorstellungen über die Gestalt der Netzhäute und die Lage der Bildpunkte auf ihnen zu vermischen, sei es mir erlaubt folgende Begriffe in die Darstellung einzuführen.

Unter Gesichtsfeld verstehe ich das gemeinsame Feld, was beide Augen übersehen können, sei es mit oder ohne Bewegung. Da Gesicht den Sinn des Sehens in seiner Vollständigkeit bezeichnet, so scheint mir diese Anwendung des Wortes die passendste, und sie entspricht auch am besten dem bisherigen Gebrauche.

Unter Sehfeld verstehe ich eine um den Kreuzungspunkt 7

der Visirlinien[1]) eines Auges als Mittelpunkt geschlagene Kugelfläche, und ich denke mir die Fläche des Sehfeldes, welches also nur die von einem Auge gesehenen Bilder enthält, als fest in Beziehung zum Auge selbst, und mit diesem sich bewegend. Der Ort eines Objectpunktes A im Sehfelde wird bestimmt durch die Visirlinie, die durch A und den Kreuzungspunkt der Visirlinien gezogen ist; wo diese die Fläche des Sehfeldes schneidet, liegt der Punkt, auf welchem das Object A im Sehfelde projicirt erscheint. Diesen Punkt will ich den *geometrischen Ort von A im Sehfelde* nennen, im Gegensatz gegen den nach dem Augenmaasse bestimmten *scheinbaren Ort*. Die Visirlinie, als Strahl betrachtet, wird gebrochen und trifft die Netzhaut; so wird für jeden Punkt des Sehfeldes ein bestimmter Punkt der Netzhaut zu finden sein, der ihm unabänderlich entspricht. Denjenigen Punkt des Sehfeldes, welcher dem Centrum der Netzhautgrube entspricht, nennen wir den *Blickpunkt*. Die entsprechende Visirlinie können wir als mit der *Gesichtslinie* (das heisst der Verbindungslinie des fixirten Punktes mit dem ersten Knotenpunkte) identisch betrachten. Ein bestimmter Meridian des Sehfeldes kann dadurch festgestellt werden, dass man die Gesichtslinien beider Augen einander und der Mittelebene des Kopfes parallel auf ein unendlich entferntes Object richtet und durch die beiden Gesichtslinien eine Ebene (*Visirebene*) legt; dadurch dass diese die Sehfelder schneidet, ist in jedem Sehfeld ein *horizontaler Meridian* bestimmt, den ich früher
8 auch als *Netzhauthorizont* bezeichnet habe. Von diesem festen Meridian und von dem in ihm liegenden Blickpunkte aus sind alle anderen Abmessungen des Sehfeldes zu machen.

Die vorher beschriebenen Versuche zeigen nun, dass der wirklich verticale Meridian des Sehfeldes uns nicht vertical erscheint, sondern so, als wäre seine obere Hälfte nach der Nasenseite geneigt. Als vertical erscheint uns vielmehr ein Meridian, der in Wirklichkeit mit seiner oberen Hälfte nach

---

1) Das ist der Ort, wo der Mittelpunkt der Pupille, durch die Hornhaut gesehen, zu liegen scheint. Siehe mein Handbuch der Physiolog. Optik. S. 93. und 99.

aussen geneigt ist. Wir müssen danach also unterscheiden den *wirklich* und den *scheinbar verticalen* Meridian des Sehfeldes, wie wir überhaupt für jeden Objectpunkt auch unterscheiden müssen seinen *geometrischen* und seinen *scheinbaren Ort im Sehfelde*. Der erste wird gefunden, wenn man die Visirlinien zieht in der vorher beschriebenen Weise, der zweite ist nach dem Urtheil unseres Augenmaasses zu bestimmen.

Ausser dieser Abweichung zwischen dem geometrisch verticalen und dem scheinbar verticalen Meridian des Sehfeldes bestehen noch manche andere Abweichungen zwischen den geometrischen und den scheinbaren Oertern. Ich will hier nur erwähnen, dass nach der, soviel ich weiss, zuerst von A. *Fick* gemachten Beobachtung ein Quadrat mit gleichen horizontalen und verticalen Seiten wie ein Rechteck mit längerer Verticalseite aussieht, das heisst, dass verticale Bögen, verglichen mit horizontalen, zu gross erscheinen; ferner dass Bögen der Meridiane, welche weithin gegen die Peripherie liegen, zu klein erscheinen. Auch finde ich, wie *Recklinghausen*, dass grösste Kreise des Sehfeldes, welche entfernt vom Blickpunkte nahe den Grenzen des Feldes verlaufen, gegen den Blickpunkt hin concav erscheinen. Alle diese anderen Abweichungen interessiren uns für den vorliegenden Zweck weniger, weil sie beide Sehfelder in gleichem Sinne betreffen. Nur die Abweichung
der verticalen Meridiane ist für die Vertheilung der correspon- 9
direnden Punkte wichtig, weil sie in beiden Gesichtsfeldern nach entgegengesetzter Richtung statt hat.

Ich ziehe es vor, die Darstellung dieser örtlichen Verhältnisse an die Sehfelder zu knüpfen als, wie es gewöhnlich geschehen ist und geschieht, an die Fläche der Netzhaut, auf der die Bilder der Gegenstände entworfen sind, weil wir von den Verzerrungen der Bilder auf der Netzhaut, die gewiss nicht fehlen, so gut wie nichts wissen. In den theoretischen Betrachtungen über Brechung des Lichtes im Auge erscheint die Netzhaut als ein ebener zur optischen Axe des centrirten Auges senkrechter Schirm. Aber weder ist das Auge genau centrirt, noch entspricht die Gesichtslinie der optischen Axe, noch wissen wir, ob das Centrum der Netzhaut senk-

recht zu der einen oder anderen dieser Linien ist; auch ist die Netzhaut keine Ebene. Endlich gelten alle unsere Theorien für die optischen Bilder des Auges nur für ein unendlich kleines Stück der Netzhaut in unmittelbarer Nachbarschaft der optischen Axe. Wir wissen also auch nicht, ob, wenn wir durch die Gesichtslinie ebene Meridianschnitte legen, die Schnittlinien auf der Netzhaut den Bildern gerader Linien der Aussenwelt oder den Meridianen des Sehfeldes entsprechen. Wenn wir also unsere physiologisch optischen Constructionen auf Abmessungen der Netzhaut gründen, so sind wir in Gefahr arg irre zu gehen, oder wenigstens können diese Constructionen zunächst nur für eine Art idealer Netzhaut gelten, die wir uns concentrisch zum Knotenpunkte des Auges denken mögen, und die jedenfalls erheblich von der wirklichen Netzhaut abweicht.

Dieser Gefahr entgehen wir, wenn wir unsere Constructionen im Sehfelde ausführen, in Bezug dessen wir keiner solchen Unsicherheit ausgesetzt sind. Ausserdem entspricht das auch mehr dem natürlichen Verfahren unseres Bewusstseins. Denn local begrenzte Empfindungen sind für unser ursprüngliches Bewusstsein durchaus nicht localisirt als Erregungen besonderer Theile der Netzhaut, sondern als zugehörig bestimmten Stellen des Sehfeldes. Die ursprüngliche Erfahrung des Menschen weiss nichts von Netzhaut und Netzhautbildern. Dasjenige Moment in unseren Gesichtsempfindungen, wodurch die Empfindung des Roth in der einen Sehnervenfaser unterschieden ist von derselben Empfindung des Roth in einer anderen Faser — wir wollen es mit Lotze das Localzeichen der Empfindung nennen — können wir gar niemals beziehen lernen auf bestimmte Netzhautstellen. Unsere Erfahrung lehrt es uns von Anfang an immer nur verbinden mit einer bestimmten Stelle des Sehfeldes, die wir durch eine so und so beschaffene Bewegung des Armes erreichen oder verdecken können. Wir können also die Eigenthümlichkeit eines solchen Localzeichens weder für unser Gedächtniss, noch in der Mittheilung für andere, anders begrifflich bezeichnen und festhalten, als indem wir sie charakterisiren durch Bezeichnung der Stelle des Sehfeldes, zu der sie gehört. Wenn wir also

später auch wissen, dass eine bestimmte Gesichtsempfindung durch Druck auf das Auge hervorgebracht sei, so können wir ihre locale Begrenzung doch für unsere eigene Vorstellung nicht anders auffassen, als dass es diejenige Empfindung ist, die zu der gegenüber liegenden Stelle des Sehfeldes gehört. Eben deshalb kann auch durch die wissenschaftliche Einsicht in das Wesen der Erscheinung deren Beziehung auf eine bestimmte Stelle des Sehfeldes, welche wir als Sinnestäuschung bezeichnen müssen, nicht aufgehoben werden.

Aus demselben Grunde glaube ich nun auch, dass es ziemlich gleichgültig für die Gesichtswahrnehmungen ist, welche Verzerrungen die Bilder auf der Netzhaut erleiden, wenn diese 11
Verzerrungen nur das ganze Leben hindurch constant dieselben bleiben.

Aus allen diesen Gründen scheint es mir zweckmässiger, das Sehfeld als Constructionsfläche einzuführen, statt der Netzhaut. Wer die ältere Darstellungsweise vorzieht, mag sich eine dem Sehfelde concentrische ideale Netzhaut denken und auf dieser die Lagebestimmungen machen.

Wenn wir nun mit beiden Augen zugleich sehen, und beide Sehfelder mit Objecten ausgefüllt sind, die wir hier als ganz verschieden voraussetzen wollen, so decken sich beide Sehfelder scheinbar und fallen in das gemeinsame Gesichtsfeld zusammen. Dabei decken sich namentlich für normale, nicht schielende Augen immer die beiden Blickpunkte, welche beim normalen Sehen ja auch immer mit dem einen fixirten Punkte des Gesichtsfeldes zusammenfallen, und es decken sich ferner alle diejenigen Punkte beider Sehfelder, welche gleiche scheinbare Lage in Bezug auf den Blickpunkt und den durch ihn gehenden horizontalen Meridian haben. Wenn wir unähnliche Bilder in beiden Sehfeldern haben, so tritt keine Verschmelzung je zweier Bildpunkte in stereoskopische Raumvorstellungen ein, jedes Bild bleibt in seiner Flächenausdehnung ungestört durch das andere, wenn auch hier und da zeitweilig das eine durch das andere ausgelöscht werden sollte; wir haben in einem solchen Falle das reine Phänomen der Deckung zweier flächenhafter Bilder.

C o r r e s p o n d i r e n d e (oder i d e n t i s c h e) P u n k t e beide

Sehfelder sind also solche, welche *scheinbar gleiche Lage* in beiden haben.

Die oben durch die Beobachtung von Fig. 45 ausgeführten Versuche zeigen, dass wenn die Mittelpunkte beider Gitter gleichzeitig fixirt werden und sich decken, auch bei normalen
12 Augenstellungen die mittleren Horizontallinien sich decken, die den Netzhauthorizonten des Sehfeldes entsprechen. Ferner decken sich die mittleren Verticallinien, die den *scheinbar verticalen Meridianen* des Sehfeldes entsprechen. Ausserdem zeigt die gleichzeitige Deckung der übrigen horizontalen und verticalen Linien, dass auch alle solche Punkte beider Sehfelder correspondiren, welche gleich weit und nach denselben Seiten hin abstehen von dem horizontalen und von dem scheinbar verticalen Meridiane.

Um nun die Lage der seitlich gelegenen Punkte durch bestimmte geometrische Abmessungen festzustellen, denke man sich durch den Kreuzungspunkt der Visirlinien jedes Auges eine *Aequatorialebene* gelegt, deren Pol der *Blickpunkt* ist. Diese Aequatorialebene wird geschnitten durch den scheinbar horizontalen und scheinbar verticalen Meridian. Die Schnittlinien nenne ich die *Aequatorialaxen* dieser Meridiane.

Soll die scheinbare Lage eines Punktes im Sehfelde gegeben werden, so lege man durch denselben und durch die Aequatorialaxe des horizontalen Meridians eine Ebene, welche mit dem horizontalen Meridian einen Winkel einschliesst, den ich den *Höhenwinkel* nennen will. Er sei positiv für Punkte, die oberhalb des horizontalen Meridians liegen. Durch ihn wird der senkrechte Abstand der Punkte im Sehfelde vom horizontalen Meridian bestimmt. In Fig. 45 ist jede der oberen und unteren horizontalen Linien die Schnittlinie einer solchen Ebene, die einen Höhenwinkel begrenzt, mit der Ebene der Zeichnung, und die Punkte der Zeichnung, welche derselben Horizontallinie angehören, haben also gleichen Höhenwinkel im Sehfelde.

Ferner lege man eine zweite Ebene durch den Punkt, dessen Lage bestimmt werden soll, und durch die Aequatorialaxe des scheinbar verticalen Meridians. Diese Ebene schliesst
13 mit dem letzteren Meridian einen Flächenwinkel ein, den ich

den *Breitenwinkel* nennen will. Er sei in beiden Augen nach rechts hin positiv gerechnet, nach links hin negativ. Die Ebene, welche den Breitenwinkel begrenzt, schneidet die zur Gesichtsaxe senkrechte Ebene der Zeichnung Fig. 45 in einer geraden Linie, die der Schnittlinie des scheinbar verticalen Meridians parallel ist. Die rechts und links gelegenen verticalen Linien der Fig. 45 sind solche Schnittlinien. Der Breitenwinkel bestimmt also die Abstände des betreffenden Punktes vom scheinbar verticalen Meridian nach rechts und nach links.

Nach Festsetzung dieser Abmessungen können wir correspondirende Punkte beider Sehfelder definiren wie folgt:

Correspondirende Punkte beider Sehfelder sind solche, welche gleiche Höhenwinkel und gleiche Breitenwinkel haben.

Diese Definition ist direct hergeleitet aus den an Fig. 45 angestellten Beobachtungen, welche erwiesen, dass alle entsprechenden Linien beider Theile der Figur sich decken, wenn die Mittelpunkte sich decken. Nun stehen aber sowohl die horizontalen Linien beider Figuren gleich weit von der mittleren horizontalen Linie ab, als auch die seitlichen verticalen beider Gitter von der mittleren verticalen. Zu den oberen, beziehlich unteren, horizontalen Linien gehören also gleiche Höhenwinkel in beiden Augen, und für die rechten, beziehlich linken, verticalen Linien beider Gitter gleiche Breitenwinkel. Die Schnittpunkte entsprechender horizontaler und verticaler Linien haben also jeder für das entsprechende Auge gleiche Höhenwinkel und Breitenwinkel und erweisen sich bei der Beobachtung als correspondirende Punkte.

Diese aus der Beobachtung hergeleitete Definition gilt
natürlich mit voller Sicherheit nur so weit, als die Beobach-
tung reicht, nämlich für die mittlere Gegend des Gesichts- 14
feldes, soweit man eben die Lage der Linien im indirecten
Sehen scharf vergleichen kann. Wo aber eine genaue Ver-
gleichung nicht mehr möglich ist, da hört eben auch die ge-
naue Bestimmung correspondirender Stellen auf.

2. Form des Horopters.

Nachdem wir in dieser Weise die Definition der correspondirenden Stellen der Sehfelder den oben beschriebenen Beobachtungen über die Abweichungen der geometrischen und scheinbaren Oerter angepasst haben, können wir zur Bestimmung der Form des Horopters übergehen.

Unter Horopter verstehen wir den Inbegriff aller derjenigen *Punkte des Raumes, welche in correspondirende Stellen beider Sehfelder projicirt werden.*

Die Lage solcher Punkte ist also durch zwei Bedingungen bestimmt:

1) Die Punkte des Horopters müssen in beiden Augen unter gleichem Höhenwinkel erscheinen;

2) sie müssen in beiden Augen auch unter gleichem Breitenwinkel erscheinen.

Wir können uns die Untersuchung erleichtern, indem wir zunächst jede dieser Bedingungen einzeln zu erfüllen suchen. Wir suchen also zunächst alle Punkte auf, welche in beiden Augen unter gleichem Höhenwinkel erscheinen. Der Inbegriff dieser Punkte, welche also durch eine analytisch auszusprechende Bedingung, das heisst durch eine Gleichung, bestimmt sind, ist im allgemeinen eine Fläche, da überhaupt durch eine Gleichung die Punkte einer Fläche im Raume gegeben werden.

15 Da die Punkte, die demselben Höhenwinkel entsprechen, auf eine zur Gesichtslinie senkrechte Ebene als Sehfeld projicirt, wie in Fig. 45, in einer horizontalen geraden Linie neben einander liegen, so nennen wir die erwähnte Fläche den *Horizontalhoropter*. In dieser Horopterfläche lassen sich nämlich gerade Linien ziehen, die als correspondirende horizontale Linien in beide Sehfelder projicirt werden, und die also als Linien einfach erscheinen, obgleich ihre einzelnen Punkte im allgemeinen nicht in correspondirenden Orten abgebildet werden und daher in Doppelbildern erscheinen. So lange aber das Doppelbild jedes Punktes einer Linie mit einem anderen Punkte derselben Linie sich deckt, erscheint die Linie selbst einfach.

Zweitens suchen wir den Inbegriff aller derjenigen Punkte, welche beiden Augen unter gleichen Breitenwinkeln erscheinen. Diese Punkte bilden ebenfalls eine Fläche, welche wir den *Verticalhoropter* nennen wollen, weil in ihm sich gerade Linien ziehen lassen, welche in beiden Sehfeldern als correspondirende verticale Linien projicirt und einfach gesehen werden, obgleich im allgemeinen jeder einzelne Punkt derselben in zwei vertical unter einander stehenden Doppelbildern erscheint.

Der *Horopter im engeren Sinne (Punkthoropter)*, welcher nur die Punkte umfasst, welche gleichzeitig unter gleichem Höhenwinkel und gleichem Breitenwinkel erscheinen, muss beiden Flächen angehören, und ist also die *Schnittlinie des Horizontalhoropters und des Verticalhoropters*.

Um die Darstellung der Resultate für solche Leser nicht
zu unterbrechen, welche die mathematische Analyse der vor-
liegenden Aufgabe nicht selbst durchmachen wollen, lasse ich
die Rechnungen am Ende dieses Aufsatzes nachfolgen und
wende mich hier gleich zur Beschreibung der Formen der ver- 16
schiedenen Arten des Horopters für verschiedene Stellungen
der Augen.

Ich bemerke noch, dass ich unter *Visirebene* hier wieder die Ebene verstehe, welche durch die beiden Visirlinien gelegt ist, die nach dem Blickpunkte laufen (Gesichtslinien), und *Primärlage der Visirebene* diejenige nenne, in der sie sich befindet, wenn die Augen ihre Primärstellung einnehmen, wie sie in meinem Aufsatze über die Augenbewegungen definirt ist.

Im allgemeinen ist die Form des *Horizontalhoropters* und die des *Verticalhoropters* eine Fläche zweiten Grades, und zwar ein *Hyperboloid mit einer Mantelfläche*. Man kann die Gestalt einer solchen Fläche beschreiben als bestehend aus zwei trichterförmigen Abtheilungen, die mit ihren Spitzen gegen einander gekehrt sind und hier durch einen engeren Canal in Verbindung stehen, der nach beiden Seiten hin in allmäliger Erweiterung in die beiden Trichter übergeht.

Bei gewissen Lagen des Fixationspunktes jedoch geht ein solches Hyperboloid über in einen Kegel oder in zwei sich schneidende Ebenen, welche Fälle wir besonders aufzählen wollen.

Der Punkthoropter ist also im allgemeinen die Schnittlinie zweier Hyperboloide, also eine Curve doppelter Krümmung. In den erwähnten Ausnahmsfällen aber kann er auf gerade Linien oder auf ebene Curven zweiten Grades, das heisst Kegelschnitte und Kreise, zurückgeführt werden.

A. Der Fixationspunkt liegt in endlicher Entfernung in der Medianebene des Kopfes.

Bei dieser Lage des Fixationspunktes stehen die Augen symmetrisch gegen die Medianebene. Die Medianebene wird in einem Punkte von den beiden Aequatorialaxen der horizontalen Meridiane des Sehfeldes geschnitten; wir wollen die-
17 sen Punkt im Folgenden als den Schnittpunkt der Horizontalaxen bezeichnen. Da die Augen convergiren, so liegt dieser Punkt etwas weiter zurück als die gerade Verbindungslinie ihrer beiden Drehpunkte, und nach dem Listing'schen Gesetze der Augenbewegungen liegen die Aequatorialaxen und ihr Schnittpunkt nur dann in der Visirebene, wenn diese so liegt, dass sie durch die Primärstellungen der Gesichtslinien geht. Ist die Visirebene gesenkt, so liegt jener Schnittpunkt der Horizontalaxen unterhalb derselben; ist sie gehoben, so liegt er höher als die Visirebene.

Ein anderer Punkt der Medianebene wird gleichzeitig von den beiden Aequatorialaxen der scheinbar verticalen Meridiane geschnitten; wir nennen ihn den Schnittpunkt der Verticalaxen. Bei mittlerer horizontaler Richtung der Visirebene liegt er etwa 5 Fuss unter der Visirebene; wenn die Visirebene gehoben wird, nähert er sich derselben, wenn sie gesenkt wird, entfernt er sich von ihr. Ja, bei starken Graden nach unten gerichteter Convergenz kann er in unendliche Entfernung hinausrücken und endlich oberhalb der Visirebene wieder erscheinen, was also geschieht, wenn die scheinbar verticalen Meridiane durch Raddrehungen des Auges nach oben convergent werden.

Die beiden genannten Schnittpunkte, da sie Linien an-

gehören, welche in den Aequatorialebenen beider Sehfelder liegen, liegen eben deshalb auch immer in der gemeinsamen Schnittlinie der Aequatorialebenen und der Medianebene des Kopfes. Diese Schnittlinie ist senkrecht zur Visirebene, und läuft desto weiter hinter der Verbindungslinie der Drehpunkte hindurch, je stärker die Augen convergiren.

Nachdem man die Lage der genannten beiden Schnittpunkte bestimmt hat, ist die Form der Horopter leicht zu finden wie folgt:

Der *Horizontalhoropter* besteht in diesem Falle aus 18
zwei sich schneidenden Ebenen, deren eine die Medianebene ist, während die zweite durch den Schnittpunkt der Horizontalaxen und die Centra der Visirlinien zu legen ist. Wenn das Gesetz von *Listing* für die Augenbewegungen des betreffenden Individuum gültig ist, so kann man die Lage dieser Ebene finden, wenn man die Winkel, welche jede Gesichtslinie mit ihrer Primärlage macht, halbirt und durch die beiden Halbirungslinien eine Ebene legt. Diese ist die Ebene des Horizontalhoropters. Sie verläuft also bei gehobenem Blicke unter, bei gesenktem Blicke über dem Fixationspunkte, und halbirt bei nicht zu starken Convergenzen auch nahehin den Winkel zwischen der Visirebene und ihrer Primärlage.

Einfach gesehen werden alle geraden Linien, welche in der letztgenannten Horopterebene liegen, und alle, welche in der Medianebene durch den Schnittpunkt der Horizontalaxen gezogen sind.

Der *Verticalhoropter* ist bei der genannten Stellung der Augen eine Kegelfläche, deren Spitze der Schnittpunkt der Verticalaxen ist, und welche durch den sogenannten *Müller*'schen Horopterkreis geht, das heisst durch einen Kreis, der durch den Fixationspunkt und durch die beiden Centra der Visirlinien gelegt ist. Doch ist von dieser Kegelfläche dasjenige Stück auszuschliessen, welches nach innen zwischen denjenigen beiden geraden Linien liegt, die von der Spitze des Kegels durch die beiden Centra der Visirpunkte gezogen sind. Die Punkte dieses Stückes, welche zum Theil zwischen beiden Augen liegen, würden sich nämlich in beiden Sehfeldern zwar in gleichen Abständen von den scheinbar

verticalen Meridianen, aber nicht auf correspondirenden Seiten derselben abbilden.

19 Einfach erscheinen alle geraden Linien, die durch die Spitze des Kegels in der Kegeloberfläche gezogen werden können.

Der Punkthoropter besteht aus einer geraden Linie, die durch den Fixationspunkt und durch den Schnittpunkt der Verticalaxen gezogen ist. Es ist dies die Schnittlinie des Kegels mit der Medianebene. Zweitens gehört zum Punkthoropter ein ebener Kegelschnitt, entstanden dadurch, dass die zweite Ebene des Horizontalhoropters den Kegel des Verticalhoropters schneidet. Dieser Kegelschnitt geht stets durch die Centra der Visirlinien beider Augen. Er ist ein Kreis, J. Müller's Horopterkreis, wenn die Visirebene sich in ihrer Primärlage befindet; dann geht derselbe auch durch den Fixationspunkt. Der Kegelschnitt ist eine Ellipse, deren mediane Axe kleiner ist als die quere Axe, wenn der Blick nach oben gewendet ist; er schneidet dann die gerade Horopterlinie unterhalb des Fixationspunktes. Der Kegelschnitt ist gewöhnlich eine Ellipse mit längerer medianer Axe, wenn der Blick mässig nach unten convergirt. Diese Ellipse schneidet die gerade Horopterlinie oberhalb des Fixationspunktes. Der Schnittpunkt beider Linien kann aber auch bei gewissen tiefen Lagen des Fixationspunktes hinausrücken in das Unendliche oder hinter den Rücken des Beobachters fallen; dann wird die Ellipse beziehlich eine Parabel oder eine Hyperbel, deren sichtbarer Zweig die gerade Horopterlinie gar nicht schneidet. Damit das geschehe, muss der Fixationspunkt mehr als doppelt so tief unter der Primärlage der Visirebene liegen wie der Schnittpunkt der Verticalaxen in der Primärstellung der Augen, also bei Erwachsenen mehr als zehn Fuss.

Für Augen, welche keine Abweichung zwischen dem geometrischen und scheinbar verticalen Meridian des Sehfeldes zeigten, würde der Kegelschnitt immer ein Kreis sein, dessen
20 Ebene senkrecht zur geraden Horopterlinie wäre, wie dies schon früher von Prévost gefunden ist.

B. Der Fixationspunkt liegt in der Medianebene unendlich entfernt.

Wenn der Fixationspunkt in der Medianebene bleibt, aber in unendliche Entfernung hinausrückt, sodass die Gesichtslinien einander parallel werden, so fallen die horizontalen Meridiane des Sehfeldes mit der Visirebene zusammen und ihre Aequatorialaxen mit der Verbindungslinie der Centra der Visirlinien. Dann liegen auch diese beiden Centra mit dem Schnittpunkte der Aequatorialaxen in einer geraden Linie, und können die Lage einer Ebene nicht mehr bestimmen; vielmehr gehört dann jede durch die Centra der Visirlinien gelegte Ebene, folglich auch der ganze unendliche Raum, dem Horizontalhoropter an. Es ist leicht einzusehen, dass bei dieser Stellung der Augen, wo die Aequatorialaxen der horizontalen Meridiane in eine gerade Linie zusammenfallen, auch die durch sie gelegten Ebenen, welche die Höhenwinkel bestimmen, für jeden Punkt des Raumes zusammenfallen, und also jeder Punkt des Raumes beiden Augen unter gleichen Höhenwinkeln erscheint.

Der Kegel des Verticalhoropters reducirt sich in diesem Falle, da Müller's Horopterkreis, der einen Querschnitt des Kegels bildet, unendlich gross wird, auf zwei sich schneidende Ebenen, von denen die eine senkrecht zur Visirebene durch die beiden Centra der Visirlinien zu legen ist und weiter keine Bedeutung für das Sehen hat, da ihre Punkte nicht beiden Augen gleichzeitig sichtbar sein können. Die zweite Ebene geht der Visirebene parallel durch den Schnittpunkt der Verticalaxen. Da nun bei horizontaler Visirebene der genannte Schnittpunkt etwa in der Gegend der Füsse des Beobachters liegt, so folgt daraus die wichtige und interessante Thatsache, dass die horizontale Bodenfläche, auf der der Be- 21
obachter steht, Horopterfläche ist, wenn dieser in horizontaler Richtung und parallel mit der Medianebene seines Kopfes in unendliche Ferne hinausschaut.

Und zwar ist in diesem Falle die Bodenfläche nicht nur Verticalhoropter, sondern auch Punkthoropter, weil in diesem Falle jeder Punkt des Raumes dem Horizontalhoropter angehört.

Früher galt für das Sehen in unendliche Ferne eine

unendlich entfernte Fläche als Horopter. In dieser Beziehung bringt also die kleine Abweichung der scheinbar und wirklich verticalen Meridiane des Gesichtsfeldes eine wichtige und bedeutende Aenderung hervor, deren praktische Bedeutung wir weiter unten hervorheben werden.

Wenn die Visirebene nicht horizontal ist, der Fixationspunkt aber unendlich entfernt in der Medianebene liegt, so liegt die Horopterebene doch immer in derselben Entfernung unter ihr und ihr parallel, wie in dem zuerst betrachteten Falle.

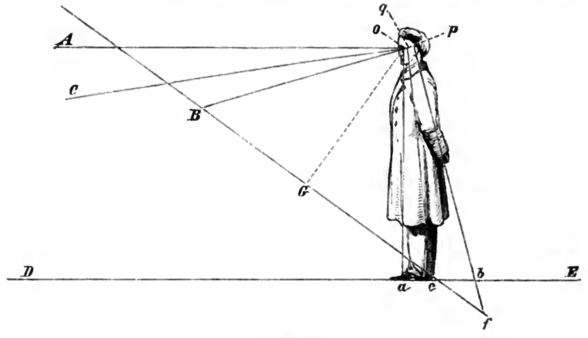


Fig. 46.

Um die geometrischen Verhältnisse des Horopters anschaulicher zu machen, lasse ich hier Fig. 46 folgen, welche zeigt, wie man die Lage der Horopterlinien bei Voraussetzung des Listing'schen Gesetzes für die Augenbewegungen und bei medianer Lage des Fixationspunktes durch Construction finden kann.

Die Zeichnung stelle vor die Medianebene des Kopfes des stehenden Beobachters; und die Haltung des Kopfes sei so, dass die Primärlage der Gesichtslinie horizontal und parallel Ao in die Ferne gerichtet sei. Der Punkt o sei der zwischen den Mittelpunkten der Visirlinien beider Augen mitten inne gelegene Punkt. Man errichte in o das Loth oa auf der Linie oA und mache es so lang, dass sich in seinem tiefsten Punkt a die scheinbar verticalen Aequatorialaxen der Augen,

wie sie in der Primärlage der Gesichtslinie gestellt sind, schneiden. Eine horizontal durch a gelegte Ebene, deren 22
Schnittlinie mit der Medianebene DE ist, bildet dann den Horopter für die Sehrichtung Ao.

Nun wollen wir B als Fixationspunkt annehmen; Bo ist also die Schnittlinie der Visirebene mit der Medianebene. Denken wir in der Visirebene den Müller'schen Kreis construirt, der durch B und die Centra beider Augen geht, und dessen medianer Durchmesser Bp sein mag, so errichte man auf Bp in p das Loth pb, in dessen Verlängerung die Spitze des Horopterkegels liegen muss.

Zur Vollendung der Construction nehmen wir noch einen dritten Fixationspunkt C zu Hülfe, der so gewählt ist, dass, wenn wir unter O das Centrum der Visirlinien eines Auges verstehen, welcher Punkt also etwas vor oder hinter der Ebene der Zeichnung in einem in o errichteten Lothe liegen müsste, dann die Linie CO den Winkel AOB halbirt. Unter A ist hierbei der unendlich entfernte Fixationspunkt verstanden.

Die Visirebene für den Fixationspunkt C ist dann die Ebene des Horizontalhoropters für den Fixationspunkt B, in 23
welcher der kegelschnittförmige Punkthoropter liegt. Construirt man für C den Müller'schen Horopterkreis, dessen Durchmesser Cq sein möge, und errichtet in q ein Loth auf Cq, welches die Fussbodenlinie DE in c schneidet, so ist die gerade Linie Bc die gerade Horopterlinie, und der Punkt f, in welchem sie die Linie pb schneidet, ist die Spitze des Kegels, der durch den Kreis vom Durchmesser Bp geht und Verticalhoropter ist. Die Schnittlinie dieses Kegels mit der Ebene Cq und die unendliche gerade Linie Bc bilden den Punkthoropter.

Der Schnitt Bp des Kegels ist kreisförmig und steht rechtwinkelig auf der Kante pf des Kegels; ein zweiter Kreisschnitt wird deshalb erhalten, wenn man durch o eine Ebene senkrecht zur Linie Bf legt, deren Durchschnittslinie mit der Medianebene Go sein mag.

Die durch o gelegten Schnitte des Kegels, welche zwischen Bo und Go hineinfallen, sind Ellipsen mit längerer Queraxe,

die ausserhalb des Winkels GoB fallenden sind Ellipsen mit längerer medianer Axe, oder Parabeln, wenn sie parallel der Kante Bf des Kegels gelegt sind, oder Hyperbeln, wenn sie Bf erst jenseits f schneiden. Je nachdem also die Linie Co die eine oder andere dieser Lagen hat, bestimmt sich die Form des Kegelschnittes.

C. Der Fixationspunkt liegt in der Primärlage der Visirebene, aber ausserhalb der Medianebene.

In diesem Falle liegen die horizontalen Meridiane der Sehfelder in der Visirebene, und ihre Aequatorialaxen schneiden sich in einem Punkte, welcher auf derjenigen Seite der Medianebene liegt, von der der Blick abgewendet ist.

Der Horizontalhoropter besteht in diesem Falle aus
23 zwei sich schneidenden Ebenen, nämlich aus der Visirebene und einer zweiten Ebene, die senkrecht zur Visirebene durch den Schnittpunkt der Aequatorialaxen so gelegt ist, dass sie der Linie, die den Winkel der Gesichtslinie halbirt, parallel läuft.

Einfach gesehen werden alle geraden Linien, die in der letztgenannten Ebene durch den Schnittpunkt der Aequatorialaxen gezogen sind, und alle Linien in der Visirebene.

Der Verticalhoropter ist in diesem Falle ein Hyperboloid, dessen der Visirebene parallele Schnitte kreisförmig sind.

Der Punkthoropter besteht in diesem Falle aus dem Horopterkreis von J. Müller und einer geraden Linie. Es seien a und b in Fig. 47 die Centra der Visirlinien für beide Augen, c der fixirte Punkt, der durch abc gelegte Kreis der Müller'sche Horopterkreis, und fg der Durchschnitt der Medianebene mit der Visirebene, so schneidet die gerade Horopterlinie den Kreis im Punkte f, also seitlich vom Fixationspunkte. Man ziehe den Durchmesser cd und die
24 Linie fd, errichte in dieser eine Ebene, senkrecht zur Visirebene oder Fläche der Zeichnung, so liegt die gerade Horopterlinie ganz in dieser Ebene. Ihr Schnittpunkt mit der Fussbodenfläche wird gefunden, wenn man auf fd die Länge $fh = fa$ abträgt, und in h ein Loth zur Visirebene errichtet.

Dieses schneidet die Fussbodenfläche in demselben Punkte wie die Horopterlinie. Dadurch ist die Lage der letzteren vollständig gegeben. Unter Fussbodenfläche ist hier genauer gesprochen die unendliche Horopterebene bei horizontalen, der Medianebene parallelen Gesichtslinien zu verstehen, indem immer eine gerade, aufrechte Haltung des Kopfes des stehenden Beobachters mit horizontaler Primärlage der Visirebene vorausgesetzt ist.

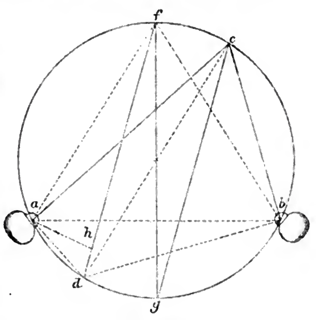


Fig. 47.

Den Punkt *d*, welchen man bei dieser Construction braucht, kann man auch dadurch bestimmen, dass *ad* normal zu *ac*, und *db* normal zu *bc* ist; es sind *ad* und *db* die Schnittlinien der Aequatorialebenen bei der betreffenden Stellung des Auges mit der Visirebene.

Wenn die Differenz der scheinbar verticalen Meridiane von den geometrisch verticalen gleich Null wäre, so würde die gerade Horopterlinie senkrecht zum Kreise sein. Sobald jene Abweichung existirt, ist dies nicht der Fall.

Diesen Theoremen über die mathematische Form des Horopters will ich nur noch hinzufügen, dass die Wahl eines Horizontal- und Verticalhoropters, die wir bei der Ableitung der vorstehenden Sätze zu Grunde gelegt haben, von uns willkürlich und nur deshalb so getroffen ist, um uns der oben gegebenen Definition der correspondirenden Punkte anzuschliessen. Wenn wir uns nicht beschränken wollen auf Linien, die im Sehfeld horizontal oder vertical erscheinen, sondern Linien jeder Richtung nehmen, so lässt sich zeigen, dass bei 26
jeder Stellung der Augen durch jeden Punkt des

Raumes sich mindestens eine unendliche gerade Linie legen lässt, welche in beiden Sehfeldern in correspondirenden Linienbildern erscheint.

Wenn der Raumpunkt A gegeben ist, so bestimme man seine Projectionen a_0 im rechten, a_1 im linken Sehfelde. Dann bestimme man im rechten Sehfelde den Punkt α_1, welcher dem Punkte a_1 correspondirt, und im linken Sehfelde den entsprechenden Punkt α_0. Man lege durch a_0, α_1 und das Centrum des rechten Sehfeldes eine Ebene, ebenso durch a_1, α_0 und das Centrum des linken Sehfeldes. Wo beide Ebenen sich schneiden, ist die gesuchte, einfach gesehene Linie, welche durch A geht.

Bei dieser Construction kann es vorkommen, dass die Punkte a_0 und a_1 selbst schon correspondirende sind, woraus folgt, dass A dem Punkthoropter angehört. Dann wird jede gerade Linie, welche durch A und einen zweiten Punkt des Punkthoropters geht, einfach gesehen. Ein solches Liniensystem bildet dann im allgemeinen einen Kegel, dessen Spitze in A liegt. Wenn der Fixationspunkt in der Medianebene oder in der Primärlage der Visirebene liegt, sind diese Kegel Kegel zweiter Ordnung oder zwei unendliche sich schneidende Ebenen.

Jeder Punkt des Punkthoropters kann die Spitze eines solchen Kegels einfach gesehener Linien werden; wenn wir nach einander für jeden Punkt des Punkthoropters die betreffende Kegelfläche construiren, so erhalten wir ein System von Kegelflächen, die den ganzen Raum ausfüllen und wiederum alle die geraden einfach gesehenen Linien darstellen.

Die besprochenen geraden Linien zeigen auch immer die Richtung an, in der die Doppelbilder eines in ihnen gelegenen Punktes scheinbar auseinander weichen.

27 ### 3. Bedeutung des Horopters beim Sehen.

Die erste Bedeutung, in der der Begriff des Horopters von Aguilonius aufgestellt wurde, ist der, dass die Gesichtsbilder namentlich die binocularen Doppelbilder, auf ihm entworfen erscheinen sollten. Damit hing zusammen, dass der

Horopter durch die einfach gesehenen Punkte gehen musste, denn diese konnten eine einfache Projection im Horopter nur haben, wenn sie in seiner Fläche selbst liegen. Andererseits konnten alle doppelt erscheinenden Raumpunkte nicht im Horopter liegen. Diese Bedeutung des Horopters scheitert nun schon daran, dass, wie die neueren sorgfältigeren Untersuchungen ergeben haben, der Horopter als Inbegriff der einfach gesehenen Raumpunkte im allgemeinen gar keine Fläche, sondern nur eine Linie ist, auf die keine Bilder projicirt werden können.

Andererseits beruht auch die ältere Erklärung der Doppelbilder, wonach sie dadurch zu Stande kommen sollen, dass jedes Auge seine Gesichtsbilder auf irgend eine durch den Fixationspunkt laufende Fläche projicirt, auf einer ungenauen Beobachtung der Thatsachen. Denn es ist gar nicht wahr, dass wir Gegenstände, welche in deutlich getrennten Doppelbildern erscheinen, in der Entfernung des Fixationspunktes zu sehen glauben. Wir haben vielmehr eine ziemlich richtige Vorstellung von ihrer wirklichen Lage, die nur in dem Maasse ungenauer wird, als die Doppelbilder weiter auseinander rücken. Man kann dies durch leicht auszuführende Versuche erweisen. Man fixire fest und ohne die Augen zu verwenden einen Punkt der Wand in der Entfernung von einigen Fussen, und halte dabei ein Blatt steifen Papiers so vor den unteren
Theil des Gesichts, dass sein oberer Rand einige Zoll vor den 28
Augen und ungefähr in derselben Höhe liegt. Der Papierschirm verdeckt in dieser Stellung alle Gegenstände, die vor dem Beobachter unterhalb seiner Visirebene liegen. Nun lasse man von einem seitlich stehenden Gehilfen einen geraden Draht, etwa eine Stricknadel, von unten her in einer beliebig gewählten Entfernung so in die Höhe schieben, dass er dem Beobachter anfängt sichtbar zu werden, und zwar unter diesen Umständen nur in Doppelbildern sichtbar. Sogleich wird der Beobachter eine Vorstellung von der Entfernung des Drahtes erhalten, auch wenn er nicht ein einziges Mal seinen Fixationspunkt verlassen und den Draht einfach gesehen hat. Zur Probe versuche er nach dem verdeckten Theile des Drahtes zu greifen, sodass er seine Hand bei dieser Bewegung nicht

zu sehen bekommt. Er wird den Draht sogleich beim ersten Versuche treffen, oder wenigstens ganz dicht in seine Nähe gelangen. Damit sich der Beobachter hierbei kein Urtheil über die Entfernung aus der scheinbaren Dicke des Drahtes bilde, lasse man diesen von dem Gehilfen aus einer grösseren Anzahl verschieden dicker ähnlicher Drähte beliebig wählen.

Diese Versuche zeigen, dass wir auch bei deutlich erkennbaren Doppelbildern doch noch im Stande sind, die stereoskopische Raumanschauung zu bilden, wenn dieselbe auch desto ungenauer ausfällt, je weiter die Doppelbilder von einander stehen.

Aus dem letzteren Grunde ist nun die Beurtheilung der Entfernung und wirklichen Grösse weit entfernter Gegenstände, welche jenseits des Fixationspunktes liegen und in Doppelbildern erscheinen, in der That sehr unvollkommen, und solche zeigen deshalb auch scheinbare Grössenveränderungen, wenn man den Fixationspunkt ferner oder näher legt. Diese Grössenveränderungen sind angeführt worden als Beweise dafür, dass in der
29 That eine Verlegung der Doppelbilder in dieselbe Entfernung wie die des Fixationspunktes stattfinde. Ich bemerke aber, wie gesagt, diese Grössenveränderungen nur, wenn die Doppelbilder so weit auseinander rücken, dass sie sich nicht mehr unmittelbar dem Urtheil als zwei Bilder desselben Gegenstandes aufdrängen. Dann erscheint jedes derselben in derselben Grösse, als wenn man das andere mit der Hand vollständig abgeblendet hätte. Es hört dann die stereoskopische Combination ganz auf; man kann die wahre Entfernung des ferneren Gegenstandes gar nicht mehr erkennen und daher nur seine scheinbare Grösse mit der scheinbaren des fixirten Gegenstandes vergleichen, und als Maasstab für beide die durch zweiäugiges Sehen bestimmte wahre Grösse des letzteren benutzen, wobei dann natürlich die damit verglichene Grösse des entfernten viel zu klein ausfallen muss.

Es genügt hier hervorgehoben zu haben, dass es Fälle giebt, wo deutlich getrennte Doppelbilder gesehen werden und doch aus der Distanz derselben ein richtiges Urtheil über die Grösse und Entfernung des Gegenstandes gebildet wird. Es zeigt diese Thatsache, dass die Wahrnehmung der Doppelbilder

durchaus nicht auf dem Umstande beruht, dass man sie in eine falsche Entfernung projicirt, wenn auch allerdings ihre wirkliche Entfernung desto mangelhafter beurtheilt wird, je weiter sie auseinander treten.

Wer übrigens die Eindrücke beim stereoskopischen Sehen aufmerksam verfolgt hat, wird die beschriebene Erscheinung kennen. Es handelte sich hier nur darum dem Versuche eine solche Form zu geben, dass keine vorausgängige Kenntniss der wahren Entfernung des Objectes durch Einfachsehen gewonnen werden konnte.

Die Deutung des Horopters als einer Fläche, auf welche 30
sich die Doppelbilder projiciren, müssen wir also ganz abweisen.

Wenn wir nun den Horopter andererseits auffassen als das Aggregat der einfach gesehenen Raumpunkte, so tritt die Schwierigkeit ein, dass wir reelle Objecte auch einfach sehen, wenn sie ziemlich weit vom Horopter abliegen, weil die einfache Raumvorstellung, zu der die nahehin gleichen Netzhautbilder Veranlassung geben, uns unfähig macht, unsere Aufmerksamkeit den kleinen Differenzen der beiden Netzhautbilder zuzuwenden. Es ist deshalb auch unmöglich, die wirkliche Form des Horopters durch Versuche mit reellen Objecten, die man im Gesichtsfelde hin- und herschiebt, änders als in ganz grober Annäherung zu ermitteln. Die Abweichungen, welche die Angaben unserer besten Beobachter, die solche Versuche angestellt haben, zeigen, lassen darüber wohl keinen Zweifel. Ich selbst habe mich überzeugt, dass wenn ich einen scharf gezeichneten Punkt mit beiden Augen zu fixiren glaubte, ich bald vor, bald hinter demselben convergirte und ihn doch immer vollkommen einfach sah. Man erkennt das leicht an stereoskopischen Zeichnungen, in denen die zu fixirenden Punkte oder Linien schwarz auf weiss, daneben aber andere sich stereoskopisch entsprechende Linien einerseits schwarz auf weiss, andererseits weiss auf schwarz dargestellt sind. Die letzteren lassen dann die Schwankungen der Fixation erkennen, indem bald die weisse, bald die schwarze Linie rechts liegt. Im Allgemeinen finde ich, dass wenn man von einem entfernteren zu einem näheren Fixationspunkte übergeht, man

leicht auf einem etwas zu entfernten Fixationspunkte stehen bleibt; umgekehrt, wenn man den Blick aus der Nähe in die Ferne wandern lässt, bleibt man leicht auf einem zu nahen Fixationspunkte stehen. Solche unbewusste Aenderungen in der Convergenz der Augenaxen müssen nun auch von grossem
31 Einfluss sein auf die Lage seitlich liegender einfach gesehener Punkte und mögen zum Theil die Differenzen der Beobachter veranlasst haben.

Ich habe es deshalb vorgezogen, bei den oben gemachten Bestimmungen der correspondirenden Stellen Zeichnungen zu benutzen, deren Linien zu unähnlich waren, um verschmolzen zu werden.

Wenn nun alle Aufmerksamkeit der Beobachtung nicht ausreicht, um die kleinen Differenzen zweier zu einer stereoskopischen Raumanschauung verschmolzenen Gesichtsbilder zu erkennen und Objecte doppelt zu sehen, die ziemlich merklich von dem mathematischen Horopter entfernt sind, so kann allerdings die Frage entstehen, ob es nicht eine theoretische Spielerei sei, nach der genauen Form des Horopters zu suchen, wie dies auch Recklinghausen[1]) ausgesprochen hat. Ich muss gestehen, dass ich lange Zeit derselben Meinung gewesen bin. Neuerdings habe ich mich aber überzeugt, dass doch die Gesichtswahrnehmungen derjenigen Objectpunkte, die im Horopter liegen, gewisse Vortheile haben, die der Lage des Horopters eine praktische Bedeutung geben.

Ich finde nämlich, dass die Raumanschauung durch das binoculare Sehen ihre grösste Genauigkeit erreicht für diejenigen Objecte, die im Horopter liegen, und desto ungenauer wird, je weiter sich die Objecte vom Horopter entfernen.

Man nehme eine dünne gerade Stricknadel und biege sie in der Mitte ein wenig, sodass ihre beiden Hälften etwa einen Winkel von 175° mit einander machen; man halte sie dann vor sich in die Medianebene des Kopfes, sodass beide Schenkel des Winkels in dieser Ebene liegen und der Scheitel des Winkels dem Beobachter gerade zugekehrt oder abgekehrt ist. Der Beobachter wird die Biegung der Nadel dann beim Sehen

1) Archiv für Ophthalmologie. Bd. V. Th. II. S. 146.

mit jedem einzelnen Auge nicht erkennen können, wohl aber 32
mit beiden, wenn die Richtung der Nadel im Ganzen der geraden Horopterlinie entspricht. Dass sie diese Richtung hat, erkennt man am leichtesten, wenn man einen etwas jenseits oder diesseits der Nadel gelegenen Punkt fixirt, sodass die Nadel in wenig von einander abstehenden Doppelbildern erscheint. Wenn sie die Richtung der geraden Horopterlinie hat, sind ihre Doppelbilder einander parallel.

Wenn man der Nadel dagegen eine andere Richtung in der Medianebene giebt, sodass sie einen grösseren Winkel mit der Richtung des Horopters bildet, so erscheint sie gerade, und man kann ihre Biegung nicht mehr erkennen.

Man stecke nebeneinander drei gleiche feine Nadeln in ein Holz fest, sodass sie alle senkrecht und einander parallel stehen, aber nicht ganz genau in einer Ebene, vielmehr in einer ganz schwach gekrümmten Cylinderfläche, und man betrachte sie aus einiger Entfernung, sodass die mittelste Nadel sich in der Medianebene befindet. Man wird leicht erkennen, ob die Reihe der Nadeln dem Beobachter ihre concave oder convexe Seite zuwendet, wenn die Reihe der Nadeln senkrecht zur Medianebene gestellt ist, und also der Richtung des Horopterkreises an dieser Stelle folgt.

Hält man das Hölzchen mit den Nadeln dagegen weit seitwärts, so erkennt man die Wölbung ihres Bogens am besten, wenn man sie in der Weise schräg gegen die Richtung der Gesichtslinien hält, dass sie wiederum der Richtung des Horopterkreises folgen.

Es ist bei diesen Versuchen rathsam, die äusseren Nadeln nicht zu weit von der mittleren zu entfernen, sonst tritt eine eigenthümliche Gesichtstäuschung, ein, welche zu Irrthümern
verleiten kann; man hält nämlich dann einen Bogen, dessen 33
Krümmung etwa der des Horopterkreises entspricht, für eine gerade Linie; eine gerade Linie dagegen für convex gegen den Beobachter, einen objectiv convexen Bogen für convexer als er ist. Doch wird durch diese Gesichtstäuschung die Unterscheidbarkeit der concaven und convexen Seite des Bogens der drei Nadeln, worauf es in dem beschriebenen Versuche ankommt, nicht beeinträchtigt.

Diesen Erfahrungen gegenüber scheint es mir von besonderer Wichtigkeit zu sein, dass für das horizontal in die Ferne sehende Auge die Fussbodenfläche Horopterfläche ist. Ich will dabei noch bemerken, dass auch, wenn wir einen gerade vor uns liegenden, nicht unendlich entfernten Punkt der Fussbodenfläche fixiren, zwar nicht die ganze Fläche Horopter ist, aber doch wenigstens die gerade mediane Horopterlinie immer noch ganz in der Bodenfläche liegt. Nach den voraus beschriebenen Versuchen müssen wir schliessen, dass wir das Relief der Bodenfläche und die Abstände ihrer einzelnen Theile von einander verhältnissmässig besser werden unterscheiden können als entsprechende Unterschiede anderer gleichweit entfernter Objecte. Das einfachste Mittel, sich von der Richtigkeit dieses Schlusses zu überzeugen, ist, dass man im Freien, wo man entfernte Theile einer ziemlich ebenen Bodenfläche überblicken kann, die Bodenfläche bei solcher Haltung des Kopfes betrachtet, wo sie nicht mehr im Horopter liegt, so also, dass man bei seitwärts geneigtem Kopfe unter dem Arme, oder mit abwärts gekehrtem Kopfe zwischen den Beinen durchsieht. Im letzteren Falle muss man aber durch Wahl eines etwas erhöhten Standortes die Senkung corrigiren, welche der Kopf in der genannten Stellung erleidet. Wenn man die scheinbaren Tiefendimensionen ferner Theile des Bodens mit einander vergleicht, wird man leicht erkennen, wie viel ausge-
34 dehnter und weiter hingestreckt die Bodenfläche bei aufrechter Haltung des Kopfes erscheint als bei seitlicher oder verkehrter Haltung. Ich habe manche solche Beobachtungen auf der von Heidelberg nach Mannheim führenden Strasse angestellt. Vor mir lag hinter einer Reihe von Feldern der Neckar, der einen Einschnitt in das ebene Terrain machte, jenseits wieder ebenes Land, welches sich etwa eine Meile weit bis an den Oelberg bei Schriesheim ausdehnte. Bei aufrechter Haltung des Kopfes erkannte ich vollkommen gut die weitgedehnte Ebene jenseits des Flusses; bei schräger oder verkehrter Haltung schien das Terrain vom Flusse aus unmittelbar zu dem fernen Oelberge in die Höhe zu steigen. Eine Hecke, die durch ein Stück Feld von einem dahinter liegenden Hause getrennt war, was ebenfalls bei aufrechtem Kopfe deutlich zu sehen war, schien

bei schräger Haltung ganz nahe vor dem Hause zu liegen, und so fort. Auch die kleinen Unebenheiten der Strasse vor mir waren in der natürlichen Haltung des Kopfes viel plastischer.

Alle diese Erscheinungen treten eben so ein, wenn man, statt den Kopf umzudrehen, das Bild umdreht. Am vortheilhaftesten sind dazu rechtwinkelige Prismen zu gebrauchen. Ich
habe zwei derselben mit ihrer Hypotenusenfläche, wie Fig. 48 35
zeigt, auf eine ebene Holzfläche gekittet, in solcher Entfernung von einander, dass ich mit jedem Auge durch eines hindurchsehen konnte. Man sieht in solchen Prismen, wenn man parallel der horizontal gerichteten Hypotenusenfläche hindurchblickt

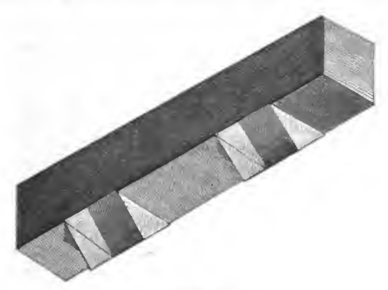


Fig. 48.

bekanntlich die in Richtung der Gesichtslinien liegenden Objecte durch die innere Spiegelung an der genannten Fläche des Prisma auf den Kopf gestellt, das Obere nach unten gekehrt. Wenn man durch solche Prismen nach der Landschaft blickt, tritt dieselbe Unvollkommenheit in der Wahrnehmung der Form der Bodenfläche und der Entfernungen ihrer einzelnen Punkte vom Auge und von einander ein, als wenn man mit umgekehrtem Kopfe hinsieht. Andererseits habe ich zuweilen, durch die Prismen blickend, an der unteren Fläche niedriger und scharf gezeichneter Wolkenschichten deutlicher die Formen erkannt, als wenn ich sie im gewöhnlichen aufrechten Bilde betrachtete. Dies erklärt sich dadurch, dass in dem umgekehrten Bilde die Wolken an Stelle des Fussbodens zu liegen

kommen, wenn auch viel tiefer als dieser. Wenn der Beobachter einen Theil des Wolkenhimmels fixirt, so liegt ihre Fläche dann dem Horopter näher, als dies sonst der Fall ist.

Endlich kann man auch beide Arten der Umkehrung combiniren, das heisst mit dem Kopf zwischen den Beinen durch und gleichzeitig durch die Prismen sehen, sodass Kopf und Bild zusammen umgekehrt werden. Dann kommt die Bodenfläche der Landschaft wieder in die Horopterfläche, und man erhält wieder die genaue Anschauung ihrer Gestalt. Es geht aus diesem letzten Versuche hervor, dass weder die ungewöhnliche Stellung des Kopfes, noch die ungewohnte Stellung des Bildes Schuld sind an der mangelhaften Genauigkeit des
36 körperlichen Bildes, sondern nur die relative Lage des Bildes der Fussbodenfläche zum Auge.

Es ist diese eigenthümliche Lage der Horopterfläche offenbar von grosser Bedeutung für den Gebrauch unserer Augen beim Gehen. Wenn wir uns im Freien bewegen, blicken wir meist nach etwas entfernteren Gegenständen in nahehin horizontaler Richtung. Der Fussboden ist dann unsere Horopterfläche; wir erkennen seine Gestalt verhältnissmässig genau auch im indirecten Sehen, und wissen unsere Schritte danach einzurichten. Es ist dies offenbar eine wesentliche Bedingung, wenn wir beim Gehen unsere Augen frei gebrauchen sollen. Nur bei ganz unregelmässigem, z. B. aus grobem Steingeröll bestehendem Boden sind wir gezwungen, den Boden bei jedem Schritte zu betrachten. Ferner ist die Bodenfläche auch gewöhnlich die einzige Fläche, welche in weite Entfernungen hinausläuft und an der wir diese Entfernungen abmessen können. Bei den vorher beschriebenen Versuchen überzeugt man sich, wie ich schon erwähnt habe, leicht, dass man die Entfernungen von entfernten Objecten viel besser erkennt, wenn die Fussbodenfläche im Horopter liegt, als sonst. Es hängt also die Ausmessung der Landschaft, so weit dies durch das stereoskopische Sehen geschehen kann, wesentlich davon ab.

Hiermit scheint mir nun auch das veränderte Aussehen

der Landschaft erklärt zu werden, welches eintritt, wenn man
unter dem Arm oder zwischen den Beinen durchsieht. Be-
kanntlich treten dabei die Farben der Ferne so sehr viel
lebendiger hervor, und die ganze Landschaft sieht mehr einem
Gemälde gleich; dieser letztere Umstand lässt schon erkennen,
dass wir ihre Tiefendimensionen schlechter als beim gewöhn-
lichen Sehen erkennen. Die Farben, welche die Luftperspec-
tive fernen Gegenständen giebt, sind für unser durch die täg-
liche Erfahrung geübtes Auge einmal Zubehör der Ferne und
fallen uns deshalb an Gegenständen, die wir als fern erkennen,
nicht als Körperfarben auf. Wenn wir aber durch Umkehrung 37
des Bildes oder des Kopfes die fernen Gegenstände scheinbar
näher rücken, so sind die Farben uns ungewöhnlich, und fallen
als solche auf.

Es ist auffallend bei diesen Versuchen, wie weit der Bereich der binocularen Raumprojection in die Ferne hinausrückt. Denn bei richtiger Lage der Fussbodenebene im Horopter bemerkt man noch die räumliche Trennung von Baumgruppen, die tausend und mehr Schritt von uns entfernt sind, vom Horizonte dadurch, dass ein hinter ihnen sich ausbreitendes Feld noch eben hingestreckt erscheint. Bei der Umkehr des Bildes tritt auch in solchen Fällen ein deutlicher Unterschied ein, indem dann die genannten Baumgruppen und das dahinter liegende Feld mit den Objecten des Horizonts in ein ebenes, scheinbar senkrechtes Bild verschmelzen. Dove hat schon eine Reihe interessanter Beweise für die erstaunliche Genauigkeit des stereoskopischen Sehens gegeben. Ich erinnere an die Vergleichung von echten und unechten Geldpapieren, an die Unterscheidung von Abdrücken desselben Buchstabensatzes von denen einer zweiten Auflage, an die stereoskopische Combination von Medaillen, die aus verschiedenen Metallen mit demselben Stempel geprägt sind u. s. w., in welchen Fällen man stereoskopische Reliefbilder statt ebener Bilder erhält, weil es unmöglich ist mit der menschlichen Hand die Copien absolut gleich in der Grösse und den Abständen der einzelnen Theile mit den Originalen zu machen, und weil selbst so minutiöse Unterschiede der Grösse, wie sie zwei Medaillen aus verschiedenem Metall und von ungleicher Elasticität unter dem

Drucke des Stempels annehmen, hinreichen, bei der binocularen Vergleichung der Bilder bemerkt zu werden.

Es ist schwer, theoretisch zu bestimmen, welches die Grenze für die stereoskopische Trennung ferner Gegenstände
38 von ihrem unendlich entfernten Hintergrunde ist. Darauf muss nämlich die Art der Beleuchtung und Zeichnung dieses Hintergrundes einen hervorragenden Einfluss haben. Denken wir einen feststehenden Fixstern, z. B. den Polarstern hinter dem Rande eines festen Objectes, einer Bergspitze zum Beispiel, befindlich, so wird ein solches Object so weit entfernt sein können, als irdische Verhältnisse es nur immer zulassen, und doch wird der Beobachter eine Stellung einnehmen können, dass er mit dem einen Auge den Stern sieht, mit dem anderen nicht, wobei also ein solcher Unterschied der beiden Bilder vorhanden wäre, wie er zur stereoskopischen Projection gehört.

Volkmann und Appel[1]) haben Versuche gemacht mit drei feinen Mikrometerfäden, von denen der eine verstellbar war und vom Beobachter nach dem Augenmaass so gestellt wurde, dass der mittlere gleich weit von den beiden seitlichen abstand. Der mittlere Fehler der Einstellung betrug bei Versuchen, wo die seitlichen Fäden vom mittleren 0,2 mm entfernt waren, nur 0,012 mm bei einer Sehweite von 300 mm. Diese Grösse des mittleren Fehlers entspricht einem Gesichtswinkel von $8^1/_4$ Secunde. Wenn ein Baumstamm in der Entfernung von einer Viertelmeile steht, und hinter ihm in grosser Entfernung zwei andere in dem scheinbaren Abstande von zwei Winkelminuten jederseits, so würde ein ähnliches Bild vorhanden sein, wie die drei Mikrometerfäden darboten, und die Grösse des Unterschiedes in der Stellung des mittleren Baumes würde für die beiden Netzhautbilder so viel betragen, als der mittlere Fehler in den Versuchen von Appel bei der Vergleichung der beiden Distanzen betrug. Unter diesen Umständen würde also ein stereoskopischer Effect noch möglich sein; es würde noch erkannt werden können, dass jener mittlere
39 sich vor der Ebene der beiden anderen Bäume befindet. Ueberhaupt wird ein fein vertical gestreifter Hintergrund, wie ihn

1) Fechner's Psychophysik. Bd. 1. S. 222.

der Wuchs der meisten Pflanzen gewährt, im allgemeinen am vortheilhaftesten für die Wahrnehmung der Tiefendimensionen sein.

Auch für nähere Theile der Bodenfläche ist eine punktförmige Zeichnung oder eine solche mit Linien, die vom Beobachter aus in die Ferne laufen, nothwendig, wenn die Ferne durch das binoculare Sehen sicher wahrgenommen werden soll. Horizontale Linien, die quer vor dem Beobachter von rechts nach links laufen, können nichts helfen, denn die Bodenfläche ist Punkthoropter oder Verticalhoropter, aber nicht Horizontalhoropter. Man erkennt dies deutlich an Treppenstufen. Wenn sie blos dem Rande der Stufe parallel gestreift oder beschattet sind, so fühlt man sich unsicher, wenn man bei schwacher Beleuchtung hinabsteigt, wo man die kleinen Fleckchen und Ungleichheiten des Materials nicht erkennen kann. Wenn aber ein Teppich mit Längsstreifen die Treppe hinabgelegt ist, oder dunkle Streifen gemalt sind, parallel der Länge der Treppe, dann hat derjenige, der hinabsteigt, eine deutliche stereoskopische Wahrnehmung der Stufen, und tritt sicher.

Bei veränderter Richtung der Visirebene können nun auch Flächen von nicht horizontaler Richtung in den Horopter kommen und so deutlich modellirt erscheinen, wie es im Horopter geschieht. Wenn ich an den Bergabhängen hier bei Heidelberg, die nach der Rheinebene abfallen, eine Stelle suche, welche in ziemlich gleich bleibender Neigung sich gegen die Ebene senkt, und aus einer Höhe von 200 bis 300 Fuss längs des Abhanges herabsehe, so erscheint der Bergabhang deutlich und bestimmt modellirt, so weit er der Visirebene parallel läuft; der Anfang der Ebene unten aber, den die Gesichtslinien unter einem Winkel von 30—40 Grad treffen, sieht ziemlich wie ein ebenes Bild aus. Andererseits wenn ich den Blick nach den 40
entfernteren Theilen der Ebene richte, welche dann zwar nicht ganz im Horopter liegen, aber doch den Horopter unter einem sehr kleinen Winkel schneiden, so erscheinen diese wieder deutlicher in ihrer wahren Form. Die Ebene, so gesehen, macht ungefähr den Eindruck, als wenn sie vom Fuss des Berges aus eine Strecke lang anstiege, um sich dann weiter gegen den Horizont zu in horizontaler Richtung fortzusetzen. Es entsteht dadurch scheinbar eine Art flachen Thales längs

des Fusses der Berge, und die entfernteren ebenen Strecken scheinen höher zu liegen als der Fuss der Berge.

Wegen dieser Verhältnisse habe ich in der Zeichnung Fig. 45 für den Winkel zwischen dem scheinbar und wirklich verticalen Meridian den Werth von $1^{0}\ 13'$ genommen, dessen Tangente gleich der halben Entfernung meiner Augen von einander (34 Millimeter), dividirt durch die Höhe meiner Augen über dem Boden (1660 Millimeter) ist. Volkmann hat für die Divergenz der scheinbar verticalen Meridiane beider Augen angegeben $2^{0}\ 15'$, dessen Hälfte $1^{0}\ 4'\ 3''$ jenem Winkel nahe genug entsprechen würde. Kleine individuelle Verschiedenheiten werden hierbei natürlich vorkommen. Bei meinen Kindern von 13 und 11 Jahren sind die Augendistanzen nahezu in demselben Verhältnisse kleiner als die Höhe der Augen über dem Boden, sodass der fragliche Winkel derselbe bleibt und sie die verticalen Linien der Fig. 45 ebenfalls zusammenfallen sehen. Dadurch, dass ich den aus der Theorie folgenden Winkel für die Fig. 45 gewählt habe, konnte ich die Theorie an dieser Figur prüfen, während sonst nur schwer eine feste Bestimmung des Winkels sich hätte erlangen lassen.

41 4. Mathematische Berechnung der Form des Horopters.

Um die Gleichungen für den Horopter zu bilden, benutze ich folgende Sätze aus der analytischen Geometrie:

1) Wenn

$$\left.\begin{aligned} ax + by + cz + d &= 0 \\ a_1x + b_1y + c_1z + d_1 &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(A)}$$

die Gleichungen zweier Ebenen in der Normalform sind, das heisst, wenn zwischen den Coefficienten derselben folgende Beziehungen bestehen:

$$\left.\begin{aligned} a^2 + b^2 + c^2 &= 1 \\ a_1^{\,2} + b_1^{\,2} + c_1^{\,2} &= 1 \end{aligned}\right\} \qquad \text{(B)}$$

so sind a, b, c und a_1, b_1, c_1 die Cosinus derjenigen Winkel, welche die positiven Normalen der Ebenen mit den positiven rechtwinkeligen Coordinataxen der x, y und z bilden. Für diejenigen Punkte des Raumes, welche auf Seite der positiv

gerechneten Normalen liegen, sind die in den Gleichungen (A) gleich Null gesetzten Ausdrücke positiv.

Die Entfernungen der beiden Ebenen vom Mittelpunkte der Coordinaten sind d und d_1.

2) Es bezeichnet ferner der Ausdruck:

$$aa_1 + bb_1 + cc_1$$

den Cosinus des Winkels, den die beiden Ebenen oder ihre positiven Normalen mit einander machen. Sind die beiden Ebenen rechtwinkelig zu einander, so ist:

$$aa_1 + bb_1 + cc_1 = 0.$$

3) Die Gleichung:

$$\lambda(ax + by + cz + d) + \mu(a_1x + b_1y + c_1z + d_1) = 0 \} \quad \text{(C)}$$

worin λ und μ zwei beliebig gewählte Constanten sind, ist die
Gleichung einer Ebene, welche durch die Schnittlinie der bei- 42
den durch die Gleichungen (A) gegebenen Ebenen geht. Denn diejenigen Werthe von x, y, z, welche die beiden Gleichungen (A) erfüllen, erfüllen nothwendig auch die Gleichung (C). Sie entsprechen also Punkten, die allen drei Ebenen gemeinsam sind. Nun müssen aber sämmtliche Punkte der Schnittlinie der Ebene A beiden Ebenen angehören, folglich den beiden Gleichungen (A) genügen. Alle Punkte der Schnittlinie liegen also auch in der Ebene C.

4) Wenn die Coefficienten λ und μ so gewählt sind, dass die Gleichung (C) die Gleichung einer Ebene in der Normalform ist, das heisst, wenn:

$$\lambda^2 + 2\lambda\mu(aa_1 + bb_1 + cc_1) + \mu^2 = 1 \} \quad \text{(D)}$$

ist, so sind die Cosinus der Winkel, welche die positive Normale der Ebene C mit der positiven Normale der ersten und zweiten Ebene der Gleichungen (A) macht, beziehlich:

$$\lambda + \mu[aa_1 + bb_1 + cc_1]$$
$$\mu + \lambda[aa_1 + bb_1 + cc_1]$$

wie man leicht nach der unter 2) angegebenen Regel findet. Wenn also die Ebenen A rechtwinkelig auf einander stehen, und deshalb:

$$aa_1 + bb_1 + cc_1 = 0,$$

so sind λ und μ die Cosinus der Winkel, welche die Ebene C mit ihnen macht.

Die Gleichung (D) reducirt sich in diesem Falle auf:

$$\lambda_2 + \mu_2 = 1,$$

welche erfüllt wird, wenn man setzt:

$$\lambda = \cos\vartheta$$
$$\mu = \sin\vartheta.$$

Dann ist ϑ der Winkel, den die Ebene C mit der Ebene:

$$ax + by + cz + d = 0$$

macht.

---

43 Nach diesen Vorbemerkungen wenden wir uns zur Bestimmung des Horopters.

Wir nehmen die Visirebene an als die Ebene der xy, den Fixationspunkt als Anfangspunkt der Coordinaten, die Halbirungslinie des Convergenzwinkels der Gesichtslinien als Axe der x, sodass die eine Gesichtslinie mit der Axe der x den Winkel $+\gamma$, die andere den Winkel $-\gamma$ bildet. Die Gleichungen der ersten Gesichtslinie sind alsdann:

$$\left.\begin{aligned} x\sin\gamma - y\cos\gamma = 0 \\ z = 0 \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Diese beiden Gleichungen sind als die Gleichungen zweier Ebenen in der Normalform zu betrachten, welche auf einander rechtwinkelig sind. Die positive Normale der ersten fällt nach der Seite des zweiten Auges hin, die der zweiten in Richtung der positiven z, welches die Richtung nach oben sein mag.

Durch die Gesichtslinie als Schnittlinie beider Ebenen legen wir die Ebene eines beliebigen Meridians des betreffenden Auges, welche mit der Visirebene den Winkel ϑ bilden möge. Ihre Gleichung ergiebt sich, wie oben unter (C):

$$(x\sin\gamma - y\cos\gamma)\sin\vartheta + z\cos\vartheta = 0\} \tag{2}$$

Bei positiven Werthen von ϑ zwischen 0 und π, neigt sich die positive Normale dieses Meridians nach innen gegen das andere Auge hin.

Die Aequatorialaxe der betreffenden Meridianebene bestimmen wir, indem wir durch den Mittelpunkt der Visirlinie eine zur Gesichtslinie senkrechte Ebene (Aequatorialebene) legen, deren Gleichung in der Normalform ist:

$$-x\cos\gamma - y\sin\gamma + a = 0 \qquad (3)$$

wenn a die Entfernung des Centrums der Visirlinien vom Fixationspunkte bedeutet. Diese Gleichung ergiebt sich leicht aus der Bedingung, dass sie mit den beiden Gleichungen (1) rechte Winkel zu bilden hat und um a vom Mittelpunkte der 44
Coordinaten abstehen soll. Ihre positive Normale sieht nach der Seite des Fixationspunktes.

Durch die Gleichungen (2) und (3) ist also die Aequatorialaxe der betreffenden Meridianebene gegeben. Die beiden Gleichungen bezeichnen zwei sich rechtwinkelig schneidende Ebenen.

Die Lage der Punkte im Sehfelde ist zu bestimmen durch eine Ebene, die durch die Aequatorialaxe der Meridianebene gelegt ist und mit dieser selbst den Winkel η bildet. Die Gleichung einer solchen Ebene ist wiederum gebildet, wie oben unter (C):

$$\left.\begin{array}{c}[(x\sin\gamma - y\cos\gamma)\sin\vartheta + z\cos\vartheta]\cos\eta - \\ {}[x\cos\gamma + y\sin\gamma - a]\sin\eta = 0\end{array}\right\} \qquad (4)$$

Für das andere Auge ersetzen wir die Grössen

$$\gamma \quad \vartheta \quad \eta \quad a \text{ beziehlich durch:}$$

$$-\gamma \quad \vartheta_1 \quad \eta_1 \quad a_1,$$

was uns entsprechend der Gleichung (4) die Gleichung giebt:

$$\left.\begin{array}{c}[-x\sin\gamma\sin\vartheta_1 - y\cos\gamma\sin\vartheta_1 + z\cos\vartheta_1]\cos\eta_1 - \\ {}[x\cos\gamma - y\sin\gamma - a_1]\sin\eta_1 = 0\end{array}\right\} \qquad (4\text{a})$$

Für correspondirende Punkte beider Sehfelder müssen die Winkel ϑ und ϑ_1 so gewählt werden, dass sie correspondirenden Meridianen entsprechen, und ferner muss sein:

$$\eta = \eta_1.$$

Unter diesen Bedingungen geben die beiden Gleichungen (4) und (4a) diejenigen Punkte des Raumes, welche in beiden Sehfeldern unter dem gleichen Distanzwinkel η von dem betreffen-

den Meridian entfernt erscheinen. Die Gleichungen (4) und (4a) sind aber Gleichungen einer unendlichen geraden Linie. Wenn wir in (4a) η_1 durch η ersetzen und dann η aus (4) und (4a) eliminiren, erhalten wir folgende Gleichung:

$$\left.\begin{aligned} 0 = (x^2+y^2)\sin\gamma\cos\gamma(\sin\vartheta_1+\sin\vartheta) - xy(\sin\vartheta-\sin\vartheta_1) \\ - xz\cos\gamma(\cos\vartheta_1-\cos\vartheta) - yz\sin\gamma(\cos\vartheta_1+\cos\vartheta) \\ - x\sin\gamma(a\sin\vartheta_1+a_1\sin\vartheta) - y\cos\gamma(a\sin\vartheta_1-a_1\sin\vartheta) \\ + z(a\cos\vartheta_1-a_1\cos\vartheta) \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

45 Diese Gleichung umfasst alle diejenigen Punkte des Raumes, welche in beiden Augen unter gleichen Distanzwinkeln von den betreffenden Meridianen erscheinen. Sie ist eine Fläche des zweiten Grades, und da für jeden einzelnen Werth des Distanzwinkels η die betreffenden Punkte eine unendliche gerade Linie bilden, die ganz in der Fläche 5 liegen muss, so kann die Fläche der Gleichung (5) nur ein Hyperboloid mit einer Mantelfläche sein, weil dies die einzigen Flächen zweiten Grades sind, in denen unendliche gerade Linien gezogen werden können. Als specielle Formen eines solchen Hyperboloids können auch auftreten hyperbolische Paraboloide, Ebenenpaare, Kegel und Cylinder.

Wir haben nun in der obigen Darstellung zweierlei bestimmte Meridianebenen für die Abmessungen des Sehfeldes gewählt, nämlich die horizontale und scheinbar verticale. Aus der Gleichung (5) lassen sich also je zwei neue Gleichungen bilden, indem man den Winkeln ϑ und ϑ_1 erstens diejenigen Werthe giebt, welche den horizontalen Meridianebenen zukommen, und zweitens diejenigen, die den scheinbar verticalen Meridianen zukommen. Das erstere giebt die Gleichung des Horizontalhoropters, das letztere die Gleichung des Verticalhoropters. Der Punkthoropter ist die Schnittlinie beider, welche im allgemeinen eine Curve doppelter Krümmung sein wird, wie sie durch die Durchschneidung zweier Hyperboloide entsteht.

Ich wende mich nun zu den einzelnen Fällen, in denen die Horopterlinie eine einfachere Form annimmt.

A. Der Fixationspunkt liegt in der Medianlinie in endlicher Entfernung.

a) Horizontalhoropter. Die Augen liegen in diesem Falle gleich weit entfernt vom Fixationspunkte; es ist also:

$$a = a_1.$$

Die horizontalen Meridiane bilden Winkel von gleicher 46
Grösse, aber entgegengesetzter Richtung mit der Visirebene; es ist also:

$$\vartheta_1 = -\vartheta.$$

Dadurch verwandelt sich Gleichung (5) in:

$$0 = 2xy \sin\vartheta + 2yz \sin\gamma \cos\vartheta - 2ya \cos\gamma \sin\vartheta \} \qquad (6)$$

welche Gleichung in zwei Factoren zerfällt, sodass sein muss entweder:

$$\left.\begin{array}{ll} & y = 0 \\ \text{oder} & z \sin\gamma = (a \cos\gamma - x) \operatorname{tang} \vartheta \end{array}\right\} \qquad (6\text{a})$$

Die erstere Gleichung ist die der Medianebene des Körpers, die zweite die Gleichung einer Ebene, in der die Mittelpunkte der beiden Augen liegen, deren Coordinaten sind:

$$z = o \qquad\qquad x = a \cos\gamma$$

und in der ausserdem auch der Punkt liegt, in welchem sich die beiden Aequatorialaxen der horizontalen Netzhautmeridiane schneiden.

Diese Aequatorialaxen sind nämlich für das eine Auge durch die obigen Gleichungen (2) und (3) gegeben.

$$x \sin\gamma \sin\vartheta - y \cos\gamma \sin\vartheta + z \cos\vartheta = 0$$
$$- x \cos\gamma - y \sin\gamma + a = 0.$$

Eliminiren wir y, so erhalten wir:

$$x \sin\vartheta + z \sin\gamma \cos\vartheta - a \cos\gamma \sin\vartheta = 0$$

für das eine Auge, und für das andere, wo $\sin\vartheta$ und $\sin\gamma$ negativ zu nehmen sind, dieselbe Gleichung. Beide stimmen aber mit der zweiten der Gleichungen (6a) überein. Also liegen beide genannte Horizontalaxen des Auges in der zweiten Horopterebene.

Wenn wir für die Bewegungen des Auges das Gesetz von Listing zu Grunde legen, wonach[1]):

$$\operatorname{tang} \vartheta = \frac{\sin \gamma \sin \beta}{\cos \gamma + \cos \beta},$$

47 worin unter β der Winkel verstanden ist, um den die Visirebene unter ihre Primärlage gesenkt ist, so lässt sich die Lage der genannten Horopterlinie noch anders bestimmen.

Die Gleichungen für die Primärrichtung der Gesichtslinien sind unter diesen Umständen:

$$y = a \sin \gamma \quad \text{und} \quad z = (a \cos \gamma - x) \operatorname{tang} \beta \,\}, \tag{6b}$$

und die Gleichung einer zu ihnen senkrechten Ebene, welche durch die Centra der Augen geht, findet sich leicht nach der oben unter 2) gemachten Bemerkung:

$$x \cos \beta - z \sin \beta = a \cos \gamma \cos \beta \,\}. \tag{6c}$$

Die Gesichtslinien sind gegeben durch die Gleichungen:

$$z = 0 \qquad y = x \operatorname{tang} \gamma \}. \tag{6d}$$

Die zu ihnen normal gerichtete Aequatorialebene des ersten Auges hat die Gleichung wie oben:

$$x \cos \gamma + y \sin \gamma = a \}. \tag{6e}$$

Durch die Primärrichtung der einen Gesichtslinie und ihre gegenwärtige Lage denke man sich eine Ebene gelegt, deren Gleichung ist:

$$x \operatorname{tang} \beta \operatorname{tang} \gamma - y \operatorname{tang} \beta + z \operatorname{tang} \gamma = 0 \}. \tag{6f}$$

Man verificirt diese Gleichung leicht dadurch, dass man den Werth von y aus je einer der Gleichungen der Linien (6b) oder (6d) hineinsetzt, dann folgt aus (6f) die entsprechende zweiten Gleichung der betreffenden Linie. Folglich liegen die beiden Linien ganz in der Ebene 6f.

Die Gleichung (6f), verbunden mit der Gleichung der zweiten Horopterebene 6a, welche nach Substitution des obigen Werthes für tang ϑ wird:

$$z (\cos \gamma + \cos \beta) = (a \cos \gamma - x) \sin \beta \}. \tag{6g}$$

1) Siehe meine Abhandlung über Augenbewegungen im Archiv für Ophthalmologie. Bd. IX. Abth. II. S. 210 Gleichung (k) (oben S. 416).

giebt die Lage der Schnittlinien beider Ebenen. Suchen wir die Gleichung derjenigen Ebene, welche senkrecht zu dieser Schnittlinie ist und durch das Centrum des betreffenden Auges geht, so ist diese:

$$x(\cos\gamma + \cos\beta) + y\sin\gamma - z\sin\beta = a(1 + \cos\gamma\cos\beta)\}. \quad (6h)$$

Wenn man nun nach der oben unter 2) gegebenen Vor- 48
schrift die Cosinus der Winkel bestimmt, welche die letzte Ebene 6h mit den Ebenen 6c und 6e bildet, so findet man sie gleich gross, nämlich gleich:

$$\sqrt{\frac{1 + \cos\gamma\cos\beta}{2}}.$$

Daraus folgt, dass auch die Normalen der drei Ebenen, nämlich die Primärlage der Gesichtslinie und die zeitweilige Lage der Gesichtslinie, mit der durch die Gleichungen (6f) und (6g) in der Horopterebene gegebenen Linien gleiche Winkel bilden. Da letztere nun überdies mit den beiden erstgenannten Linien in derselben Ebene liegt, laut (6f), so halbirt sie den Winkel zwischen der Gesichtslinie und ihrer Primärlage. Daraus ergiebt sich die Richtigkeit der oben in Fig. 2 vorgeschriebenen Construction für die Horopterebene.

b. Verticalhoropter.

Die scheinbar verticalen Meridiane bilden zwei Winkel mit der Visirebene, welche einander zu zwei Rechten ergänzen. Nennen wir ε den Winkel, um den die scheinbar verticalen Meridiane von den wirklich verticalen abweichen, und wie bisher ϑ den Winkel, um den die horizontalen Meridiane von der Visirebene abweichen, so ist in der Gleichung (5) zu setzen

statt	a_1	ϑ	ϑ_1
überall	a	$\left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon + \vartheta\right)$	$\left(\frac{\pi}{2} + \varepsilon - \vartheta\right)$

Dadurch erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned} o = 2(x^2 + y^2)\sin\gamma\cos\gamma\cos(\vartheta - \varepsilon) - \\ 2xz\cos\gamma\sin(\vartheta - \varepsilon) - 2ax\sin\gamma\cos(\vartheta - \varepsilon) \\ + 2az\sin(\vartheta - \varepsilon) \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Wir können diese Gleichung umschreiben in folgende Form:

49
$$\left.\begin{array}{l}\left[x - \frac{1}{2} z \frac{\operatorname{tang}(\vartheta - \varepsilon)}{\sin \gamma} - \frac{1}{2} \frac{a}{\cos \gamma}\right]^2 \\ + y^2 = \left[\frac{1}{2} z \frac{\operatorname{tang}(\vartheta - \varepsilon)}{\sin \gamma} - \frac{1}{2} \frac{a}{\cos \gamma}\right]^2\end{array}\right\} \quad (7a)$$

Dies ist für constante Werthe von z die Gleichung eines Kreises, dessen Radius gleich Null wird, wenn:

$$z = + \frac{a \operatorname{tang} \gamma}{\operatorname{tang}(\vartheta - \varepsilon)} \quad (7b)$$

Da die durch Gleichung (7) gegebene Fläche einem Hyperboloide mit einer Mantelfläche entsprechen muss, und ein solches unendlich kleine kreisförmige Querschnitte nur bekommen kann, wenn es in einen Kegel übergeht, so ist die durch Gleichung 7 gegebene Fläche ein Kegel zweiten Grades, dessen Spitze um die in Gleichung (7b) gegebene Entfernung z von der Visirebene entfernt liegt, und zwar über ihr, wenn $\vartheta > \varepsilon$, und unter ihr, wenn $\vartheta < \varepsilon$.

Letzteres ist jedesmal der Fall, wenn der Blick gehoben ist, weil dann ϑ negativ wird. Grösser als ε kann ϑ nur bei stärkeren Graden der Convergenz nach unten werden.

Der Kegel ist symmetrisch gegen die Medianebene, da die Werthe von x und z für $+y$ und $-y$ dieselben bleiben.

Wenn man $y = 0$ setzt, findet man die beiden Linien, in denen er die Medianebene schneidet, gegeben durch die Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} y = 0 \\ x = z \frac{\operatorname{tang}(\vartheta - \varepsilon)}{\sin \gamma} \\ \text{und} \\ y = 0 \\ x = \frac{a}{\cos \gamma} \end{array}\right\} \quad (7c)$$

In der zweiten dieser Linien hat x einen constanten Werth. Es ist das die Schnittlinie, in der sich die beiden Aequatorialebenen der beiden Augen schneiden, deren Gleichung nach (3) für das erste Auge ist:

50
$$-x \cos \gamma - y \sin \gamma + a = 0$$

und für das zweite

$$-x \cos \gamma + y \sin \gamma + a = 0.$$

Daraus folgen für ihre gemeinsame Schnittlinie die zweiten der Gleichungen (7c). Diese Schnittlinie steht senkrecht zur Visirebene; in ihr liegt also die Spitze des Kegels.

Die Spitze des Kegels selbst ist der Punkt, in dem sich die scheinbar verticalen Aequatorialaxen schneiden, was mittels einer ähnlichen Anwendung der Gleichung (2) und (3), wie vorher für die Horizontalaxen, zu erweisen ist.

Die zweite Schnittlinie des Kegels mit der Medianebene, gegeben in dem ersten Paar von Gleichungen unter (7c), geht durch den Fixationspunkt, da für $z = 0$ auch $x = 0$ wird; da sie ausserdem auch durch die Spitze des Kegels geht, ist sie vollständig bestimmt.

In der Ebene $z = 0$ wird die Schnittlinie des Kegels:

$$\left(x - \frac{a}{2\cos\gamma}\right)^2 + y^2 = \left[\frac{a}{2\cos\gamma}\right]^2 \Big\} \qquad (7\,\text{d})$$

Es ist dies die Gleichung des sogenannten Müller'schen Horopterkreises, der aber nur in der Primärlage der Visirebene wirklich dem Horopter angehört. Denn es ist die Gleichung eines Kreises, welcher geht

1) durch den Fixationspunkt, da die Gleichung (7d) erfüllt wird, durch die Werthe von dessen Coordinaten:

$$x = 0 \qquad \text{und} \qquad y = 0.$$

2) und 3) durch die Mittelpunkte beider Augen, deren Coordinaten beziehlich sind:

$$x = a\cos\gamma$$
$$y = a\sin\gamma$$

und

$$x = a\cos\gamma$$
$$y = -a\sin\gamma.$$

Dadurch ist die Lage und Form des Kegels vollständig bestimmt.

Der Kegel ist ein schiefer Kegel; da das eine System
seiner Kreisschnitte senkrecht steht auf der zweiten durch die 51
Gleichungen (7c) gegebenen medianen Schnittlinie, so muss das andere System seiner Kreisschnitte senkrecht stehen auf der ersten der Linien (7c).

c. Punkthoropter.

Die eine Ebene des Horizontalhoropters, nämlich die Medianebene, schneidet den Kegel in den beiden durch die Gleichungen (7c) gegebenen Linien. Diese sind also Horopterlinien. Von ihnen liegt aber nur die durch den Fixationspunkt gehende vor den Augen im Gesichtsfelde.

Die zweite Ebene des Horizontalhoropters, welche durch die Mittelpunkte der Augen und durch den Schnittpunkt der Horizontalaxen geht, gegeben durch die Gleichung:

$$z \sin\gamma = (a \cos\gamma - x) \operatorname{tang} \vartheta\} \qquad (6a)$$

schneidet den Kegel in einem Kegelschnitt, der entweder eine Ellipse (beziehlich Kreis), eine Parabel oder Hyperbel sein muss, je nachdem die Ebene 6a die beiden Kanten des Kegels, die durch die Gleichungen (7c) bestimmt sind, auf derselben Seite der Spitze schneidet, oder einer parallel ist, oder sie auf verschiedenen Seiten der Spitze schneidet.

Um die Form der Schnitte zu erhalten, muss man die Gleichung des Kegels (7) auf andere rechtwinkelige Coordinaten bringen, u, v, y, deren vy Ebene parallel der Ebene des Horizontalhoropters (6a) ist. Ich bezeichne den in (7b) gegebenen Werth von z für die Spitze des Kegels mit z_0 und setze dann:

$$x = u \cos\zeta - v \sin\zeta + \frac{a}{\cos\gamma}$$
$$z = u \sin\zeta + v \cos\zeta + z_0$$
$$\operatorname{tang}\zeta = -\frac{\operatorname{tang}\vartheta}{\sin\gamma},$$

so erhält man die Gleichung des Kegels in folgender Form:

52 $$u^2 (z_0 \cos\gamma - a \operatorname{tang}\zeta) - uv\,[2 z_0 \cos\gamma \operatorname{tang}\zeta - a(1 - \operatorname{tang}^2\zeta)]$$
$$+ y^2 \frac{z_0 \cos\gamma}{\cos^2\zeta} + v^2 (z_0 \cos\gamma \operatorname{tang}^2\zeta + a \operatorname{tang}\zeta) = 0.$$

Nennen wir die den u parallele Axe des Kegelschnittes A, die den y parallele dagegen B, so folgt hieraus, dass:

$$\frac{A^2}{B^2} = \frac{z_0 \cos\gamma}{\cos^2\zeta\,(z_0 \cos\gamma - a \operatorname{tang}\zeta)}$$
$$= \frac{z_0 \cos\gamma\,(\sin\gamma^2 + \operatorname{tang}^2\vartheta)}{\sin\gamma\,(z_0 \cos\gamma \sin\gamma + a \operatorname{tang}\vartheta)}.$$

Wenn dies Verhältniss negativ ist, so ist der Schnitt eine Hyperbel; wenn es unendlich ist, eine Parabel, wenn positiv, eine Ellipse.

Ist der Blick gehoben, so ist tang ϑ und z_0 negativ; dann ist das Axenverhältniss stets positiv, also der Schnitt eine Ellipse: und zwar ist B in diesem Falle stets die grössere Axe, wie man sieht, wenn man für z_0 seinen Werth aus (7b) setzt.

$$\frac{A^2}{B^2} = \frac{\sin^2\gamma + \operatorname{tang}^2\vartheta}{\sin^2\gamma + \operatorname{tang}\vartheta \operatorname{tang}(\vartheta - \varepsilon)}.$$

Wenn dagegen ϑ positiv ist, wie es bei gesenktem Blicke der Fall ist, und $\vartheta > \varepsilon$, so ist das Verhältniss nothwendig positiv und $A > B$, die Ellipse also in Richtung der Gesichtslinien verlängert. Dagegen kann bei sehr kleinen Werthen von γ der Nenner auch Null oder negativ werden.

Die Bedingung für die Form einer Parabel ist, dass der Nenner gleich Null werde.

$$0 = \sin^2\gamma(1 + \operatorname{tang}\vartheta \operatorname{tang}\varepsilon) + \operatorname{tang}^2\vartheta - \operatorname{tang}\vartheta \operatorname{tang}\varepsilon.$$

Da $\sin\gamma$ jedenfalls sehr klein ist, können wir setzen, wie oben schon bemerkt ist:

$$\operatorname{tang}\vartheta = \sin\gamma \,.\, \sin(\tfrac{1}{2}\beta),$$

wodurch sich für $\sin\gamma$ die annähernd richtige Gleichung ergiebt: 53

$$\sin\gamma = \frac{\sin(\tfrac{1}{2}\beta)\operatorname{tang}\varepsilon}{1 + \sin^2(\tfrac{1}{2}\beta)}.$$

Wenn γ noch kleiner ist, als durch diese Gleichung gefordert wird, so ist die Curve eine Hyperbel.

Die Punkte, welche eine parabolische Horopterlinie geben, wenn sie fixirt werden, liegen, wenn sie sehr fern sind, doppelt so tief unter der Primärstellung der Visirebene als der Schnittpunkt der scheinbaren Verticalaxen des Auges beim Sehen in die Ferne. Wenn sie dem Beobachter näher sind, liegen sie noch tiefer als die weit entfernten.

Man erkennt dies, wenn man die letzte Gleichung umschreibt:

$$2 z_0 = 2 \frac{a \sin \gamma}{\operatorname{tang} \varepsilon} = a \cos \gamma \sin \beta \frac{1}{\cos \gamma \cos (\beta/_2)(1 + \sin^2 (\beta/_2))},$$

worin z_0 den Werth dieser Grösse für den Blick in weite Ferne bezeichnet; die Entfernung des Fixationspunktes von der Primärlage der Visirebene ist $a \cos \gamma \ \sin \beta$; der Bruch, mit dem es multiplicirt ist, ist kleiner als Eins; in grosser Entfernung aber gleich Eins.

Die Fixationspunkte für den hyperbolischen Horopter liegen in der Medianebene unterhalb derjenigen, welche parabolischen Horopter geben.

B. **Der Fixationspunkt in der Medianebene in unendlicher Entfernung.**

In diesem Falle werden die Grössen a und x unendlich, $\gamma = \vartheta = 0$ aber $x - a \cos \gamma$, welches wir mit ξ bezeichnen wollen, ist endlich, und ebenso $a \sin \gamma = d$, die halbe Distanz der beiden Augen. Unter diesen Umständen wird die Gleichung (6) für jeden beliebigen Werth von ξ, y und z, also für den ganzen Raum, erfüllt und die Gleichung des Verticalhoropters reducirt sich auf:

54 $$0 = \xi d \cos \varepsilon + \xi z \sin \varepsilon,$$

welche in zwei Factoren zerfällt, entweder:

$$\xi = 0$$

oder

$$z = - \frac{d}{\operatorname{tang} \varepsilon}.$$

Die erstere ist die Gleichung einer Ebene, welche durch die Mittelpunkte beider Augen senkrecht zur Visirebene geht; die zweite bezeichnet eine Ebene, welche durch den Schnittpunkt der scheinbaren Verticalaxen parallel zur Visirebene gelegt ist. Nur die letztere erscheint im Gesichtsfelde und hat Bedeutung als Horopter. Sie ist nicht blos Verticalhoropter, sondern auch Punkthoropter. Bei horizontaler Richtung der Visirebene ist es die horizontale Bodenfläche.

Für die Construction dieser Linien und Ebenen, welche in Fig. 46 S. 444 ausgeführt ist, ist zu bemerken, dass die Lage der horizontalen Horopterfläche, welche zur horizontalen Primärlage der Gesichtslinien gehört, in den von uns gebrauchten

Coordinaten, deren xy Ebene die unter dem Winkel β gegen ihre Primärlage geneigte Visirebene ist, durch folgende Gleichung gegeben ist:

$$(x - a\cos\gamma)\sin\beta + z\cos\beta = -\frac{a\sin\gamma}{\operatorname{tang}\varepsilon} \Big\} \qquad (7\,\text{e})$$

Man kann sich nun überzeugen, dass erstens diese Ebene, zweitens und drittens die beiden Ebenen, deren Schnittlinie die gerade Horopterlinie ist, nämlich:

$$\left.\begin{aligned} y &= 0 \\ \text{und} \qquad x\sin\gamma - z\operatorname{tang}(\vartheta - \varepsilon) &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (7\,\text{f})$$

endlich die Ebene, welche normal zu der bei der Construction benutzten Hülfslinie ist:

$$x(\cos\gamma + \cos\beta) + y\sin\gamma - z\sin\beta = a(1 + \cos\gamma\cos\beta\} \qquad (6\,\text{h})$$

dass diese vier Ebenen (7e), (7f) und (6h) sich alle in einem 55
Punkte schneiden, wenn für ϑ nach dem Gesetze von *Listing* gesetzt wird:

$$\operatorname{tang}\vartheta = \frac{\sin\gamma\sin\beta}{\cos\gamma + \cos\beta}.$$

Wenn man nämlich die Werthe von x, y, z aus den drei ersten Gleichungen in die vierte setzt, wird diese erfüllt.

Daraus folgt, dass wenn man die Schnittlinien der Ebenen (7e) und (6h) mit der Medianebene construirt, wie in Fig. 46 geschehen ist, dann deren Schnittpunkt auch der Horopterlinie (7c) angehört.

C. *Der Fixationspunkt in der Primärlage der Visirebene seitlich.*

In diesem Falle ist in der Gleichung (5) a und a_1 verschieden. Für den horizontalen Meridian des Sehfeldes ist:

$$\vartheta = \vartheta_1 = 0$$

für den scheinbar verticalen:

$$\vartheta = \frac{\pi}{2} - \varepsilon \qquad \vartheta_1 = \frac{\pi}{2} + \varepsilon.$$

Daraus ergiebt sich folgende Gleichung für den *Horizontalhoropter*:

$$0 = -2yz\sin\gamma + z(a - a_1)\} \qquad (8)$$

und folgende für den Verticalhoropter:

$$\left.\begin{array}{r}0 = 2(x^2 + y^2)\sin\gamma\cos\gamma\cos\varepsilon + 2xz\cos\gamma\sin\varepsilon - \\ x(a + a_1)\sin\gamma\cos\varepsilon + y(a_1 - a)\cos\varepsilon\cos\gamma - z(a + a_1)\sin\varepsilon\end{array}\right\} \quad (9)$$

Die Gleichung (8) zerfällt in zwei Factoren:

$$z = 0 \}, \quad (8a)$$

welches die Gleichung der Visirebene ist, und:

$$y = \frac{a - a_1}{2\sin\gamma} \}, \quad (8b)$$

56 welches die Gleichung einer zur Visirebene senkrechten und der x Axe, das heisst der Halbirungslinie des Convergenzwinkels parallelen Ebene ist.

Die Gleichungen der Aequatorialebenen beider Augen sind:

$$\left.\begin{array}{r}- x\cos\gamma - y\sin\gamma + a = 0 \\ - x\cos\gamma + y\sin\gamma + a_1 = 0\end{array}\right\} \quad (8c)$$

was nach Elimination von x giebt:

$$2y\sin\gamma = a - a_1,$$

identisch mit der Gleichung (8b). Die Horopterebene (8b) lässt sich also dadurch bestimmen, dass sie durch die Schnittlinien der Aequatorialebenen geht und parallel zur Halbirungslinie des Convergenzwinkels ist.

Die Gleichung (9) ist die eines Hyperboloids. Schreiben wir sie um in folgende Form:

$$\left.\begin{array}{l}\left[x + \tfrac{1}{2} z \frac{\operatorname{tang}\varepsilon}{\sin\gamma} - \frac{a + a_1}{4\cos\gamma}\right]^2 + \left[y - \frac{a - a_1}{4\sin\gamma}\right]^2 \\ = \left[\frac{z \operatorname{tang}\varepsilon}{2\sin\gamma} + \frac{a + a_1}{4\cos\gamma}\right]^2 + \left[\frac{a - a_1}{4\sin\gamma}\right]^2\end{array}\right\} \quad (9a)$$

so ergiebt sich, dass die Schnittlinie desselben mit allen der Visirebene parallelen Ebenen, für welche z constant ist, ein Kreis ist, dessen Radius am kleinsten ist, wenn:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{z \operatorname{tang}\varepsilon}{2\sin\gamma} + \frac{a + a_1}{4\cos\gamma} = 0 \\ \text{oder} \\ z = -\frac{a + a_1}{2}\frac{\operatorname{tang}\gamma}{\operatorname{tang}\varepsilon}\end{array}\right\} \quad (9b)$$

Es ist dies unterhalb der Visirebene, in solcher Entfernung, wo bei symmetrischer Augenstellung und gleichen Convergenzwinkeln die Spitze des Kegels liegt, der den Verticalhoropter 57
bildet, wie man bei Vergleichung von (9b) mit (7b) sieht.

Der Punkthoropter findet sich, wenn man die Gleichungen (8a) und (8b) mit (9) oder (9a) combinirt. Setzt man (8b) in (9a), so reducirt sich diese Gleichung auf:

$$\left[x + {}^1/_2\, z\,\frac{\operatorname{tang}\varepsilon}{\sin\gamma} - \frac{a+a_1}{4\cos\gamma}\right] = \pm\left[\frac{z\operatorname{tang}\varepsilon}{2\sin\gamma} + \frac{a+a_1}{4\cos\gamma}\right].$$

Also entweder:

$$\left.\begin{array}{l} x + z\,\dfrac{\operatorname{tang}\varepsilon}{\sin\gamma} = 0 \\ \text{oder} \\ x - \dfrac{a+a_1}{2\cos\gamma} = 0 \end{array}\right\} \qquad (9\text{c})$$

welche beiden Gleichungen in Verbindung mit der Gleichung (8b):

$$\left. y = \frac{a-a_1}{2\sin\gamma}\right\} \qquad (8\text{b})$$

die Gleichung zweier gerader Horopterlinien sind.

Die Gleichungen (8b) und die zweite der Gleichungen (9c) zusammengenommen, repräsentiren die Schnittlinie der Aequatorialebenen des Auges, wie man aus ihrer Vergleichung mit den Gleichungen dieser Ebene in (8c) erkennt. Die betreffende Horopterlinie fällt aber in Wirklichkeit nicht in das gemeinschaftliche Gesichtsfeld beider Augen.

Vergleicht man mit den Gleichungen der anderen Horopterlinie [die erstere der Gleichungen (9c) und (8b)] die Gleichung der Schnittlinie der beiden scheinbar verticalen Meridianebenen, deren Gleichungen nach 2) sind

$$(x\sin\gamma - y\cos\gamma)\cos\varepsilon + z\sin\varepsilon = 0,$$
$$(-x\sin\gamma - y\cos\gamma)\cos\varepsilon - z\sin\varepsilon = 0,$$

aus denen folgt:

$$x\sin\gamma + z\operatorname{tang}\varepsilon = 0,$$ 58
$$y = 0,$$

so ergiebt sich, dass die zweite Horopterlinie der Schnittlinie

der scheinbar verticalen Meridianebenen parallel ist, aber seitlich davon liegt in der Entfernung $(a - a_1)/(2 \sin\gamma)$.

Wenn man durch die Schnittlinie der beiden scheinbar verticalen Meridianebenen eine Ebene senkrecht zur Visirebene legt, so halbirt deren Schnittlinie mit der Visirebene den Convergenzwinkel der Gesichtslinien und bildet in unserem Coordinatensystem die xz Ebene. Nun lege man senkrecht zu dieser xz Ebene eine Ebene durch die Schnittlinie der scheinbar verticalen Meridiane, und parallel zur xz Ebene eine Ebene durch die Schnittlinie der Aequatorialebenen beider Augen; wo die beiden zuletzt construirten Ebenen sich schneiden, liegt die gerade Horopterlinie.

Die Gleichung (8a) verbunden mit (9a) giebt die zweite Linie des Punkthoropters.

Diese ist:

$$\left.\begin{aligned}\left[x - \frac{a+a_1}{4\cos\gamma}\right]^2 + \left[y - \frac{a-a_1}{4\sin\gamma}\right]^2 = \left[\frac{a+a_1}{4\cos\gamma}\right]^2 + \left[\frac{a-a_1}{4\sin\gamma}\right]^2 \\ z = 0,\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

die Gleichung eines Kreises, welcher mit dem Müller'schen Horopterkreise zusammenfällt. Denn die Gleichung (10) wird erfüllt:

1) Für den Fixationspunkt, dessen Coordinaten sind:

$$x = 0, \quad y = 0.$$

2) Für den Mittelpunkt des ersten Auges:

$$x = a\cos\gamma, \quad y = a\sin\gamma.$$

3) Für den Mittelpunkt des zweiten Auges:

$$x = a_1\cos\gamma, \quad y = -a_1\sin\gamma.$$

59 Ausserdem liegen in diesem Kreise auch natürlich die beiden Punkte, wo die beiden geraden Horopterlinien die Visirebene schneiden, nämlich:

4) Für den der sichtbaren Horopterlinie:

$$x = 0, \quad y = \frac{a-a_1}{2\sin\gamma}.$$

5) Für die nicht sichtbare Horopterlinie:

$$x = \frac{a+a_1}{2\cos\gamma}, \quad y = \frac{a-a_1}{2\sin\gamma}.$$

6) Endlich noch der Punkt, wo die Halbirungslinie des Convergenzwinkels den Kreis schneidet:

$$x = \frac{a + a_1}{2 \cos \gamma}, \quad y = 0.$$

Man erkennt leicht, dass der Punkt 4 gleichweit von 2 und 3 absteht, ebenso der Punkt 6. Beide liegen also in der Medianebene des Kopfes. Die Verbindungslinie der Punkte 4 und 6 (die Linie fg der Fig. 47) muss also senkrecht stehen auf der von 2 und 3 (ab Fig. 47) und letztere halbiren, ausserdem durch den Mittelpunkt des Kreises gehen. Nennen wir d die halbe Distanz der Augen und e die Linie, welche die Punkte 2 und 4 verbindet, so ist

$$d^2 = \left(\frac{a - a_1}{2}\right)^2 \cos^2 \gamma + \left(\frac{a + a_1}{2}\right)^2 \sin^2 \gamma,$$

$$e^2 = a^2 \cos^2 \gamma + \left(a \sin \gamma - \frac{a - a_1}{2 \sin \gamma}\right)^2,$$

oder nach einigen leichten Reductionen:

$$e^2 = \left(\frac{a - a_1}{2}\right)^2 \frac{\cos^2 \gamma}{\sin^2 \gamma} + \left(\frac{a + a_1}{2}\right)^2;$$

also

$$e = \frac{d}{\sin \gamma}.$$ 60

Macht man also in der ersten Gleichung (9c) für die gerade Horopterlinie:

$$z = - \frac{d}{\operatorname{tang} \varepsilon},$$

das heisst gleich dem Abstande der Bodenfläche, so wird:

$$x = \frac{d}{\sin \gamma} = e,$$

worauf die in Fig. 47 angegebene Construction beruht.

LXVIII.

Bemerkungen über die Form des Horopters.

Aus Poggendorff's Annalen der Physik und Chemie. Bd. 123. S. 158—161.

158 In einer Anmerkung zu Band CXXII, Seite 477 dieser Annalen ergreift Hr. E. Hering die Gelegenheit eine von ihm im vierten Hefte seiner Beiträge zur Physiologie aufgestellte Behauptung zu wiederholen, dass ich nämlich irrthümlicher Weise der allgemeinen Horoptercurve zwei Zweige zugeschrieben hätte, während sie nur einen habe.

Der Sachverhalt ist, wie ich hiergegen bemerken muss, folgender: Die Horopterlinie wird im allgemeinen gebildet durch gewisse Theile einer Schnittlinie gewisser Flächen zweiten Grades. Ich selbst habe sie als die Schnittlinie zweier Hyperboloide von einer Mantelfläche dargestellt.[1] Ausser dieser Darstellung hat Hr. Hering auch noch die durch einen Kegel gegeben, der einen Cylinder schneidet, in dessen Oberfläche seine Spitze liegt. Man kann bekanntlich eine solche Schnittlinie zweier Flächen zweiten Grades sehr mannigfaltig darstellen, da sich unendlich viele Flächen zweiten Grades durch dieselbe Schnittlinie legen lassen.

Die genannte Schnittlinie besteht nun in diesem Falle aus zwei getrennten Theilen, nämlich 1) einer geraden Linie,
159 2) einer zusammenhängenden Curve doppelter Krümmung. Die gerade Linie ist bei der von mir an der genannten Stelle eingeschlagenen Behandlung des Problems die Schnittlinie der beiden Ebenen, welche in den Knotenpunkten beider Augen senkrecht zu den Gesichtslinien errichtet sind. Hr. Hering

1) Archiv für Ophthalmologie. Bd. X. Abth. I. (Vorige Aufsatz).

hat nun bemerkt, dass diese gerade Linie[1]) nicht Horopter ist, obgleich sie bei der analytischen Behandlung des Problems den gefundenen Gleichungen der Horopterlinie genügt, aber er hat nicht bemerkt, dass auch ein Theil der Curve nicht Horopter ist.

Diese Curve geht nämlich durch die Knotenpunkte beider Augen und läuft mit ihren beiden Enden nach entgegengesetzten Richtungen in das Unendliche aus. Diejenigen Stücke der Curve nun, welche zwischen Unendlich und je einem Knotenpunkte liegen, bilden den Horopter; das zwischen den Knotenpunkten liegende Stück der Curve ist aber nicht Horopter. Wenn also auch die krumme Schnittlinie der Hyperboloide eine Curve von einem Zweige ist, so hat doch die Horopterlinie zwei vollständig von einander getrennte Zweige.

Wenn der Fixationspunkt in der Primärlage der Visirebene oder in der Medianebene des Kopfes liegt, stossen die beiden Zweige der Horopterlinie in einem Punkte zusammen und verwandeln sich in zwei sich schneidende ebene Curven, nämlich in eine gerade Linie und einen ebenen Kegelschnitt, der in dem ersten der eben genannten Fälle ein Kreis, der von J. *Müller* schon gefundene Horopterkreis ist, dieser Kreis geht bekanntlich durch den Fixationspunkt und die Knotenpunkte beider Augen.

Es ist aber evident, dass von diesem *Müller*'schen Horopterkreise derjenige Bogen, welcher zwischen den Knotenpunkten beider Augen liegt und nicht durch den Fixationspunkt geht, ebenfalls nicht Horopter ist. Denn abgesehen davon, dass bei der gewöhnlichen Gesichtsbildung gar kein Theil dieses Bogens, der durch die Nasenwurzel hindurchgeht, von beiden Augen gleichzeitig gesehen werden kann, würden auch selbst bei so platter Nase und so hervorragenden Augen, welche dies möglich machten, die Punkte dieses Bogens sich 16)
auf den beiden äusseren, also *nicht identischen* Seiten beider Netzhäute abbilden. Und auch bei gewöhnlicher Gesichtsbildung erkennt man ja leicht, dass Objecte, die diesem Bogen nahe liegen, wie zum Beispiel unser Nasenrücken selbst, beiden

1) In den ausführlicher besprochenen Fällen ist sie übrigens von mir gar nicht mit aufgeführt worden. S. auch S. 422 Z. 12 v. u.

Augen an gerade entgegengesetzten Seiten des Gesichtsfeldes erscheinen.

Was nun in dem speciellen Falle von dem genannten Bogen des Müller'schen Kreises gilt, gilt in dem allgemeineren Falle, wie leicht ersichtlich, gerade ebenso von demjenigen Stücke der Curve, welches zwischen den beiden Knotenpunkten liegt. In diesem Stücke der Curve schneiden sich zwar auch identische Richtungslinien, aber es ist das nach hinten über die Netzhaut hinaus verlängerte Stück der einen, welches das vordere Stück der entsprechenden Richtungslinie im anderen Auge schneidet, während ein reelles Object, das einfach gesehen werden soll, im Schnittpunkte der vor dem Auge gelegenen Theile identischer Richtungslinien sich befinden muss.

Ich will nun deshalb, weil Hr. Hering diesen Punkt übersehen hat, ihm nicht nachsagen, wie er es mir im entsprechenden Falle gethan hat, dass das Allgemeinergebniss seiner Rechnung über den Horopter unrichtig sei. Im Gegentheile kann ich seine Behandlung des Problems meinen Lesern nur als sehr elegant, übersichtlich und vollständig anempfehlen; freilich ist die Assymmetrie der beiden Netzhäute, welche einen sehr wichtigen Einfluss auf die Gestaltung des Horopters hat, nur sehr nebenbei berücksichtigt worden.

Auch muss ich einräumen, dass in der ersten vorläufigen Notiz, die ich in den Verhandlungen des hiesigen naturwissenschaftlichen Vereins[1]) über meine Untersuchungen, den Horopter betreffend, gegeben habe, derselbe gegeben ist durch eine Gleichung vierten und eine zweiten Grades. Ich hatte damals noch nicht bemerkt, dass zwei Gleichungen nur zweiten Grades
161 genügend seien. In der schliesslichen ausführlichen Redaction meiner Untersuchungen habe ich diese vereinfachte Darstellung noch vor Hrn. Hering's entsprechenden Untersuchungen gegeben und veröffentlicht.

Was die vielen anderen Ausstellungen betrifft, die Hr. Hering an meinen Arbeiten über Augenbewegungen und Ho-

1) Sitzung vom 24. October 1862, abgedruckt in den Heidelberger Jahrbüchern.

ropter zu machen findet, so behalte ich mir vor, diejenigen, wo sachliche Erläuterungen oder die Beseitigung von Missverständnissen nöthig erscheinen, in meinem nun bald vollendeten Handbuch der Optik zu berücksichtigen.

Nur einen Punkt noch muss ich gleich erörtern. Ich habe in meinem Aufsatze über die Augenbewegungen[1]) gesagt, Hr. Hering habe „die richtige Behauptung aufgestellt, dass der Horopter immer linienförmig sei". In diesen Worten findet Hr. Hering die Insinuation, er habe es zwar behauptet, aber nicht erwiesen, und vertheidigt sich dagegen. Ich bedaure sehr, dass meine in ganz unverfänglicher und wohlmeinender Absicht geschriebenen Worte eine solche Deutung erleiden konnten, und erkläre daher hier ausdrücklich, dass auch meiner Meinung nach Hr. Hering im dritten Hefte seiner Beiträge einen vollkommen genügenden Beweis für diesen von ihm selbstständig und unabhängig von meiner gleichzeitigen Arbeit gefundenen Satz gegeben habe.

Zusatz (1882). Wenn durch einen Raumpunkt zwei verschieden gerichtete einfach gesehene Linien gehen, so gehört er nothwendig dem Punkthoropter an (S. 448). Wenn aber die verschiedenen Werthen von ϑ und ϑ_1 [Gleichung (4) und (4a)] entsprechenden Schnittlinien alle zusammenfallen, ist dies nicht mehr nothwendig. Dies geschieht aber für den Werth $\eta = \eta_1 = 0$. Die entsprechende Schnittlinie ist die der beiden Aequatorialebenen, und diese ist also nicht Horopter, selbst abgesehen von den physiologischen Gründen, die eine Bestimmung über Identität der Netzhautpunkte für die Aequatorialebenen des Auges unmöglich machen.

1) Archiv für Ophthalmologie. Bd. IX. 2. S. 159.

LXIX.

Ueber den Einfluss der Raddrehung der Augen auf die Projection der Retinalbilder nach Aussen.

Aus den Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. Bd. III. S. 170—171. Vom 25. November 1864.

(Das Manuscript wurde am 10. März 1865 eingereicht.

---

170 Die Regel, dass die gesehenen Objecte in Richtung der Visirlinien des Auges nach Aussen projicirt werden, erleidet gewisse Ausnahmen. Wenn man bei parallel gestellten Gesichtslinien ein nicht unendlich weit entferntes Object betrachtet, so sieht man dieses in Doppelbildern, und doch, wie namentlich Hr. E. Hering neuerlich mit Recht hervorgehoben hat, in natürlicher Grösse und Entfernung vom Auge, woraus nothwendig folgt, dass diese Doppelbilder in falscher Richtung projicirt werden. Wenn man ein entferntes Object mit einem Auge fixirt, während das andere geschlossen ist, und man dann ohne die Fixationsrichtung des offenen Auges zu verändern, die Convergenz beider Augen vermehrt, so tritt eine Scheinbewegung der fixirten Objecte nach der Seite des offenen Auges hin ein. Hr. E. Hering hat den hierher gehörigen Erscheinungen den empirischen Ausdruck gegeben, dass wir die Objecte so projiciren, als wenn die Netzhautbilder sich in einem in der Mitte zwischen beiden wirklichen Augen gelegenen ideellen Auge befänden, dessen Gesichtslinie nach dem Convergenzpunkte der beiden wirklichen Gesichtslinien gerichtet wäre.

Der Vortragende glaubt, dass diese Erscheinungen zu erklären sind daraus, dass wir beim gewöhnlichen Sehen keine bewusste Trennung der Eindrücke beider Augen vollziehen und die Richtung der Gegenstände daher auch nicht auf je ein oder das andere Auge, sondern auf den Kopf und dessen Mittelebene beziehen lernen.

In Beziehung dagegen auf die Raddrehungen der Augen geht Hr. E. Hering von der Annahme aus, dass die Projection der Objecte immer so vollführt wird, als ob gar keine Raddrehung da wäre. In dieser Beziehung verhält es sich indessen ganz ähnlich wie bei den Seitenbewegungen der Augen. Der Vortragende hat gefunden, dass wenn er mit parallelen Gesichtslinien durch schwarze Röhren sieht und einen bezeichneten Durchmesser derselben vertical zu stellen sucht, er ihn auch bei secundären und tertiären Stellungen der Gesichtslinien so stellt, dass er einen verticalen Faden deckt; nicht aber, wenn er dasselbe mit convergenten Gesichtslinien thut. Auch hier tritt eine auffallende scheinbare Lagenänderung eines solchen Durchmessers ein, wenn man mit einem Auge durch die Röhre bei parallelen Gesichtslinien blickt und den Durchmesser horizontal oder vertical stellt, dann die Augen bei ungeänderter Richtung des fixirenden Auges zur Convergenz bringt. Es lassen sich auch hier die 171
Erscheinungen im Ganzen so beschreiben, dass man die Objecte so sieht, wie das Hering'sche ideelle Cyklopenauge sie sehen würde, wenn es die normalen Drehungen eines Auges mitmachte, welches auf den Convergenzpunkt der beiden Gesichtslinien gerichtet ist, und dessen Drehung also immer nahehin dem Mittel aus den Raddrehungen beider Augen zusammen genommen entsprechen würde.

Der Vortragende hatte früher diesen Einfluss der Convergenz nicht bemerkt. Der Versuch über die scheinbare Concavität von geraden Linien, die mit stark seitlich gewendetem oder stark gehobenem oder gesenktem Blicke durchlaufen werden, gelingt desto besser, je näher sie dem Beobachter sind, je grössere Convergenz sie also fordern, während bei sehr weit entfernten geraden Linien die Täuschung schwindet.

Der Inhalt der vorstehenden Aufsätze LXIV. bis LXIX. ist in der vom Verfasser am 14. April 1864 vor der Royal Society zu London gehaltenen Croonian Lecture zusammengefasst; diese hier in Uebersetzung wiederzugeben erschien deshalb unnöthig. Eine weitere Ausarbeitung derselben Gegenstände giebt sein „Handbuch der Physiologischen Optik".

LXX.

Das Telestereoskop.

Aus Poggendorf's Annalen der Physik und Chemie.
Bd. 102. S. 167–175. — 1857.[1])

168 Das Netzhautbild jedes einzelnen menschlichen Auges stellt eine perspectivische Projection der im Gesichtsfelde befindlichen Gegenstände dar. Da der Standpunkt, von welchem diese Projection aufgenommen ist, für beide Augen desselben Individuum etwas verschieden ist, sind auch die beiden perspectivischen Bilder selbst nicht ganz identisch, und ihre Verschiedenheiten benutzen wir, wie die stereoskopischen Versuche lehren, um uns daraus ein Urtheil über die verschiedene Entfernung der dargestellten Objecte vom Auge zu bilden. Nun sind die Abbildungen desselben Gegenstandes auf beiden Netzhäuten desto mehr von einander verschieden, je näher der Gegenstand den Augen steht. Bei sehr entfernten Gegenständen, gegen deren Entfernung die Distanz der Augen ver-
169 schwindend klein ist, verschwindet auch der Unterschied der Bilder, und für solche geht uns also dieses Hülfsmittel, die Entfernungen der Gegenstände zu schätzen und ihre körperliche Gestalt zu erkennen, verloren.

Man kann sich davon namentlich an fernen Gegenständen von unregelmässiger Form, z. B. den die Aussicht begrenzenden Bergzügen, überzeugen. Die letzteren erscheinen stets wie eine uns kreisförmig umgebende, am Horizont gerade aufsteigende Wand; wir erkennen nichts von den Wölbungen,

1) Eine vorläufige Notiz gab schon Pogg. Ann. Bd. 101. S. 494.

Einschnitten, verschiedenen hinter einander liegenden Ketten der Berge, wenn uns nicht Schlagschatten, Luftperspective oder eine genaue schon früher erworbene Kenntniss ihrer Form zu Hülfe kommen. Bei Gegenständen von regelmässiger Form, Gebäuden u. s. w. genügt dem Vorstellungsvermögen schon eher eine einzige perspectivische Ansicht, um sich die nach der Tiefe des Bildes gerichteten Dimensionen ziemlich gut zu ergänzen.

Bei den stereoskopischen Landschaftsbildern, welche jetzt viel durch Photographie erzeugt werden, ist nun diesem Mangel dadurch abgeholfen dass der Photograph für die zweifache Aufnahme der Landschaft, sich zwei beliebig weit von einander entfernte Standorte wählen, und daher jedenfalls zwei hinreichend von einander verschiedene perspectivische Projectionen der Gegend verschaffen kann. Der Beschauer glaubt dann im Stereoskope ein verkleinertes Modell der Landschaft zu sehen, dessen Dimensionen sich zu denen der Landschaft verhalten, wie die Augendistanz des Beobachters zur Distanz der beiden Standorte der photographirenden Camera obscura.

Daher erklärt sich, dass diese stereoskopischen Bilder eine viel deutlichere Vorstellung von der Form der Landschaft geben, als die Betrachtung der wirklichen Landschaft wenigstens einem durchreisenden Fremden gewährt, der die einzelnen Objecte der Landschaft nicht schon so genau kennt wie die Einwohner. Städte, welche von einem hohen Punkte aus dem Beschauer als ein wüster Haufen von Dächern erscheinen, lösen sich im
stereoskopischen Bilde auf in die einzelnen, durch die Strassen 169
abgetrennten Vierecke; man erkennt die relative Höhe der Häuser, die Breite der Strassen u. s. w. Dem entsprechend finde ich, dass man von den riesigen Dimensionen der Hochalpen im Stereoskop oft einen besseren Begriff bekommt als auf einer Alpenreise, weil derjenige, welcher solcher Bergreisen und Bergansichten ungewohnt ist, die Berge sich meist zu nahe und demgemäss zu klein vorstellt, theils wegen des Mangels der Luftperspective, theils weil er so grosse Dimensionen zu beurtheilen nicht geübt ist. Nur indem er die Mühseligkeit des Steigens durchmacht und nacheinander dieselben Berge von verschiedenen Standpunkten aus sieht, bildet er

sich eine Art von unvollkommenem Urtheil über ihre Grösse. Noch sind offenbar die Vortheile, welche das Stereoskop in dieser Beziehung gewähren kann, wenig ausgebeutet, weil die Photographen im Ganzen eine grössere Distanz der Aufnahmepunkte mit Unrecht zu scheuen scheinen. Es lässt sich einsehen, dass man z. B. genaue körperliche Bilder der unnahbarsten Theile der Hochalpen wird erhalten können, wenn man sich für die photographische Aufnahme passende Standpunkte sucht, welche einige tausend Fuss aus einander liegen. Bei der Betrachtung guter Modelle dieser Berge habe ich immer gefunden, dass ich mir durch die landschaftlichen Ansichten auf Reisen sehr ungenügende Vorstellungen von den Berggruppen gemacht hatte. Ich hatte sie mir im Allgemeinen zu nah aneinander gedrängt und ihre Grundflächen zu schmal vorgestellt. Darin liegt auch wohl der Grund, warum uns Bergmodelle mit übertriebenen Höhen meist besser gefallen als solche mit richtigem Höhenverhältnisse. Erstere sind der falschen Vorstellung, die wir uns bei flüchtigen Reisen durch die Gebirge zu bilden pflegen, mehr entsprechend als letztere.

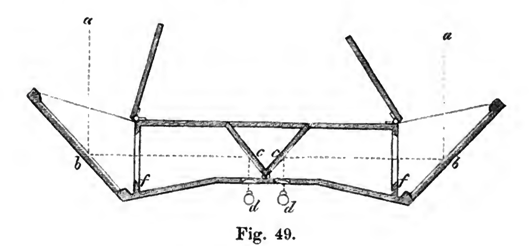


Fig. 49.

Einen Theil der Vortheile, welche die stereoskopischen Photographien gewähren, kann man sich auch bei der directen Beschauung einer Landschaft verschaffen, mittels eines ein-
170 fachen Instrumentes, welches ich Telestereoskop genannt habe. Der Zweck desselben ist, dem Beschauer zwei Bilder der Landschaft stereoskopisch vereinigt zu zeigen, welche zwei Standpunkten entsprechen, deren Distanz die der menschlichen Augen beträchtlich übertrifft. Die beistehende Figur 49 zeigt

einen mittleren horizontalen Durchschnitt des Instrumentes in $^1/_{11}$ seiner natürlichen Grösse.

Die wesentlichen Theile davon sind vier Spiegel *b*, *b* und *c*, *c*, welche senkrecht in einem gemeinsamen hölzernen Kasten und unter 45^0 gegen die längsten Kanten desselben geneigt befestigt sind. Die äusseren Spiegel *b* müssen gross, die inneren *c* können klein sein, alle müssen von den best geschliffenen dicken Platten genommen sein, die man unter den käuflichen Spiegeln findet, damit sie nicht verzerrte Bilder geben. Das von dem fernen Objecte kommende Licht wird auf den Wegen *abcd* zwei Mal unter rechten Winkeln reflectirt, und fällt bei *dd* in die beiden Augen des Beobachters. Bei *ff* sind Diaphragmen angebracht, um zu verhindern, dass anderes Licht in die Augen des Beobachters gelange, als was zweimal reflectirt ist. In den Oeffnungen des Kastens, durch welche der Beobachter hineinblickt, ist es zweckmässig zwei ganz schwache Concavgläser von 30—40 Zoll Brennweite einzusetzen, weil die meisten Augen sehr entfernte Gegenstände nicht ganz deutlich sehen, worauf es hier gerade ankommt. So schwache Gläser hindern auch normalsichtige Augen nicht, deutlich zu sehen.

Für Laien ist es wohl rathsamer die Spiegel festzustellen,
wie es in der Zeichnung angenommen ist; für gewisse physi- 171
kalische Versuche, namentlich um nahe Gegenstände beobachten zu können, ist es nützlich, die vier Spiegel um senkrechte Axen drehbar zu machen.

Jedes Auge des Beobachters sieht in dem kleinen Spiegel seiner Seite den grossen, und in dem grossen die Landschaft gespiegelt; letztere aber erblickt er in einer solchen perspectivischen Projection, wie sie von den beiden grossen Spiegeln *bb* aus erscheint, wodurch natürlich viel grössere Verschiedenheiten der beiden perspectivischen Ansichten hervorgebracht werden, als die beiden Augen des Beobachters bei unmittelbarer Betrachtung der Landschaft gewähren. Um den Standpunkt genau zu bestimmen, von dem die Landschaft hierbei betrachtet wird, muss man sich die von den zwei Spiegelpaaren entworfenen Bilder der Augen des Beobachters suchen, welche in der Figur in der Verlängerung der Linien *ab* liegen wür-

den, über b hinaus, und zwar von b um $bc + cd$ entfernt. Durch das Instrument wird also die Augendistanz des Beobachters bis zur Grösse bb künstlich vergrössert.

Dem Beobachter erscheint die Landschaft durch das Telestereoskop wie ein verkleinertes Modell. Es ist dabei einerlei, ob in dem Instrumente Concavgläser angebracht sind oder nicht. Alle nicht zu entfernten Theile der Landschaft bekommen dasselbe körperliche Ansehen wie im Stereoskop, und behalten dabei den ganzen Reichthum ihrer natürlichen Farben, sodass Bilder von überraschender Zierlichkeit und Eleganz entstehen.

Fernere Gegenstände erscheinen allerdings platt, lösen sich aber doch noch von ihrem Hintergrunde ab, so z. B. Berge, die eine halbe Meile entfernt sind, vom Himmel. Wie auf den stereoskopischen Photographien, ist auch im Telestereoskop der Anblick von Baumgruppen sehr überraschend, weil sich die einzelnen Wipfel und in jedem Wipfel die einzelnen Zweige vollständig von einander lösen. Auch niedrig ziehende Wolken scheinen in dem Instrumente häufig viel körperlicher und mehr von einander getrennt als dem freien Auge.

172 Je grösser der Abstand der beiden grösseren Spiegel ist, desto weiter hinaus in die Ferne zeigt das Instrument die körperlichen Formen der Objecte. Grössere Spiegel geben ein grösseres Gesichtsfeld. Will man daher auf irgend einem Aussichtspunkte das Instrument feststehend anbringen, um die Aussicht dadurch betrachten zu lassen, so wird es vortheilhaft sein, die Dimensionen der Spiegel und ihren Abstand möglichst zu vergrössern und das Ganze auf einen drehbaren Tisch zu stellen. Für gewöhnlich ist es bequem die grösste Länge des Instrumentes nicht grösser als die Breite eines Fensters zu machen, damit man es vom Zimmer aus gebrauchen könne. Uebrigens erhält man einen grossen Theil der Effecte auch mit kleineren Instrumenten, in denen der gegenseitige Abstand der Spiegel viel geringer ist.

Physiker, welche in Anstellung optischer Versuche geübt sind, können sich übrigens eine telestereoskopische Ansicht der Landschaft verschaffen, ohne eines weiteren Apparates zu bedürfen als eines grossen und eines kleinen Spiegels. Den

grossen Spiegel hängt man so auf, dass man unter 45° in ihn hineinblickend die Landschaft sehen kann, stellt sich in der genannten Richtung einige Fuss von ihm entfernt auf und hält den kleinen Spiegel dem grossen parallel, vor dasjenige Auge, welches der Ebene des grossen Spiegels am nächsten ist. Wenn also z. B. die rechte Seite des Beschauers dem grossen Spiegel näher ist, betrachte er mit dem rechten Auge die Landschaft im kleinen Spiegel, mit dem linken im grossen, bringe beide Bilder der Landschaft zum Decken, und er wird denselben optischen Effect haben wie im Telestereoskope.

Man kann hierbei aber nur schwer verschiedene Stellen der Aussicht nach einander zur Beobachtung bringen, und nähere Gegenstände erscheinen dem linken Auge in geringerer scheinbarer Grösse als dem rechten.

Um nahe Gegenstände im Telestereoskop betrachten zu können, muss man die Spiegel um ihre senkrechten Axen drehen können, sodass die Winkel zwischen ihrer Fläche und 173
der Längskante des Kastens etwas grösser als 45° werden. Die Objecte erscheinen dann stark verkleinert, ebenfalls mit sehr auffallend hervortretendem Relief. Wenn man blos die grossen Spiegel dreht, die kleinen aber unter dem Winkel von 45° stehen lässt, erhält man sogar übertriebenes Relief. Sollen die Dimensionen in Richtung der Tiefe des Gesichtsfeldes zu denen in der Fläche des Gesichtsfeldes das richtige Verhältniss behalten, so muss man die kleinen Spiegel den grossen stets parallel stellen. Auch der Anblick naher Gegenstände, namentlich menschlicher Figuren, im Telestereoskope ist sehr überraschend und zierlich. Der Eindruck unterscheidet sich von der Verkleinerung durch Concavgläser wesentlich dadurch, dass man nicht nur verkleinerte Bilder, sondern wirklich verkleinerte Körper vor sich zu sehen glaubt.

Vergrösserungen lassen sich mit dem Telestereoskop leicht verbinden, der Beobachter braucht nur unmittelbar zwischen seine Augen und die kleinen Spiegel ein doppeltes Opernglas zu bringen; noch vortheilhafter für das Gesichtsfeld ist es die Oculare und Objective des Opernglases herauszunehmen und im Telestereoskop so zu befestigen, dass das Licht auf jeder Seite erst den grossen Spiegel, dann das Objectiv, dann den

kleinen Spiegel, endlich das Ocular trifft, sodass dabei die optische Axe des Fernrohrs selbst unter einem rechten Winkel gebrochen wird. Je stärker die Vergrösserung ist, desto grössere Anforderungen muss man natürlich an die Genauigkeit der Planspiegel machen, aber man braucht sie dann auch nicht grösser als die Objectivgläser der Fernröhre zu wählen.

Dergleichen zugleich teleskopische und stereoskopische Bilder übertreffen wiederum die gewöhnlichen Bilder eines einzelnen Teleskops ausserordentlich an Lebendigkeit. Bei den einfachen teleskopischen Bildern schwindet die Anschauung verschiedener Entfernung ganz und gar, die Gegenstände sehen vollständig so aus, als wären sie auf eine ebene Tafel gemalt. Durch die bei dem Galilei'schen Fernrohre jetzt sehr gebräuch-
174 liche Verbindung von zwei Fernröhren erhält man allerdings für die näheren Gegenstände eine gewisse Anschauung des Reliefs, weshalb die doppelten Operngläser schon einen viel lebendigeren Eindruck geben als ein einzelnes. Aber bei der gebräuchlichen Construction dieser Instrumente ist das Relief falsch, die Gegenstände erscheinen nach der Tiefendimension des Gesichtsfeldes zu kurz, als wären sie plattgedrückt. Bei menschlichen Gesichtern, zu deren Betrachtung die doppelten Operngläser doch hauptsächlich bestimmt sind, ist dies sehr auffallend. Wenn man sie von vorn betrachtet, sehen sie viel platter aus, als sie sind, und wenn man sie im Profil erblickt, sehen sie zu schmal und spitz aus. In beiden Fällen wird der Ausdruck des Gesichts wesentlich verändert.

Wenn man ein doppeltes Opernglas umdreht und durch die Objectivgläser hineinsieht, erscheinen dagegen die Tiefendimensionen der Gegenstände unverhältnissmässig vergrössert. Während also durch ein einfaches Fernrohr alle Gegenstände wie Gemälde erscheinen, sieht man durch ein doppeltes Opernglas volle Gegenstände wie Basreliefs, und durch dasselbe Opernglas in umgekehrter Haltung wirkliche Basreliefs wie Hautreliefs.

Auch theoretisch findet man leicht aus den bekannten Gesetzen der Fernröhre und des stereoskopischen Sehens, dass ein Doppelfernrohr, dessen optische Axen parallel und genau um den Abstand der beiden Augen des Beobachters von ein-

ander entfernt sind, welches nMal vergrössert, die Gegenstände so erscheinen lässt, als wären alle senkrecht zur Axe des Fernrohrs gerichteten Dimensionen unverändert geblieben, die Entfernungen der Gegenstände vom Beobachter, parallel der optischen Axe, dagegen auf $1/n$ reducirt, so dass der Beobachter die Gegenstände in natürlicher Grösse, aber genähert, und nach der Tiefendimension des Gesichtsfeldes comprimirt zu sehen glaubt.

Während jedes einzelne Fernrohr dem Beobachter den Gegenstand so zeigt, wie er in $1/n$ der Entfernung erscheint,
sind doch die Verschiedenheiten der perspectivischen Ansicht 175
beider Augen nicht so gross, wie sie sein würden, wenn der Beobachter sich dem Gegenstande wirklich bis auf $1/n$ der Entfernung genähert hätte. Durch Verbindung eines Doppelfernrohrs mit einem Telestereoskop von parallelen Spiegelpaaren wird dieser Fehler nicht beseitigt; es tritt nur eine gleichmässige weitere Reduction aller scheinbaren linearen Dimensionen, wie sie das Doppelfernrohr zeigt, ein. Wohl aber kann man für einzelne Gegenstände, die in bestimmter Entfernung stehen, ein richtiges Relief gewinnen, indem man die kleinen Spiegel unter 45° stehen lässt und die grossen allein unter einem etwas kleineren Reflexionswinkel als 45° reflectiren lässt. Dadurch gewinnt man, wie ich vorher erwähnte, im einfachen Telestereoskop allein ohne vergrössernde Gläser ein übertriebenes Relief, und kann dadurch den entgegengesetzten Fehler der Fernrohrverbindung corrigiren.

Zusatz (1882): Die Construction eines stereoskopischen Doppelfernrohres ist mit allen Details in meinem Handbuch der Physiologischen Optik gegeben.

LXXI.

Ueber stereoskopisches Sehen.

Aus den Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. Bd. IV. S. 8—11. Vom 30. Juni 1865.

(Das Manuscript wurde eingereicht am 14. Juli 1865.)

---

8 1) Der Vortragende zeigte zunächst ein nach seinen Angaben construirtes Stereoskop vor, welches etwa doppelt so starke Vergrösserung hervorbringt als die gewöhnlichen Stereoskope, nur Linsen, keine Prismen enthält, und mit den nöthigen Einrichtungen versehen ist, um eine genaue Einstellung der Linsen für den richtigen Grad der Convergenz hervorzubringen. Photographien auf Glas machen darin einen viel mehr der Wirklichkeit entsprechenden Effect als in den gewöhnlichen Stereoskopen.

2) Der Vortragende berichtete darauf über Versuche, die er theils früher, theils neuerlich über die binoculare Raumprojection angestellt hatte, mit Beziehung auf die denselben Gegenstand betreffenden Arbeiten von Hrn E. Hering.

Es kommen bei diesen Raumprojectionen gewisse Täuschungen vor. Erstens hat Hr. Hering gezeigt, dass eine in der Medianebene befindliche Normale zur Visirebene nicht immer normal erscheint. Dass man vielmehr, wenn die Augen gegen das Gesicht nach unten gewendet sind, einen Faden oder Draht, den man senkrecht zur Visirebene zu stellen sucht, mit dem oberen Ende gegen den Beobachter neigt, wenn die Augen dagegen nach oben gewendet sind, mit dem unteren Ende nähert. Hr. Hering schliesst daraus, der Faden müsse im Horopter liegen, um senkrecht zur Visirebene zu erscheinen.

Die Regel mag für Hrn. Hering's Augen, welche die Abweichung zwischen den scheinbar verticalen und den wirklich verticalen Meridianen nur in sehr geringem Grade zeigen und für die Medianebene thatsächlich zutreffen. Der Vortragende, für dessen Augen jene gewöhnlich vorhandene Abweichung sehr merklich ist, findet für seine Augen jene Regel nicht richtig. Die Linien, welche ihm vertical zur Visirebene erscheinen, liegen niemals im Horopter, sondern erscheinen immer in deutlich nach unten convergirenden Doppelbildern, wenn man einen nahe hinter ihnen 9
liegenden Punkt fixirt. Die Linien dagegen, welche im Horopter liegen, erscheinen mit ihrem oberen Ende stets vom Beobachter entfernter.

Der Vortragende hat schon bei einer früheren Gelegenheit darauf aufmerksam gemacht, dass wir die Lage der Objecte immer so beurtheilen, sowohl in Beziehung auf Richtung (wie Hr. Hering richtig bemerkt hat) als auf Raddrehung, wie wenn jedes Auge der mittleren Sehrichtung parallel gestellt wäre. Unter mittlerer Sehrichtung verstehe ich nach Hering eine Linie, die den Fixationspunkt mit einem mitten zwischen den Mittelpunkten beider Augen gelegenen Punkt verbindet. Die Raddrehungen, welche in jedem Auge beim Uebergange aus der zeitigen mittleren in seine actuelle Stellung eintreten, werden nicht berücksichtigt. Daraus ergiebt sich nun auch für die hier besprochenen Projectionen folgende Regel, welche auch durch die Versuche sowohl für die Medianebene des Kopfes, als auch für seitlich gelegene Punkte bestätigt wird, dass senkrecht zur Visirebene solche gerade Linien erscheinen, die sich abbilden auf denjenigen Meridianen beider Augen, welche bei Stellung der Augen parallel der zeitigen mittleren Sehrichtung senkrecht zur Visirebene sein würden. Diese Meridiane sind aber bei Augen, welche die Abweichung der scheinbar verticalen Meridiane zeigen und dem Listing'schen Gesetze der Raddrehungen folgen, niemals identische Meridiane.

3) Auf eine zweite Täuschung hat der Vortragende zuerst in seinem Aufsatze über den Horopter aufmerksam gemacht. Drei Nadelköpfe, welche in einiger Entfernung von einander vor dem Beobachter in einer von rechts nach links laufenden geraden

Linie sich befinden, scheinen bei der Betrachtung mit zwei Augen in einem gegen den Beobachter convexen Bogen zu stehen. Damit sie in gerader Linie erscheinen sollen, müssen sie in einem gegen den Beobachter etwas concaven Bogen stehen. Herr Hering hat die entsprechende Beobachtung an senkrecht aufgehängten Fäden gemacht, und auch hier behauptet, die Fäden erscheinen in einer Ebene, wenn sie im Längshoropter lägen, also bei horizontal gerichteter Visirebene durch den Müller'schen Kreis gingen. Der Vortragende hat nun Messungen der Krümmung angestellt und für seine eigenen Augen wie für die andrer Beobachter die allergrössesten Abweichungen von dieser Hering'schen Regel gefunden. Wenn die drei Fäden in einer schwach gekrümmten Cylinderfläche hängen, so müsste man sie nach Hering in einer Ebene sehen, wenn die Augen des Beobachters um den Durchmesser des Cylinders von ihnen entfernt wären. Statt dessen mussten alle drei Beobachter in oft wiederholten Versuchen auf $^1/_2$ bis $^1/_6$ dieses Durchmessers, der Vortragende auf $^3/_{10}$ desselben sich nähern, um die Fäden scheinbar in einer Ebene zu sehen, wobei die Fäden also nicht im Horopter lagen und zum Theil Doppel-
10 bilder der seitlichen Fäden deutlich erkannt werden konnten. Bei Hering ist also die optische Täuschung in diesem Versuch sehr viel grösser als bei anderen Beobachtern, was damit zusammenzuhängen scheint, dass nach häufig sich wiederholenden Aeusserungen in seinen Schriften das Urtheil über Entfernung nach Convergenz der Gesichtslinien bei ihm besonders unvollkommen zu sein scheint. Uebrigens zeigen sich bei diesem Versuche sehr grosse individuelle Verschiedenheiten, die wahrscheinlich von der Uebung der Augen nach der Convergenz die Entfernung zu beurtheilen abhängen.

Dass die letztgenannte Fähigkeit keine grosse Genauigkeit erreicht, zeigen die Versuche von Wundt. Aber auch bei diesen Versuchen zeigte sie sich durchaus nicht als gänzlich mangelnd. Der Vortragende hat Versuche nach einem modificirten Verfahren angestellt, und bei sich und einem anderen Beobachter eine grössere Sicherheit in der Beurtheilung gefunden, als Wundt erreicht hatte. Aber allerdings zeigen bekannte Versuche, dass wenn bei irgend welchen binocularen

Erscheinungen andere Urtheilsmotive für eine andere Entfernung sprechen, oft nach denen geurtheilt und die Convergenz nicht berücksichtigt wird.

4) Man pflegte bisher bei den stereoskopischen Bildern ausschliesslich zu berücksichtigen, dass die horizontalen Abstände der einzelnen Objectpunkte beiden Augen verschieden erscheinen, aber nicht dass auch die verticalen Abstände nach rechts gelegener senkrecht über einander befindlicher Punkte dem rechten Auge grösser als dem linken erscheinen müssen. Auch das hat Einfluss auf die stereoskopische Projection. Der Vortragende legte zwei stereoskopische Zeichnungen vor, die eine darstellend die Projectionen einer ziemlich nahe vor den Augen befindlichen ebenen schachbrettartig gemusterten Fläche, die zweite darstellend die Projectionen eines entfernten schachbrettartig gemusterten senkrechten Cylinders. In beiden waren die horizontalen Abstände der verticalen Linien genau dieselben, und nur die oberen und unteren Begrenzungslinien der Felder waren verschieden gezogen, und doch gaben sie ein vollkommen verschiedenes Relief. Das eine erschien als Ebene, das andere als Cylinder. Dadurch wird nachgewiesen (im Widerspruch mit den Voraussetzungen der Hering'schen Theorie), dass nicht blos die Differenzen der horizontalen Entfernungen, sondern auch die der verticalen die stereoskopische Wirkung bestimmen. Die Convergenz der Sehaxen war beim Anblick beider Zeichnungen mit unbewaffneten Augen gleich Null, entsprach also nicht dem Anblick eines nahen, sondern nur dem eines fernen Objektes. Dennoch wurde, da die beiden Netzhautbilder des ebenen Schachbrettes in dieser Form nur durch ein ebenes Object geliefert werden konnten, das Object als eben angeschaut.

Aus diesem Versuche geht also hervor, dass auch die
Differenzen in den verticalen Distanzen mitwirken, um den
Eindruck eines nahen Objectes hervorzubringen. Bei dem 11
Hering'schen Versuche mit den drei Fäden fehlen nun er-
kennbare Differenzen der verticalen Distanzen, weil an den
Fäden kein Punkt einen deutlich hervortretenden Eindruck
macht. Es fehlt also eines der Zeichen, an denen wir ein
nahes Object erkennen, und wir halten deshalb das Object

für ferner, und da dann die Unterschiede der horizontalen Distanzen in den beiderseitigen Netzhautbildern für Theile einer Ebene zu gross sind, so halten wir die Fläche für convex gegen uns.

Werden an den Fäden Goldperlen in kleinen Zwischenräumen befestigt, um Merkpunkte für das Auge zu geben, so schwindet die beschriebene Täuschung über ihre Lage fast ganz; wodurch die gegebene Erklärung bestätigt wird.

Die beschriebenen Erscheinungen sind also neue Beispiele für den Satz, dass die Abweichung der Augen von der mittleren Sehrichtung sowohl der Richtung als der Raddrehung nach theils gar nicht, theils nur unsicher beurtheilt und berücksichtigt wird, während sie den angeblichen Thatsachen, auf welche Hr. Hering seine Theorie der stereoskopischen Raumprojection gegründet hat, vollständig widersprechen.

LXXII.

Ueber die Bedeutung der Convergenzstellung der Augen für die Beurtheilung des Abstandes binocular gesehener Objecte.

Aus den Verhandlungen der Physiologischen Gesellschaft zu Berlin.
10. Mai 1878. S. 57—59.

Im allgemeinen liegt die Möglichkeit vor, dass wir, wenn 57
unsere beiden Augenaxen auf einen bestimmten Punkt im Raume hingerichtet sind, die Entfernung des binocular fixirten Objectes aus der Convergenzstellung der Augen zu beurtheilen vermögen. Auch ist die Convergenzstellung der Augen immer in Betracht gezogen worden als eines der Mittel zur Beurtheilung der Entfernung eines einfach gesehenen Objectes. Nun zeigen aber die Versuche mit dem Stereoskop, wo man durch die Linsengläser nach den in dem Rahmen befindlichen beiden stereoskopischen Zeichnungen hinschaut, dass man die scheinbare Lage des Sehobjectes (d. h. der durch die Linsen von den Zeichnungen entworfenen Bilder) nur schwierig und unsicher zu beurtheilen vermag. Wenn man Landschaftsbilder im Stereoskop betrachtet, so stellt man sich dieselben ziemlich nahe vor; es gehört schon eine gewisse Abstraction dazu, um die Entfernung der Bilder annähernd beurtheilen zu lernen. Es giebt aber ein einfaches Mittel, diese scheinbare Entfernung des Bildes objectiv zu constatiren: man muss den Stereoskopen-
Kasten fortlassen, nur einfache Linsen zum Durchsehen be- 58
nutzen, oberhalb deren wirkliche Gegenstände erscheinen: dann erhält man wirklich eine deutliche sinnliche Vorstellung von der Differenz der Entfernung zwischen jenen objectiven Gegen-

ständen und dem stereoskopischen Bilde. Es wird dann klar, dass man sich vorher erheblich getäuscht hat. Da man den Stereoskopen-Kasten in der Hand hatte und in ihm das Bild zu liegen schien, so bestand die natürliche Neigung, das stereoskopische Bild sich viel zu nahe vorzustellen.

Bei der Beurtheilung unserer sinnlichen Wahrnehmungen pflegen die ganz sicher und deutlich wahrgenommenen Momente in der sinnlichen Empfindung zu dominiren; daneben giebt es noch eine Reihe von anderen Momenten, welche weniger sicher wahrgenommen werden und die unter Umständen noch zur Deutung der Erscheinungen benutzt werden können, die aber in dem Maasse weniger wirken, als sie unsicherer wahrgenommen werden.

Ich habe schon in meiner Physiologischen Optik[1]) ausgeführt, dass die Convergenzstellung als eines der Mittel zur Beurtheilung der Entfernung binocular gesehener Objecte zu betrachten sei, aber als eines der unsicheren.

In der That giebt es einige Momente, welche die Beurtheilung der Convergenz relativ unsicher erscheinen lassen, wenigstens dann, wenn sie nur auf dem Gefühl der Innervation beruht, die wir anwenden, um den jedesmaligen Convergenzgrad hervorzubringen. Es sprechen viele Gründe dafür, dass bei der Schätzung unserer eigenen Augenstellungen nur die Stärke der dazu erforderlichen Innervationen in Betracht kommt. Nach rechts und nach links, nach oben und nach unten führen wir entgegengesetzte Bewegungen aus; es ist wahrscheinlich, dass die Ermüdung der verschiedenen Augenmuskeln hierbei ungefähr gleich bleibt. Aber die Convergenz-Muskeln werden einseitig gebraucht, ohne dass die Divergenz-Muskeln in demselben Maasse in Anspruch genommen werden. Es kann eine Ermüdung der ersteren eintreten, sodass dann derselbe Innervationsgrad nicht mehr dieselbe Convergenz hervorbringt wie vorher. Dies glaubte ich als den Grund betrachten zu dürfen für die verhältnissmässige Unsicherheit in der Beurtheilung der Entfernung des gesehenen Gegenstandes aus dem Convergenzgrade.

---

1) S. 649—659.

Nun ist mir ein Phänomen aufgefallen, welches denn doch zeigt, dass in anderer Beziehung die Convergenz ziemlich sicher ihre Rolle spielt zur Beurtheilung der Entfernung. Es betrifft dies die sogenannten Tapetenbilder. Wenn wir ein Tapeten-Muster vor Augen haben, und unsere Augenaxen nicht auf dasselbe Stück, sondern auf benachbarte identische Stücke des Musters gerichtet sind, so entsteht bekanntlich eine stereoskopische Täuschung: nämlich die stereoskopische Erscheinung eines Tapeten-Musters, das in anderer Entfernung liegt. Ich habe gewöhnlich die Augen auf einen Punkt convergiren lassen, der weiter von mir entfernt war als die Ebene der Tapete. Es muss dazu eine Tapete benutzt werden, deren identische Partien nicht weiter von einander abstehen, als die Drehpunkte der beiden Augen von einander entfernt sind; dann kann man convergirende (oder allenfalls schwach divergirende) Augenaxen anwenden. Dasselbe Phänomen kann man aber auch hervorbringen durch Convergenz der beiden Augenaxen nach einer Ebene, die uns näher steht als die des Tapeten-Musters.

Die Vorstellung von der Entfernung des so gesehenen Tapeten-Musters hat etwas Unbestimmtes; sie ist nicht sehr 59
deutlich und wird geändert, sowie noch andere Gegenstände auf der Tapete vorhanden — Bilder, Nägel u. s. w. — welche die regelmässige Periodicität des Musters stören.

Wenn man sich nun ein solches Tapetenbild entwirft und dann den Kopf etwas von rechts nach links, oder von oben nach unten oder von vorn nach hinten verschiebt, so tritt eine scheinbare Bewegung des Tapetenbildes ein. Hingegen macht das reelle Object, welches man mit richtig gestellten Augenaxen binocular anschaut, keine derartige Bewegung; bei diesem sind wir darauf eingerichtet, wir erwarten die Winkelverschiebung, welche dasselbe erleidet, wenn wir unseren Kopf willkürlich verschieben. So lange hierbei die scheinbaren Bewegungen des reellen Objectes die uns gewohnten Grenzen und Verbindungen einhalten, beurtheilen wir das Object als ruhend. Bei den Tapetenbildern wird die Combination gelöst. Also selbst eine ruhende Convergenz, welche eingerichtet ist auf eine bestimmte Entfernung, wird hierbei deutlich und fein

unterschieden von dem anderen Grade der Convergenz, der der wirklichen Lage des Objectes entsprechen würde. Ich habe hierbei gefunden, dass in diesem Falle in der That die vorhandene Convergenz mit recht grosser Genauigkeit den Erfolg bestimmt, und dass mit recht grosser Sicherheit die nicht objective Natur des Tapetenbildes sich verräth, indem jede Bewegung des Kopfes eine scheinbare Winkelbewegung des Bildes hervorruft. Die leicht zu machende Beobachtung scheint mir von einiger Wichtigkeit zu sein, um die Schätzung derjenigen Momente zu geben, von denen die Beurtheilung der Entfernung gesehener Objecte abhängt. Ich entsinne mich nicht, dass der Versuch schon irgendwo angeführt ist.

Nachträglicher Zusatz. Bei Convergenz auf einen entfernteren Punkt bewegen sich die Tapetenbilder stets nach entgegengesetzter Richtung als der Kopf: bei Convergenz auf einen näheren Punkt in derselben Richtung. Ich sehe auch im letzteren Falle die Bewegung vollkommen deutlich.

Physiologische Akustik.

Digitized by Google

LXXIII.

Ueber die Mechanik der Gehörknöchelchen.

Aus den Verhandlungen des naturhist.-medic. Vereins zu Heidelberg.
Bd. IV. S. 153.—161. Vom 9. August 1867.

(Das Manuscript war bereits am 26. Juli überreicht worden, der Nachtrag dazu am 9. August.)

Die Aufgabe des Trommelhöhlenapparates kann so be- 153
zeichnet werden: Derselbe hat die Schallschwingungen der Luft, die mit relativ kleinen Druckkräften, aber in grossen Excursionen geschehen, zu übertragen auf das relativ schwere Labyrinthwasser, dessen Bewegung eben wegen seiner Schwere
grössere Druckkräfte verlangt, während wegen der mikro- 154
skopischen Kleinheit der mitschwingenden Endapparate der Nerven, welche gleichsam die Reagentien für die Schallschwingungen des Labyrinthwassers bilden, sehr kleine Amplituden seiner Schwingungen genügen.

Um die nöthige mechanische Kraft für die Schwingungen der genannten Flüssigkeit zu gewinnen, wird der Druck der schwingenden Luft von der verhältnissmässig grossen Fläche des Trommelfelles gesammelt und durch die Reihe der Gehörknöchelchen innerhalb der sehr viel kleineren Fläche des ovalen Fensters auf das Labyrinthwasser übertragen. Die genaue Uebertragung so kleiner Bewegungen erfordert, wie Riemann in den von ihm nachgelassenen Papieren[1]) mit Recht hervorhebt, eine ausserordentlich grosse Präcision und Festigkeit in den Verbindungen der Gehörknöchelchen. Damit steht es

1) Zeitschrift für rationelle Medicin. 1867.

nun in einem sonderbaren, aber freilich nur scheinbaren Widerspruche, dass man bei der anatomischen Untersuchung alle einzelnen Gelenke und Bandverbindungen innerhalb der Trommelhöhle schlaff und nachgiebig findet. Namentlich war die Existenz des in den meisten Richtungen sehr nachgiebigen Hammer-Ambossgelenkes in sehr entschiedenem Widerspruche mit der älteren und von mir selbst in der *Lehre von den Tonempfindungen* vorgetragenen Theorie, wonach Hammer und Amboss zusammen ein um zwei Spitzen (den Processus Folianus des Hammers und den kurzen Fortsatz des Ambosses), drehbares System bilden sollten, mit zwei nach unten reichenden Hebelarmen, dem Handgriff des Hammers und dem langen Fortsatze des Ambosses.

Anatomische Untersuchungen über die Verbindungen der Gehörknöchelchen, die ich während dieses Sommers angestellt, haben mir nun folgende Resultate gegeben:

1) Der Hammer behält seine Stellung mit nach innen gezogenem Trommelfell und seine Drehbarkeit um eine querlaufende Axe auch noch bei, wenn man den Amboss vorsichtig herausnimmt, und sogar auch noch, wenn man die Sehne des Tensor Tympani durchschneidet, doch macht die letztere Operation die Stellung des Hammers allerdings viel weniger fest, als sie vorher war. Die Drehungsaxe des Hammers wird gebildet durch einen ziemlich straffen sehnigen Faserzug, der von der Spitze der Spina Tympanica posterior sich gegen eine knöcherne Hervorragung am hinteren Rande des Trommelfelles (etwa der Grenze des ursprünglichen Pars tympanica entsprechend) hinzieht, und in welchen Faserzug der Hammer selbst eingeschaltet ist. Der vordere Theil dieses Bandes ist das bekannte Ligamentum Mallei anticum, welches den Processus Folianus umschliesst. Die Spina tympanica posterior, von der der obere straffste Theil dieses Bandes entspringt, reicht übrigens, wie man mit einer Staarnadel fühlen kann,
155 bis ganz nahe an den Hals des Hammers, sodass die Bandverbindungen an dieser Stelle eine sehr kurze ist. Der Processus Folianus ist in den von mir untersuchten Ohren von Erwachsenen immer bis auf einen kleinen Stumpf geschwunden, nicht blos abgebrochen gewesen. Mit einer feinen Nadel, die

ich zwischen die Fasern des Ligamentum anterius einschob, konnte ich immer sein Ende fühlen, noch ehe irgend welche heftigere Bewegungen der Gehörknöchelchen an dem Präparate vorgenommen waren, und andererseits war keinerlei etwa abgebrochene Fortsetzung jenes Processus in der Bandmasse fühlbar. Der hintere Theil des genannten Faserzuges dagegen, den ich Ligamentum Mallei posticum nennen möchte, liegt in der Schleimhautfalte, welche die hintere Trommelfelltasche bildet, oberhalb der im Rande dieser Falte verlaufenden Chorda Tympani, nach hinten stärker als diese aufsteigend. Ich möchte diesen gesammten Faserzug, das Axenband des Hammers nennen, wegen seiner Bedeutung für die Bewegung dieses Knöchelchens. Dadurch, dass das vordere Ende dieses Bandes von der Spina Tympanica posterior ausgeht, die sich sehr merklich von der Ansatzebene des Trommelfelles, nach innen hervorragend, entfernt, bleibt zwischen dem Axenbande des Hammers und dem Trommelfelle ein hinreichender Zwischenraum, um dem kurzen Fortsatze des Hammers Platz zu gewähren. Wenn die Sehne des Tensor Tympani durchschnitten ist, ist das Axenband des Hammers nicht so prall gespannt, dass es nicht kleine Verschiebungen zuliesse. So lange aber jene Sehne erhalten ist und einen mässigen Zug ausübt, bringt dieser Zug in dem Axenbande eine verhältnissmässig ziemlich straffe Spannung hervor, nach demselben Principe, wonach ein horizontal nicht ganz straff gespannter unausdehnsamer Faden durch ein kleines Gewicht, das man an seine Mitte hängt, sehr kräftig gespannt werden kann.

2) In der Fortsetzung jener Schleimhautfalte, welche die hintere Trommeltasche bildet und das Lig. M. posticum enthält, da wo sie sich am oberen Rande des Trommelfelles entlang zieht, liegen noch andere Sehnenstreifen, welche zugleich mit dem bekannten Ligamentum Mallei superius Hemmungsbänder für die Bewegung des Handgriffes und des Trommelfelles nach aussen bilden.

3) Das Hammerambossgelenk ist zwar für eine ganze Reihe kleiner Verschiebungen ein schlaffes und widerstandsloses Gelenk, ausserdem auch nur von einer sehr zarten und zerreisslichen Kapselmembran umschlossen; aber einer Art

der Verschiebung widersteht es in der natürlichen Lage der Knochen vollkommen sicher und fest; bei der Einwärtsdrehung seines Handgriffes fasst nämlich der Hammer den Amboss fest, wie eine Zange, während bei der Auswärtsdrehung des Hammergriffes beide Knochen sich von einander lösen. In dieser Beziehung entspricht die mechanische Wirkung des Gelenkes vollkommen den Gelenken mit Sperrzähnen, wie man sie an Uhrschlüsseln anzubringen pflegt. Man kann das Hammerambossgelenk betrachten als ein solches Uhrschlüsselgelenk
156 mit zwei Sperrzähnen. Von diesen ist je einer an der unteren Seite beider Gelenkflächen sehr deutlich ausgebildet. Der des Hammers liegt nach der Seite des Trommelfelles, der des Ambosses gegen die Trommelhöhle gewendet. Der obere Theil beider Gelenkflächen entspricht der Stossfläche der beiden zweiten Sperrzähne, neben welcher die Schraubenflächen, mit denen die Sperrzähne über einander gleiten, zu schmalen Streifchen geschwunden sind. Wenn man sich übrigens einen Hammer und den zugehörigen Amboss an kleinen Holzstäbchen mit Siegellack passend befestigt, sodass das eine Hölzchen etwa in Richtung des Processus Folianus liegt, das andere den Processus brevis des Amboss verlängert, dann die Knochen mit ihren Gelenkflächen aneinander setzt, während man sie an den Hölzchen hält, so fühlt man sehr deutlich, wie fest und sicher der Hammer den Amboss packt, sobald man seinen Handgriff nach innen dreht. Dagegen weichen die Knöchelchen durch die entgegengesetzte Drehung sogleich von einander und lassen sich gegenseitig los. Am unverletzten Ohre hat letztres zur Folge, dass der Hammer durch Luft, die in die Trommelhöhle dringt, ziemlich weit nach aussen getrieben werden kann, ohne den Steigbügel mitzunehmen und ohne ihn aus dem ovalen Fenster auszureissen.

4) Da die Spitze des kurzen Fortsatzes des Amboses im Ambosspaukengelenke befestigt ist an einer Stelle, die eine Strecke nach innen von der verlängerten Drehungsaxe des Hammers liegt, und der Hammerkopf mit dem Hammerambossgelenk sich bei Einwärtsziehung des Trommelfelles nach aussen bewegt, also vom Ambosspaukengelenk entfernt, so werden die Gelenkbänder des Amboses dadurch gespannt, und die Spitze

des kurzen Fortsatzes des Ambosses wird von ihrer Unterlage ein wenig abgehoben, soweit es die über diesem Gelenke gelegenen starken sehnigen Verstärkungsbänder zulassen. Man sieht aber deutlich an passenden Präparaten, wenn man mit einer Nadel von oben auf den kurzen Fortsatz des Ambosses drückt, wie er sich dann senkt und nun erst an seine knöcherne Unterlage anlegt, wobei die genannten sehnigen Verstärkungsbänder sich schlaff zusammenfalten. Also auch hier werden die Gehörknöchelchen nicht durch eine feste Unterlage, sondern durch, wenn auch kurze, gespannte Bänder festgehalten, so lange sie sich in der Stellung befinden, in der sie für das Hören gebraucht werden.

5) Die Spitze des langen Fortsatzes des Ambosses drückt gegen das Köpfchen des Steigbügels, wenn der Hammergriff nach innen gezogen ist, soweit es das Trommelfell zulässt; er liegt also dem Steigbügel an, selbst wenn die Bänder des Ambosssteigbügelgelenkes durchschnitten sind. Wird der Hammer aber nach aussen bewegt, so nimmt er bei durchschnittenem Ambosssteigbügelgelenk den Amboss mit nach aussen. Ist dagegen die Verbindung des Steigbügels mit dem Amboss erhalten, so geht der Hammer allein nach aussen, was er ohne einen zu starken Zug auf Amboss und Steigbügel auszuüben 157
thun kann wegen der oben beschriebenen Form des Hammerambossgelenkes. In Summa also sind die Gehörknöchelchen in derjenigen Stellung, wo sie sich beim Hören befinden, nur durch ein System gespannter sehniger Bänder in ihrer Lage gehalten, Bänder, welche alle einzeln genommen nicht sehr straff gespannt sind, aber so angeordnet, dass, wenn der Zug des Musculus Tensor Tympani hinzukommt, der auch im unthätigen Zustande immer noch als ein elastisch gespanntes Band zu betrachten ist, alle die genannten Befestigungsbänder mit dem Trommelfell zugleich straff gespannt werden, wobei sich die drei Knöchelchen fest aneinander schliessen, Hammer und Amboss mittels ihrer Sperrzähne, der Amboss an den Steigbügel in ihrem Gelenk. Andererseits gewährt dieselbe Befestigung einen breiten Spielraum für Verschiebungen durch äussere zufällige Störungen, wie z. B. auch für die von Riemann besprochenen Temperaturänderungen, ohne dass dabei

die zarte Einfügung des Steigbügels in das ovale Fenster gefährdet wird.

Ich habe mir ein Modell der Gehörknöchelchen in vergrössertem Maasstabe nachgebaut, in welchem die Sehnenbänder durch unausdehnsame Hanffäden, der Muskel durch ein elastisches Kautschukband, das Trommelfell durch Handschuhleder ersetzt ist. Die mechanischen Wirkungen dieses Modells sind denen der Gehörknöchelchen nach der von mir gegebenen Beschreibung ganz entsprechend; namentlich überträgt dasselbe, trotzdem die hölzernen Modelle der Knöchelchen nur durch Fäden festgestellt sind, Stösse, die von aussen gegen den Hammergriff geführt werden, ganz sicher und kräftig auf den Steigbügel.

6) Die Gehörknöchelchen des Menschen bringen bei der Uebertragung der Bewegungen des Nabels des Trommelfelles auf den Steigbügel keine erhebliche Veränderung der Amplitude der Schwingungen hervor, weil die Spitze des Hammergriffes nicht viel weiter von der Drehungsaxe absteht als die Spitze des langen Fortsatzes des Ambosses, der auf den Steigbügel drückt. Beim Kalbe ist der Handgriff des Hammers dagegen in der That viel länger, und hier musss eine beträchtliche Vermehrung der Kraft der Schwingungen mit gleichzeitiger Verminderung ihrer Amplitude bei der Uebertragung auf den Steigbügel eintreten. Beim Menschen wird die Aufgabe, die Kraft der Luftschwingungen durch Verminderung ihrer Amplitude zu vergrössern mittels eines ganz anderen Mechanismus gelöst, auf den man bisher, soviel ich weiss, noch gar nicht aufmerksam geworden ist, und der auch bisher noch nicht einmal empirisch bei musikalischen Instrumenten angewendet worden ist. Es geschieht dies nämlich durch die besonderen mechanischen Eigenschaften, welche das Trommelfell als eine gekrümmte Membran darbietet.

Das Trommelfell enthält radiale und ringförmige Faserzüge, beide aus Sehnensubstanz gebildet, daher sehr wenig
158 dehnbar: von gelbem elastischen Gewebe bleibt beim Kochen des Trommelfelles in verdünnter Kalilösung kaum eine Spur übrig, die den Gefässstämmen und dem inneren Schleimhautblatte anzugehören scheint. Die Mitte oder der Nabel des

Trommelfelles ist durch den Hammergriff beträchtlich nach einwärts gezogen, und die radialen Faserzüge desselben sind nach aussen convex gewölbt, sodass sie gegen die Spitze des Hammergriffes in einer nahehin rechtwinkeligen Kegelspitze convergiren.

Wenn nun ein gerader Faden von der Länge l in einen Bogen vom Krümmungsradius r übergeführt wird, so wird die Länge λ der Sehne dieses Bogens:

$$\lambda = 2r \sin\left(\frac{l}{2r}\right).$$

Die Annäherung der Endpunkte der Linie, während diese sich krümmt, ist also:

$$l - \lambda = 2r\left\{\frac{l}{2r} - \sin\left(\frac{l}{2r}\right)\right\}$$

oder wenn r sehr gross gegen l ist:

$$l - \lambda = \frac{1}{24}\frac{l^3}{r^2}\Big\} \qquad (1)$$

Die Hervorwölbung des Bogens, oder der Abstand s seiner Mitte von der Sehne ist:

$$s = r - r\cos\left(\frac{l}{2r}\right)$$

oder für ein sehr grosses r:

$$s = \frac{1}{8}\frac{l^2}{r}\Big\} \qquad (2)$$

oder wenn man r aus 1 und 2 eliminirt:

$$l - \lambda = \frac{8}{3}\frac{s^2}{l}.$$

Es wächst also die Verkürzung der Sehne des Bogens wie das Quadrat der Verschiebung seiner Mitte, und bei sehr flachen Bögen, deren Wölbung zunimmt, ist die Verschiebung ihrer Endpunkte verschwindend klein gegen die Verschiebung ihrer Mitte.

Nun sind aber die Radialfasern des Trommelfelles solche

unausdehnsame Bögen, deren Mitte der Luftdruck zu verschieben strebt, während ihre Wirkung auf den Hammergriff nur von der verhältnissmässig geringen Verlängerung oder Verkürzung ihrer Sehne abhängt, und durch die Richtung des Ansatzes unter etwa 45° gegen die Axe die Verschiebung noch verkleinert wird. Der Luftdruck wird also eine verhältnissmässig grosse Verschiebung der Mitte dieser Bögen bewirken müssen, um eine sehr kleine Verschiebung des Hammergriffes und der Knöchelchen hervorzubringen.

Eben deshalb steigert sich aber nun auch die Kraft dieser letzteren Bewegung in demselben Maasse, in welchem ihre Weglänge kleiner wird. Ist t die Spannung des Fadens und p
159 der Luftdruck, der gegen die Einheit seiner Länge wirkt, so ist nach bekannten Gesetzen:

$$p = \frac{t}{r}$$

oder indem wir r gegen l als sehr gross betrachten, nach Gleichung (2):

$$p = \frac{8\,st}{l^2}$$

$$t = \frac{p\,l^2}{8\,s} = p\,r,$$

das heisst: bei gleichbleibender Länge des Bogens wächst der Zug t, den der Faden ausüben muss, um dem Drucke p das Gleichgewicht zu halten, direct wie der Radius, oder umgekehrt wie die Höhe der Wölbung. Dieser Zug kann also bei einem sehr flachen Bogen jede beliebige Höhe erreichen.

Beim Trommelfell wird nun die Krümmung der Radialfasern nicht durch den Luftdruck, sondern durch die Spannung der Ringfasern unterhalten und durch den Luftdruck nur vermindert und vermehrt. Die mathematische Untersuchung des Gleichgewichtes einer solchen gekrümmten Membran zeigt, dass dadurch an den oben angegebenen Resultaten nichts Wesentliches geändert wird.

Substituirt man statt des wirklichen ein ideales Trommelfell, welches rings um seine Mitte symmetrisch ist, so ergiebt

sich, dass die vortheilhafteste Form eines solchen die einer Rotationsfläche ist, welche bei gleichbleibender Länge ihrer Meridianlinien das kleinste Volumen an ihrer convexen Seite abgrenzt. Die Form einer solchen Fläche lässt sich mit Hülfe der elliptischen Functionen berechnen und zeichnen. Das Trommelfell ist in der That, wenn man von der durch den oberen Theil des Hammerstiels verursachten Asymmetrie absieht, einer solchen Fläche ähnlich gestaltet. Die Stärke der elastischen Ringfasern müsste in jener Fläche nach Aussage der mathematischen Theorie ebenfalls von der Mitte nach dem Rande zunehmen, wie sie es im Trommelfelle wirklich thut.

Um die Wirkungen solcher gekrümmter Membranen auf die Schallleitung zwischen Luft und festen Körpern praktisch zu prüfen, habe ich einen gläsernen Lampencylinder an seinem Ende mit nasser Schweinsblase überspannt, deren Mitte durch einen beschwerten Stab nach innen gedrängt, und sie so trocknen lassen. Dadurch erhielt ich eine Membran, die ungefähr die Form des Trommelfelles hat. Dann stützte ich auf die Mitte der eingezogenen Membran ein hölzernes Stäbchen, dessen anderes Ende als Steg für eine Darmsaite diente, welche auf einem nicht resonirenden starken Brette ausgespannt war. Die Membran, so mit der Saite verbunden, gab eine mächtige Resonanz, der einer Violine ähnlich, selbst wenn die Membran nur vier Centimeter Durchmesser hatte. Die Wirkung ist so überraschend, dass manche Zuschauer anfangs gar nicht glauben wollten, dass von einer so kleinen Membran ein so mäch- 160
tiger Ton ausgehen kann, bis ich sie durch Gegenversuche davon überzeugte.

7) Da vom Hammer, wie vom Amboss ein beträchtlicher Theil ihrer Masse über der Drehungsaxe liegt, das Trommelfell dagegen als eine Belastung des unteren Endes des Hammers, der Steigbügel als eine solche des unteren Endes des Ambosses angesehen werden kann, liegt der Schwerpunkt des schwingenden Systems wahrscheinlich der Drehungsaxe sehr nahe. Ich schliesse dies namentlich aus der relativ schlechten unmittelbaren Leitung des Schalles von den Kopfknochen an die Gehörknöchelchen. Denn die sogenannte Kopfknochenleitung geht

wesentlich durch den knorpeligen Theil des Gehörganges. Wenn man mit der Hand oder einer das Ohr umgreifenden Kapsel einen Luftraum von dem Ohre abschliesst, hört man die eigene Stimme oder eine an die Zähne gesetzte Stimmgabel gut, so lange die Wurzel des Ohrknorpels nicht gedrückt wird; sowie letzteres geschieht, verschwindet der Ton bis auf einen verhältnissmässig kleinen Rest. Es geschieht offenbar die Leitung von den Kopfknochen an den Ohrknorpel und von diesem an die Luft des Gehörganges viel leichter als von den Kopfknochen direct auf das Trommelfell.

8) Durch solche Versuche, bei denen ein mässig grosser Luftraum vor dem Ohre abgeschlossen wird, sei es durch eine aufgesetzte feste Kapsel, sei es durch die über das Ohr gelegte hohle Hand, kann man auch den Eigenton des schwingungsfähigen Apparates bestimmen, den das Trommelfell in seiner Verbindung mit den Gehörknöchelchen, dem Labyrinthwasser und der Luft der Trommelhöhle bildet. Man erkennt leicht schon durch die Stimmresonanz, dass diese am stärksten ist an der Grenze der ungestrichenen und eingestrichenen Octave. Genauer gelang diese Bestimmung mit Hülfe einer schwach gespannten und deshalb schwach tönenden Darmsaite, die ich auf einem schmalen Brettchen befestigt hatte. Das Brett legte ich flach an die Ohrmuschel, während ich die Saite anschlug, und suchte die Stelle des Steges, wo der Ton am lautesten wurde. Es fand sich das *h* der ungestrichenen Octave von etwa 244 Schwingungen. Dieser Ton ist in ziemlich weiten Grenzen unabhängig von der vor dem Ohre abgeschlossenen Luftmasse. Nur wenn man diese sehr verkleinert, z. B. den Tragus auf die Oeffnung des Gehörganges andrückt, wird die Resonanz etwa um eine ganze Tonstufe höher. Auch die Percussion des Schädels oder des Zitzenfortsatzes giebt denselben Resonanzton. Nun ist der genannte Ton viel zu tief, als dass er den abgeschlossenen kleinen Luftmassen allein angehören könnte. Dass er kein Eigenton des Ohrknorpels sei, ergiebt sich aus dessen schlaffer Beschaffenheit und daraus, dass man den grössten Theil desselben fest halten kann, ohne dass sich die Stärke der Resonanz ändert. Ich schliesse daraus, dass es ein Resonanzton des Trommelhöhlenapparates sein müsse.

Nachtrag zu diesem Vortrage. 161

Ausser dem in meiner ersten Notiz angezeigten Resonanztone *h* des bedeckten menschlichen Ohres habe ich seitdem noch einige andere gefunden; es bewog mich namentlich der Umstand zu fortgesetztem Suchen, dass ich keine Aenderung dieser Resonanz durch veränderte Spannung des Trommelfelles mittels Lufteinblasens entdecken konnte. Nun fand ich zunächst, dass auch die Obertöne desselben h^1 und fis^1 verstärkte Resonanz geben; namentlich ist die des h^1 noch deutlicher als die des *h*.

Ausserdem aber habe ich gefunden, dass das C_{-1} der sechszehnfüssigen offenen Orgelpfeifen ein Resonanzton des Ohres ist. Es ist dieser Ton derselbe, den Wollaston schon als Tonhöhe des Muskelgeräusches angegeben hat. Ich finde, dass derselbe Ton zum Vorschein kommt, wenn man den äusseren Gehörgang durch einen leisen Luftstrom anbläst. Ferner wird das Muskelgeräusch deutlich höher, um etwa einen ganzen Ton, wenn man das Trommelfell nach innen spannt durch Verringerung des Luftdruckes in der Trommelhöhle. Bei einer früheren Gelegenheit[1]) habe ich gezeigt, dass die Zitterungen der willkürlichen Muskeln, die das Muskelgeräusch bewirken, nicht regelmässig wie die eines musikalischen Tones erfolgen, und ausserdem nicht, wie Wollaston und Haughton aus der erwähnten Beobachtung geschlossen hatten, in der Anzahl von 33 bis 37 Schwingungen, sondern dass im Mittel nur etwa 19 unregelmässige Zuckungen in der Sekunde erfolgen. Da sich die Tonhöhe dieses Tones mit dem geänderten Zustande des Trommelfelles ändert: so schliesse ich daraus, dass das Muskelgeräusch ein Resonanzton des Trommelfelles ist, hervorgebracht durch unregelmässige Erschütterungen der Muskeln.

Durch Einblasen von Luft in die Trommelhöhle wird das Muskelgeräusch ein sehr viel schwächerer und tieferer Ton.

1) Siehe unten den Aufsatz über das Muskelgeräusch.

Die früher genannten höheren Resonanztöne *h*, h^1 und fis^1 sind wahrscheinlich Klirrtöne zwischen Hammer und Amboss. Dass dergleichen vorkommen können, zeigt sich schon, wenn man eine stark schwingende tiefe Stimmgabel nahe vor das Ohr bringt. Der tiefe Resonanzton C_{-1} giebt besonders starkes Klirren, was durch Spannung des Trommelfelles nach innen merklich geschwächt wird, beim Einblasen von Luft aber, die die Sperrzähne des Hammers und des Ambosses von einander abdrängt, ganz aufhört.

Danach sind die früher gemachten Angaben über den Ton *h* zu verbessern.

LXXIV.

Die Mechanik der Gehörknöchelchen und des Trommelfelles.

Aus Pflüger's Archiv für Physiologie. 1. Jahrgang. — Separatabdruck.
Bonn bei Max Cohen & Sohn. 1869.

Eine kürzlich in der Zeitschrift für rationelle Medicin ver- 1
öffentlichte Notiz aus dem Nachlass des der Wissenschaft leider zu früh entrissenen B. Riemann lehrt uns die Gedanken kennen, welche sich dieser mit einer so ungewöhnlichen Penetrationskraft ausgerüstete Geist in den letzten Monaten seines Lebens über die Aufgaben der physiologischen Akustik und über die Mängel ihrer bisherigen Lösungen gebildet hatte. Auch hier hatte er schnell wieder den wesentlichen Punkt herausgefunden, welcher das Centrum aller Schwierigkeiten bildet, und auf welchen zunächst die wissenschaftlichen Strebungen hin gerichtet sein müssen. Er hebt es als die Hauptaufgabe der Mechanik des Ohres hervor, die Möglichkeit zu erklären, dass der Trommelhöhlenapparat so ausserordentlich fein abgestufte Bewegungen von der Luft auf das Labyrinthwasser übertrage, wie er dies wirklich thut. Er belegt durch Rechnungen, dass die Excursionen des Steigbügels bei schwächeren, aber noch deutlich unterscheidbaren Tönen zum Theil so klein sein müssen, dass sie auch durch die stärksten Vergrösserungen unserer jetzigen Mikroskope nicht sichtbar gemacht werden könnten. Um Bewegungen von dieser Zartheit regelmässig und sicher zu übertragen, verlangt er eine entsprechende Präcision und Sicherheit in den Bewegungen des übertragenden Apparates.

Er spricht dabei aus, dass er der von mir in der Lehre von den Tonempfindungen vorgetragenen Theorie von den Bewegungen des Ohres vielfach entgegen zu treten genöthigt sein würde. Ich muss in dieser Beziehung bemerken, dass ich die Darstellung der Bewegungen des Trommelhöhlenapparates in
2 Abtheilung I, Abschnitt 6 des genannten Buches selbst nur als eine vorläufige, nach fremden Quellen gegebene betrachtet habe. Es war mir damals unmöglich eigene Untersuchungen auch noch über diese Frage anzustellen, obgleich ich die Nothwendigkeit neuer Untersuchungen darüber sehr wohl kannte. Ich habe mich also dort im wesentlichen der Darstellung von Ed. Weber[1]) angeschlossen, die den älteren Theorien gegenüber einen sehr wesentlichen Fortschritt enthält, und jedenfalls in ihren Grundzügen das Richtige trifft, wenn auch noch gewisse Ergänzungen und genauere Ausführungen derselben nicht entbehrt werden konnten.

Die Hauptschwierigkeit in dieser Theorie, welche mir auffiel, knüpfte sich an die Existenz des Hammerambossgelenkes. Nach Weber's Darstellung sollten Hammer und Amboss zusammen einen festen Winkelhebel bilden, dessen Drehungsaxe vom Processus Folianus des Hammers zur Spitze des kurzen Fortsatzes des Ambosses hinüberläuft. Wie war die Existenz eines von einer schlaffen und schwachen Kapselmembran zusammengehaltenen, in den meisten Richtungen sehr nachgiebigen Gelenkes in der Mitte dieses Hebels mit der hier nöthigen Sicherheit und Feinheit der Bewegungen zu vereinigen?

Sobald der Abschluss der physiologischen Optik mir Zeit zu anderen Untersuchungen liess, habe ich die oben bezeichnete Frage in Angriff genommen, und hatte die meisten der hier folgenden Resultate schon gewonnen, ehe mir Riemann's Notizen zukamen.[2]) Die Auflösung der Schwierigkeiten, wie

1) Berichte über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig. Math.-Physikal. Classe. 1851. 18. Mai. S. 29—31.

2) Eine vorläufige kurze Darstellung derselben habe ich in der Sitzung des hiesigen naturhist.-medicinischen Vereins gegeben. Sitzung vom 26. Juli und 9. August 1867. — Abgedruckt in den Heidelberger Jahrbüchern. (Vorige Aufsatz.)

sie sich bei genauerer Untersuchung der Mechanik der Gelenke und der Befestigungen der Gehörknöchelchen ergiebt, ist freilich eine ganz andere, als der berühmte Mathematiker sie sich gedacht zu haben scheint. Auch muss ich insoweit gegen seine Formulirung der Aufgabe des Gehörorgans Widerspruch erheben, als ich es durch die bekannten Thatsachen keineswegs für erwiesen halte, dass der Paukenhöhlenapparat völlig treu „die Druckänderung der Luft in jedem Augenblicke in constantem Verhältniss vergrössert auf das Labyrinthwasser übertrage“. Die Genauigkeit der Wahrnehmung erfordert nur, dass jeder Ton von constanter Höhe immer wieder, so oft er 3
vorkommt, eine Empfindung von gleicher Art und Intensität auslöse. Dass Töne gewisser Höhe das Ohr unverhältnissmässig stark afficiren, ist schon bekannt. Andere neue Beispiele von Abweichungen werden wir im Folgenden kennen lernen.

§ 1.

Was aus der Kleinheit der Dimensionen des Gehörorgans folgt.

Der bedeutendste Fortschritt, welchen Ed. Weber in der Theorie der Schallleitung im Ohre gemacht, und der, vielleicht weil er in zu kurzer Weise von ihm mehr angedeutet als ausgesprochen war, noch immer nicht so vollständig, wie er es verdient, berücksichtigt wird, scheint mir in der Einsicht zu beruhen, dass die Gehörknöchelchen und das Felsenbein bei der Leitung der Schallschwingungen als feste, incompressible Körper, das Labyrinthwasser als incompressible Flüssigkeit zu betrachten sind. Er spricht es mit Recht aus, dass es sich hier nicht um Fortleitung von Verdichtungs- und Verdünnungswellen in diesen Körpern und Flüssigkeiten handle, sondern dass die Gehörknöchelchen als feste Hebel, das Labyrinthwasser als eine nur im Ganzen zu bewegende Flüssigkeitsmasse zu betrachten seien.

Ich erlaube mir zunächst diesen Punkt, der die Grundlage aller der folgenden Untersuchungen bildet, näher zu begründen.

Wenn in einem nach allen drei Dimensionen des Raumes unendlich ausgedehnten elastischen Medium, sei es nun fest, flüssig oder luftförmig, ebene Wellen erregt werden, die einem einfachen Tone entsprechen, so schreiten diese mit der ihrer Schwingungsweise zukommenden Schallgeschwindigkeit in der elastischen Masse fort und erregen an verschiedenen Stellen der Masse theils Verschiebungen der Theilchen, theils auch, wenn sie von longitudinalen Schwingungen herrühren, Verdichtungen der Masse. Befinden sich zur Zeit an einem bestimmten Punkte der Masse Theilchen, die in ihrer äussersten Abweichung nach oben begriffen sind, so sind um eine halbe Wellenlänge davon entfernt andere zu finden, die in äusserster Verschiebung nach unten begriffen sind; dasselbe gilt für die übrigen Verschiebungsrichtungen. Zwischen diesen Grenzen äusserster Verschiebung nach oben und nach unten, die also in dem vorausgesetzten Falle immer mindestens um eine halbe Wellenlänge auseinanderliegen, finden wir in continuirlichem
4 Uebergange die geringeren Grade der Verschiebung nach oben, den Nullwerth dieser Verschiebung und die geringeren Grade der Verschiebung nach unten, sodass der Unterschied in der Verschiebung zweier oscillirender Theilchen, deren Entfernung verschwindend klein gegen die Wellenlänge ist, selbst verschwindend klein ist gegen die ganze Amplitude der Verschiebung. Beschränken wir uns also in einem solchen Falle auf die Betrachtung eines kleinen Theils der schwingenden Masse, dessen Dimensionen alle verschwindend klein sind verglichen mit der Wellenlänge, so werden auch die relativen Verschiebungen der einzelnen Punkte dieser kleinen Masse gegen einander verschwindend klein sein müssen im Vergleich mit der Amplitude der ganzen Schwingungen, die selbst immer bei regelmässig fortgepflanzten Schallschwingungen als verschwindend klein gegen die Wellenlänge betrachtet werden muss. Jene relativen Verschiebungen der einzelnen Punkte der kleinen Masse, die wir uns ausgeschieden denken aus dem Ganzen, gegen einander sind also verschwindend kleine Grössen zweiter Ordnung im Vergleich zur Wellenlänge, verschwindend kleine Grössen erster Ordnung im Vergleich zu den Amplituden der Schwingung und zu den

linearen Dimensionen der kleinen Masse, der sie angehören. Das heisst: diese bewegt sich in dem genannten Falle merklich so, wie es ein absolut fester Körper thun würde.

Das Verhältniss wird nicht geändert, wenn eine grosse Zahl ebener Wellen, die demselben einfachen Tone angehören, die elastische Masse durchziehen; auch nicht wenn Kugelwellen, von irgend welchen Erregungscentren in der Masse ausgehend, sich durch dieselbe verbreiten, ausgenommen in nächster Nachbarschaft von punktförmigen oder linienförmigen Erregungscentren selbst, deren Vorkommen aber mehr eine mathematische Fiction als ein praktisch vorkommender Fall ist.

Derselbe Satz bleibt nun auch für feste elastische Körper gültig, wenn ihre Masse nicht unendlich ausgedehnt ist nach allen Seiten, sondern Grenzen hat, an denen die Schallwellen zurückgeworfen wieder in das Innere der Masse zurückkehren; vorausgesetzt nur, dass entweder keine einzelne Dimension der schwingenden Masse sehr klein im Vergleich zur Wellenlänge werde, oder aber dass dieses mit allen Dimensionen der schwingenden Masse gleichzeitig geschehe, sodass keine derselben sehr klein gegen die übrigen wird, wie dies bei Platten, Membranen, Stäben, Saiten der Fall wäre.

Der Beweis für diese Sätze erhellt, so lange nur von ebe- 5
nen Wellen einfacher Töne in unendlich ausgedehnten Massen die Rede ist, leicht aus den bekannten Sätzen über die Form und die Schwingungsweise der ebenen Wellen. Der Einfluss der Grenzflächen dagegen und der letztgenannten Bedingungen ist von Kirchhoff entwickelt worden in seiner Abhandlung über das Gleichgewicht und die Bewegung eines unendlich dünnen elastischen Stabes.[1]) Allerdings ist in dieser Abhandlung zunächst nur vom Gleichgewichtszustande solcher elastischer Massen die Rede, und wird daselbst bewiesen, dass Kräfte, welche unendlich klein sind, verglichen mit den Elasticitätsconstanten des Körpers, und welche theils die innern Theile, theils die äussere Oberfläche der elastischen Masse angreifen, nur unendlich kleine relative Verschiebungen solcher

---

1) Borchardt's Journal für reine und angewandte Mathematik LVI. in § 1 der genannten Abhandlung.

Punkte der Masse gegen einander hervorbringen, welche in endlicher Entfernung von einander liegen, sodass dabei auch die Differentialquotienten der Verschiebungen, nach den Coordinaten genommen, endlich bleiben. Auf diesen letzteren Punkt kommt es wesentlich an. Denn wenn diese Differentialquotienten endliche Grössen sind, so sind in Massen von verschwindend kleinen linearen Dimensionen auch die relativen Verschiebungen ihrer einzelnen Punkte gegen einander verschwindend klein gegen die ganzen absoluten Verschiebungen, welche solche Massen erleiden.

Was Kirchhoff, wie gesagt, für den Gleichgewichtszustand erwiesen hat unter Voraussetzung unendlich kleiner Kräfte, lässt sich mittels des d'Alembert'schen Princips auch auf den Zustand der Bewegung übertragen, indem man die Beschleunigungen, welche die Massentheilchen bei ihrer Bewegung erleiden, als die den elastischen Körper deformirenden Kräfte ansieht. Diese sind nun verschwindend klein, wenn sie Schwingungen von einer im Vergleich zur Wellenlänge un-
6 endlich kleinen Amplitude angehören[1]), und entsprechen somit

1) Ist nämlich A die Amplitude der Schwingung und n die Schwingungszahl eines einfachen Tones, t die Zeit und c eine die Phase bestimmende Constante, so ist die veränderliche Abweichung s von der Gleichgewichtslage:

$$s = A \sin \left\{ 2\pi n t + c \right\}.$$

Wenn μ die Masse des Theilchens ist, so ist die zur Beschleunigung desselben gebrauchte Kraft k gleich:

$$k = \mu \frac{d^2 s}{dt^2} = -4\pi^2 n^2 \mu A \sin \left\{ 2\pi n t + c \right\}.$$

Ist nun λ die Wellenlänge und a die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der betreffenden Art von Schwingungen in unbegrenzten Massen, so ist:

$$n = \frac{a}{\lambda}.$$

Also für das Maximum von k, welches eintritt, so oft der Sinus der dafür gegebenen Formel gleich ± 1 wird:

$$\frac{k}{a^2} = \pm 4\pi^2 \frac{A}{\lambda^2} \mu.$$

Es ist also k unendlich klein im Vergleich zu $a^2 \mu$, wenn A unendlich klein im Vergleich zu λ^2; und a^2 multiplicirt mit der Dichtigkeit μ ist gleich der Constanten des elastischen Widerstandes, die bei der betreffenden Art der Vergleichung in Geltung tritt.

der von Kirchhoff gemachten Annahme unendlich kleiner störender Kräfte.

Der von Kirchhoff erwiesene Satz auf die uns vorliegenden Verhältnisse übertragen, kann also so ausgesprochen werden:

In festen elastischen Körpern, bei denen entweder sämmtliche lineare Dimensionen im Vergleich zur Wellenlänge nicht verschwindend klein sind, oder wenigstens keine von ihnen verschwindend klein gegen die übrigen ist, bringen Schwingungen eines einfachen Tones, deren Amplitude unendlich klein ist verglichen mit der Wellenlänge der gleichen Art von Schwingungen in unendlich ausgedehnten Massen, für zwei Punkte des elastischen Körpers, deren Entfernung von einander selbst wieder verschwindend klein gegen dieselbe Wellenlänge ist, relative Verschiebungen hervor, welche verschwindend klein gegen die ganze Amplitude der Schwingungen sind.

Das heisst also, dass unter den bezeichneten Einschränkungen sich Massen, deren lineare Dimensionen alle klein gegen die Wellenlänge sind, merklich wie absolut feste Körper bewegen, oder dass die Formveränderungen, die sie erleiden, zu vernachlässigen sind im Vergleich zur ganzen Amplitude ihrer Bewegungen.

Wenn wir nun berücksichtigen, dass in Luft die Wellenlängen der Töne unserer musikalischen Scala zwischen dem C_{-1} von 33 bis zum c_5 von 4224 Schwingungen, Werthe
haben, die zwischen den Grenzen von einerseits 1000, anderer- 7
seits 8 cm enthalten sind, dass im Wasser dieselben mehr als vier Mal grösser, in Messing etwa eilf Mal, in Kupfer zwölf Mal, in Stahl und Glas mehr als fünfzehn Mal grösser sind als in Luft, dass dagegen die Dimensionen der Gehörknöchelchen und des Gehörlabyrinths meist nur kleine Bruchtheile eines Centimeters betragen, so ergiebt sich das wichtige Factum, dass alle Dimensionen der elastischen festen und flüssigen Massen, welche den Gehörapparat zusammensetzen, jedenfalls nur sehr kleine Bruchtheile der Wellenlängen derjenigen

Töne sind, die gewöhnlich vorkommen und gegen welche unser Ohr gut empfindlich ist.

Daraus ist also nach dem voraus Gesagten weiter zu folgern, dass bei den durch die gewöhnlich hörbaren Töne hervorgerufenen Schwingungen des Gehörapparates, der Gehörknöchelchen und des Felsenbeines, die Theilchen jeder einzelnen von diesen kleinen Massen gegen einander nur Verschiebungen gen erleiden, welche verschwindend klein sind im Vergleich mit der Amplitude der betreffenden Schallschwingungen, das heisst, dass sie sich annähernd wie absolut feste Körper bewegen.

Der letzte Grund dieser Eigenthümlichkeit der Bewegung liegt in der sehr grossen Geschwindigkeit, womit sich die Einwirkung jeder Kraft oder jedes Anstosses auf eine dieser kleinen festen Massen durch sie hin verbreitet. Diese Geschwindigkeit ist so gross, dass die zur Verbreitung des Anstosses nöthige Zeit im Vergleich zur Dauer der Schallschwingungen der Regel nach als verschwindend klein, und die Einwirkung daher als augenblicklich durch die ganze Masse verbreitet betrachtet werden kann.

Eine incompressible Flüssigkeit von festen Wänden eingeschlossen unterscheidet sich von einer compressiblen ebenfalls dadurch, dass jeder Anstoss, der einen Theil ihrer Oberfläche trifft, sich sogleich durch die ganze Flüssigkeit verbreitet und jeden Theil derselben augenblicklich in Bewegung setzt; während in einer compressiblen Flüssigkeit von dem Orte der Einwirkung eine Welle ausgeht, die mit einer gewissen Geschwindigkeit abläuft und nach einander die verschiedenen Theile der Flüssigkeit in Bewegung setzt. Wenn also wie bei dem Labyrinthwasser die Dimensionen der ganzen Masse verschwindend klein gegen die Wellenlänge sind und die Wände des Felsenbeins, die es einschliessen, so fest, dass sie den hier in Betracht kommenden geringen Druckkräften gegenüber als
8 absolut fest betrachtet werden dürfen, so geschieht die Ausbreitung der Wirkung durch die ganze Masse so gut wie augenblicklich, und das Labyrinthwasser bewegt sich dann unter dem Einflusse der Schallschwingungen nicht merklich anders, als sich eine absolut incompressible und daher der

Schallschwingungen unfähige Flüssigkeit unter denselben Verhältnissen bewegen würde.

Endlich ist das Gleiche auch auf die in dem Gehörgange und der Trommelhöhle enthaltene Luft anzuwenden, wenigstens für die tieferen und mittleren Töne der Scala. Bei sehr hohen Tönen, der obersten Octave des Claviers entsprechend, kommt allerdings die Länge des Gehörganges einer Viertelwellenlänge nahe, und es treten die von mir beschriebenen Resonanzphänomene auf.[1]) Jedenfalls ist aber der Querdurchmesser des Gehörganges zu gering, als dass etwa vor verschiedenen Theilen des Trommelfelles gleichzeitig wesentlich verschiedene Phasen des Druckes oder der Geschwindigkeit eintreten könnten, und wir dürfen daher unbedenklich den Luftdruck längs der ganzen Fläche des Trommelfelles als gleich gross ansehen. Es ist dieser Umstand ebenfalls für den Mechanismus des Ohres von grosser Bedeutung, weil dadurch jede Möglichkeit einer nach der Localität des tönenden Körpers verschiedenen localen Erregung des Trommelfelles ausgeschlossen wird, und deshalb in der Empfindung kein anderes Zeichen für verschiedene Localisation des Schalles übrig bleibt, als die verschiedene Schallstärke, welche bei verschiedener Haltung des Kopfes und in der Vergleichung der Empfindungen beider Ohren beobachtet werden kann.

Die oben hingestellte Regel bezieht sich, wie mehrfach hervorgehoben worden ist, auf solche Körper, an denen keine ihrer linearen Dimensionen gegen die übrigen verschwindend klein ist, also nicht auf Fäden, Membranen, Stäbe und Platten. Sie erleidet auch Ausnahmen, wenn nur irgend ein mittlerer Theil des betreffenden Körpers sehr schmal und zusammengeschnürt ist. Unter den Bestandtheilen des Gehörorgans ist es nur das Trommelfell, welches unter diese Ausnahme fällt. In der That sind solche nach einer Richtung oder an einer Stelle sehr dünnen Körper verhältnissmässig langsamer Schwingungen fähig. Ausbiegungen derjenigen Art nämlich, denen der Körper wegen seiner geringen Dicke geringen elastischen Widerstand entgegensetzt, gleichen sich langsam wieder aus und pflanzen

1) Lehre von den Tonempfindungen. S. 175 u. 176.

sich mit viel geringerer Geschwindigkeit fort, als dies die Oscillationen in dicken Massen derselben Art thun.

Dass die Gehörknöchelchen nicht unter diese Ausnahme fallen, erhellt leicht, wenn man sie vergleicht mit den metallenen Stäben oder Zungen, welche wir gebrauchen, um hohe Töne zu erzeugen. Die Zungen, welche für die höchsten Töne der musikalischen Scala in einem Harmonium gebraucht werden, sind relativ sehr lang und sehr dünn, wenn wir sie mit den Dimensionen der Gehörknöchelchen vergleichen, und es kann für Jemand, der einige Erfahrung über die Eigentöne von solchen festen Körpern hat, nicht zweifelhaft bleiben, dass, wenn es überhaupt möglich wäre, so kleine Massen, wie die Gehörknöchelchen, selbst den relativ dünn gebauten Steigbügel nicht ausgenommen, in stehende Schwingungen zu versetzen, diese enorm hohe Töne geben würden, die weit jenseits der Grenzen unserer musikalischen Scala liegen und unserem Ohre wahrscheinlich nicht mehr vernehmbar sein würden.

Das Verhältniss der Gehörknöchelchen gegen die Schallschwingungen ist praktisch dasselbe wie das einer eisernen Stange, die als Pendel aufgehängt ist, bei den Pendelschwingungen. Auch eine solche Stange ist elastisch, kann sich biegen und Eigenschwingungen verschiedener Art ausführen, von denen aber viele hundert auf eine Sekunde kommen, während sie als Pendel vielleicht nur ein Mal in der Sekunde schwingt. Wenn ein solches Pendel in Mitschwingen versetzt wird durch eine periodisch wechselnde Kraft, deren Periode eine oder mehrere Sekunden oder grössere Bruchtheile einer Sekunde beträgt, so kann jeder Anstoss, den eine solche Kraft einem Punkte der Stange mittheilt, viele hundert Male in der Stange hin und her laufen, ehe der entsprechende Anstoss der nächsten Periode erfolgt, und so seine Wirkung vollständig über die ganze Masse der Stange ausbreiten, ehe auch nur erst ein kleiner Bruchtheil der Schwingungsperiode abgelaufen ist. Unter diesen Umständen bewegt sich das Pendel praktisch wie ein absolut fester Körper, das heisst: seine wirkliche Bewegung ist von der eines solchen nicht merklich unterschieden auch für die feinsten Beobachtungsmethoden. Ganz anders verhält es sich, wenn wir das Pendel durch einen Ton in

Erschütterung versetzen, dessen Tonhöhe einem der Eigentöne der Stange sich nähert. Dann bewegt sich diese nicht mehr nach den Gesetzen des Pendels, sondern als schwingender elastischer Stab.

Dasselbe gilt für die Gehörknöchelchen. So lange die Schwingungsperioden der zugeleiteten Töne sehr gross sind, im Vergleich mit denen der Eigentöne der Gehörknöchelchen, so lange müssen sich diese praktisch als absolut feste Körper bewegen.

§ 2.

Anatomisches über das Trommelfell.

Ehe ich zur Erörterung der mechanischen Wirkungen des Trommelhöhlenapparates übergehen kann, muss ich noch einiges Anatomische besprechen, nicht als ob ich hier wesentlich Neues vorzutragen hätte, sondern nur, weil unter einer eingehenderen Untersuchung des physiologischen Zusammenhanges eine Menge kleine Einzelheiten, die der Anatom gelegentlich wohl bemerkt und dann an ihnen vorbeigeht, hervorragende Wichtigkeit gewinnen können, und deshalb theils in das Gedächtniss des Lesers zurückgerufen, theils mit Sorgfalt bestätigt werden müssen.

Die Oeffnung, in welche das Trommelfell eingesetzt ist, wird bekanntlich von dem Schuppentheile des Schläfenbeins und dem ehemaligen Paukenringe gebildet, welche beide an Erwachsenen fest knöchern verschmolzen sind; freilich nicht so fest, dass nicht gelegentlich beim Ausmeisseln eines Gehörpräparates gerade an jener Verschmelzungsstelle der Knochen leicht bricht, was ich für die Darstellung der oberen Verbindungen des Trommelfelles recht hinderlich fand. Auch am trocknen Knochen des Erwachsenen ist diese Scheidung noch ziemlich deutlich dadurch angedeutet, dass an der Grenze beider Theile, vorn und hinten Knochenvorsprünge herausragen, welche einen unteren ziemlich regelmässig oval begrenzten, und von einer Ansatzrinne des Trommelfelles umsäumten Theil der Oeffnung von einem oberen stärker concaven

und unregelmässiger begrenzten Ausschnitt trennen. Ersterer gehört dem Os tympanicum, letzterer dem Os squamosum an. In Fig. 50 ist die obere vordere Wand des knöchernen Gehörganges abgebildet von einem Schläfenbein, welches parallel
11 dieser Wand durchschnitten ist; *ab* ist die Durchschnittsfläche der vorderen Wand, welche den Gehörgang gegen das Kiefergelenk abgrenzt; *cd* die Durchschnittslinie der hinteren Wand; *bd* ist die äussere Oeffnung des Gehörganges; eine leichte Furche *hi*, die in der Zeichnung etwas stärker ausgeprägt worden ist, als es in Wirklichkeit der Fall war, bezeichnet die Ansatzlinie des Trommelfelles Von der Spitze *f* nach *g* hin sieht man noch die Andeutung der Spalte verlaufen, welche beim Fötus den vorderen oberen Rand des Paukenringes von der Schuppe trennte. Zwischen *a* und *h* ist dieselbe Spalte (Fissura Glaseri) ebenfalls erkennbar. Die bei *f* hervorragende Spitze, welche eine wichtige Bedeutung für die Befestigung des Hammers hat, nennt Henle Spina tympanica posterior im Gegensatz gegen eine andere, beim Fötus deutlicher ausgesprochene Spitze am vorderen Ende des Paukenringes an dessen vorderer äusserer Ecke, die er Spina tympanica anterior nennt, und der an dem viel breiter gewordenen Os tympanicum des Erwachsenen die Spitze *g* entsprechen möchte. Letztere liegt aber der entsprechenden Fläche der Schläfenschuppe eng an und tritt nicht mehr als Spina hervor. Dagegen sieht man am hinteren Ende des oben erwähnten Ausschnittes, etwa der Stelle zwischen *c* und *i* unserer Fig. 50 entsprechend eine stumpfere, weniger ausgesprochene Hervorragung des Befestigungsrandes des Trommelfelles, die wir bei Beschreibung dieser Befestigung noch öfter werden zu erwähnen haben. Um nun nicht Irrthümer zu veranlassen,

Fig. 50.

dadurch dass ich für die vordere *f* dieser beiden Spitzen Henle's Namen Spina tympanica posterior brauche, werde ich mir erlauben, diese mit dem Namen Spina tympanica major und die hintere bei *i* mit dem Namen Spina tympanica minor zu belegen.

In den Ausschnitt, der zwischen *f* und *c* liegt, schiebt sich der Hals des Hammers ein, sodass die Spitze von *f* ihn beinahe berührt. Eine etwas flachere und weniger scharf begrenzte Ausbuchtung, wie die zwischen *f* und *i* in Fig. 50 sichtbare, zeigt nun auch noch die Ansatzlinie des Trommelfelles, wo sie dicht vor jenen Punkten vorbeiläuft. Doch ist diese Linie gerade an diesem Punkte viel weniger scharf gezeichnet als am unteren vom Os tympanicum gebildeten Theile seines Ansatzes; wie denn auch gerade hier das Trommelfell schon durch leises Drängen mit einem stumpfen Instrumente leicht von seinem Ansatz zu lösen ist, und eigentlich mehr an die Cutis, als an den Knochen befestigt ist.

Wir wollen diesen Ausschnitt des oberen Randes an der
genannten Stelle den Rivini'schen Ausschnitt nennen, da er 12
die Stelle des von Rivini beschriebenen, aber in der Majorität normaler erwachsener Individuen nicht existirenden Loches einnimmt, welches der letzte Rest der ersten Visceralspalte ist.

Wenn nun auch dort normaler Weise keine Oeffnung besteht, so ist doch der Rivini'sche Ausschnitt von einem schlaffen Theile des Trommelfelles ausgefüllt, der unter der dünnen Cutis mit dieser und unter sich nur locker verwebte, leicht zu trennende schlaffe Bindegewebbündel zeigt, von durchziehenden Nerven und Gefässen durchbrochen (Membrana flaccida Shrapnell). Eben deshalb brechen auch hier Abscesse leicht durch, und gerade hier macht man beim Abpräpariren der Cutisschicht leicht künstliche Oeffnungen. Man fühlt den Unterschied der Spannung und Consistenz dieses oberen Theiles des Trommelfelles in Vergleich zu dem Reste der Membran, wenn man das obere abgerundete Ende einer Nähnadel an einem Präparate, wo die Befestigungen der Gehörknöchelchen und des Trommelfelles noch unverletzt erhalten sind, über die Fläche des letzteren gleiten lässt. Man fühlt dann, wie zwischen der Spina tympanica major und minor ein ziemlich fest gespannter

Strang von Fasern liegt, in den sich der Processus brevis des Hammers gegen den vorderen Rand hin einschaltet. Dieser Strang bildet die obere Grenze für den unteren festeren Theil der Membran. Sobald die tastende Nadel über ihn hinübergleitet, sinkt sie plötzlich ein, indem sie die schlaffe Cutis und Bindegewebmasse des *Rivini*'schen Ausschnittes zurückdrängt. Auch wenn man nur die Wölbung der äusseren Fläche des Trommelfelles an einem passenden Präparate und bei schräger Beleuchtung aufmerksam betrachtet, zeichnet sich in der Regel dieser von dem Processus brevis Mallei gegen die Spina tympanica minor gerichtete Strang aus, der, so weit ich erkennen konnte, übrigens nur durch die eigenthümlichen Sehnenfaserzüge des Trommelfelles gebildet wird. Wir wollen diesen Faserzug den oberen *Befestigungsstrang* des Trommelfelles nennen. Er bildet die Grenze für den bei den Schallschwingungen in Betracht kommenden Theil der Membran.

An der inneren Seite geht von der Ansatzlinie aus die Membrana flaccida in das Gewebe der Schleimhautfalte über, welche die von *Tröltsch* beschriebene *hintere Paukenfelltasche* bildet, und in deren unterem freien Rande die Chorda Tympani verläuft. Die Ansatzlinien des Trommelfelles und der
13 genannten Falte stossen an der Tiefe der Wölbung der *Rivini*schen Ausbuchtung zusammen; hier hängen beide auch fester unter einander zusammen, als sie es mit dem Knochen thun; nach hinten hin verläuft dann aber die Ansatzlinie der Schleimhautfalte nicht längs des Ansatzes des Trommelfelles, sondern längs der scharfen Kante des in Fig. 50 bei *c* dargestellten keilförmigen Knochenvorsprungs, dessen äussere Fläche dem Trommelfell fast parallel, wenig entfernt von diesem nach innen liegt, und auch von aussen her weisslich durch das halbdurchsichtige Trommelfell hindurchschimmernd bemerkt werden kann. Weiter nach unten hin findet sich gerade auf seiner vorspringenden Kante die Oeffnung für den Austritt der Chorda tympani. Der kleine Ausschnitt, der bei *c* Fig. 50 hinter der Kante bemerkbar wird, ist der Durchschnitt einer rinnenförmigen Fortsetzung des Canals der Chorda. Bis zum Austritt der Chorda reicht auch die Schleimhautfalte der hinteren Paukentasche herab. Der Nerv bildet gerade ihren Rand.

Nach vorn von der höchsten Ausbuchtung des Rivini'schen Ausschnittes verläuft die Ansatzlinie der Schleimhautfalte am Trommelfell selbst gegen den kurzen Fortsatz des Hammers hin. Dieser Theil der Falte scheidet die vordere kleinere von der hinteren grösseren Paukenfelltasche. Die Ansatzlinie am Hammer werden wir später zu beschreiben haben.

Der Rivini'sche Ausschnitt liegt nach vorn und oben am Trommelfell. Dessen grösster Durchmesser läuft ziemlich senkrecht vom hinteren Ende des Ausschnittes oberhalb der Spina tympanica minor nach unten herab. Seine Länge habe ich an einer Reihe von Präparaten gemessen, und finde sie übereinstimmend mit den Angaben von Tröltsch gleich 9 bis 10 mm. Der kleinste Durchmesser liegt nahehin horizontal und beginnt etwas unterhalb der Spina tympanica major. Seine Länge fand ich zu $7^1/_2$ bis 9 mm. Diese Durchmesser haben übrigens an kindlichen Schädeln im Ganzen dieselbe Grösse wie bei Erwachsenen.

Das innere Ende des Gehörganges ist bekanntlich nach innen und ein wenig nach unten gerichtet; die Ebene, welche durch die Ansatzfurche des Trommelfelles zu legen ist, ist wiederum gegen die Axe des Gehörganges stark geneigt, sodass sie mit letzterer einen Winkel bildet, den man auf 55 Grade schätzt, während die Paukenfelle beider Seiten mit einander einen nach oben geöffneten stumpfen Winkel von etwa 130 bis 135 Graden bilden.

Das Paukenfell ist nun aber nicht flach in seinem An- 14
satzringe ausgespannt, sondern seine Mitte, oder Nabel, ist durch den daran befestigten Handgriff des Hammers stark nach innen gezogen, und die Membran hat deshalb eine trichterförmige Gestalt, sodass die Spitze des Hammergriffes der Spitze des Trichters entspricht, und die Meridianlinien des Trichters gegen seine Höhlung hin convex gewölbt sind. Um diese Gestalt des Trommelfelles, die für die Mechanik der Schallleitung von grosser Wichtigkeit ist, anschaulich zu machen, habe ich von einem Präparate, an dem die untere Wand des Gehörganges fortgenommen und dadurch das Trommelfell freigelegt war, welches übrigens in seinen Verbindungen ungestört blieb, einen Abguss der oberen Wand des Gehör-

ganges und der äusseren Fläche des Trommelfelles mit Stearin gemacht, und dessen Umrisslinie in Fig. 51 abgebildet, wie ich sie in der Camera clara nachgezeichnet habe; *ab* ist die obere Wand des Gehörganges, *bc* die verticale Umrisslinie des Trommelfelles; die übrigen Theile sind nach andern Präparaten ergänzt.

Die gegen den Gehörgang gekehrte convexe Wölbung der auf der Fläche des Trommelfelles gezogenen Radien ist hier sehr deutlich. Zugleich sieht man, wie in Folge dieser Einziehung des Nabels die obere Hälfte des Trommelfelles fast in gleiche Richtung mit der oberen Wand des Gehörganges zu liegen kommt, und die untere fast senkrecht auf der Axe dieses Ganges steht. Dieser letztere Umstand ist für die Untersuchung des Ohres mit dem Ohrenspiegel von Wichtigkeit, weil nämlich der senkrecht gegen die Axe des Gehörganges gekehrte Theil des Trommelfelles, welcher in der Regel dicht unter dem Ende des Hammerstieles liegt, das von aussen in das Ohr geworfene Licht wieder gegen den Ausgang des Gehörganges zurück reflectirt, und deshalb als eine dreieckige glänzende Stelle erscheint.

Fig. 51. Gehörgang.

Die äussere Oberfläche des Trommelfelles, welche zunächst mit einer Epithelialschicht, der Fortsetzung der hornigen Epidermis der Haut des Gehörganges, überkleidet ist, bekommt die Fähigkeit Licht zu reflectiren dadurch, dass sie fettig ist. An einem möglichst frisch geöffneten Ohre sieht man Wassertropfen von dieser fettigen Fläche abfliessen wie von geöltem Papier.

15 Die convexe Wölbung der Meridiane des Trommelfelles ist in demjenigen Meridiane am geringsten, in welchem der Stiel des Hammers sich an das Trommelfell anlegt. In Fig. 52 ist die entsprechende Umrisslinie des oben erwähnten Stearinabgusses dargestellt und die Lage des Hammers durch punktirte Linien angedeutet. Man erkennt in dieser Zeichnung auch gleichzeitig, dass der Nabel etwas unter der eigentlichen Mitte des Trommelfelles liegt.

Fig. 52. Hammer.

Der Meridian, in welchem der Hammerstiel befestigt ist, läuft vom Nabel des Trommelfelles nach oben und vorn gegen die vordere Grenze des Rivini'schen Ausschnittes hin, sodass der kurze Fortsatz des Hammers, welcher das obere Ende des Stiels begrenzt, nahe hinter dem Vorsprung zu liegen kommt, der äusserlich am Ansatz des Trommelfelles der innen hervorragenden Spina tympanica major entspricht. An jene Spina ist der Hammer theils durch eine straffe Bandmasse (Ligamentum mallei anterius), theils durch seinen sogenannten langen Fortsatz (Processus Folianus) angeheftet. Letzterer legt sich, so lange er existirt, in eine Furche am innern Rande jener Spina.

Während die Spitze des Hammerstieles den Nabel des Trommelfelles nach innen zieht, wird diese Membran bekanntlich durch den kurzen Fortsatz an der Basis des Hammerstieles etwas nach aussen gedrängt.

Das Trommelfell besteht der Hauptsache nach aus einer eigenthümlichen, zwar nur etwa $^1/_{20}$ mm dicken, aber verhältnissmässig sehr festen Sehnenmembran, die nach aussen von einer dünnen Fortsetzung der Haut des Gehörganges, innen dagegen von einer dünnen Fortsetzung der Schleimhaut der Paukenhöhle überzogen wird. Zusammengenommen haben diese Schichten etwa 0,1 mm Dicke. Die äussere Hautschicht besteht hauptsächlich aus einer Fortsetzung der Epidermis, welche von einer dünnen Schicht lose verwebter Bindegewebbündel getragen wird. Sie lässt sich von dem grössten Theile der Fläche des Trommelfelles ziemlich glatt abpräpariren, nur an der Rivini'schen Lücke und längs des Stieles des Hammers[1])
hängt sie fester mit dem daselbst verdickten und knorpelartigen 16
Gewebe des Trommelfelles zusammen. Von der Rivini'schen Lücke aus läuft dann auch an der oberen Wand des Gehörganges eine Linie festeren Zusammenhanges der Haut des Gehörganges mit dem Knochen aus, indem die Faserzüge der Cutis

1) Gruber's schräg abwärts steigende Fasern des Trommelfelles schliessen sich hier den Fasern der Cutis als tiefste Schicht derselben in mechanischer Beziehung an, wenn sie auch vielleicht histologisch unterschieden werden können.

sich hier in die Fissura Glaseri, die alte Spalte, welche den Paukentheil des Schläfenbeins vom Schuppentheil trennt, einsenken (Fig. 50 *fg*).

Die mittlere festere Schicht des Trommelfelles ist eine fibröse Haut, die theils aus radiär, theils aus circulär verlaufenden Fasern besteht. Die radiären Fasern liegen auf der äusseren Seite, die circularen auf der inneren Seite dieser Schicht. Für jene bildet in der vorderen Hälfte das Ende des Hammerstieles den Mittelpunkt ihrer Ausstrahlung. Auf der hinteren Seite dagegen laufen sie mehr parallel von der ganzen Länge des Hammerstieles aus. Ihre Schicht ist längs des Randes am dünnsten und verdickt sich allmählig gegen den Hammerstiel hin, wo sie sich mehr zusammendrängen.

Die circularen Fasern bilden im Centrum des Trommelfelles eine sehr dünne Schicht, die sich gegen die Peripherie hin allmählig verdickt, die äusserste Peripherie aber frei lässt (nach Gerlach), oder (nach J. Gruber) wenigstens wieder viel dünner wird, als sie in der Mitte ist. Am Rivini'schen Ausschnitte sind die Ringfasern ziemlich stark entwickelt, atlasglänzend, und bilden hier den Befestigungsstrang, der den festeren Theil des Trommelfelles nach oben hin begrenzt; sie schneiden sich hier unter einem ziemlich kleinen spitzen Winkel mit den radiären Fasern, die an dieser Stelle nicht vom Nabel, sondern vom kurzen Fortsatz des Hammers ausstrahlen. Hier mischen sich dann auch die unregelmässig durcheinander geschlungenen Cutisfasern ein.

Die Sehnenfasern dieser Schichten sind sehr feste straffe Bänder, dicht neben einander liegend, und jeder Dehnung einen sehr grossen Widerstand entgegensetzend. Sie unterscheiden sich durch ihren sehr grossen elastischen Widerstand wesentlich von dem viel nachgiebigeren gelben elastischen Gewebe. Die Substanz des Trommelfelles schwillt in Essigsäure und Kalilösungen, wie es das Sehnengewebe, nicht aber das elastische Gewebe thut. Ich fand, dass sie wie Sehnengewebe durch Kochen in verdünnter Kalilösung schnell vollständig aufgelöst wird, wobei nur geringe Reste elastischen Gewebes zurückbleiben, welches theils deutlich noch Gefässröhren erkennen
17 lässt, theils auch eine sehr dünne continuirliche Membran, die

wahrscheinlich die Grundlage des Schleimhautblattes an der inneren Seite des Trommelfelles bildet.

Diese Art der Zusammensetzung des Trommelfelles ist für seine mechanischen Leistungen von grösster Wichtigkeit, wie die Folge zeigen wird. Es ist nicht als elastisch nachgiebige, sondern als eine fast unausdehnsame Membran aufzufassen. Seine sehr geringe Nachgiebigkeit zeigt sich auch, wenn man es entweder in seiner natürlichen Befestigung, oder nachdem man es gelöst und auf einer Glasplatte ausgebreitet hat, mit Stecknadeln zerrt. Es zieht sich nicht aus, wie ein Kautschukblatt, oder wie ein aufgeweichtes Stück thierischer Blase, sondern es widersteht dem Zuge sehr kräftig und bildet Falten rings um die gezerrte Stelle, wie eine Collodiummembran.

§ 3.

Befestigung des Hammers.

Der Hammer ist zunächst mit dem Trommelfelle in einer kürzlich von J. Gruber ausführlicher beschriebenen Weise verbunden. Der Anlagerungsstelle des Knochens entsprechend ist das Trommelfell verdickt, theils durch starke Faserzüge der Cutisschicht, welche vom Rivini'schen Ausschnitt her an der Ansatzstelle des Hammers entlang ziehen, theils durch Einlagerung von faserknorpeligem Gewebe. Das Periost des Hammers geht an beiden Flächen des Handgriffes in diese faserknorpelige Verdickungsschicht über und heftet ihn an deren Rändern fest. In der Nähe des unteren Endes des Handgriffes ist die Verbindung des Knochens mit dem verdickten Gewebe des Trommelfelles eine durchaus feste; gegen den kurzen Fortsatz hin aber findet sich zwischen dem Knochen und dem Trommelfell eine nachgiebigere Schicht, oder selbst eine Art von unvollkommener Gelenkspalte, die nur an beiden Rändern durch die Verbindung des Periosts des Hammers mit den Rändern der knorpeligen Schicht und dem Fasergewebe des Trommelfelles fester ist.

Mit der Spitze seines Handgriffes zieht der Hammer den

Nabel des Trommelfelles nach innen; um die Verbindung beider Theile zu unterhalten, musste hier die Verbindung am festesten sein. Am kurzen Fortsatz drückt der Hammer gegen das Trommelfell, hier ist also eine geringere Festigkeit der Verbindung ausreichend, und gleichzeitig ist dadurch die Möglich-
18 keit kleiner Verschiebungen des Hammers gegen die Membran gegeben, deren Bedingungen wir weiter unten noch genauer kennen lernen werden.

Die zweite und relativ festeste Verbindung des Hammers ist die mit der Spina tympanica major. Die Spitze derselben reicht bis ganz dicht an den Hals des Hammers in den Ausschnitt bei *d* Fig. 53, den dieser dicht über der Wurzel des Processus Folianus *l* zeigt. Der Hammer ist in dieser Ansicht von der äusseren Seite gesehen; *cp* ist sein Kopf, *b* der kurze Fortsatz, *m* der Handgriff, * die Gelenkfläche für den Amboss. Der Processus Folianus liegt nun längs des inneren gegen die Trommelhöhle gekehrten Randes der Spina (Kante *fa* der Fig. 50), sodass von der Spitze bei *l* bis zu dem Ausschnitt bei *d* der Rand der Spina und die betreffende Kante des Hammers fast parallel und nur durch einen ganz schmalen Zwischenraum von etwa $^1/_3$ mm Breite getrennt neben einander herlaufen. Dieser Spalt setzt sich nach oben hin von *d* bis zu der Vertiefung bei *f* am Hammer noch fort, wo eine von der oberen Fläche der Spina nach oben laufende Knochenkante dem Hammer gegenübersteht. Diese ganze Spalte ist mit kurzen straffen Sehnenfasern überbrückt; längere Fasern derselben Art gehen von der Fläche der Spina und von deren abwärts laufendem Rande aus, convergiren gegen den Punkt *d* des Hammers und umhüllen auch den unteren Rand, so wie die äussere Fläche des Processus Folianus, sodass dieser ganz in dieser sehnigen Fasermasse, die das Ligamentum anterius Mallei bildet, und der sie überziehenden Schleimhautfalte verborgen liegt.

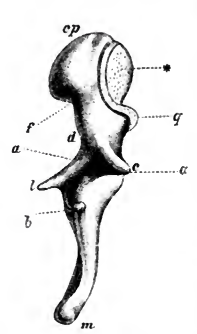


Fig. 53. Hammer.

Ich muss hier noch über den Processus Folianus des Hammers bemerken, dass derselbe bei Kindern allerdings ein langes elastisches Knochenblatt ist, was bis zur Fissura Glaseri reicht. Betreffs der Verhältnisse bei Erwachsenen muss ich mich aber denjenigen Anatomen anschliessen, die ihn als zu einem kurzen Stumpfe geschwunden beschreiben. Ich bemerke, dass ich bei der Präparation mehrerer Schläfenbeine besonders darauf geachtet habe, ob etwa dieser Fortsatz erst durch das Bemühen den Hammer zu lösen abgebrochen wird. Ich habe zu dem Ende, ehe noch der Hammer aus seiner natürlichen Befestigung irgendwo gelöst war, eine feine Nadelspitze als Sonde zwischen 19
die Faserzüge des Ligamentum anterius Mallei eingestochen und damit nach dem Processus Folianus getastet. So konnte ich ihn deutlich eine kurze Strecke verfolgen, dann hörte er plötzlich mitten in der Masse des genannten Ligaments auf, und ich konnte keinerlei Fortsetzung des Knochenstreifens fühlen, wie sie hätte vorhanden sein müssen, wenn der Fortsatz etwa nur gebrochen gewesen wäre.

Auch muss ich noch bemerken, dass der stehen bleibende Stumpf des genannten Fortsatzes durchaus nicht direct und fest der Knochenmasse der Spina anliegt, sondern durchgehends nur durch kurze Bandmasse mit ihr verbunden ist. Man kann deshalb bei einem Präparat, wo die Verbindungen des Hammers alle vollständig erhalten sind, und dieser seine natürliche Lage hat, mittels einer auf die Wurzel des Processus Folianus aufgesetzten Nadel diese Stelle des Hammers sowohl von oben nach unten, als von innen nach aussen etwas verschieben, so viel es eben die kurzen Bandmassen des Ligamentum anterius erlauben. Die Berührung von Knochen mit Knochen tritt keiner dieser Bewegungen hindernd in den Weg.

Das Ligamentum anterius ist also der Hauptsache nach, wenn man von den oberflächlich liegenden längeren Verstärkungsfasern absieht, ein sehr kurzes und sehr breites Band, dessen Ansatzlinie am Hammer von l bis f Fig. 53 hinaufläuft, und von l bis d der inneren Kante der Spina tympanica major, bei d deren Spitze, von d bis f einer nach oben von der Spina auslaufenden Knochenleiste nahe gegenübersteht. Ich bemerke hier noch, dass sich das Band in Form einer Schleimhautfalte

noch nach oben und unten verlängert. Nach oben hin läuft die Schleimhautfalte ungefähr längs der in Fig. 53 sichtbaren Contourlinie des Knochens hin, immer schmal und sichelförmig bleibend, da hier die äussere Wand der Trommelhöhle dem Kopfe des Hammers überall sehr nahe bleibt. Endlich endet diese Schleimhautfalte oben auf dem Kopfe, und in ihrem Rande liegt das kurze rundliche Ligamentum Mallei superius, welches schräg nach aussen und abwärts gegen den Hammerkopf absteigt, und also ein Hemmungsband für nach aussen gerichtete Bewegungen desselben ist.

Nach unten hin verlängert sich das Ligamentum anterius von *l* aus durch zwei Schleimhautfalten, die eine läuft von der Wurzel des Processus Folianus gegen die Spitze *b* des kurzen Fortsatzes hin. Ihre gegenüberliegende Ansatzlinie liegt am Trommelfell. Es ist dies die Falte, welche die vordere und hintere Trommelfelltasche von einander scheidet, sodass der Raum über dem Processus brevis *b* hauptsächlich der hinteren Tasche zufällt.[1]) Die zweite Verlängerung des Ligamentum anterius nach unten ist eine schmale Falte mit freiem Rande, welche sich am unteren Rande von *l*, und diesen Fortsatz einhüllend, ebenfalls etwa längs der Contourlinie des Knochens in Fig. 53 bis zur Sehne des Trommelfellspanners hinabzieht. In der Figur ist dies die Stelle, wo die gestrichelte Linie von *b* die Contourlinie des Knochens schneidet. Diese letztgenannte Falte grenzt die vordere Tasche gegen die Paukenhöhle ab.

Von dem beschriebenen Zuge von Haftbändern und Schleimhautfalten, der in Fig. 53 von *b* bis *cp* immer längs der Contourlinie des Knochens verläuft und bei *d* am kürzesten und stärksten ist, zweigt sich gerade hier bei *d* ein zweiter Bandzug ab, den ich das Ligamentum Mallei externum nennen will,

---

1) Im Archiv für Ohrenheilkunde III. Bd. S. 255—266 hat Hr. Dr. Prussack eine hiervon abweichende Beschreibung der Trommelfelltaschen gegeben. Der Raum über dem kurzen Fortsatze des Hammers soll eine besondere obere von der hinteren durch eine Scheidewand getrennte Tasche sein; ich habe eine solche nie finden können. Der angebliche Eingang in diese Tasche vorn oben am Kopfe des Hammers führt in den Raum über dem Ligamentum Mallei externum, also nicht mehr zum Trommelfell.

welcher am Hammer von *d* längs einer stark hervorspringenden Knochenleiste entspringt, die bei *c* Fig. 53 ausläuft und andererseits sich an den scharfen Rand des Rivini'schen Ausschnittes ansetzt, indem er nach hinten hin der Ansatzlinie der hinteren Trommelfelltasche folgt (also in Fig. 50 längs der Contourlinie der Zeichnung von *f* nach *c* läuft). Es besteht dieses Ligament aus einer Anzahl getrennter atlasglänzender Sehnenfasern, die von der kurzen Crista des Hammers zwischen *d* und *c* nach der viel breiteren und gekrümmten Ansatzlinie am Schläfenbein ausstrahlen.

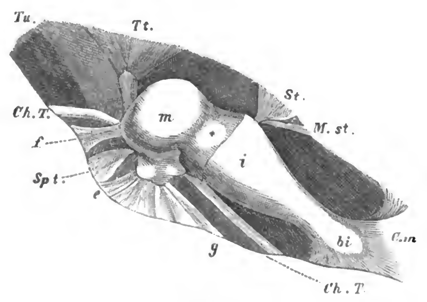


Fig. 54.

In Fig. 54 ist dieser Bandzug von oben gesehen dargestellt; *eg* ist seine Ansatzlinie am Schläfenbein. Die Trommelhöhle war an diesem Präparate von oben geöffnet und die obere äussere Wand derselben so weit weggemeisselt, dass man einen freien Einblick zwischen diese Wand und die ihr zugekehrte Fläche der Gehörknöchelchen gewonnen hat. Es ist *m* der Kopf des Hammers, *i* der Körper des Ambosses, *bi* die Spitze seines kurzen Fortsatzes, *Tu* der Zugang zur Tuba. In der 21
Tiefe sieht man einen Theil des Steigbügels *St* und die Sehne seines Muskels *Mst*, ferner die Sehne des Trommelfellspanners und den Knochentrichter *Tt*, aus dem sie hervorkommt. *Ch T* ist die Chorda Tympani, die den freien Rand der die Taschen abgrenzenden Schleimhautfalten bezeichnet; *f* sind die oberen Sehnenzüge des Ligamentum Mallei anterius, die oberhalb der

Spina tympanica major *Sp. t* entspringen. Die stark hervortretende Crista am Halse des Hammers, von welcher divergirend die Bündel des Ligamentum externum ausgehen, ist deutlich sichtbar.

Von diesen Bündeln ist das stärkste und am meisten gespannte das hinterste, was sich bei *g* ansetzt. Die Richtung desselben geht verlängert auf die Spitze der Spina hin, und dieser Strang ist es hauptsächlich, der die Drehungsaxe des Hammers darstellt. Ich möchte deshalb diesen hintersten Strängen des Ligamentum externum den besonderen Namen Ligamentum Mallei posticum beilegen, weil sie in der That in mechanischer Beziehung eine besondere Bedeutung haben. Man fühlt die straffe Spannung dieser Fasern sehr deutlich an einem Präparat mit unverletzten Verbindungen der Gehörknöchelchen, wenn man sie mit einer Stecknadelspitze betastet, während der Rand der Schleimhautfalte, in welchem die Chorda liegt, immer schlaff ist, und auch die vorderen Züge des Ligamentum externum bei *e* Fig. 54 nicht sehr straff sind, wenn nicht der Tensor Tympani angespannt, oder das Trommelfell nach aussen getrieben ist. Drückt man mit der Nadel stärker gegen die Stränge des Ligamentum posticum, so neigt sich der Hammer merklich. Beim Einwärtstreiben und Auswärtstreiben des Trommelfelles sind es ferner gerade die Stränge des letzt-
22 genannten Bandes, die sich von allen Befestigungen des Hammers am wenigsten bewegen. Woher die geringe Verschiebung kommt, die sie dann machen, wird sich später ergeben.

Denkt man sich die Richtung des Ligamentum posticum durch den Hammer hindurch verlängert, so trifft die Verlängerung auf die mittleren stärksten Züge des Ligamentum anterius, die von der Spina tympanica major ausgehen. Diese beiden Faserzüge zusammen, die, zwar durch den Körper des Hammers von einander getrennt, doch in mechanischer Beziehung ein Band ausmachen, können wir das *Axenband* des Hammers nennen. Es genügt dieses Band um den Hammer in seiner natürlichen Stellung festzuhalten, selbst wenn der Amboss vorsichtig von ihm gelöst ist. Ist die Spannung der Sehne des Trommelfellspanners noch erhalten, so ist seine Stellung sogar noch eine recht feste. In Fig. 53 ist die unge-

führe Lage der Hammeraxe durch die gestrichelte Linie *a a* angegeben.

Die anderen im vorderen Theile des Ligamentum externum liegenden Faserzüge (Fig. 54 *e*) sind kürzere direct nach aussen gegen den Befestigungsrand des Trommelfelles im Grunde des Rivini'schen Ausschnittes gerichtete Stränge. Da sie oberhalb der Axe liegen, so wirken sie einer nach auswärts gegen den Gehörgang gerichteten Bewegung des Hammerstiels und des Trommelfelles entgegen. Sie sind also wesentlich Hemmungsbänder der Drehung des Hammerstiels nach aussen. Man erkennt dies an passenden Präparaten, wie dem der Fig. 54, deutlich. Sie erschlaffen, sowie man das Trommelfell nach innen, oder den Hammerkopf nach aussen drängt. Sie lassen nur eine geringe Drehung des Hammerstiels nach aussen zu, selbst wenn man vorher die Sehne des Trommelfellspanners, das Steigbügelgelenk und das Ligamentum superius Mallei gelöst hat. Die Einziehung des Trommelfelles wird vermehrt, sowie man die genannten Faserzüge mit einer stumpfen Nadelspitze von oben her drückt und dadurch spannt. Endlich ist auch noch zu bemerken, dass bei kräftigem Zuge des Trommelfellspanners, wobei der Stiel des Hammers durch das gespannte Trommelfell vor weiterer Einwärtstreibung bewahrt wird, die genannten Faserzüge des Ligamentum externum verhindern, dass das Axenband des Hammers über einen gewissen Grad hinaus nach aussen gezerrt werden könne; letzteres kann nämlich nur so weit geschehen, bis jene Stränge gespannt sind, und man sieht sie deutlich sich spannen, wenn man den Versuch anstellt. Dann fällt der Zug des Trommelfellspanners auf sie 23
und kann nicht mehr das Axenband angreifen.

Ebenso wie das Ligamentum externum das Axenband des Hammers gegen zu starke Zerrung nach innen schützt, so schützen die oberen und unteren Faserzüge des Ligamentum anterius das Axenband gegen zu starke Zerrungen nach oben oder nach unten. Wenn sich nämlich der Hammer mit seinem Kopf nach hinten, mit seinem Stiel nach vorn um seine Befestigung an der Spitze der Spina drehen wollte, so würden die oberen, bei der entgegengesetzten Drehung des Hammers die unteren Fasern des Ligamentum anterius gespannt werden.

Daher kommt es auch, dass selbst wenn der Amboss gelöst ist, die bisher beschriebenen Bänder aber erhalten sind, der Hammer solchen Neigungen noch ziemlich gut widersteht und in seiner natürlichen Lage ziemlich sicher steht. Die obersten Fasern des Ligamentum anterius treten übrigens, wie Fig. 54 bei *f* zeigt, in einer etwas nach einwärts gewendeten Richtung an den Hammerkopf, und spannen sich deshalb, wie das Ligamentum superius und externum bei Auswärtstreibung des Trommelfelles.

Die Straffheit dieser Bandverbindungen wird nun im natürlichen Zustande noch erhöht durch die elastische Spannung des relativ starken Musculus Tensor Tympani, dessen Sehne sich an die vordere der Tuba zugekehrte Hälfte der medianwärts gekehrten Fläche des Hammers am Anfange des Handgriffes ansetzt, ein wenig weiter nach unten als auf der lateralen Seite der kurze Fortsatz herausragt. Fig. 58 zeigt die etwas schräg von vorn oben nach hinten unten, gerichtete Ansatzlinie dieser Sehne. Der Muskel liegt bekanntlich in einem besonderen Knochencanal, der oberhalb der Eustachischen Röhre, durch welche die Trommelhöhle mit dem Schlunde communicirt, verläuft. Das entferntere Ende des Muskels entspringt noch ausserhalb dieses Canals von der unteren Fläche des pyramidalen Theiles des Felsenbeins und vom knorpeligen Theile der Eustachischen Röhre. Er geht dann durch den für ihn bestimmten Canal, dessen gegen die Trommelhöhle geöffnetes Ende einen löffelförmigen Vorsprung bildet, um den sich die Sehne des Muskels umschlägt, um schliesslich quer durch die Trommelhöhle (*Tt* Fig. 54) gegen die Ansatzstelle am Hammer zu verlaufen. Die Richtung der Sehne ist nahehin senkrecht gegen die Ebene, in der der Rand des Trommelfelles liegt, sodass ihre Zugsrichtung nur wenig nach unten und nach vorn hin von dieser Normale abweicht. Dagegen
24 bildet sie einen ziemlich spitzen Winkel mit dem unteren Theile des Hammerstieles und mit dem vorderen Theile seiner Drehungsaxe.

Der Tensor Tympani ist ein gefiederter Muskel; er entspringt von der Beinhaut der oberen Fläche des Knochencanals, in dem er liegt; seine Sehne liegt an seiner unteren

Seite und kehrt eine glatte freie Fläche gegen die glatte Beinhaut. Die Muskelfasern sind ziemlich kurz, und die Sehne greift deshalb bis in das untere Ende des Canals zurück. Die Röhre von Beinhaut, welche den Muskel einscheidet, verlängert sich auch über den frei durch die Trommelhöhle verlaufenden Theil der Sehne, äusserlich überzogen von der Schleimhaut der Trommelhöhle. Toynbee nennt diese Scheide des freien Sehnenstückes das Tensor-Ligament des Trommelfelles. Die Isolirung der Sehne und ihrer Scheide von einander scheint aber bald mehr, bald weniger vollkommen zu sein, wenn man die Beschreibungen verschiedener Beobachter hierüber vergleicht; ich selbst habe an einem Präparate der hiesigen anatomischen Sammlung eine vollkommen glatte und unverwachsene Sehne innerhalb der Scheide gefunden, wie es Toynbee beschreibt; Henle dagegen hat Sehne und Scheide an mikroskopischen Schnitten durch ziemlich starke Bindegewebzüge mit einander verwachsen gesehen. Bei dem sehr geringen Spielraum der Hammerbewegungen ist eine ausgiebige Verschiebbarkeit der Sehne auch keineswegs nöthig.

Der Trommelfellspanner zieht den Handgriff des Hammers und mit ihm das Trommelfell nach innen, und spannt daher letzteres. Man kann diese Wirkung leicht an einem Präparate sehen, wo der Canal des Muskels und der Paukenhöhle von oben her geöffnet sind. Fasst man die sehnigen Stränge des Muskels noch innerhalb des Canals, und zieht sie an, so wird das Trommelfell gespannt. Da der Ansatz des Muskels nur wenig tiefer als das Axenband des Hammers liegt, so wird auch dieses dabei medianwärts gespannt, namentlich der hintere Theil desselben, das Ligamentum Mallei posticum, welches sich der Zugrichtung des Tensor Tympani am meisten nähert. Es wird die Stellung des Hammers eine sehr straffe, sowie die Sehne auch nur mässig gespannt ist. Man muss hierbei bedenken, dass ein schwacher Zug, der quer auf einen unausdehnsamen gespannten Strang ausgeübt wird, dessen Spannung sehr erheblich zu steigern im Stande ist, und dass die lebenden Muskeln auch im Ruhezustande als freilich sehr nachgiebige, aber doch immer schwach angespannte elastische Bänder zu betrachten sind, welche Spannung durch active Contraction

dann noch sehr beträchtlich gesteigert werden kann. Da übrigens der Trommelfellspanner wegen seines gefiederten Baues mechanisch äquivalent ist einem Muskel von viel grösserem Querschnitt und geringer Faserlänge, so werden wir, auch ohne dass eine active Zusammenziehung desselben eintritt, seinen elastischen Zug als eine ziemlich erhebliche Kraft veranschlagen dürfen.

Auf diese Weise erklärt es sich, dass der Hammer, obgleich nur durch biegsame Bänder gehalten, doch, so lange seine natürlichen Befestigungen erhalten sind, selbst nach Lösung des Steigbügelgelenkes nur eine sehr geringe Beweglichkeit hat im Sinne einer Drehung um seine oben angegebene Drehungsaxe; dass er dagegen Versuchen, ihn in anderer Richtung zu verschieben, einen sehr erheblichen Widerstand entgegensetzt. Seine Axe ist festgestellt durch das Ligamentum anterius nach vorn, und den in dessen Masse liegenden Processus Folianus, und durch die hintersten Stränge des Ligamentum externum nach hinten, die wir als das Axenband des Hammers zusammengefasst haben. Dasselbe ist immerhin noch ziemlich straff gespannt, auch wenn die Sehne des Trommelfellspanners durchschnitten ist; so lange diese aber ihren Zug quer gegen das Axenband ausübt, ist seine Spannung eine sehr straffe.

Der so befestigte Hammer besitzt dann ferner die beschriebenen Hemmungsbänder für Auswärtsdrehung des Handgriffes, welche ausser der Sehne des Trommelfellspanners noch sind: 1) die mittleren und vorderen Fasern des Ligamentum externum, 2) das Ligamentum superius, 3) die oberen Fasern des Ligamentum anterius. Das Trommelfell selbst bildet ein Hemmungsband für stärkere Einwärtsdrehung des Hammerstiels.

So weit es die geringe Dehnbarkeit des Axenbandes und der oberen, beziehlich unteren Fasern des Ligamentum anterius zulassen würde, könnte sich der Kopf des Hammers auch nach vorn und hinten neigen, oder um eine senkrechte Axe drehen. Diese letzteren Bewegungen werden aber durch seine Verbindung mit dem Amboss noch weiter beschränkt. Doch werden wir sehen, dass die Bewegung des Hammers mit dem Amboss zusammen eine gewisse Nachgiebigkeit des Axenbandes erfordert.

§ 4. 26

Befestigung des Ambosses.

Der Körper des Ambosses ist bekanntlich durch ein Gelenk mit dem Hammer verbunden. Sein *längerer Fortsatz*, den wir, um die häufige Wiederholung dieses schwerfälligen Namens zu vermeiden, als den *Ambosstiel* bezeichnen wollen, analog dem ihm parallel gerichteten *Hammerstiel*, reicht nach unten und hat an seinem etwas medianwärts gekrümmten Ende eine kleine Gelenkfläche für den Steigbügel. Der andere *kurze Fortsatz* zieht nach hinten und ruht mit seiner Spitze, die an ihrer unteren Kante eine unvollkommen ausgebildete kleine Gelenkfläche trägt, in einem thalförmigen Einschnitt der knöchernen Wand der Trommelhöhle, wo diese nach hinten in die Zellen des Zitzenfortsatzes sich verlängert. Die Kapsel dieses Gelenkes hat namentlich an der oberen Seite starke Sehnenfasern, die wie Fig. 54 bei *bi* zeigt, von dem kurzen Fortsatze des Ambosses theils medianwärts, theils lateralwärts nach hinten ziehen. In derselben Figur ist *i* der Körper des Ambosses, und * das Kapselband für das Hammer-Ambossgelenk.

Die Form dieser letzteren Gelenkfläche wird gewöhnlich als eine sattelförmige beschrieben, nur ist zu bemerken, dass sowohl die concave, wie die convexe Krümmung dieses Sattels einer scharfen Kante, in der zwei fast ebene Flächen zusammenstossen, sehr nahe kommt. Um die mechanische Wirkung dieses Gelenkes anschaulich zu machen, geht man, glaube ich, besser von einem andern Vergleiche aus, als von dem mit einer Sattelfläche. Es ist nämlich ein Gelenk, wie sie an Uhrschlüsseln gebräuchlich sind, an denen der Griff in einer Richtung nicht gedreht werden kann, ohne die Stahlhülse mitzunehmen, in entgegengesetzter Richtung dagegen unter mässigem Widerstand zurückgedreht werden kann. Ebenso wie ein solches Uhrschlüsselgelenk erlaubt das Gelenk zwischen Hammer und Amboss eine, freilich nur kleine, Drehung um eine quer durch den Kopf des Hammers gegen den kurzen Fortsatz des Ambosses hinlaufende Axe, welcher Drehung für die Einwärts-

treibung des Hammerstieles sich ein Paar von Sperrzähnen entgegensetzen; während der Hammerstiel andererseits nach auswärts getrieben werden kann, ohne den Amboss mitzunehmen.

Wenn ein solches Gelenk aus Metall gemacht werden soll, so wendet man Schraubenflächen an. Ein hohler Cylinder,
27 abgeschnitten, wie *A* Fig. 55, auf welchen das in punktirten Linien angedeutete Stück *B* passte, würde die normale Form eines solchen Gelenkes darstellen. Es ist klar, dass *A* und *B* in dem Sinne der beiden Pfeile gegen einander gedreht, mit ihren beiden Sperrzähnen *a* und *b* aufeinanderstossen müssen, und eine solche Drehung dann nothwendig gehemmt ist, während die entgegengesetzte Drehung mit einer langsam wachsenden Entfernung der Cylinder von einander frei ist. Der Mechaniker, der ein solches Gelenk ausführt, macht den Cylinder hohl, weil nahe an der Axe die Schraubenfläche, wie der innere Rand einer Wendeltreppe, eine schwer auszuführende steile Steigung bekommen würde. Die Gelenkenden der Knochen, welche mit elastisch nachgiebigen Knorpelschichten überzogen sind, und deren Lücken durch den quellenden Knorpel leicht ausgefüllt werden, zeigen die entsprechenden geometrischen Formen meist nur in einer

Fig. 55.

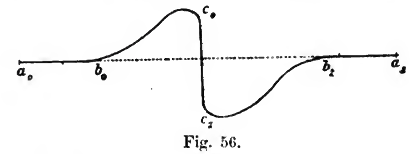


Fig. 56.

annähernden Nachbildung mit abgerundeten Kanten, u. s. w. Die Umfangslinie des Hammerambossgelenkes ist keine regelmässig gebildete Schraubenlinie. Denken wir sie uns von dem

cylindrischen Umfange des Gelenkes auf eine Ebene abgewickelt, so würde sie etwa die Form der Fig. 56 haben, sodass die Enden $a_0 a_1$ zusammenschliessen. Ferner tritt gegen die Axe des Gelenkes nicht die Bildung einer vollkommenen Schraubenfläche wie die einer Wendeltreppe ein, sondern mehr die einer Kegelfläche. Man denke sich von einem Punkte der Axe des Cylinders gerade Linien nach allen Punkten der wie $a_0\ a_1$ verlaufenden Umfangslinie gezogen, so erhält man ungefähr die Form der betreffenden Gelenkfläche. Und zwar muss man für den Hammer die Spitze des so entstehenden Kegels etwas tiefer legen als den geraden Theil der Umfangslinie $b_0 a_0 a_1 b_1$, sodass der hierher gerichtete Theil derKegelfläche am Hammer concav wird, am Amboss dagegen 28
convex. Ein solches Gelenk wird dann aus vier beinahe ebenen Flächen bestehen, die in seinem Mittelpunkte zusammenstossen und am Rande die Kanten 1) $c_0 c_1$, 2) $c_0 b_0$, 3) $c_1\ b_1$, 4) $b_0 a_0 a_1 b_1$ zeigen, und die nach oben gekehrte Fläche des Gelenkes wird wie ein sattelförmiges zwei ausspringende Kanten zeigen, nämlich die von c_0 und b_1 ausgehen, und zwei einspringende, die von b_0 und c_1.

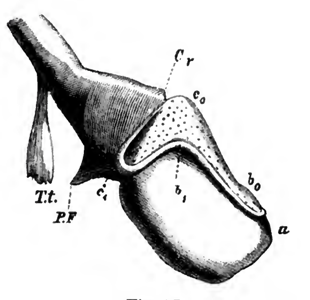


Fig. 57.

In Fig. 57 ist der Hammer dargestellt, von oben und innen gesehen. Die Buchstaben $a b_0 c_0 b_1 c_1$ haben dieselbe Bedeutung wie in Fig. 56. Der platte Theil der Gelenkfläche ist gerade in Verkürzung gesehen. *P. F* ist der Stumpf des Processus Folianus, *Cr.* der Anfang der Knochenleiste, von der das Ligamentum Mallei posticum entspringt. *T. t.* die Sehne des Tensor Tympani. Wie man sieht, liegt hier am Hammerambossgelenk der Punkt $a_0\ a_1$ an der oberen Seite des Gelenkes, die Stosskante der Sperrzähne $c_0\ c_1$ dagegen unten zwischen dem Hammerstiel und dem langen Fortsatze des Ambosses; der Sperrzahn c_0 des Hammers liegt

an der dem Trommelfell zugekehrten lateralen Seite des Gelenkes, der des Ambosses auf der medialen Seite. Einwärtstreibung des Hammerstiels ist also nicht möglich, ohne den Amboss mitzunehmen; Auswärtstreibung desselben aber hat so viel Spielraum, als die Bänder und der Knorpelüberzug der Gelenkflächen eben gewähren.

Der Punkt a_0 a_1 liegt in den Gelenkflächen beider Knochen weiter von der Axe als die Sperrkante c_0 c_1, sodass der beinahe ebene Theil der Flächen stärker ausgebildet ist, als es die Flächen der Sperrzähne sind; und dem entsprechend ist die ganze Fläche des Gelenkes elliptisch, mit längerer verticaler Axe. Ferner ist zu bemerken, dass die Spitze der von uns als Typus des Gelenkes angenommenen Kegelfläche nicht scharf ausgebildet, sondern sattelförmig abgerundet ist.

Eine Kegelfläche, wie die mittels der Fig. 56 zu construirende, kann sich nun allerdings nicht mit vollständiger Deckung in sich selbst verschieben, denn wenn die beiden
29 Stücke von Schraubenlinien b_0 c_0 und b_1 c_1 am Umfang des Gelenkes auf einander gleiten, muss die Mitte des Gelenkes und der ebenere Theil sich von einander entfernen, während die beiden Knochen sich nur mit den beiden genannten Schraubenlinien auf einander stützen. Am frischen Gelenk kann aber bei dem überhaupt sehr geringen Spielraume der betreffenden Bewegung dieser Zwischenraum durch den quellenden Knorpel vollständig ausgefüllt werden.

Die beschriebene Wirkung des Gelenkes lässt sich auch an getrockneten Gehörknöchelchen vollkommen gut wahrnehmen, wenn man an den Hammer oberhalb und in Richtung seines Processus Folianus, an den Amboss dagegen an der Spitze und in Richtung seines Processus brevis Schwefelhölzchen als Handgriffe mit Siegellack befestigt, die Knochen dann mit ihren Gelenkflächen aneinander legt, und nun das am Hammer befestigte Hölzchen dreht, während man das andere mit leichter Reibung festhält. Dreht man den Hammer in der Richtung: Kopf, kurzer Fortsatz, Stiel, so fasst er den Amboss vollkommen fest und sicher und nimmt ihn mit. Dreht man rückwärts, so lösen sich die Gelenkflächen sogleich von einander, und der Amboss bleibt stehen.

Die Peripherie der beiden Gelenkflächen ist durch ein

Kapselband an einander geheftet, welches sich in rinnenförmige Einschnitte der Knochen ringsum einsetzt. Das Kapselband ist nicht sehr fest, es zerreisst bei verhältnissmässig ziemlich geringen Zerrungen der Knochen. Relativ am festesten sind noch die Faserstreifen, welche vom Sperrzahn des Hammers ausgehen; hier gehen auch einige Fasern des Ligamentum externum des Hammers an den Amboss über.

Die Excursionsweite des Hammer-Ambossgelenkes beträgt an dem unteren Ende des langen Fortsatzes des Ambosses etwa nur ein halbes mm und da dieser Punkt von dem Drehpunkte des Gelenkes etwa 6 mm absteht, so beträgt die Drehung beider Knochen gegen einander noch nicht 5 Grad.

So lange Hammer und Amboss noch in ihrer natürlichen Verbindung mit einander und mit dem Felsenbein sind, der Amboss aber vom Steigbügel getrennt, so können sie mit einander Bewegungen ausführen, bei denen Hammerstiel und Ambosstiel mit dem Paukenfell gleichzeitig nach innen oder nach aussen gehen. Der Hammer allein genommen würde sich dabei um sein Axenband als Axe drehen; durch die Verbindung mit dem Amboss wird seine Drehung etwas verändert. Die Befestigung des kurzen Fortsatzes des Ambosses *b i* 30
Fig. 54 liegt nämlich ziemlich beträchtlich nach innen von dem verlängerten Axenbande des Hammers. Bei einer reinen Drehung um eine feste Axe können aber nur die Punkte der Drehungsaxe selbst in Ruhe bleiben, kein anderer. Es kann ferner die Entfernung der ausserhalb der Drehungsaxe liegenden einzelnen Punkte des gedrehten Körpers von einem äusseren festen Punkte (hier dem Befestigungspunkte des kurzen Fortsatzes des Ambosses) bei der Drehung nicht unverändert bleiben; ausgenommen sind hiervon für unendlich kleine Drehungen nur diejenigen Punkte des gedrehten Körpers, die in der durch die Drehungsaxe und den äusseren festen Punkt gelegten Ebene liegen. Letzteres ist beim Hammerkopfe nicht der Fall. Der Hammerkopf, der über der Drehungsaxe liegt, muss sich bei der Einwärtsdrehung des Hammerstiels von dem Befestigungspunkte des kurzen Ambossfortsatzes entfernen. Da nun aber der Amboss mit ziemlich kurzen, wenig nachgiebigen Bändern zwischen dem Hammerkopf und dem ge-

nannten Befestigungspunkte ausgespannt ist und deren Entfernung unveränderlich erhält, so muss der Hammer, indem sein Stiel sich nach innen bewegt, gleichzeitig auch eine kleine Neigung mit seinem Kopfe nach hinten gegen den Amboss hin, mit seinem Stiele nach vorn hin machen. Dass eine solche Neigung in der That erfolgt, erkennt man an der Spannung, die man bei der genannten Bewegung im Kapselbande an der oberen Seite des Hammer-Ambossgelenkes in den obersten Strängen des Ligamentum Mallei anterius und an den sehnigen Verstärkungsbändern des Amboss-Paukengelenkes eintreten sieht. Man sieht die beiden Kapselbänder unter der Loupe in der That sich deutlich straffer anspannen, sobald man mit einem Nadelknopf das Trommelfell nach innen drängt. Wenn man ferner unter diesen Umständen mit einer Nadel auf den kurzen Fortsatz des Ambosses von oben drückt, so fühlt und sieht man, dass dieser nicht auf dem Boden der thalartigen engen Rinne aufliegt, in die sich seine Spitze einschiebt, sondern diesem Boden noch merklich genähert werden kann, wobei dann die oberen atlasglänzenden Verstärkungsbänder des Gelenks erchlaffen und sich falten. Dagegen liegt die Spitze des kurzen Ambossfortsatzes der auf ihrer äusseren Seite sich erhebenden Wand der Trommelhöhle an, und stützt sich auf diese nach aussen hin, während sie von oben nach unten ein wenig gleiten kann. Der Amboss wird also vom Hammer gleichsam frei in der Luft schwebend getragen, sodass sich
31 bei normaler Stellung seine Spitze nur nach aussen hin an Knochen anlegt. Drängt man aber Hammergriff und Trommelfell nach aussen, so gleitet die Spitze des kurzen Fortsatzes des Ambosses etwas nach abwärts, und ruht dann mit ihrer unteren Seite in dem Boden der thalartigen Grube ihres Gelenkes.

Es muss nun auch eine kleine Verschiebung des Ambosses gegen den Hammer bei dieser Befestigung eintreten, sobald der Hammerstiel nach innen getrieben wird. Man denke einen Augenblick den Amboss fest mit dem Hammer verbunden und letzteren um sein Axenband gedreht, so wird die Spitze des kurzen Ambossfortsatzes, die vor dem Axenband liegt, bei Einwärtsbewegung des Trommelfelles gehoben werden. Um jene Spitze ihrer Befestigungsstelle wieder zu nähern, muss der

Amboss gegen den Hammer eine Drehung ausführen, wodurch die Spitze des kurzen Fortsatzes gesenkt wird. Eine kleine Bewegung dieser Art ist wegen der sattelförmigen Gestalt des Hammer-Ambossgelenkes möglich. Gleichzeitig nähert sich der Ambosstiel etwas dem Hammerstiel. Auch diese letztere Bewegung erkennt man an den Präparaten, wo das Amboss-Steigbügelgelenk gelöst, die übrigen Verbindungen aber noch erhalten sind. Dies ist nun aber auch gerade die Stellung der beiden Knochen, wie man aus Fig. 57 erkennen kann, wo die unteren mit den Sperrzähnen bewaffneten Theile der Gelenkflächen sich an einander drängen. Letzteres fühlt man deutlich, wenn man bei dem beschriebenen Versuche mit den trockenen Knöchelchen die Stellungen sucht, wo sie sich am festesten packen.

Eine andere kleine Verschiebung des Hammers wird ferner durch diese Verbindung bewirkt. Wenn er sich mit seinem Kopfe gegen den Amboss hin neigen muss, so kann er dies nicht, ohne das Axenband etwas aus der geraden Richtung zu bringen. Die vordere Seite des Halses mit dem Processus Folianus und dem Ligamentum anterius würde sich heben müssen, und die hintere Seite des Halses mit den hinteren Strängen des Ligamentum externum würde sich senken müssen. Ersteres wird kaum erfolgen können, da dicht über dem Processus Folianus die Spina tympanica posterior liegt, an welche ersterer von unten her anstossen würde. Desto entschiedener wird also Senkung der hinteren Seite des Halses, und somit des ganzen Hammers erfolgen müssen, wobei die Fasern des Ligamentum Mallei posticum, die vom Hammer aus nach hinten und etwas nach oben gerichtet sind, stärker gespannt werden müssen.

Es stimmen diese Ueberlegungen mit einer kürzlich von 32
Politzer[1]) veröffentlichten Mittheilung. Derselbe hatte Glasfäden als Fühlhebel an die Gehörknöchelchen befestigt, um dadurch die Drehungsaxen der einzelnen Knöchelchen genauer bestimmen zu können. Er setzte das Trommelfell durch Luft-

1) Wochenblatt der K. K. Gesellschaft der Aerzte. Wien 1868. Januar 8.

druck vom Gehörgang aus in Bewegung. Er fand, dass die Axe des Hammers durch die Wurzel des Processus Folianus geht, die des Ambosses durch die Spitze des kurzen Fortsatzes, dass beide Axen aber nicht fest, sondern beweglich seien.

Die kleinen Veränderungen in der Axendrehung des Hammers, welche durch die besondere Befestigungsweise des Ambosses hervorgebracht werden, scheinen mir namentlich noch darauf einen wichtigen Einfluss zu haben, dass der Nabel des Trommelfelles immer in einer gegen die Ansatzebene dieser Membran normalen Richtung bewegt wird. Da nämlich das Axenband des Hammers schräg gerichtet ist gegen die Ansatzebene des Trommelfelles, so würde jede Einwärtsbewegung des Hammerstiels auch den Nabel des Trommelfelles etwas nach hinten verschieben. Nun wird aber gleichzeitig durch den Amboss der Kopf des Hammers nach hinten gezogen, und dadurch erhält der Handgriff eine entgegengesetzte Bewegung nach vorn.

Da ferner der Nabel des Trommelfelles von der Ansatzebene dieser Membran entfernter liegt als die Drehungsaxe des Hammers (ausgenommen höchstens deren vorderstes Ende an der Spina Tympanica), so würde jede Einwärtsbewegung des Hammerstiels den Nabel des Trommelfelles auch etwas nach oben (das heisst in Richtung nach dem Hammerkopfe hin) verschieben. Dem wird entgegengewirkt dadurch, dass der Hammer im Ganzen bei der betreffenden Bewegung durch den Amboss etwas nach abwärts gezogen wird, wie wir eben erörtert haben.

Es werden also beide Abweichungen der Bewegung des Trommelfellnabels corrigirt, und so bleibt nur die Bewegung desselben, welche senkrecht zur Ansatzebene der genannten Membran geschieht, übrig.

Gleichzeitig ist ersichtlich, dass auch der kurze Fortsatz des Hammers bei diesen Verschiebungen ein wenig am Trommel-
33 fell gleiten muss, was durch die von J. Gruber beschriebene eigenthümliche Verbindung beider Theile möglich gemacht wird.

Ferner möchte ich noch darauf aufmerksam machen, dass der Zug des Spannmuskels des Trommelfelles gleichzeitig alle diese Bänder, welche die Gehörknöchelchen in ihrer Lage

sichern, straff anspannt. Er zieht zunächst den Hammerstiel nach innen und mit ihm das Trommelfell. Gleichzeitig aber wirkt sein Zug auch auf das Axenband des Hammers, welches er nach innen zieht und anstrafft. Dabei wird ferner, wie wir gezeigt haben, der Hammerkopf vom Ambosspaukengelenk entfernt, und die Haftbänder des Ambosses sowohl gegen den Hammer hin, wie an der Spitze seines kurzen Fortsatzes werden gespannt, letzterer vom Knochen abgehoben. Der Amboss kommt dabei in die Lage, wo die Sperrzähne des Hammer-Ambossgelenkes am festesten in einander greifen. Endlich wird sein langer Fortsatz gezwungen die Einwärtsdrehung des Hammerstieles mitzumachen, und dieser drückt nun, wie wir weiter sehen werden, auf den Steigbügel und drängt diesen in das ovale Fenster ein gegen das Labyrinthwasser.

In dieser Beziehung ist die Construction des Ohres sehr merkwürdig; durch den Zug der einen elastischen Fasermasse des Trommelfellspanners, dessen Spannung überdies veränderlich ist und den Bedürfnissen angepasst werden kann, werden alle die unelastischen sehnigen Befestigungsbänder der Gehörknöchelchen gleichzeitig in straffe Spannung gesetzt.

Erschlafft wird dadurch nur das Ligamentum Mallei superius, welches wesentlich in demselben Sinne wie die Sehne des Spannmuskels wirkt.

Daher steht auch an einem frisch präparirten Gehörorgan, an dem die Todtenstarre des Tensor Tympani noch nachwirkt, alles in der Paukenhöhle so straff und fest, während man später, wenn man die einzelnen Theile auseinander nimmt, fast alle einzelnen Verbindungs- und Befestigungsbänder der Gehörknöchelchen schlaff und schlackerig findet, sodass man ohne genaue Untersuchung dieser Verhältnisse gar nicht begreifen kann, wie beides mit einander zu vereinigen ist.[1])

---

1) Betreffs der Gelegenheiten, bei denen sich der Tensor Tympani zusammenzieht, möchte ich hier die kürzlich von Politzer veröffentlichte Beobachtung bestätigen, dass dies beim Gähnen geschieht. Ich hatte schon, ehe ich seine Versuche kannte, bemerkt, dass, wenn ich beim Gähnen die Kieferbewegungen zu unterdrücken suche, ich zuerst das bekannte Knacken höre, welches die Eröffnung der Tuba anzeigt. Dann tritt bei mir auf dem Gipfel des Gähnens mit dem Gefühl der Spannung

34 § 5.

Die Bewegungen des Steigbügels.

Das Amboss-Steigbügelgelenk hat die Gestalt eines flachen Kugelabschnittes, der convex gegen den Steigbügel ist. Die Kapsel ist zart, mehr mit elastischen Fasern durchwebt als die der beiden andern Gelenke. Auf ihrer unteren Seite sind festere Fasern, die, wenn der Amboss aufwärts gezogen wird, sich spannen und den Steigbügel mitnehmen, bei der entgegengesetzten Bewegung aber sich zusammenfalten, sodass der Steigbügel dieser nicht so unbedingt folgt.

Die Basis des Steigbügels ist von einer elastischen faserknorpeligen Lippe umgeben, wie sie ähnlich als Lippen der Gelenkpfannen auch an grösseren Gelenken vorkommen; diese hat eine Breite von 0,7 mm. Die Verbindung zwischen Steigbügelbasis und Labyrinthwand scheint nur durch die Knochenhaut des Vorhofs hergestellt zu werden, die sich auch über die Basis des Steigbügels fortsetzt. (Henle.) Die fibröse Lippe des Steigbügels ist nicht an den Rand des ovalen Fensters angeheftet. Auf der äusseren Seite überzieht auch noch die Schleimhaut der Paukenhöhle das Gelenk. Die Einheftung der Steigbügelbasis an ihrer unteren Seite, längs des geraderen Randes der Basis ist etwas straffer als an der oberen Seite; am festesten ist sie am hinteren Ende. Drängt man daher mit einem von der Seite des Vorhofs aufgesetzten Nadelknopf die Basis des Steigbügels nach aussen, so macht derselbe, auch nachdem er vom Amboss gelöst ist, gleichzeitig eine Hebel-

---

im Ohr ein heftiges Muskelgeräusch ein, wie ich es sonst bei offenen Gehörgängen nie, und kaum so stark bei verschlossenen Ohren und den kräftigsten Zusammenziehungen der Kaumuskeln höre. Gleichzeitig tritt eine sehr starke Dämpfung der von aussen kommenden Töne ein. Ich schloss daraus, dass ein Muskel in Contraction gesetzt sein müsse, dessen Oscillationen sehr viel vollkommener auf das Gehörorgan übertragen werden, als die aller anderen, nämlich der Tensor Tympani.

bewegung, wodurch sich sein Köpfchen nach unten und hinten verschiebt; stösst man eine feine Nähnadel in die Basis ein, die als Fühlhebel dient, so sieht man an dieser die Hebel- 33
bewegung noch besser. Die Beweglichkeit der Steigbügelbasis ist übrigens eine sehr geringe.

Ich habe sie theils direct bestimmt, theils aus der Bewegung des Labyrinthwassers berechnet. Zur directen Bestimmung wurde an einem Präparat, dessen Trommelhöhle und Vorhof von oben geöffnet waren, eine sehr feine Nähnadel mit der Spitze in die Membrana obturatoria des Steigbügels eingestossen, nahe dem vorderen Bogenschenkel. Das Präparat wurde dann so gewendet, dass die Basis des Steigbügels nach unten sah, und in dieser Stellung in einem Schraubstock befestigt. Die Nadel hatte als zweiten Unterstützungspunkt den scharfen Schnittrand des zwischen Trommelhöhle und Labyrinth stehen gebliebenen Restes der knöchernen Wand. Diese Stelle, 3,8 mm von der im Ligamentum obturatorium steckenden Spitze der Nadel entfernt, diente als Drehpunkt für ihre Hebelbewegungen. Der frei horizontal heraussehende Rest der Nadel bildete den zweiten längeren Hebelarm, von 23 mm Länge. Die Spitze dieses längeren Arms bewegte sich 0,20 mm auf und ab, wenn man mit einem gegen die Basis des Steigbügels gesetzten Nadelknopf diesen aus- und eintrieb; und 0,15 mm, wenn man dasselbe dadurch that, dass man Luft in den äusseren Gehörgang bald eintrieb, bald auszog, wobei die Bewegung des Trommelfelles durch die andern Gehörknöchelchen auf den Steigbügel übertragen wurde. Da nun die Bewegungen des Steigbügels an dem freien Ende der Nadel um 23/3,8 vergrössert erschienen, so betragen in diesen Fällen die Verschiebungen des Steigbügels selbst nur 0,033 und 0,025 mm. Nach häufigerer Wiederholung der Versuche, wodurch die Bänder aber wohl gedehnt waren, wuchs die Verschieblichkeit auf 0,056 mm.

An einem andern Präparate war nach dem Vorgange von Politzer nur der obere Bogengang des Labyrinths von der oberen Seite des Schläfenbeins her geöffnet und ein dünn ausgezogenes Glasröhrchen eingesetzt worden, dessen Querschnitt durch Calibrirung mit Quecksilber gleich 0,228 Quadratmillimeter gefunden war. Der Vorhof und ein Theil des Röhrchens

36 waren mit Wasser gefüllt.[1]) Bewegungen der Gehörknöchelchen, durch Eintreiben von Luft in den äusseren Gehörgang hervorgerufen, bewirkten, dass die Flüssigkeit in jenem Röhrchen um 0,9 mm stieg. Da nun die Durchmesser der Fenestra ovalis sich fanden gleich 1,2 und 3 mm, so ist die Fläche der Fenestra ovalis etwa 12,4 mal so gross als der Querschnitt des Glasröhrchens. Die mittlere Excursionsweite der Steigbügelbasis muss also $^{1}/_{12,4}$ von der der Flüssigkeit im Röhrchen sein, was 0,0726 mm ergiebt. Die grössten Werthe für die Excursionen des Steigbügels, die wir gefunden haben, sind also $\frac{1}{18}$ und $\frac{1}{14}$ mm.

Das Verhältniss des Steigbügels zum Amboss ist so, dass wenn der Hammerstiel einwärts gezogen ist, der lange Fortsatz des Ambosses fest gegen das Knöpfchen des Steigbügels drückt, auch wenn das Kapselband zwischen beiden durchschnitten ist. Bewegt man den Hammerstiel nach aussen, soweit es die Hemmungsbänder des Hammers zulassen, so entfernt sich dagegen bei durchschnittenem Kapselbande der lange Fortsatz des Ambosses um $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ mm vom Steigbügel. Drückt man bei dieser Stellung des Hammers den Ambossstiel wieder gegen den Steigbügel an, so bleibt er so stehen, ohne zurückzuspringen; es lösen sich hierbei die Sperrzähne des Hammer-Ambossgelenkes von einander, und es ist keine hinreichend grosse Kraft da, die den Amboss zurückzöge. Bei erhaltenem Amboss-Steigbügelgelenk bleibt natürlich die Spitze des Ambosstiels immer am Steigbügel haften; aber aus den eben beschriebenen Thatsachen folgt, dass bei herausgetriebenem Hammerstiel der Amboss keinen Zug auf den Steigbügel ausübt,

---

1) Um es luftdicht einzukitten, hatte ich erst den Knochen mit Fliesspapier äusserlich möglichst getrocknet, dann die Mündung des Bogenganges mit einem glühenden Eisendraht berührt, und auf die trockene verbrannte Stelle sogleich einen Tropfen erwärmten Wachsharzkittes gebracht; in letzterem wurde das Glasröhrchen befestigt und eingeschmolzen, schliesslich das ganze Präparat in eine Schaale mit Wasser gebracht, sodass die Spitze des Glasröhrchens eintauchte, und nun unter die Luftpumpe gestellt. Machte man den Raum luftleer, so entwich die in den Vorhof eingedrungene Luft durch das Röhrchen; nachher drang Wasser dafür ein.

da ja selbst bei gelöstem Gelenk der Ambosstiel am Steigbügel stehen bleiben kann, ohne mit dem Hammerstiel nach aussen gezogen zu werden.

Diese Anordnung hat offenbar den wichtigen Erfolg, dass durch Vermehrung des Druckes in der Trommelhöhle oder Verminderung desselben im Gehörgange das Trommelfell mit dem Hammer beträchtlich nach aussen getrieben werden kann, ohne dass der Steigbügel in Gefahr kommt aus dem ovalen Fenster ausgerissen zu werden. Für die umgekehrte Bewegung des Hammers nach innen bildet das Trommelfell selbst ein sehr kräftiges Hemmungsband.

Da die Spitze des langen Fortsatzes des Ambosses vom 37
Axenbande des Hammers aus gesehen noch mehr nach hinten gerichtet steht als die Spitze des Hammerstiels, so steigt sie bei der Einwärtsbewegung noch mehr als die letztere, und diese Steigung wird durch die kleine Senkung des Hammers, die vorher beschrieben ist, nicht ganz compensirt. Einwärtstreibung des Trommelfelles bewirkt also, dass auch die Spitze des Ambosstiels einwärts getrieben und gleichzeitig ein wenig gehoben wird. Das stimmt mit der entsprechenden Bewegung des Steigbügels überein, dessen Knöpfchen sich ebenfalls ein wenig hebt, wenn er nach einwärts getrieben wird, in Folge der oben beschriebenen ungleichen Befestigung desselben am oberen und unteren Rande des ovalen Fensters. Diese Hebelbewegung des Steigbügels ist auch von Henke[1]), Lucae[2]) und Politzer[3]) schon bemerkt und beschrieben worden. Gegen ersteren muss ich nur bemerken, dass die Hebelbewegung des Steigbügels keineswegs die einzige desselben ist, dass nicht etwa der eine Rand der Steigbügelplatte einwärts bewegt wird, während der andere sich nach aussen bewegt. Man kann vielmehr bei der Beobachtung der Steigbügelbasis vom Vorhof aus erkennen, dass immer beide Ränder gleichzeitig ein- und ausgetrieben werden, nur der obere mehr, der untere weniger.

---

1) Der Mechanismus der Gehörknöchelchen in der Zeitschrift für rationelle Medicin. 1868.

2) Archiv für Ohrenheilkunde. IV. S. 36—37.

3) Wochenblatt der K. K. Gesellschaft der Aerzte. Wien 1868.

Die Widersprüche, welche sich scheinbar zwischen den Beobachtungen der Herren Lucae und Politzer finden über die Wirkung, welche Steigerung des Luftdruckes in der Trommelhöhle auf den Steigbügel und das Labyrinth hat, möchten sich ebenfalls daraus erklären, dass Herr Lucae die Hebelbewegung des Steigbügels beobachtet hat, Herr Politzer die vom Eintreiben des Steigbügels abhängige Schwankung des Labyrinthwassers. Beides geht nicht nothwendig immer in gleichem Maasse vor, namentlich in diesem Falle nicht, weil der Luftdruck auch durch das runde Fenster den Druck im Labyrinth steigern kann.

§ 6.

Zusammenwirken der Gehörknöchelchen.

Denkt man sich Hammer und Amboss so aneinander-
38 gelegt, dass ihre Sperrzähne sich aneinander klemmen, und beide sich als ein zusammenhängender fester Körper bewegen, dabei einen Druck einwirkend auf die Spitze des Hammergriffes, der diesen nach innen treibt, und dann vom Amboss auf den Steigbügel übertragen wird: so kann man das System der beiden Knöchelchen als einen einarmigen Hebel betrachten, dessen Hypomochlion da liegt, wo die Spitze des kurzen Fortsatzes des Ambosses sich nach aussen hin gegen die Wand der Trommelhöhle anstemmt. Die Spitze des Hammerhandgriffes stellt den Angriffspunkt der Kraft dar, die Spitze des Ambosstieles den Punkt, der auf die Last wirkt. Diese drei Punkte liegen in der That sehr nahe in einer geraden Linie, sodass sich das Ambossteigbügelgelenk nur ganz wenig nach innen zu von der geraden Verbindungslinie der Spitze des Hammerstieles und der äusseren Seite des Ambosspaukengelenkes entfernt. Man kann sich davon an Präparaten, wo die natürlichen Verbindungen der Knöchelchen noch erhalten sind, leicht überzeugen. Fig. 58 stellt die beiden Knöchelchen in der Lage, wo ihre Sperrzähne aneinander schliessen, von der Paukenhöhlenseite aus gesehen, dar;

a a ist die durch die genannten drei Punkte gezogene gerade Linie; *P.F.* der Stumpf des Processus Folianus, *T. t.* die Sehne des Trommelfellspanners; bei *b* erscheint der Sperrzahn des Ambosses. An dem dargestellten Präparate habe ich die ganze Länge dieses Hebels zu $9^1/_2$ mm gefunden, den kürzeren Arm zwischen den beiden Spitzen des Ambosses zu $6^1/_3$, sodass derselbe gerade zwei Dritttheile des längeren beträgt.

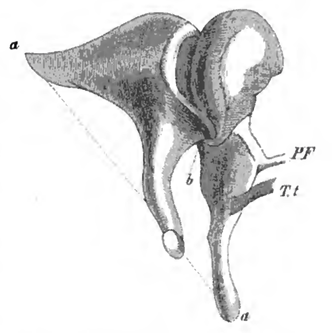


Fig. 58. Hammer und Amboss von der inneren Seite her gesehen.

Daraus folgt, dass, wenn Hammer und Amboss fest gegen einander liegen, die Excursion der Spitze des Ambossstieles nur $\frac{2}{3}$ von der des Hammerstieles betragen wird; die Grösse des Druckes aber, den jener auf den Steigbügel ausübt, $1\frac{1}{2}$ mal so gross sein wird als die Kraft, welche gegen die Spitze des Hammerstieles wirkt.

Da die drei in Betracht kommenden Punkte dieses Hebels 39
in gerader Linie liegen, so ist dieser Druck ganz unabhängig von der Lage der übrigen Theile der Knöchelchen, vorausgesetzt nur, dass diese eine solche Stellung behalten, in der sich die Gelenkflächen fest zusammenstemmen.

Dies letztere wird nun dadurch erreicht, dass bei Einwärtstreibung des Trommelfelles, indem sich der Hammer, wie oben erwähnt, um eine schräg (etwa um 30 Grad) gegen die Ansatzebene des Trommelfelles geneigte Axe dreht und seinen Kopf vom Amboss-Pauken-Gelenk entfernt, er das Kapselband des Hammer-Amboss-Gelenkes spannt. Da nun jeder Versuch, die Knochen gegen einander in dem Sinne zu drehen, dass die Sperrzähne gegen einander gedrängt werden, sogleich eine erhebliche Klaffung zwischen den flacheren Theilen Gelenkflächen hervorbringt, so widerstehen die schon gestreckten Fasern des Kapselbandes einer solchen hinreichend kräftig.

Umgekehrt, wenn das Trommelfell auswärts getrieben wird, erschlafft die Kapselmembran des Hammer-Amboss-Gelenkes und erhält nun so viel Nachgiebigkeit, dass sie das kleine Auseinanderweichen der Gelenkflächen zulässt, wie es eine Bewegung, die die Sperrzähne aus einander treibt, erfordert.

Die übrigen Verschiebungen, die das Hammer-Amboss-Gelenk als ein unvollkommen sattelförmiges Gelenk leicht zulässt, lassen die genannten drei Punkte des Hebels nicht aus der geraden Linie heraustreten. Die eine Drehungsaxe des Sattelgelenkes geht durch die Spitze des Hammerstiels, die zweite steht senkrecht zu der Ebene, die durch die drei Punkte und das Gelenk gelegt ist, und entfernt also den Ambossstiel vom Hammerstiel.

Bei den bisher beschriebenen Versuchen ist der Steigbügel meist vom Hammer oder vom Trommelfell aus in Bewegung gesetzt worden, wobei, wie wir gesehen haben, die Excursionsweite ein wenig, nämlich auf etwa zwei Drittheile ihrer Grösse verkleinert werden muss. Um die Festigkeit des Mechanismus zu untersuchen, habe ich nun auch den entgegengesetzten Versuch angestellt und die Excursionsweite des Hammers zu messen gesucht, während ich ihn von der Basis des Steigbügels aus bewegte, wobei natürlich nur solche Bewegungen des Hammers in Betracht kommen, bei denen seine Stossfläche fest mit der des Ambosses in Berührung bleibt. Zu dem Ende habe ich an dem früher erwähnten Präparat, welches die in den Vorhof
40 eingesetzte Röhre enthielt, noch am Köpfchen des Hammers einen Glasfaden von 59 mm Länge angekittet, und dann versucht, wie starke Bewegungen ich am Hammer hervorbringen konnte, wenn ich durch das in den Vorhof gesetzte Röhrchen Flüssigkeit in diesen bald eintrieb, bald aussog. Die Excursion betrug an der Spitze des Glasfädchens nur etwa ein halbes Millimeter. Rechnet man die Entfernung von der Drehungsaxe bis zur Befestigungsstelle des Glasfädchens am Hammerkopf zu 4 mm, so ist die Länge des Hebels 63 mm und die oben genannte Excursion von $\frac{1}{2}$ mm entspricht einer Drehung von etwa einem halben Grade. Für die Spitze des Hammerstiels, deren Entfernung vom Axenbande $4\frac{1}{2}$ mm beträgt, giebt dies dagegen eine Excursion von nur $\frac{1}{28}$ mm, eine Grösse, die

den kleineren oben gefundenen Werthen für die mittleren Excursionen der Steigbügelbasis etwa gleich ist. Wir sollten einen etwas grösseren Werth für die Excursion des Hammerstiels theoretisch erwarten. Bei der verminderten Straffheit der thierischen Gewebe nach dem Tode, und bei dem Mangel der Elasticität, namentlich des Tensor Tympani, dürfen wir aber wohl nicht mehr dieselbe Präcision des Ineinandergreifens der Gehörknöchelchen erwarten, wie sie am lebenden Ohre stattfinden mag. Dadurch kann die Uebertragung der kleinen Bewegungen des Ambosses auf den Hammer beeinträchtigt werden.[1])

Insofern aber stimmen diese verschiedenen Messungsversuche überein, als sie erkennen lassen, dass die Verschiebungen des Steigbügels und Hammers, so lange die beiden fest in einander greifen, sich auf Amplituden, die kleiner als ein Zehntel Millimeter sind, beschränken.

Bringt man den Hammer dagegen dadurch in Bewegung, dass man Luft in den äusseren Gehörgang eintreibt und wieder herauszieht, so zeigt der als Fühlhebel gebrauchte Glasfaden viel grössere Excursionen; seine Spitze bewegt sich dann 5 mm hin und her, während sie vom Steigbügel aus sich nur um ½ mm verschieben liess.

Die Excursion also, welche der Hammer ohne den Amboss 41
machen kann, ist annähernd neunmal so gross, als die er mit ihm zusammen ausführt. Diese Art der Bewegung wird aber nicht auf das Labyrinthwasser übertragen, abgesehen von den jedenfalls kleinen Veränderungen des Druckes, welche die veränderte Spannung der Gelenkbänder oder die Reibung der Gelenkflächen des Hammerambossgelenkes aneinander im Labyrinth-

---

1) Ich bemerke dabei noch, dass auch die Uebertragung der Bewegungen vom Trommelfell auf das Wasser des Vorhofes an dem Tage, wo ich die oben beschriebenen Versuche anstellte, schon merklich beeinträchtigt war. Ich erhielt nur noch 0,4 mm Steigung im Vorhofsmanometer, während ich am Tage vorher, wo ich den Vorhof unter der Luftpumpe mit Wasser gefüllt hatte, bis zu 0,9 mm Steigung erhielt. Es wäre zu wünschen, dass diese Versuche von einem Anatomen, dem eine reichliche Auswahl passender Präparate zugeht, an möglichst frischen Stücken mehrfach wiederholt würden.

wasser auch dann vielleicht noch hervorzubringen genügen, wenn die Sperrzähne des Gelenkes sich nicht mehr berühren.

Wenn der Lebende Luft in seine Trommelhöhle eintreibt, hört er schwache Töne aus den mittleren und höheren Gegenden der Scala noch fast oder ganz ebenso gut wie gewöhnlich; dagegen ist es sehr auffallend, dass man dieselben Töne. wenn sie stark angegeben werden, auffallend viel stärker bei Gleichheit des Druckes in der Trommelhöhle hört, als wenn dieser gesteigert ist. Es scheint mir dies darin seine Erklärung zu finden, dass die Gelenkfläche des Hammers und Ambosses auch durch die Reibung ein wenig an einander adhäriren und festhaften können, wie sich dies am anatomischen Präparate zeigt, wenn man das Amboss-Steigbügel-Gelenk durchschnitten hat, und nun den Hammer durch Luftverdünnung im Gehörgange nach aussen zieht. Der Amboss geht dann mit ihm nach aussen; dreht man diesen aber mit einer Nadel so, dass sein langer Fortsatz wieder den Steigbügel berührt, so bleibt er, wie oben erwähnt wurde, auch in dieser Lage stehen. Die Reibung kann ihn also auch gegen die Spannung der Bänder oder andere schwache Kräfte in der einmal gegebenen Lage am Hammer festhalten, und dies auch wohl bei schwachen Schallschwingungen thun. Stärkere Kräfte oder Erschütterungen werden aber die beiden Knochen dann doch an einander gleiten machen müssen, und starke Schallschwingungen werden also bei solcher Stellung der Knochen merklich gedämpft übergeleitet werden.

Ich habe für diese Versuche theils das hohe Ticken einer Taschenuhr benutzt, theils Stimmgabeln, welche ich schwach angeschlagen soweit vom Ohr entfernt hielt, dass ich die Schwebungen, welche das Drehen der Gabel um ihre Längsaxe erzeugt, eben noch hören konnte. Man hört sie, wie gesagt, bei aufgeblasenem Trommelfell ebenso gut wie sonst, wenn sie den oberen Octaven der Scala angehören, fast ebenso gut wie sonst in den mittleren Octaven, merklich schwächer
42 allerdings die tieferen Töne. Dagegen zeigten die höheren Gabeln, wenn sie stark angeschlagen waren und vor das Ohr mit aufgeblasenem Trommelfell gehalten wurden, ein sehr merkbares Schwellen des Tones, sowie man durch eine Schlingbewegung das Gleichgewicht der Luft wieder herstellte.

Ich möchte hier noch auf ein anderes Phänomen aufmerksam machen, das, wie ich glaube, seine Erklärung aus dem beschriebenen Mechanismus herleitet. Wenn ich nämlich eine stark angeschlagene Stimmgabel, die aus einem zusammenhängenden Stück Stahl besteht, und an der also nichts klirren kann, nahe an das Ohr bringe, sodass ich ihren Ton recht kräftig höre, so bekommt seine Klangfarbe etwas Scharfes, und ich höre deutlich Klirrtöne, wie man sie an musikalischen Instrumenten hört, in denen etwas lose ist, oder auch an einer Stimmgabel, die man nicht sehr fest auf einen Resonanzboden aufgesetzt hat. Solche Klirrtöne entstehen durch kleine Stösse eines schwingenden Körpers gegen einen ruhenden oder anders schwingenden. Diese Stösse wiederholen sich regelmässig, erscheinen also als Klang, aber da sie einer discontinuirlichen periodischen Bewegung entsprechen, als Klang mit sehr vielen hohen Obertönen und sehr scharfer Klangfarbe. Dergleichen Klirrtöne entstehen nun bei starken Klängen offenbar auch im Ohre selber; und an einer *B* Gabel von 116 Schwingungen höre ich das Klirren im Ohre auch deutlich als Geschwirr in getrennten Stössen. Dieses Klirren ist sehr deutlich und stark, wenn der Luftdruck in der Trommelhöhle gleich oder kleiner ist als in der Atmosphäre und also die Sperrzähne des Hammers und Ambosses an einander schliessen, aber es verschwindet, wenn ich Luft in die Trommelhöhle eintreibe und dadurch die genannten Sperrzähne auseinander dränge.

Ich glaube daraus schliessen zu dürfen, dass dies Klirren von den Sperrzähnen herrührt. Bei sehr grossen Excursionen des Trommelfelles wird während der nach aussen gerichteten Phase der Schwingung der Amboss nicht hinreichend kräftig nach aussen getrieben oder kann auch endlich wohl überhaupt der Excursion des Hammers nicht mehr vollständig folgen, sodass er ihn loslässt und bei der nächsten Schwingung nach innen von dem zurückkehrenden Hammer einen Stoss empfängt.

Ich erinnere noch daran, dass dies auch gerade ein zur Erzeugung von Combinationstönen sehr geeigneter Mechanismus ist[1]), und möchte namentlich die eigenthümliche Tastempfindung 13

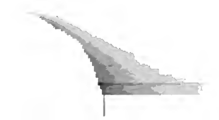
1) S. Lehre von den Tonempfindungen. S. 233—236. (S. auch Bd. I. S. 299.)

von Schwirren im Ohr, welche man bei den Combinationstönen zweier starker Sopranstimmen hat, wenn sie Terzengänge ausführen, auf dieses Klirren zwischen Hammer und Amboss beziehen.

Auch erscheint dieses Phänomen bedeutungsvoll für das natürliche Harmoniegefühl des Ohres, da hiernach starke Töne, selbst wenn sie ausserhalb des Ohres ohne Obertöne sind, im Ohre selbst harmonische Obertöne entwickeln müssen. Dadurch erlangen die Klänge mit harmonischen Obertönen, die regelmässig periodischen Luftbewegungen entsprechen, einen natürlichen Vorzug vor denen mit unharmonischen Obertönen; wie denn überhaupt die ganze Lehre von den Consonanzen durch diesen Umstand unabhängiger wird von den dem äusseren Klange anhaftenden Obertönen.

Klirrtöne können nun auch viel tiefer sein als der erregende Ton, wenn der emporgeworfene Körper erst nach Ablauf mehrerer Schwingungen wieder zurückfällt und einen neuen Stoss erhält. Dieser Art sind, wie ich vermuthe, gewisse tiefe rauhe Geräusche, die ich höre, wenn die schrillen hohen Töne der viergestrichenen Octave, für die der Gehörgang resonirt, sehr stark angegeben werden. Dabei kommt wahrscheinlich die Fläche des Trommelfelles in ungewöhnlich starke Schwingung, was sich auch durch eine kitzelnd schwirrende Tastempfindung in der Tiefe des Ohres verräth. Zur Hervorbringung solcher Töne ist der unter Fig. 60 (S. 576) abgebildete Apparat sehr geeignet.

Ich will hier noch erwähnen, dass ich, um die Vollständigkeit und Richtigkeit der hier gegebenen Deutung der mechanischen Einrichtungen des Ohres zu prüfen, mir ein Modell des Trommelhöhlenapparates in vergrössertem Maasstabe nachgebaut habe. Die Gehörknöchelchen sind aus Holz geschnitzt, das Trommelfell aus Handschuhleder so geschnitten, dass es längs des Hammerstieles eine am Hammer befestigte Naht erhalten hat. Dadurch kann man seine concav kegelförmige Form herausbringen. Eine Oeffnung von passender Form, in ein Brettchen geschnitten und mit abgeschrägten Rändern, an welche der Rand jenes künstlichen Trommelfelles angeleimt ist, repräsentirt das innere Ende des äusseren Gehörganges. Aeusser-



lich ist an dem Brette ein cylindrischer Blechring befestigt, die genannte Oeffnung umgreifend, auf diesen passt ein Blechdeckel mit Kautschukrand, wie man sie jetzt technisch verfertigt zum luftdichten Verschluss eingemachter Früchte. Setzt man diesen Deckel auf, sodass noch ein beweglicher Theil 44
des Kautschukrandes zwischen ihm und dem genannten Blechringe bleibt, so kann man auch Verdichtungen der Luft auf der äusseren Seite jenes künstlichen Trommelfelles hervorbringen und auf die Gehörknöchelchen wirken lassen.

Innen ist nahe am oberen vorderen Rande der Oeffnung eine Holzleiste mit vorragender Spitze befestigt, welche letztere die Spina tympanica major darstellt. Ein von ihr ausgehender Hanffaden, der den Hammer durchbohrt und umschlingt, dann am hinteren oberen Rande der Oeffnung das Brett durchbohrt und durch eine eiserne Holzschraube, die als Wirbel dient, festgezogen werden kann, stellt das Axenband dar. Andere passend angebrachte und durch Wirbel zu spannende Fäden die Züge des Ligamentum externum und die von der Spina nach oben ziehenden Züge des Ligamentum anterius Mallei. Endlich ein Seidenfaden, der durch einen an einer kleinen hölzernen Säule befestigten eisernen Ring geht und dann an einem gespannten Kautschukbande befestigt ist, stellt die Sehne des Trommelfellspanners dar.

Die Gelenkfläche des Hammers und Ambosses habe ich so hergestellt, dass ich erst warmes Siegellack auf die Fläche des Hammers auftrug und ihm vor dem völligen Erkalten die entsprechende Form zu geben suchte, so gut dies ging. Dann wurde die Gelenkfläche des Ambosses auch mit heissem weichen Siegellack überzogen und auf der mit Stanniol belegten Gelenkfläche des Hammers abgedrückt. Das Stanniol haftet dann am Amboss. Ehe nun das Siegellack ganz kalt wurde, machte ich drehende Bewegungen mit dem Amboss, wie sie an den natürlich verbundenen Knochen vorkommen, um der zweiten Fläche die Fähigkeit zu geben, auf der ersten zu gleiten. Nachdem die Ambossfläche ganz kalt geworden war, diente sie wieder als Form, um auf ihr die erwärmte und auch mit Stanniol belegte Hammerfläche zu formen und gleitbar zu machen. Dies wurde abwechselnd mit der einen und anderen Fläche wieder-

holt, bis sie beide hinreichend leicht auf einander glitten. Natürlich musste dabei darauf gesehen werden, dass keine gleitenden Bewegungen ausgeführt wurden, welche die Sperrzähne zerstört hätten. Es gelang mir auf diese Weise, ein gutes Gelenk zu bekommen. Das Kapselband wurde hergestellt durch Schleifen von dünnem elastischen Gummischnur, welche am Amboss festgemacht waren und über kleine aus abge-
45 kniffenen Stecknadeln gemachte Häkchen am Hammer übergestreift werden konnten, sodass sie die beiden Knochen mit geringem elastischen Druck aneinander hielten.

Das Gelenkband des kurzen Fortsatzes des Ambosses bestand nur aus einer Schleife von seidenen Fäden, die durch ein Loch des Ambosses ging. Dies Band kann schlaff sein, aber es kommt wesentlich darauf an, dass der Stützpunkt dieser Stelle des Ambosses an der äusseren Wand der Trommelhöhle nachgebildet sei.

Die Verbindung zwischen dem langen Fortsatze des Ambosses und dem Steigbügel kann sich auf einfache Aneinanderlagerung beschränken, oder durch eine Schlinge von seidenen Fäden nachgemacht werden. Zur Leitung der Stösse genügt ersteres.

Das ovale Fenster wurde in ein kleineres Brettchen eingeschnitten, welches durch kleine hölzerne Säulchen dem grösseren Brette parallel festgehalten wurde. Dies Brettchen bestand aus zwei zusammengeschraubten Platten, zwischen welche eine dünne Kautschukplatte eingeklemmt war, die die Membran des ovalen Fensters darstellte. Die Basalplatte des künstlichen Steigbügels war ebenfalls doppelt und mit Zwischenlagerung des mittleren Theiles jener Gummiplatte zusammengeschraubt.

Ein solches Modell ist sehr nützlich, theils zur Demonstration, theils um sich schnell die Bedeutung der einzelnen Bänder und Gelenke für die Befestigung der Knöchelchen klar zu machen, da man alle einzelnen Theile aus einander nehmen, die einzelnen Bänder stärker oder schwächer spannen kann.

Uebrigens überträgt dieses Modell mit grosser Präcision kleine Stösse, die entweder aussen unmittelbar gegen den Hammerstiel oder gegen den äusseren luftdichtschliessenden Deckel

geführt werden, auf den Steigbügel, wie man theils an diesem fühlen kann, wenn man die Finger über seine Basis und die Platte, in der sie festsitzt, hinlegt, theils auch an dem Emporspringen aufgelegter leichter Körper erkennen kann.

Die Durchmesser meines künstlichen Trommelfelles sind 80 und 120 mm. Nach dieser Grösse richtet sich die der übrigen Theile. Alle in der vorigen Beschreibung enthaltenen Angaben über die Beweglichkeit und Befestigungsweise der Theilchen habe ich an diesem Modell geprüft und bestätigt gefunden.[1])

§ 7. 43

Mechanik des Trommelfelles.

Das Trommelfell ist als eine gespannte Membran zu betrachten, die aber von den in der Akustik bisher untersuchten und gebrauchten Membranen dadurch wesentlich abweicht, dass sie gekrümmt ist. Seine Spannung ist bedingt durch den Handgriff des Hammers, der es nach innen zieht, und der selbst in dieser Lage durch seine Befestigungsbänder und durch die Elasticität des Trommelfellspanners erhalten wird. Wären die Radialfasern des Trommelfelles allein vorhanden und nicht durch Querfasern verbunden, so würden sich dieselben zu geraden Linien strecken. In der That thun sie dies nicht, sondern halten eine gekrümmte, gegen den Gehörgang convexe Form ein, woraus zu schliessen ist, dass sie durch die Ringfasern gegen einander hin gezogen, und dass die letzteren auch mit gespannt werden. In der That ist am ruhenden Trommelfell keine andere Kraft da, welche die Radialfasern in ihrer gekrümmten Form erhalten könnte, ausser der Spannung der Ringfasern.

Bei den Schallerschütterungen wirkt nun der Luftdruck bald gegen die convexe, bald gegen die concave Fläche des Trommelfelles, je nachdem er abwechselnd im Gehörgange

1) Copien des Modelles werden durch den Gehülfen des hiesigen physiologischen Institutes, Hrn. Sittel, angefertigt (1869).

grösser oder kleiner ist als in der Trommelhöhle. In jedem Falle wirkt er in einer Richtung, die senkrecht gegen die Fläche der Membran gerichtet ist, also auch senkrecht gegen die Wölbung der Radialfasern, die er bald zu vermindern, bald zu vermehren strebt.

Da die Bögen, welche die Radialfasern des Trommelfelles bilden, ziemlich flach sind, so entsteht durch diese Anordnung, wie sogleich nachher gezeigt werden wird, dieselbe mechanische Wirkung, als wenn der Luftdruck am Ende eines sehr langen Hebelarmes wirkte, während die Spitze des Hammerstieles das Ende eines sehr kurzen Hebelarmes bildete. Eine relativ beträchtliche Verschiebung der Fläche des Trommelfelles in Richtung des auf sie wirkenden Luftdruckes bedingt nämlich eine verhältnissmässig kleine Verschiebung der Hammerspitze, und umgekehrt. Daraus folgt dann weiter, nach dem bekannten allgemeinen mechanischen Gesetze der virtuellen Geschwindigkeiten, dass schon ein verhältnissmässig geringer Werth des Luftdruckes einer verhältnissmässig grossen am Hammergriffe angebrachten Kraft das Gleichgewicht halten, beziehlich eine solche ersetzen wird.

47 Um dies einzusehen, kann man sich zunächst auf die Betrachtung einer einzelnen gebogenen Radialfaser beschränken, die man sich durch den Luftdruck zu Kreisbögen von gleichbleibender Länge, aber verschiedener Krümmung, also verschiedenem Radius umgeformt denkt. Wenn l die Länge der Faser ist, r der Radius des Kreises, dem der von ihr gebildete Bogen angehört, und λ die Sehne, die zum Bogen l gehört, so ist $\frac{1}{2}\lambda/r$ der Sinus des halben Centriwinkels, der zu dem Bogen l gehört, also:

$$l = 2r \,.\, \text{Arc.}\sin\left(\frac{\lambda}{2r}\right)$$

oder

$$\lambda = 2r\sin\left(\frac{l}{2r}\right),$$

und die Differenz zwischen Sehne und Bogen:

$$l - \lambda = 2r\left\{\frac{l}{2r} - \sin\left(\frac{l}{2r}\right)\right\}.$$

Ist nun der Bogen sehr flach, also r sehr gross gegen l,

so können wir den Sinus dieser Formel nach den Potenzen seines Bogens entwickelt denken, und uns auf die ersten beiden Glieder dieser Entwickelung beschränken, da die Glieder schnell sehr klein werden:

$$\sin\left(\frac{l}{2r}\right) = \frac{l}{2r} - \frac{1}{6}\cdot\left(\frac{l}{2r}\right)^3.$$

Dies giebt:

$$l - \lambda = \frac{1}{24}\,\frac{l^3}{r^2}\ \Big\}. \tag{1}$$

Die Hervorwölbung des Bogens, oder der Abstand s seiner Mitte von der Mitte der Sehne ist gegeben durch die Gleichung:

$$\frac{r-s}{r} = \cos\left(\frac{l}{2r}\right)$$

oder

$$s = r\left[1 - \cos\left(\frac{l}{2r}\right)\right].$$

Macht man hier ebenfalls die Reihenentwickelung für den Cosinus, so ergiebt dies:

$$s = \frac{1}{8}\,\frac{l^2}{r}\ \Big\} \tag{2}$$

oder wenn man r aus 1 und 2 eliminirt:

$$l - \lambda = \frac{8}{3}\,\frac{s^2}{l}.$$

Nun ist die links stehende Differenz $l - \lambda$ die Verkürzung der 48
Sehne, welche durch die Hervorwölbung des Bogens entsteht, oder die Grösse, um welche die beiden Enden der Faser hierbei einander genähert werden. Dagegen ist s die Verschiebung der Mitte der Faser. Wenn nun s verschwindend klein ist im Vergleich mit l, der Länge der Faser, so ist die Grösse $l - \lambda$ der letzten Formel entsprechend eine unendlich kleine Grösse zweiter Ordnung verglichen mit s. Umgekehrt ist klar, dass, wenn die Faser als unausdehnsam betrachtet werden darf, die sehr kleine Verlängerung der Faser um die Grösse $l - \lambda$ nicht anders geschehen kann, als indem die Faser sich streckt, und also ihre Mitte die verhältnissmässig viel grössere Verschiebung s erleidet.

Was andererseits die Berechnung der Kraftverhältnisse

betrifft, so ergiebt eine bekannte mechanische Formel, dass die Spannung t der Faser, wenn der auf ihrer Längeneinheit lastende Druck p ist, gleich sei:

$$t = p\,r.$$

Die Richtigkeit dieser Formel ist auf elementarem Wege am leichtesten einzusehen, wenn man sich die Faser überall gleich gekrümmt und gleich weit abstehend von ihren gleich gekrümmten Nachbarfasern und in dieser Weise bis zum Halbkreis verlängert denkt. Dann müssen die die beiden Enden der Faser spannenden Kräfte, d. h. $2t$, dem Druck das Gleichgewicht halten, der auf den ganzen Durchmesser des Halbkreises in gleicher Breite, wie sie die Faser hat, ausgeübt wird, das heisst der Grösse $2\,r.\,p$. Daraus folgt der eben aufgestellten Gleichung entsprechend:

$$2t = 2\,r\,p.$$

Je grösser also r ist, das heisst je geringer die Krümmung der Faser unter Wirkung des Luftdruckes ist, desto grösser wird die durch den Luftdruck in der Faser hervorgebrachte Spannungsänderung sein.

Diese Spannungsänderungen der Radialfasern des Trommelfelles aber sind es, welche die Schallerschütterungen auf den Griff des Hammers übertragen. Dieselben können also bei sehr flach gespannten Radialfasern der Membran sehr beträchtliche Grössen bei verhältnissmässig geringen Aenderungen des Luftdruckes erreichen. Freilich ist selbstverständlich, dass in dem Maasse als die Kraftwirkung gesteigert wird, auch die Excursionen des Hammerstieles, welche unter Einwirkung dieser
40 Kraft zu Stande kommen können, geringer werden, ganz ähnlich, wie dies bei der Steigerung der Kraftintensität mittels eines Hebels geschieht.

Andererseits ist auch zu bemerken, dass diese Spannungsänderungen, welche der Luftdruck herbeiführt, immer nur als Vermehrung oder Verminderung der durch die elastischen Befestigungen des Trommelfelles und die Elasticität seiner eigenen Ringfasern unterhaltenen Spannung erscheinen können. Eine grosse Steigerung der Spannung durch Luftdruck von innen her kann den Steigbügel nicht übermässig afficiren, weil

das Hammerambossgelenk dann nachgiebt. Andererseits kann Luftdruck von aussen her den Hammergriff höchstens so weit nach innen treiben, bis die Radialfasern des Trommelfelles gerade gestreckt sind. Sollte der Druck noch grösser werden, so würde er sie wieder krümmen, ihre Sehne verkürzen und den Hammerstiel wieder auswärts ziehen, falls die Ringfasern des Trommelfelles, was mir unwahrscheinlich erscheint, wirklich so viel nachgeben könnten, ohne zu reissen.

Das Labyrinth bleibt also jedenfalls vor Extremen des Druckes geschützt, während doch die Wirkung kleiner Druckschwankungen durch die geschilderten Verhältnisse ausserordentlich kräftig gemacht werden kann.

Dass die Excursion der in der Mitte zwischen dem Hammerstiel und dem Befestigungsrande gelegenen Theile des Trommelfelles beträchtlich grösser ist als die des Hammerstiels selbst, zeigt sich auch, wenn man nach dem Vorgange von Politzer ein Manometer in den äusseren Gehörgang einführt. Nur fand ich es an den gebrauchten anatomischen Präparaten vortheilhafter, den Gehörgang ganz mit Wasser zu füllen, als die in ihm enthaltene Luft nur durch einen im Manometerröhrchen befindlichen Wassertropfen zu sperren. Ein solcher Tropfen widersteht kleinen verschiebenden Kräften ein wenig, da er mit seinen beiden capillaren Grenzflächen der Glaswand fest adhärirt, und er bewegt sich deshalb oft nicht, wo er sich bewegen sollte. Hat man aber den ganzen Gehörgang mit Wasser gefüllt, und setzt dann das in einem passenden Stopfen aus Siegellack befestigte Manometerröhrchen ein, sodass sich dabei etwas Wasser in dieses hineindrängt, so zeigt dessen Oberfläche sehr genau die Verschiebungen des Trommelfelles an. An demselben Präparate war, wie schon oben beschrieben ist, ein Röhrchen in den Vorhof des Labyrinths eingesetzt, und indem man die Flüssigkeit in dieses hineindrängte oder herauszog, konnte man Steigbügel und Hammer bewegen. Es 50
ist schon oben angeführt worden, dass die Spitze des Hammerstiels sich dabei nur um $^1/_{28}$ mm hin und her bewegte. Die Flüssigkeit dagegen im Manometerrohr bewegte sich ein Millimeter hin und her. Der innere Durchmesser des Röhrchens wurde durch Calibrirung mit Quecksilber gefunden zu 1,37 mm,

die Durchmesser des Trommelfelles waren $7^1/_2$ und 9 mm. Daraus berechnet sich eine mittlere Verschiebung des Trommelfelles von etwas mehr als $^1/_9$ mm, also dreimal so gross als die gleichzeitige Bewegung der Spitze des Hammerstiels. Da nun auch der äussere Rand des Trommelfelles festsitzt, so folgt, dass die mittleren freien Theile der Membran sich verhältnissmässig sehr viel bedeutender verschoben haben müssen, als die angegebene mittlere Verschiebung betrug, und also jedenfalls mehr als dreimal stärker als die Spitze des Hammerstieles.

In der bisher angestellten elementaren Betrachtung dieses Mechanismus ist darauf keine Rücksicht genommen, dass die betreffenden Meridianbogen des Trommelfelles unter einander zusammenhängen, dass ihr gegenseitiger Abstand sich gegen den festgehefteten Rand der Membran hin vergrössert, dass sie durch die Ringfasern mit einander verbunden sind, und sich nicht bewegen können, ohne diese zu dehnen; ja, dass nicht einmal die gewölbte natürliche Form des Trommelfelles bestehen kann, ohne dass jeder Zug, der den Hammerstiel nach innen drängt, auch die Ringfasern spannt und dehnt. Bei der verhältnissmässig unregelmässigen Form des Trommelfelles lässt sich nun eine vollständige Analyse der mechanischen Wirkung dieser Verhältnisse nicht geben. Dazu müsste auch erst die Spannung und der Elasticitätsmodul der Ringfasern bekannt sein. Aber man kann sich allerdings ein den wirklichen Verhältnissen etwas besser entsprechendes mathematisches Abbild machen, wenn man sich statt des wirklichen ein ideales Trommelfell denkt, welches in seiner Mitte kegelförmig eingezogen ist, übrigens aber kreisrund und rings um die Mitte symmetrisch gestaltet ist, also eine Rotationsfläche bildet. Die nach den Meridianen einer solchen Fläche verlaufenden Radialfasern kann man als unausdehnsam betrachten; ihre Circularfasern aber müssen einen gewissen Grad von Elasticität haben, um immer gespannt zu bleiben. Was theoretisch über die mechanischen Wirkungen und die vortheilhafteste Gestalt einer solchen Membran zu folgern ist, habe ich in dem mathematischen Anhange entwickelt. Hier wird es genügen daraus Folgendes zu bemerken.

Die stärkste Wirkung bei schwacher Wölbung der Membran wird der Luftdruck in dem Falle hervorbringen, wo die Membran schon durch ihre eigene Elasticität die Form angenommen hat, welche ihr auch der Luftdruck zu geben strebt. Es ist das diejenige Form, wo sie bei unveränderter Länge der Radialfasern und unveränderter Stellung ihres Centrums das Volumen auf ihrer concaven Seite, d. h. das Volumen der Trommelhöhle, zu einem Maximum, das auf ihrer convexen Seite zu einem Minimum macht. Hätte die Membran nämlich nicht von Anfang an eine solche Form, so müsste der Luftdruck sie erst durch veränderte Dehnung ihrer Ringfasern in eine solche überführen, ehe er seine ganze Kraft auf ihr Centrum entfalten könnte. 51

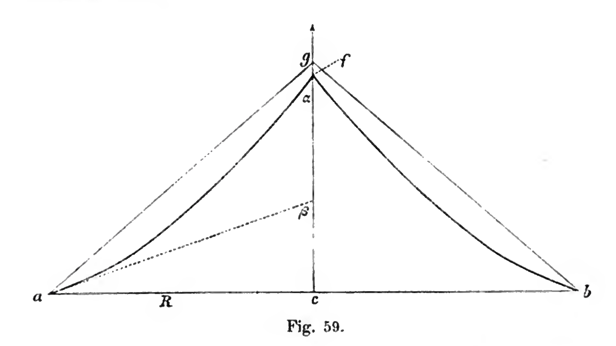


Fig. 59.

Die hier verlangte Form einer drehrunden Membran lässt sich berechnen; ein Querschnitt einer solchen, wie er den Verhältnissen des Trommelfelles etwa angepasst ist, ist in Fig. 59 construirt. Man sieht, dass diese Form mit der des unteren relativ freieren Theiles des Trommelfelles gut übereinstimmt.

Wenn wir mit α den Winkel bezeichnen, den die in der Meridianebene (Ebene der Zeichnung) gezogene Tangente der Membran an ihrer Spitze mit der Axe macht, mit β denjenigen, den die entsprechende Tangente eines Randpunktes der Membran mit der Axe macht, mit R den Radius des Randkreises,

mit p den Luftdruck, so ist die Kraft k, welche an dem Centrum der Membran angebracht werden muss, um dem Luftdruck das Gleichgewicht zu halten:

52 $$k = \frac{p \pi R^2 \cos \alpha}{\cos \alpha - \cos \beta}.$$

In dieser Gleichung tritt wieder hervor, dass je kleiner der Unterschied der beiden Winkel α und β ist, das heisst je flacher gespannt die Radialfasern der Membran liegen, die Kraft desto grösser wird. Ferner wächst die Kraft wie $\cos \alpha$, wenn die Winkel α und β bei gleichbleibender Differenz $\cos \alpha - \cos \beta$ kleiner werden, das heisst wenn die Spitze der Membran stärker eingezogen ist.

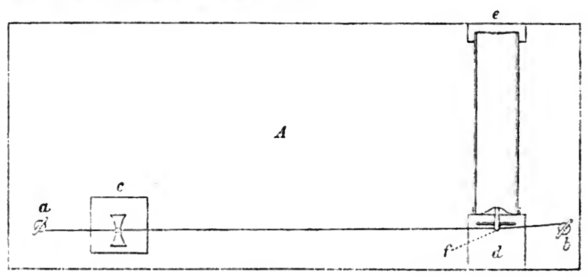


Fig. 60.

Bisher sind die akustischen Wirkungen solcher gekrümmter Membranen noch nicht praktisch untersucht worden; höchstens wäre zu bemerken, dass ich ein gekrümmtes Stück Leder als Resonanzboden an einem arabischen Streichinstrument, welches in dem Tunesischen Kaffee der letzten Industrieausstellung in Paris gespielt wurde, angewendet gesehen habe. Man kann sich eine dem Trommelfell ähnlich geformte Membran bilden, wenn man ein nasses Stück Schweinsblase über die Oeffnung eines Glascylinders ausspannt, dann den Cylinder aufrecht stellt, sodass die Blase sich am oberen Ende befindet, und nun auf deren Mitte einen mit Metallstücken belasteten Stab senkrecht aufstellt, sodass seine untere Spitze die Mitte der feuchten Blase stark nach unten drängt. In dieser Stellung lässt man

die Blase trocknen. Sie erhält dann dauernd eine ähnliche Form wie das Trommelfell mit eingezogenem Nabel und nach aussen convex gekrümmten Meridianlinien.

Um nun die akustische Wirkung einer solchen Membran
unter ähnlichen Verhältnissen, wie sie das Trommelfell dar-
bietet, zu prüfen, habe ich den Cylinder, der 44 mm inneren
Durchmesser hatte, auf ein starkes hölzernes Brett *A* Fig. 60
befestigt. In der Figur liegt er zwischen *e* und *f*, und ist halb 63
durchschnitten dargestellt worden. Er wurde mit Schnüren am Brette befestigt, nachdem sein offenes Ende bei *e* durch ein passend ausgeschnittenes Stück Holz unterstützt war, welches ihn zugleich hinderte, gegen *e* hin zu gleiten. Auf die eingezogene Mitte der Membran wurde ein kleines Stäbchen *f* aus leichtem Holz gestützt, und dieses diente als Steg für eine Saite, die durch zwei Wirbel bei *a* und *b* gespannt werden kann. Bei *c* läuft die Saite über einen Steg, der auf die Mitte eines schweren Bleiklotzes aufgesetzt ist und das andere Ende der schwingenden Saite abgrenzt. Ein zweiter Bleiklotz liegt bei *d*, und zwischen ihn und das Stäbchen *f* ist der Saite parallel ein dünnes Brettchen wie ein Steg einer Violine eingeschoben, welches das Stäbchen von unten her unterstützt, aber den von der Saite gegebenen Stössen, welche das Stäbchen *f* in Richtung seiner Länge durchlaufen, kein Hinderniss entgegensetzt.

Die Bleiklötze dienen dazu, die Ueberleitung der Saitenschwingungen an das Brett *A* und durch dieses an die Luft zu schwächen, sodass der Schall der Saite nur in sehr gedämpfter Weise hörbar wird, sobald man das Stäbchen *f* von der gekrümmten Membran abhebt, oder die Saite nahe bei *f* zwischen diesem Punkte und *c* mit den Fingern festhält, während man sie mit dem Violinbogen anstreicht. Sobald aber die Schwingungen der Saite durch das Stäbchen auf die gekrümmte Membran übertragen werden können, giebt diese trotz ihrer Kleinheit eine mächtige Resonanz, fast der einer Violine ähnlich. Man kann die Saite leicht verkürzen, indem man sie zwischen zwei Fingerspitzen der linken Hand einklemmt, während man mit der rechten den Bogen führt und zwar ihn am besten nahe bei den Fingern der linken Hand

aufsetzt. Es zeigt sich dann, dass die starke Resonanz sich über einen sehr grossen Theil der Scala erstreckt und namentlich für die hohen Töne in der Mitte der viergestrichenen Octave so mächtig wird, dass diese kaum zu ertragen sind.

Der Vorgang ist hierbei insofern dem am Trommelfell ähnlich, als die gekrümmte Membran die Leitung der Schwingungen herstellt zwischen der Luft und einem dichteren Körper von mässigem Gewicht und relativ geringer Schwingungsamplitude, wie es einenfalls das Labyrinthwasser, anderenfalls die Enden der Saite sind. Ist die Ueberleitung des Schalles aber leicht von der Saite zur Luft, so muss auch umgekehrt
54 die Leitung des Schalles von der Luft zur Saite leicht von Statten gehen, nach einem für die Schallbewegungen in vollkommen elastischen Körpern allgemeinen Reciprocitätsgesetze.[1])

Man kann sich davon an dem beschriebenen Apparate übrigens auch leicht durch den Versuch überzeugen. Setzt man leichte Reiterchen von Papier oder dünnen Holzfäserchen auf die Saite und singt deren Ton vor der Mündung der Röhre, so fangen die Papierschnitzelchen an zu tanzen, wie auf den mit einem ausgedehnten Resonanzboden versehenen Saiten der Violine oder des Pianoforte. Ebenso bringt der Ton einer Stimmgabel, die auf einem Resonanzkasten steht, und mit der man die Saite in Einklang gebracht hat, diese sehr leicht zum Mittönen und die Reiterchen zum Tanzen, selbst aus der Entfernung einiger Fusse.

Dabei hat aber auch die Stimmung der Glasröhre Einfluss, gerade wie es an dem mit einem Resonator bewaffneten Ohre der Fall ist. Giebt man der Saite eine solche Länge, dass ihr Grundton mit dem Eigenton der Röhre übereinstimmt, so kommt der Ton der Saite besonders voll und kräftig zum Vorschein.

---

1) Für Luftmassen mit festen Wänden ist dasselbe ausgesprochen und erwiesen in meinem Aufsatze: „Theorie der Luftschwingungen in Röhren mit offenen Enden“ im Journal für reine und angewandte Mathematik. Bd. LVII. S. 29. Gleichung (9a). [Oben Bd. I. S. 334.]

§ 8.

Mathematischer Anhang, die Mechanik gekrümmter Membranen betreffend.

Wir setzen im Folgenden voraus eine Membran von drehrunder Gestalt mit unausdehnsamen Meridianlinien. Ausserdem seien elastisch gespannte Ringfasern vorhanden und es wirke der Luftdruck p auf eine ihrer Flächen; auf ihr Centrum dagegen eine in Richtung ihrer Symmetrieaxe gerichtete Kraft g.

Um zunächst einzusehen, wie im vorigen Paragraphen erörtert wurde, dass bei schwach gewölbter Membran der Luftdruck die stärkste Resultante im Centrum der Membran hervorbringt, wenn die Membran durch die Einwirkung ihrer elastischen Ringfasern eine solche Form angenommen hat, wie sie der Luftdruck der Membran bei mangelnder elastischer Spannung der Ringfasern geben würde, stelle man folgende Ueberlegungen an.

Es sei in Fig. 59 S. 575 ab ein Durchmesser, c der Mittelpunkt des befestigten Randes der Membran, und f ihr Centrum,
welches durch die Kraft fg in Richtung der Axe fortgezogen 55
werde. Die Membran möge unter Einfluss der Spannung ihrer elastischen Ringfasern allein die durch die krummen Linien angezeigte Form angenommen haben und sich in dieser in stabilem Gleichgewichte befinden. Setzen wir zunächst voraus, es sei kein Unterschied des Luftdruckes an ihren beiden Seiten vorhanden.

Nun ist es bekanntlich ein allgemeines mechanisches Gesetz, dass in allen Fällen, wo das Gesetz von der Erhaltung der Kraft seine Anwendung findet, stabiles Gleichgewicht nur dann eintritt, wenn unter allen benachbarten Lagen, in die das bewegliche System continuirlich übergehen kann, die Gleichgewichtslage diejenige ist, in der die von den es angreifenden inneren und äusseren Kräften geleistete Arbeit ein Maximum ist.

Es ist dieses Gesetz auch auf unsere Membran anwendbar, und folgt daraus, dass in ihrer Gleichgewichtslage die Summe der durch die Zusammenziehung ihrer elastischen Ring-

fasern geleisteten Arbeit ein Maximum sein müsse, verglichen mit allen anderen Formen, in welche die Membran bei unveränderter Stellung des Punktes f continuirlich übergehen könnte.

Soll also irgend eine andere Kraft die Membran bei unveränderter Lage des Punktes h in eine andere Form überführen, so muss dieselbe dabei positive Arbeit leisten, da die Quantität der Spannkräfte der Membran bei diesem Uebergange vergrössert werden muss.

Dasselbe gilt nun auch, wenn die Membran in die Lage afb nicht durch ihre elastischen Kräfte, sondern durch den Druck, oberhalb derselben befindlicher dichterer Luft gebracht würde und auf ihr Centrum f eine Kraft fg wirkt. In diesem Falle müsste die Membran eine solche Form annehmen, dass die durch Ausdehnung der dichteren oberen Luft geleistete Arbeit ein Maximum wäre. Letzteres würde aber der Fall sein, wenn das Volumen der oberhalb der Membran und der verlängerten Ebene ab enthaltenen Luft ein Maximum würde.

Daraus folgt wieder, dass, wenn eine andere Kraft angewendet würde, um die Gestalt der Membran irgend wie zu ändern, dabei das Volumen der oberen dichteren Luft abnehmen, und also von der hinzugebrachten Kraft positive Arbeit geleistet werden müsste.

Wenn nun die Form afb, welche durch die elastischen Kräfte hervorgebracht wird, genau dieselbe ist wie die, welche der Luftdruck hervorbringt, und erstere der Kraft g, letztere
66 der Kraft γ das Gleichgewicht hält, so wird die Membran auch in derselben Form unter der gleichzeitigen Wirkung der elastischen Ringfasern und des Luftdruckes im Gleichgewicht sein und der Kraft $g + \gamma$, die am Punkte f angreift, das Gleichgewicht halten.

Wenn aber die Gleichgewichtsstellung mit dem Centrum der Membran in f für die elastischen Kräfte abweicht von der mit gleicher Lage des Centrums, welche der Luftdruck hervorbringt, so wird die Membran unter dem gemeinsamen Einfluss beider Kräfte in einer von beiden abweichenden Lage zur Ruhe kommen müssen. In dieser werden aber weder die elastischen Kräfte noch der Luftdruck das Maximum ihrer

Arbeit geleistet haben, was sie bei der betreffenden Stellung des Centrums der Membran in f leisten könnten.

Geht man also von derjenigen Form der Membran aus, welche sie erhält, wenn die Kraft g unendlich gross ist, und wo ihre Radialfasern sich gerade strecken müssen, und vermindert alsdann allmählig die Kraft g, bis das Centrum der Membran in den Punkt f gerückt ist, so leistet die Membran dabei eine Arbeit, die vom Werthe Null bis zu einem Werthe G steigt, und deren Werth abhängig ist von der Lage des Punktes f. Es sei G_0 diese Arbeit, wenn die Elasticität allein wirksam ist, G_1, wenn der Luftdruck allein wirksam ist, und G_2 dieselbe, wenn beide Kräfte gleichzeitig wirken. Es ist also jedenfalls $G_2 < G_0 + G_1$, ausgenommen den Fall, wo Elasticität und Luftdruck der Membran dieselbe Form geben.

Geht man also von der Anfangslage aus, wo diese Grössen gleich Null sind, so muss jedenfalls, wenn man die Länge gf mit h bezeichnet, während einer ersten Periode auch

$$\frac{dG_2}{dh} < \frac{dG_0}{dh} + \frac{dG_1}{dh}$$

sein, weil sonst von Anfang an

$$G_2 \geqq G_0 + G_1$$

sein müsste. Nun sind aber die obigen Differentialquotienten gleich den resultirenden Kräften, mit welchen die Membran ihr Centrum gegen c hin zu ziehen strebt.

Es ist nämlich die Kraft g, mit der die Elasticität der Membran allein genommen wirkt:

$$g = \frac{dG_0}{dh}.$$

Die Kraft γ, mit der der Luftdruck allein genommen wirkt:

$$\gamma = \frac{dG_1}{dh},$$ 57

und die Kraft, mit welcher Luftdruck und Elasticität zugleich wirken, welche wir mit $g + \gamma_0$ bezeichnen wollen:

$$g + \gamma_0 = \frac{dG_2}{dh}.$$

Aus obiger Gleichung folgt, dass bei den kleineren Wölbungen der Membran sei:

$$g + \gamma_0 < g + \gamma,$$

oder

$$\gamma_0 < \gamma,$$

wenn nicht die Gleichgewichtsform für Elasticität und Luftdruck dieselbe ist; was zu beweisen war.

Bestimmung der Form einer durch den Luftdruck allein gespannten Membran, mit unausdehnsamen Radialfasern.

Es sei z eine auf der Axe der Membran abgemessene Strecke, und r der Radius des Kreises, in dem eine durch den einen veränderlichen Endpunkt von z senkrecht zur Axe gelegte Ebene die Membran schneidet. Das Volumen, welches zwischen zwei solchen Ebenen liegt, die den unendlich wenig verschiedenen Werthen z und $z + dz$ entsprechen, ist alsdann:

$$\pi r^2 dz.$$

Das ganze Volumen V zwischen der Membran und der Ebene ihres Anheftungskreises ist demnach:

$$V = \int_0^a \pi r^2 dz,$$

wenn für das Centrum der Membran $z = 0$ und für ihren Rand $z = a$ ist.

Bezeichnen wir den Ueberschuss des Luftdruckes auf der oberen Seite der Membran über den auf der unteren mit p, und mit G die von einer das Centrum der Membran angreifenden, der Axe parallelen Kraft geleistete Arbeit, so ist die von dieser Kraft und dem Luftdruck geleistete Arbeit gleich:

$$G - pV.$$

Die Bedingung des Gleichgewichtes ist, dass diese Grösse ein Maximum sei, während die Länge der Radialfasern unverändert bleibt, deren Längenelement ds durch die bekannte Gleichung gegeben ist:

$$ds^2 = dr^2 + dz^2.$$

58 Nehmen wir r als unabhängige Variable, so muss also sein:

$$G - p\pi \int_0^R r^2 \frac{dz}{dr} dr = \text{Max.},$$

oder nach den Grundsätzen der Variationsrechnung, wenn wir z variiren:

$$\frac{dG}{dz}\delta z - \pi p \int_0^R \left(r^2 \frac{d\delta z}{dr} - \frac{\lambda \frac{dz}{dr}\frac{d\delta z}{dr}}{\sqrt{1+\left(\frac{dz}{dr}\right)^2}} \right) dr = 0.$$

Partiell integrirt giebt dies, wenn wir δz am Rande der Membran gleich Null setzen, und in ihrem Centrum gleich δz_0:

$$-\left\{ \frac{dG}{dz} + \pi p \lambda \frac{\frac{dz}{dr}}{\sqrt{1+\left(\frac{dz}{dr}\right)^2}} \right\} \delta z_0$$

$$+ \pi p \int \delta z \frac{d}{dr} \left(r^2 - \lambda \frac{\frac{dz}{dr}}{\sqrt{1+\left(\frac{dz}{dr}\right)^2}} \right) dr = 0.$$

Daraus folgt, da δz_0 und δz von einander unabhängige willkürliche Grössen sind, dass die mit ihnen multiplicirten Grössen gleich Null sind; also 1) für den Mittelpunkt der Membran:

$$\frac{dG}{dz} + \pi p \lambda \frac{\frac{dz}{dr}}{\sqrt{1+\left(\frac{dz}{dr}\right)^2}} = 0,$$

2) für ihre Fläche:

$$r^2 - \lambda \frac{\frac{dz}{dr}}{\sqrt{1+\left(\frac{dz}{dr}\right)^2}} = C,$$

wo unter C eine Constante verstanden ist.

Im Mittelpunkte der Membran wird $r = 0$, und $dz/dr = \operatorname{cotg.} \alpha$, worin α den in Fig. 59 so genannten Winkel bezeichnet; daher reducirt sich für diesen Punkt die Gleichung (2) auf:

$$C = -\lambda \cos \alpha,$$

und die Gleichung (1) giebt für denselben Punkt: 59

$$\frac{dG}{dz} + \pi p \lambda \cos \alpha = 0.$$

Wenn wir dagegen am Rande der Membran den Werth von r mit R bezeichnen, und eben dort $dz/dr = \operatorname{tang} \beta$ setzen wie in Fig. 59, so ist dort nach Gleichung (2):

$$R^2 - \lambda \cos\beta = C = -\lambda \cos\alpha,$$

also

$$R^2 = \lambda (\cos\beta - \cos\alpha),$$

und die Kraft g:

$$g = \frac{dG}{dz} = -\frac{\pi p R^2 \cos\alpha}{\cos\beta - \cos\alpha},$$

wie im vorigen Paragraphen angegeben ist.

Aus Gleichung (2) folgt weiter:

$$(r^2 + \lambda\cos\alpha)^2 \left[1 + \left(\frac{dz}{dr}\right)^2\right] = \lambda^2 \left(\frac{dz}{dr}\right)^2,$$

oder

$$\frac{r^2 + \lambda\cos\alpha}{\sqrt{\lambda^2 - (r^2 + \lambda\cos\alpha)^2}} = \frac{dz}{dr}.$$

Dies ist ein elliptisches Integral, welches wir auf die normale Form bringen, wenn wir setzen:

$$r = \sqrt{2\lambda}.\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\omega$$

$$dr = -\sqrt{2\lambda}.\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\sin\omega\, d\omega,$$

so wird:

$$dz = -\sqrt{\frac{\lambda}{2}}\cdot\frac{1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2}\sin^2\omega}{\sqrt{1 - \sin^2\frac{\alpha}{2}\sin^2\omega}}\, d\omega.$$

Oder indem wir Legendre's Bezeichnung brauchen:

$$F_\omega = \int_0^\omega \frac{d\omega}{\sqrt{1 - \varkappa^2\sin^2\omega}}$$

$$E_\omega = \int_0^\omega \sqrt{1 - \varkappa^2\sin^2\omega}\, d\omega,$$

und setzen:

60 $$\varkappa^2 = \sin^2\frac{\alpha}{2},$$

so ist:

$$z = \sqrt{\frac{\lambda}{2}}\left\{2E_\omega - F_\omega\right\} + \text{Const.}$$

$$r = 2\sqrt{\frac{\lambda}{2}}.\varkappa\cos\omega.$$

Gleichzeitig ergiebt sich auch leicht die Länge des Bogens der Radialfasern:

$$s = \sqrt{\frac{\lambda}{2}}\, F_\omega .$$

Mittels der Tafeln von Legendre, welche die Werthe von E_ω und F_ω geben für alle Werthe von $\alpha/2$ und ω, die ganzen Winkelgraden entsprechen, kann man die Form dieser Curven am leichtesten construiren. Uebrigens lassen sich die Werthe der E_ω und F_ω auch nach bekannten Methoden für beliebige Werthe der α und ω berechnen.

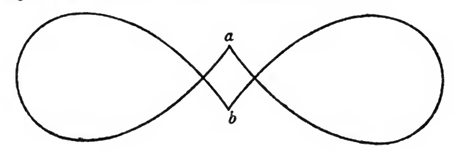


Fig. 61.

Die Figur 61 zeigt eine vollständig von einem zum anderen Axenpunkte ausgezogene Curve dieser Art, bei welcher dem Winkel α, der Form des Trommelfelles entsprechend, der Werth $180^0 - 40^0 = 140^0$ gegeben ist. Es möge der Axenpunkt a das Centrum der Membran repräsentiren. Jeder Punkt der von a auslaufenden Zweige der Curve könnte dem Rande der Membran entsprechen, bis zu demjenigen hin, wo die Curve, nach b herabsteigend, sich selbst wieder schneidet. Das Trommelfell selbst entspricht nur einem kleinen Theile dieser Curve.

Ich verschiebe einstweilen noch die speciellere Beschreibung und Besprechung der in meinem oben citirten Vortrage vom 9. August 1867 erwähnten Versuche über Resonanztöne des lebenden Ohres, weil ich noch bessere Mittel zur Hervorbringung tiefer einfacher Töne mir zu verschaffen hoffe, als ich sie bisher hatte, und damit die Versuche besser auszuführen sein werden.

LXXV.

Ueber die Schallschwingungen in der Schnecke des Ohres.

Aus den Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. Bd. V. S. 33—38. — 25. Juni 1869.

(Das Manuscript wurde sofort eingereicht.)

---

33 Zur Zeit der ersten Herausgabe meiner „Lehre von den
Tonempfindungen“ war die Untersuchung des Zusammen-
34 hanges der einzelnen Theile, welche das Corti'sche Organ der
Schnecke im Ohre zusammensetzen, sowie die Messung seiner
Dimensionen in den verschiedenen Windungen der Schnecke
noch nicht weit vorgeschritten. Da die physiologischen That-
sachen mich zu der Hypothese führten, dass verschiedene
Nervenfasern des Nervus acusticus mit elastischen Anhängseln
von verschiedener Abstimmung versehen sein möchten, schienen
nach der damaligen Lage unserer Kenntnisse die Corti'schen
Bögen diejenigen zu sein, denen man unter allen Theilen des
Labyrinths am ersten die zu einer solchen Function nöthige
Masse, Festigkeit und Isolirtheit zutrauen konnte. Obgleich
nun ihre Form und Grösse nicht gerade grosse Unterschiede
in den verschiedenen Abtheilungen der Schnecke zeigte, so
konnte immerhin eine verschiedene Abstimmung derselben
durch kleine Unterschiede in der Dicke, Form des Quer-
schnittes, Spannung u. s. w. erreicht sein, Unterschiede, die bei
der Präparation, namentlich bei der Anwendung erhärtender
Reagentien, vollständig verschwinden konnten, sodass deren
Mangel mir nicht als ein entscheidender Grund gegen meine

Hypothese erschien; namentlich der damals noch sehr grossen Differenz in den Ansichten und Beschreibungen der einzelnen Anatomen gegenüber, die sich mit diesem Gegenstande beschäftig hatten.

Seit jener Zeit haben die anatomischen Untersuchungen des genannten Organs sehr wesentliche Fortschritte gerade in Bezug auf diejenigen Verhältnisse gemacht, welche physiologisch wichtig sind, und es ist viel grössere Uebereinstimmung zwischen den verschiedenen Beobachtern zu Stande gekommen.

Von grosser Wichtigkeit für unseren Gegenstand waren namentlich die Untersuchungen von C. Hasse über die Schnecke der Vögel und Amphibien. Sie zeigten in allen übrigen Verhältnissen Uebereinstimmung mit den wesentlichen Zügen im Bau der Säugethierschnecke, nur gerade die Corti'schen Bögen fehlten dort vollständig. Da es andererseits nicht zweifelhaft sein kann, dass Vögel, welche Melodien pfeifen lernen, auch Tonhöhen unterscheiden, so ging daraus hervor, dass Unterscheidung der Tonhöhen ohne Corti'sche Bögen möglich sei.

Andererseits veröffentlichte V. Hensen eine Reihe von Messungen über die Dimensionen der Schneckenscheidewand und ihrer Annexa, aus denen hervorging, dass das fest ausgespannte Blatt der membranösen Scheidewand, die Membrana basilaris, sehr auffallende Unterschiede der Breite in den verschiedenen Abtheilungen der Schnecke zeigte. Dem runden Fenster gegenüber ist sie nämlich nur 0,04125 mm breit, an ihrem anderen Ende am Hamulus unter der Kuppel dagegen 0,495 mm, ist also dort etwa 12 Mal breiter. Die beiden Schenkel der Corti'schen Bögen und ihre Spannweite nehmen allerdings vom Anfang bis gegen das obere Ende der Schnecken-
scheidewand auch an Grösse zu, die Länge der Bögen auf das 36
Doppelte, ihre Spannweite auf das Vierfache, aber jedenfalls nicht in so auffallendem Maasse, als es die Breite der Membrana basilaris thut.

Deshalb hat auch schon Herr V. Hensen die Hypothese aufgestellt, dass die Abstimmung der schwingenden Theile, an denen die Nervenfasern enden, wesentlich von der verschiedenen Stimmung der betreffenden Theile der Membrana basilaris

abhängig sein möchte, sodass die tieferen Töne in den oberen Theilen der Membrana basilaris gegen das Schneckengewölbe hin, die höheren in den unteren gegen das runde Fenster hin, resoniren würden.

Bevor diese, in vieler Beziehung sehr ansprechende Theorie acceptirt werden konnte, schien es mir aber noch nöthig zu untersuchen, ob eine hinreichende Begrenzung und Isolirung der schwingenden Theile auf einer solchen Membran möglich sei, sodass die Erregung durch Schwingungen von bestimmter Höhe auf ein hinreichend enges Gebiet von Nervenfasern beschränkt bliebe. Auf einer nach allen Richtungen hin gleichmässig gespannten Membran sieht man niemals, dass ihre Schwingungen auf einen einzelnen schmalen Theil derselben beschränkt bleiben, sondern diese breiten sich immer ziemlich gleichmässig über alle oder fast alle Theile der Membran aus, sodass höchstens einzelne Knotenlinien von der Bewegung ausgenommen bleiben.

Dies ist der Fall bei allen bisher zu akustischen Versuchen benutzten Membranen, und wird durch das Experiment so gut, wie durch die Theorie bestätigt.

Eine Eigenthümlichkeit im Bau der Membrana basilaris leitete mich jedoch auf einen Ausweg aus dieser Schwierigkeit. Die Membran zeigt eine starke Streifung in radialer Richtung und spaltet sich sehr leicht zwischen je zwei solchen Streifen. Das letztere zeigt an, dass sie in der Richtung ihrer Länge, quer gegen ihre Streifen nicht stark gespannt sein kann. Wohl aber deuten die stark entwickelten Fasern, welche das gestreifte Ansehen erzeugen, darauf hin, dass sie einem ziemlich erheblichen Zuge in Richtung der Streifen Widerstand leisten kann. An einer geöffneten Schnecke fand ich ihre Spannung allerdings auch in dieser Richtung nicht sehr bedeutend; die Membran erschien ziemlich schlaff. Da aber ihr äusserer Ansatz mehr an dem vom Knochen sehr leicht sich lösenden Periost als am Knochen selbst festhaftet, so ist es möglich, dass im lebenden Zustande die Membran viel beträchtlicher gespannt ist, so lange die vom Periost gebildeten Röhren durch den Druck der Labyrinthflüssigkeit in gespanntem Zustand erhalten sind.

Der Vergleich mit der gerade gestreckten Vogelschnecke zeigt, dass die spiralige Aufwindung des Schneckencanals kein wesentliches Moment für seine Function ist.

Ich habe deshalb die mathematische Analyse der Be-
wegungen einer Membran angestellt, die zwischen den Schenkeln
eines Winkels ausgespannt ist, deren Spannung in der Rich- 36
tung der Halbirungslinie dieses Winkels am kleinsten, senk-
recht dagegen am grössten ist, die durch eine periodische
Kraft, welche gegen ihre ganze Fläche wirkt, erschüttert wird,
und deren Bewegung gleichzeitig durch Reibung eine geringe
Dämpfung erleidet.

Das Resultat, soweit es uns hier interessirt, ist, dass wenn die kleinere Spannung in Richtung der Halbirungslinie des Winkels verschwindend klein wird, die Membran schliesslich dieselben Bewegungen ausführt, als wenn sie aus einem System unabhängig von einander beweglicher Saiten bestände, welche alle senkrecht zur Halbirungslinie zwischen den Schenkeln des Winkels und mit gleicher Spannung ausgespannt wären. In einem solchen schwingen diejenigen Saiten stark mit, deren Eigenton der Tonhöhe des erregenden Tones entspricht; ihre Nachbarn etwas schwächer, in dem Maasse weniger, als ihre Tonhöhe von der des erregenden Tones mehr und mehr abweicht; und die weiter entfernten Saiten machen nur unendlich kleine Schwingungen. Die Breite der schwingenden Portionen hängt wesentlich ab von dem Grade der Dämpfung. Je geringer dieser ist, desto schwächer kann der erregende Ton sein, und desto schmaler ist die mitschwingende Stelle. Es finden hier dieselben Verhältnisse statt, die ich in meiner „Lehre von den Tonempfindungen" auf Seite 212 bis 219 auseinandergesetzt habe.

Bei einer solchen Beschaffenheit der Membrana basilaris würde also in der That die von Hensen aufgestellte Hypothese allen Anforderungen genügen.

Der Nutzen der Corti'schen Bögen in der Schnecke der Säugethiere ist dann vielleicht der, dass sie die Erschütterung der Membrana basilaris isolirt durch die ziemlich dicke weiche Masse der Papilla spiralis hindurch zu isolirten Orten von

deren oberer Fläche leiten, wo die Nervenendzellen mit ihren haarähnlichen Fortsätzen liegen. In der Vogelschnecke ist diese Schicht viel dünner und konnte ein solches Hülfsmittel entbehrt werden.

Ich gebe hier schliesslich noch die Hauptzüge der mathematischen Theorie:

Die Halbirungslinie des Winkels sei die Axe der x, sein Scheitel der Nullpunkt der x und y; die Zeit t; die Entfernung eines schwingenden Membranpunktes von seiner Gleichgewichtslage in der Ebene xy sei z, die Spannung der Membran in Richtung der x sei P, in Richtung der y sei sie gleich Q, dieselbe gemessen für einen Streifen, dessen Breite gleich der Längeneinheit ist. Die Masse der Flächeneinheit der Membran (eingerechnet das mitbewegte umgebende Medium) sei μ, der Dämpfungscoefficient sei γ, und die periodische erregende Kraft sei $A \cdot \sin(nt)$.

Die Bewegungsgleichung ist alsdann:

$$P \frac{d^2 z}{dx^2} + Q \frac{d^2 z}{dy^2} = \mu \frac{d^2 z}{dt^2} + \nu \frac{dz}{dt} - A \cos(nt).$$

37 Die Grenzbedingungen sind, dass z längs der Schenkel und im Scheitel des Winkels gleich Null, in unendlicher Entfernung endlich sei.

Wir setzen dann:

$$x = \sqrt{P} \cdot r \cos w \qquad \text{und} \qquad y = \sqrt{Q} \cdot r \sin w,$$

ferner z gleich dem reellen Theile von:

$$z = e^{int} \Sigma \left[s_h \cos(hw) \right],$$

wobei die Werthe von h so gewählt werden müssen, dass $\cos hw$ längs der Schenkel des Winkels, in dem die Membran ausgespannt ist, gleich Null werde. Wenn der kleinste unter diesen Werthen von h gleich m ist, so sind die anderen ganze Multipla von m, und A selbst ist zu entwickeln in die Reihe:

$$A = \frac{4A}{\pi} \left\{ \cos(mw) - \frac{1}{3} \cos(3mw) + \frac{1}{5} \cos(5mw) \text{ etc.} \right\}.$$

Setzen wir nun:

$$B_h = (-1)^{\frac{h+m}{2m}} \frac{4Am}{\pi h},$$

so ist s_h ein Integral der Differentialgleichung:

$$\frac{d^2 s}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{ds}{dr} + \left(n^2\mu - in\nu - \frac{h^2}{r^2}\right)s = B_h$$

mit der Bedingung, dass es Null sei für $r = 0$, und endlich für $r = \infty$.

Dies Integral, welches übrigens auch leicht nach positiven oder negativen Potenzen von r entwickelt werden kann, lässt sich für unseren Zweck am passendsten in Form bestimmter Integrale geben, und setzen wir:

$$\sqrt{n^2\mu - in\nu} = l - i\lambda,$$

wobei wir das Zeichen der Wurzel wählen, welches l positiv macht, und:

$$\psi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-(l-i\lambda)r \sin t} \sin(ht)\, dt$$

$$\varphi = \int_1^{\infty} u^{-h-1} e^{-\frac{1}{2}(l-i\lambda)r\left(u+\frac{1}{u}\right)} du,$$

so ist:

$$s = -\frac{B}{(l-i\lambda)^2}\left[h\psi + h\cdot\cos\left(\frac{h\pi}{2}\right)\cdot\varphi - 1\right].$$

Setzen wir in diesen Gleichungen $r = h\varrho$, so wird h unendlich gross, wenn die Spannung Q gleich Null wird, ϱ dagegen nähert sich asymptotisch einem endlichen Werthe, und s wird für ein unendliches h:

$$s = -\frac{B\varrho^2}{1-(n^2\mu - in\nu)\varrho^2}.$$

Dies wird ein Maximum, wo: 38

$$n^2\mu\varrho^2 = 1.$$

Ist der Winkel, in welchem die Membran ausgespannt ist, wie es in der Schnecke der Fall ist, an und für sich so klein, dass man den Unterschied seines Sinus und seiner Tangente vernachlässigen kann, und gleich $\varepsilon\pi$, so ist der niedrigste Werth von $h = 1/\varepsilon$ und angenähert:

$$\varrho = \frac{x\varepsilon}{\sqrt{Q}}.$$

Also das Maximum tritt ein, wo:

$$\mu n^2 x^2 \varepsilon^2 = Q.$$

Es ist aber $x\varepsilon$ unter diesen Umständen die Länge der Saite, und die letzte Gleichung diejenige, die die Schwingungszahl einer Saite bestimmt.

Erkenntnisstheorie.

Digitized by Google

LXXVI.

Ueber die Natur der menschlichen Sinnesempfindungen.

Habilitationsvortrag, gehalten am 28. Juni 1852 zu Königsberg, nach der Ernennung zum ordentlichen Professor, veröffentlicht in den Königsberger naturwissenschaftl. Unterhaltungen. Bd. III. S. 1—20.

Meine Herren, 1

in der Abhandlung, durch welche ich zu meiner Habilitation einzuladen die Ehre hatte[1]), habe ich einen dem physiologischen Theile der Farbenlehre angehörigen Gegenstand behandelt. Newton, dessen Genie, nicht zufrieden die unsterblichste That im Gebiete der Naturwissenschaften vollbracht, die Mechanik des Himmels entdeckt zu haben, Musse fand, auch die Farbenlehre zu begründen, Newton hatte uns gelehrt, welche Unterschiede zwischen den Lichtstrahlen verschiedener Farbe bestehen, hatte nachgewiesen, dass farbige Lichtstrahlen, vereinigt, ein zusammengesetztes Licht von anderer Farbe geben, als sie selbst vorher hatten, und dass das Auge unfähig sei, aus der zusammengesetzten Farbe deren constituirende Elemente zu erkennen. So wies er namentlich die Zusammensetzung des scheinbar einfachen weissen Sonnenlichtes nach. Aber da es sein Hauptzweck war diesen Beweis für das ganze Sonnenlicht zu führen, unterliess er es die 2
Zusammensetzungen der einzelnen Farben einzeln zu verfolgen, um so mehr, als man über ihre Mischung schon gültige Regeln

1) Ueber die Theorie der zusammengesetzten Farben. J. Müller's Archiv für Anatomie und Physiologie. 1852. [No. XLIX. d. Sammlung.]

zu haben glaubte, bei denen er sich nach wenigen Versuchen, die damit übereinzustimmen schienen, beruhigte. Diese Regeln wurden bis auf den heutigen Augenblick festgehalten und allgemein anerkannt, weil Niemand sich erinnerte, dass sie von Newton nicht vollständig revidirt wären: ja sie schienen sogar durch die Autorität dieses grossen Denkers besiegelt zu sein, weil er sie und seine eigenen neuen Entdeckungen in eine Art mathematischen Bildes zusammenfasste, welches eine Berechnung der zusammengesetzten Farbe möglich machen sollte, wenn ihre Elemente gegeben waren. Dessenungeachtet enthielten jene Regeln die entschiedensten Irrthümer, weil sie nach einer falschen Methode gebildet waren. Zwei Farbstoffe gemischt, geben ebenso wie farbige Lichter eine neue Mischfarbe, welche in einigen Fällen mit der durch Zusammensetzung des entsprechenden farbigen Lichtes hervorgebrachten übereinstimmt. Auf den ersten Anblick schien bei der Mischung zweier Farbstoffe das farbige Licht beider sich einfach zusammensetzen zu müssen, eine Meinung, woran auch Newton durchaus keinen Anstoss nahm. Eine nähere Untersuchung der Sache zeigte mir aber, dass diese Meinung falsch sei, dass die Mischung der Farbstoffe durchaus andere Resultate giebt als die Zusammensetzung des farbigen Lichtes, und dass daher auch an die Stelle der bisherigen Regeln über die Zusammensetzung der Farben ganz andere treten müssten. Der auffallendste Unterschied der neuen und alten Regel zeigt sich bei der Vereinigung von Blau und Gelb, welche, wenn Farbstoffe gemischt werden, Grün, wenn entsprechendes farbiges Licht gemischt wird, Weiss geben. Grün gehört im Gegentheil zu den Farben, welche am unvollkommensten durch Zusammensetzung andersfarbigen Lichtes hervorgebracht werden können. Daher musste ich denn auch die alte Ansicht, dass alle möglicher Weise existirenden Farben aus den drei sogenannten Grundfarben, Roth, Gelb, Blau, zusammengesetzt
3 werden könnten, als irrig zurückweisen. Denn diese drei geben kein Grün. Man kann allerdings die matteren zusammengesetzten Farben der Naturkörper ziemlich gut durch drei einfache Farben des Spectrum nachahmen, muss dazu aber Roth, Grün und Violett wählen. Will man indessen auch die Reihe

gesättigter Farben, wie sie das Spectrum darbietet, nachahmen, so braucht man wenigstens 5 einfache, Roth, Gelb, Grün, Blau, Violett.

Es wäre unnütz, hier in die Einzelheiten der Untersuchung, welche in der gedachten Abhandlung zusammengestellt sind, weiter einzugehen. Ich möchte mir vielmehr erlauben an den vorliegenden Fall, welcher die Art der Empfindungen unserer Netzhaut bei bestimmten Combinationen der empfundenen Objecte behandelt, eine allgemeinere Besprechung der Art und Weise zu knüpfen, wie überhaupt unsere Sinnesempfindungen den empfundenen Gegenständen entsprechen. Die Grundzüge dieses Verhältnisses sind allerdings schon längst von einem der schärfsten Denker und sichersten Beobachter unter den neueren Physiologen, J. Müller, festgestellt. Aber so manche Erweiterung, welche dem Gebiete unserer physikalischen und physiologischen Kenntnisse seit jener Zeit geworden ist, hat neue überraschende Gesichtspunkte eröffnet, und ermuthigt mich Sie einzuladen, mit mir einen neuen Ueberblick über die interessanteren Theile des bezeichneten Kapitels zu werfen. Wir haben eben Punkte der Farbentheorie besprochen; beginnen wir daher mit dem Auge und dem Lichte.

Auf die Frage, was ist das Licht? antwortet die neuere Physik mit grosser Bestimmtheit, es sei eine zitternde und wellenförmig sich ausbreitende Bewegung eines hypothetischen Medium, des Lichtäthers. Das Eigenthümliche einer solchen Bewegung besteht darin, dass sich zwar die Wellen gleichmässig fortzubewegen scheinen, in der That aber jeder einzelne materielle Theil der bewegten Masse auf seiner Stelle bleibt und nur wenig um seine mittlere Ruhelage hin- und herschwankt. Wer daran Anstoss nehmen sollte, dass das Licht eine zitternde Bewegung sei, und sich nicht denken kann, dass eine solche in unserem Auge eine so eigenthümlich lebendige Empfindung des Hellen hervorbringen sollte, den erinnern wir an den Schall. Dass ein tönender Körper zittert, sehen wir, dass die Luft mit ihm zittert, können wir an feinen gespannten Membranen, welche die Bebungen der tönenden Luft mitmachen, ebenfalls sehen, oder auch nicht ganz selten, wenn der

Ton recht stark ist, an unserem eigenen Körper fühlen. Da nun der Gefühlssinn von jeher als der nüchterne, von allen Phantasien freie Gewährsmann für die Aussagen der anderen Sinne betrachtet worden ist, denen man nicht recht traute, so hat Niemand gezweifelt, dass der Schall in Erzitterungen der Luft bestände, und diese im Stande wären, in unserem Ohre die höchst eigenthümliche Empfindung des Tones anzuregen. Wenn dem so ist, kann es auch keine Schwierigkeit haben anzunehmen, dass eine andere Art von Vibrationen im Auge die Empfindung des Lichtes und ihre verschiedenen Abstufungen anrege.

Die Annahme, dass das Licht in einer vibrirenden Bewegung bestehe, ist auch durchaus keine willkürliche Hypothese der Physik. Diese Wissenschaft weiset nach, dass sich das Licht fortbewegt mit einer grossen aber messbaren Geschwindigkeit, welche jetzt nicht bloss in den Räumen des Himmels, sondern sogar innerhalb der engen Dimensionen unserer Erde, ja eines Zimmers gemessen worden ist. Sie weist ferner nach, dass während dieser Fortbewegung längs eines jeden Lichtstrahles ein regelmässiger Wechsel von entgegengesetzten, sich gegenseitig aufhebenden Zuständen besteht, die sie als Wellenphasen gleicher und entgegengesetzter Art bezeichnet. Denn zwei Lichtstrahlen, welche von einer Lichtquelle ausgegangen, nach verschiedenen Wegen wieder an einem Orte zusammentreffen, verstärken sich hier keineswegs in allen Fällen, wie man es gewöhnlich vorauszusetzen pflegt, sondern es kommt ebenso oft vor, dass sie sich gegenseitig ganz auslöschen, als dass sie sich verstärken, je nachdem sie mit gleichen oder entgegengesetzten Phasen zusammentreffen. Diese Erscheinungen, mit dem Namen der Interferenz belegt, weisen mit aller Bestimmtheit den regelmässigen Wechsel gleicher und entgegengesetzter Phasen am Lichtstrahle nach,
5 der sich überall in gleichen Abständen wiederholt. Eine Wellenbewegung, ähnlich der Schallbewegung, welche ebenfalls der Interferenz unterworfen ist, ist die einfachste Anschauung, welche man sich von einer solchen Art der Bewegung machen kann. Ueber das hypothetische Substrat dieser Bewegung, den Lichtäther, und ihre specielle Form und Richtung lässt sich

allerdings viel zweifeln und vermuthen, aber das interessirt uns hier weiter nicht. Wir haben es nur mit dem Factum zu thun, dass die Bewegung des Lichtes keine einfach fortströmende ist, sondern wie eine Wellenbewegung eine abwechselnde.

Die Lichtbewegung hat sehr viele Aehnlichkeiten mit der Schallbewegung, und selbst mit der Fortbewegung der Wellen im Wasser. Wo ihnen kein Hinderniss entgegentritt, breiten sich alle diese Wellen kugel- und kreisförmig von dem Erregungspunkte aus, und pflanzen sich, an Stärke immer abnehmend, mit bestimmter gleichförmiger Geschwindigkeit in das Unendliche fort. Wo sie auf feste Hindernisse stossen, werden sie alle nach denselben Gesetzen zurückgeworfen, worauf beim Lichte die Spiegelung, beim Schalle das Echo beruht. Es können gleichzeitig eine unendlich grosse Zahl von Wellensystemen sich in demselben Raume fortbewegen und sich kreuzen, ohne sich gegenseitig zu stören; man denke an die grosse Zahl verschiedener Tonwellensysteme, welche ein Orchester gleichzeitig in Bewegung setzt, an die tausend Lichtstrahlen, welche in einem erleuchteten Saale sich kreuzen, und deren jedes richtig und unverändert zu seinem Ziele kommt. Ein ähnliches Bild bietet eine vom Winde mässig bewegte grössere Wasserfläche, von oben gesehen, dar, wo man leicht die grosse Zahl verschiedener, grosser und kleiner Wellenzüge unterscheidet, von denen sie in verschiedenen Richtungen durchschnitten wird.

Ein wesentlicher Unterschied der Licht- und Schallbewegung interessirt uns bei unseren heutigen Betrachtungen nicht, dass nämlich die Schwingungsbewegung im Lichtstrahle senkrecht gegen dessen Fortpflanzungsrichtung geschieht, im Schallwellenzuge aber in dieser Richtung selbst. Darauf beruhen die Erscheinungen der sogenannten Polarisation des Lichtes. 6
Die übrigen Unterschiede zwischen Licht und Schall betreffen mehr die Grössenverhältnisse. Es findet ein ungeheurer Unterschied in ihrer Fortpflanzungsgeschwindigkeit statt, welche für das Licht in Luft und leerem Raume die erstaunliche Grösse von 40,000 Meilen in der Secunde erreicht, und nur durch die Geschwindigkeit der Elektricität noch übertroffen wird, während sie sich für den Schall auf bescheidene 1058 Fuss in der

Secunde beschränkt. Daher lehrt uns auch die tägliche Erfahrung, dass wir ein in der Ferne geschehendes Ereigniss eher sehen als hören. Den Schall sind wir gewöhnt die Rolle des nachhinkenden Boten spielen zu sehen, dass es aber streng genommen mit dem Lichte ebenso ist, und dass wir nach den wohlbegründeten Versicherungen der Astronomen in der Fixsternwelt jetzt erst sehen, was vor Tausenden von Jahren geschehen ist, erregt unsere Verwunderung mehr, weil die Zeitunterschiede, welche das Licht braucht, um die in der täglichen Erfahrung vorkommenden irdischen Dimensionen zurückzulegen, für unsere Sinne allerdings nicht wahrnehmbar sind. Eben wegen dieser ungeheueren Fortpflanzungsgeschwindigkeit müssen wir uns das Substrat der Lichtbewegung von viel mächtigeren Spannkräften und viel feinerem Stoffe denken als unsere Gasarten, welche das Substrat der Schallbewegung abgeben.

Ebenso ist die Geschwindigkeit jeder einzelnen Schwingung beim Lichte eine viel grössere als beim Schalle. Es kommt für jenes auf eine Secunde die schwindelerregende Zahl von 450 bis 790 Billionen Schwingungen, für den Schall nur 16 bis etwa 36,000, je nachdem der Ton tief oder hoch ist. Es lässt sich ferner aus den Interferenzerscheinungen mit Sicherheit bestimmen, dass längs eines Lichtstrahles auf die Länge einer Linie 3300 bis 6000 vollständige Phasenwechsel kommen; sodass also die Länge einer Lichtwelle, $^1/_{3300}$ bis $^1/_{6000}$ Linie beträgt, während die einer Schallwelle sich von 4 ganzen Linien bis zu 64 Fuss ausdehnt. Von diesem letzteren Unterschiede hängen andere für uns höchst wichtige Verschiedenheiten in der
7 Ausbreitungsweise der genannten Wellensysteme ab. Wenn wir Wasserwogen beobachten, die in einem engeren geraden Canale erregt sind, welcher sich in eine weite Wasserfläche öffnet, so pflanzen sich die Wogen des Canals auch auf diese fort, aber bald sehen wir, dass sie sich nur nach der geraden Linie in der Verlängerung des Canals fortpflanzen, bald dass dies von der Mündung des Canals aus kreisförmig nach allen Richtungen stattfindet. Und zwar geschieht ersteres, wenn die Wellenlänge, mit der Breite des Canals verglichen, sehr klein ist, also z. B. bei leichten Kräuselungen der Wasserfläche,

letzteres wenn dies nicht der Fall ist, also bei langen Wasserwogen. Ganz dasselbe lehrt die mathematische Analyse und der Versuch, für Schall- und Lichtwellen, wenn sie sich durch Oeffnungen oder zwischen hemmenden Körpern fortpflanzen. Sind die räumlichen Dimensionen der hemmenden Körper überwiegend gross gegen die Längen der Wellen, wie das im Vergleich zu den sehr kleinen Lichtwellen in der Regel der Fall ist, so findet in merklicher Stärke nur geradlinige Fortpflanzung statt, sind sie aber nicht viel grösser oder gar kleiner, wie in der Regel beim Schalle, so schlagen grosse Antheile der Wellen auch krummlinige Bahnen ein. Daher sind wir gewohnt, das Licht nur gerade aus als Lichtstrahl vorwärts dringen zu sehen, während der Schall durch jede Oeffnung und um jede Ecke herum biegt. Das letztere findet aber auch beim Lichte statt, wenn wir es durch sehr enge Oeffnungen gehen lassen, und ist spurweise eigentlich jedes Mal nachzuweisen, so oft Licht an dem Rande eines dunkeln Körpers vorbeigeht; die dahin gehörigen Erscheinungen bezeichnet man als Diffraction. Damit hängt der wichtigste Unterschied von Auge und Ohr zusammen. Der Lichtstrahl ist geradlinig, in derselben Richtung, wie er in das Auge fällt, hat er seinen ganzen Weg zurückgelegt, und wenn das Auge, wie es in der That der Fall ist, Mittel hat diese Richtung des einfallenden Strahles zu unterscheiden, so erfährt es dadurch auch unmittelbar die Richtung, in welcher der leuchtende Körper liegt. Es wird dadurch die bewunderungswürdig genaue Ortsbestimmung der Gesichtserscheinungen möglich. Mit dem Schalle verhält es sich anders, er hat ebenso oft einen 8
krummen wie einen geraden Weg zurückgelegt. Durch die Richtung, in der er in das Ohr fällt, ist nichts über seinen Ursprungsort bestimmt, und dieselbe ist deshalb zu genauen Richtungsbestimmungen unbrauchbar. Dem Ohre würde daher ein solcher brechender und sammelnder Apparat nichts genützt haben, wie er dem Auge mitgegeben ist. In diesem Nachtheile liegt aber wieder ein Vortheil, dass nämlich der Schall jeden offenen Weg benutzt, um zu uns zu dringen, er mag gerade oder krumm sein, während das Licht vor jedem Hindernisse still steht, welches es in der geraden Linie antrifft.

Newton hat nachgewiesen, dass in dem Lichte, wie es von der Sonne, von brennenden oder glühenden Körpern ausgeht, Strahlen verschiedener Art gemischt sind. Er fand, dass sie sich durch verschiedene Brechbarkeit und zugleich durch verschiedene Farbe von einander unterscheiden. Die Grösse der Brechbarkeit hängt eng zusammen mit der Schwingungsdauer. Wir können also seine Sätze so aussprechen: Im natürlichen Lichte der leuchtenden Körper kommen Wellenzüge von verschiedener Schwingungsdauer und Wellenlänge vor, und solche Wellenzüge erregen im Auge die Empfindungen verschiedener Farben. Es ist dies ganz analog den Verhältnissen des Schalles; denn Schallwellenzüge von verschiedener Schwingungsdauer erregen im Ohre die Empfindung von Tönen verschiedener musikalischer Höhe. Langsamere Schwingungen geben tiefe, schnelle hohe Töne. Ein Ton, der in gleicher Zeit doppelt soviel Schwingungen macht als ein anderer, ist des letzteren höhere Octave; macht der erste drei Schwingungen, während der zweite zwei, so ist jener die höhere Quinte u. s. w. Die langsamer schwingenden Lichtstrahlen sehen roth aus, daran schliessen sich der Reihe nach orange, gelbe, grüne, blaue, violette an, letztere schwingen am schnellsten. Aber die Verhältnisse der Schwingungen sind beim Schalle viel verschiedener als beim Licht. Wir haben eben gesehen, dass nach diesen Verhältnissen sich die musikalischen Intervalle bestimmen. Die hörbaren Töne umfassen mehr als 11 Octaven,
9 während das Schwingungsverhältniss zwischen dem äussersten Roth und Violett höchstens einer kleinen Septime entspricht.

Ich muss hier erwähnen, dass diese von Newton ausgegangene Auffassung der Farbe bis in die neueste Zeit von einem der ausgezeichnetesten Forscher in der Optik bestritten wird, nämlich von D. Brewster. Eine nothwendige Consequenz jener Theorie ist die, dass ein homogener Lichtstrahl, d. h. ein solcher, dessen Schwingungen alle von gleicher Dauer sind, seine Farbe niemals ändern kann. Denn die Farbe hängt von der Zahl der Schwingungen ab, so viel Schwingungen der leuchtende Körper in der Secunde macht, so viel müssen das beobachtende Auge treffen; folglich kann die Schwingungsdauer, und somit auch Farbe eines Lichtstrahles ebenso wenig

wie die musikalische Höhe eines Tones durch irgend ein Mittel verändert werden. Brewster glaubte aber Veränderungen der Farbe homogener Lichtstrahlen zu bemerken, wenn sie durch gewisse gefärbte Körper hindurchgegangen waren. So soll das einfache gelbe Licht, wenn es durch blaues Kobaltglas dringt, weiss, selbst blauweiss werden, dasselbe einfache gelbe Licht durch gewisse braune Balsame grün u. s. w. Er schloss daraus, dass es dreierlei Arten von Licht gebe, entsprechend den alten drei Grundfarben, rothes, gelbes und blaues; dass in ihnen allen Strahlen von jeder der verschiedenen Abstufungen der Brechbarkeit vorkommen, welche wir im prismatischen Spectrum finden, dass aber die drei Grundfarben in den verschiedenen Theilen des Spectrum, welche verschiedenen Stufen der Brechbarkeit entsprechen, verschieden gemischt seien, und daher die Farbenreihe des Spectrum entstände. Nach Brewster's Theorie kann also homogenes Licht von gleicher Brechbarkeit und Schwingungsdauer noch gemischt sein aus verschiedenfarbigem, und daher auch beim Durchgange durch einen gefärbten Körper, der seine Bestandtheile ungleich absorbirt, seine Farbe verändern. Es würde nach seiner Theorie den drei Grundfarben und der Farbe überhaupt eine objective Existenz zukommen, sie würde den verschiedenen Qualitäten verschiedener Arten von Licht entsprechen.

Ich musste im Verlaufe meiner Untersuchungen über die Farben, und namentlich die Existenz der drei Grundfarben, auch Brewster's Ansicht einer Prüfung unterwerfen. Es sei mir hier vergönnt, nur das Resultat dieser Untersuchung ohne ihre Einzelheiten anzuführen. Die Farbenveränderungen, welche Brewster wahrgenommen zu haben glaubte, beruhen grösstentheils auf bisher nicht oder wenig beachteten physiologischen Vorgängen. Einmal kann nachgewiesen werden, dass bei seinem Verfahren im Auge selbst geringe Verunreinigungen des von ihm für homogen gehaltenen Lichtes entstehen mussten, Verunreinigungen, welche unter den obwaltenden Umständen hinreichend waren, um die Farbe des betreffenden Lichtes merklich zu verändern. So war z. B. das gelbe Licht, welches durch blaues Glas weiss oder blauweiss geworden sein sollte, mit blauem Lichte theils im Prisma, theils im Auge selbst verunreinigt worden.

Andere Farbenveränderungen beruhten auf Contrasterscheinungen, welche bei den lebhafteren Farben des Spectrum in einer ungewöhnlichen Stärke auftreten. So sah das Gelb im Spectrum der braunen Balsame, wo es neben glänzendem Roth steht, lebhaft grün aus, isolirt betrachtet, blieb es das reinste Gelb. Auch ist es mir gelungen eine Methode ausfindig zu machen, welche die Uebelstände der von Brewster befolgten beseitigt und alle scheinbaren Veränderungen der Farben verschwinden macht. In noch anderen Fällen hingen Brewster's Beobachtungen davon ab, dass die einfachen Farben bei grosser Lichtstärke ihren Farbenton merklich verändern. Dann wird Violett und Blau blauweiss, oder ganz weiss, Grün und Gelb gelbweiss, endlich Roth hellgelb.

Es bleibt also der von Newton angenommene Zusammenhang der Schwingungsdauer oder Brechbarkeit mit der Farbe unverändert bestehen.

Verfolgen wir die Vergleichung der Ton- und Farbenempfindung weiter. Es tritt uns zunächst das bemerkenswerthe Verhältniss entgegen, welches in der Einladungsschrift in das Einzelne verfolgt ist, dass das Auge Licht, welches aus ver-
11 schiedenfarbigem zusammengesetzt ist, in einer neuen scheinbar einfachen Farbe erblickt, aus der es die einzelnen Elemente nicht mehr herauszusehen vermag; während das Ohr diese Fähigkeit in hohem Grade besitzt. Wenn wir auf die Schwingungsverhältnisse der Farben die Bezeichnungsweise der musikalischen Intervalle übertragen, so entsprechen die 6 Farben Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Violett etwa dem Verhältnisse der 6 Töne der C-dur Leiter D, E, F, G, A, H. Unser Ohr weiss sehr leicht den Ton E von der kleinen Terz DF oder von der doppelten Disharmonie DEF zu unterscheiden; aber unserem Auge erscheint unter entsprechenden Verhältnissen das einfache Orange ganz ebenso wie eine Farbe, welche aus Roth und Gelb, oder aus Roth, Orange und Gelb zusammengesetzt ist. Noch grösser als bei gesättigten, ist die Möglichkeit der Combinationen bei weisslichen Farben. Wir können es einem Weiss nicht ansehen, ob es aus Blau und Gelb, oder aus Roth, Grün und Violett, oder aus allen 5, oder aus sämmtlichen Farbentönen des Spectrum zusammengesetzt ist.

Die Unauflöslichkeit und scheinbare Einfachheit eines zusammengesetzten Farbeneindruckes ist so augenfällig, dass eben deshalb mancher Kopf, der der physikalischen Betrachtungsweise ferner steht, an Newton's Theorie Anstoss genommen hat. Namentlich liegt dies in dem eigenthümlichen Wesen des dichterischen Genius; er fühlt es als seine höchste Kraft und seine innerste Natur, die volle Energie der sinnlichen Erscheinung festhalten zu dürfen, und indem er das Geistige in sie einkleidet, auch auf dieses die ganze Frische und eindringliche Lebendigkeit unmittelbarer Anschauung zu übertragen. Daher finden wir gerade denjenigen unserer Dichter, in welchem sich die Begabung des Genius in der seltensten Vollkommenheit entfaltet hatte, in der heftigsten Opposition gegen Newton's Farbentheorie.

Die Unrichtigkeiten, welche Göthe in dessen Versuchen gefunden zu haben glaubte, sind längst als Folgen der unvollkommenen Weise anerkannt, in der er sie zu wiederholen versuchte; aber sein Sträuben gegen die Annahme einer Zusammensetzung des weissen Lichtes findet immer noch Anklang, z. B. 12
bei Hegel und den meisten Philosophen seiner Schule. Halten wir aber unseren Vergleich mit dem Schalle fest. Aus dem Brausen der brandenden Meereswogen wird es keinem musikalischen Ohre so leicht gelingen, die Reihe der Töne herauszuhören, welche es zusammensetzen. Die millionenfach zerrissenen, hin und hergeschleuderten Wassertheilchen theilen der Luft ihre wilde heftige Bewegung mit, und die Luft trägt sie ebenso weiter, als unendlich sich kreuzende Systeme von Schallwellen jeder Schwingungsdauer und jeder Stärke. Und doch lassen sich durch Zurückwerfung von einer breiten Mauer, wobei die einzelnen Wellensysteme in verschiedener Entfernung vor der Mauer zur Interferenz kommen, die einzelnen Töne dieses Gebrauses isolirt hörbar machen. Uebertragen wir das auf das Licht. Denken wir die Oberfläche leuchtender Körper in ähnlicher unregelmässiger Erzitterung wie die Wassertheilchen der Brandung, so müssen Wellensysteme jeder Art von ihnen ausgehen und vereinigt weitergehen, bis wir sie physikalischen Bedingungen unterwerfen, unter denen sich die Wellen verschiedener Schwingungsdauer verschieden verhalten, bis wir sie

z. B. durch ein Prisma gehen lassen. Hier erst werden sich die Wellen gleicher Schwingungsdauer zu einander ordnen und ihren eigenen Weg getrennt von den anderen einschlagen. So wird das weisse Licht in einfache Farben, wie das Brausen der Brandung in musikalische Töne zerlegt.

Uebrigens ist auch die Bedeutung der einzelnen Stufen in der Licht- und Tonempfindung verschieden. Ein Ton bekommt seinen Charakter weniger durch seine absolute Höhe oder Tiefe, als durch sein Verhältniss zu anderen Tönen; wenn man sämmtliche Töne einer Melodie um eine Terz oder irgend ein anderes Intervall höher setzt, behält das Ganze doch seinen wesentlichen Charakter. Für die Farben hat dagegen nur die absolute Grösse ihrer Schwingungsdauer, weniger ihr Verhältniss zu anderen, Werth. Wollte man jeder Farbe eines Gemäldes eine andere substituiren, deren Schwingungszahl im
13 Verhältniss der Terz etwa grösser wäre, statt Roth Gelb, statt Orange Grün, statt Gelb Blau, statt Grün Violett setzen, so würde es allen Sinn verlieren.

Gehen wir jetzt über zu dem Verhältniss, in dem die besprochenen Empfindungen zu dem empfundenen Objecte stehen.

Zuerst tritt uns der Satz entgegen: „es ist nicht Alles Licht, was als Licht empfunden wird". Denn nicht bloss das Licht ist fähig in dem Sehnervenapparate Empfindung hervorzubringen, sondern auch andere Vorgänge, Druck, Stoss auf das Auge, elektrische Durchströmung. Nur ist die Netzhaut, in dem hinteren Theile des Augapfels gelegen, gegen die letztgenannten Einwirkungen so gut geschützt, dass sie von ihnen nur ausnahmsweise getroffen wird, während das Licht durch die durchsichtigen Theile des Auges ungehinderten Zutritt findet, und so in jeder Secunde eine grosse Zahl der verschiedenartigsten Eindrücke hervorzurufen im Stande ist; deshalb scheint uns das Licht zu den Empfindungen der Netzhaut in einem besonders bevorzugten Verhältnisse zu stehen. Ja, nicht bloss Empfindung, sondern selbst Lichtempfindung rufen diese mechanischen und elektrischen Einwirkungen hervor, und gewöhnt, Netzhautempfindungen nur durch objectives Licht entstehen zu sehen, construiren wir uns auch in diesen Fällen die entsprechenden Gesichtserscheinungen, welche wir vor uns

im Gesichtsfelde als feurige Scheine, Blitze, Kreise zu sehen glauben.

Zweitens lehrt uns die Physik, dass es auch Licht giebt,
welches wir nicht empfinden, unsichtbares Licht, d. h. Strah-
lungen, welche von den leuchtenden Körpern, namentlich der
Sonne ausgehen, ganz dieselben Bewegungsgesetze wie das Licht
haben, genau denselben Erscheinungen der Interferenz, Spiege-
lung, Brechung, Diffraction, Polarisation und Absorption unter-
liegen und sich ihrem ganzen physikalischen Verhalten nach
von dem sichtbaren Lichte nur durch eine etwas verschiedene
Grösse der Schwingungsdauer und Brechbarkeit unterscheiden.
Da haben wir erstens die sogenannten chemischen Strahlen,
brechbarer und von kleinerer Schwingungsdauer als das äusserste
Violett. Es haben schon die grünen und namentlich die blauen
und violetten sichtbaren Strahlen kräftige chemische Wirkun- 14
gen, aber die Strahlen, welche am kräftigsten in dieser Art
wirken, sind nicht sichtbar. Entwirft man ein Spectrum im
Daguerreotyp auf einer lichtempfindlichen Platte, so bildet
sich nicht nur der grösste Theil des sichtbaren Spectrum mit
denselben *Fraunhofer*'schen Linien ab, welche eben da Unter-
brechungen der chemischen Wirkung nachweisen, wo das sicht-
bare Licht unterbrochen ist, sondern es setzt sich die Abbil-
dung noch weit über das violette Ende des sichtbaren Spec-
trum hinaus fort, und zwar noch kräftiger und lebhafter ge-
zeichnet, ebenfalls mit einer eigenthümlichen Anordnung *Fraun-
hofer*'scher Linien versehen. Gerade die genaue Uebereinstimmung dieser Linien im sichtbaren Theile des chemischen Spectrum und im leuchtenden Spectrum weist nach, dass es hier genau dieselben Strahlen sind, welche leuchten und chemisch wirken. Da nun diese noch sichtbaren chemischen Strahlen ohne Unterbrechung und mit allmähligem Verlust ihrer Leuchtkraft in die nicht sichtbaren übergehen, so muss man schliessen, dass letztere Strahlen ganz derselben Art sind wie die leuchtenden, und sich nur durch geringere Schwingungsdauer von ihnen unterscheiden. Ihre vollständige Aehnlichkeit bestätigt sich übrigens auch bei allen anderen Vergleichungen auf rein physikalischem Gebiete.

Untersuchen wir ferner die Wärmewirkungen im Spectrum

eines Prisma, welches möglichst wenig Wärme absorbirt, z. B. einem aus Steinsalz, so findet sich, dass die leuchtenden Strahlen auch erwärmen, und zwar stärker als die des rothen Endes des Spectrum, dass durch alle Mittel, welche die leuchtende Strahlung in einem Theile des Spectrum beseitigen, auch die Erwärmung ebenda und genau in denselben Grenzen aufgehoben wird, dass also innerhalb des leuchtenden Theiles des Spectrum höchst wahrscheinlich leuchtende und wärmende Strahlen identisch sind. Aber die stärksten Wärmewirkungen finden sich unter diesen Umständen ausserhalb des rothen Endes, und sie setzen sich noch eine beträchtliche Strecke ausserhalb des leuchtenden Spectrum fort. Aus der von *Foucault* und *Fechner* nachgewiesenen Interferenz der strahlenden Wärme geht ausserdem, wie für das Licht, hervor, dass sie auf Vibrationen beruhe, aus den Erscheinungen ihrer Polarisation, wie beim Lichte, dass diese Vibrationen senkrecht gegen die Fortpflanzungsrichtung geschehen. Wir finden dieselbe Spiegelung, Brechung, Doppelbrechung, Absorption mit den Modificationen, welche durch die meist grössere Schwingungsdauer bedingt werden, und haben allen Grund zu schliessen, dass strahlende Wärme und Licht dem Wesen nach identisch, nur zum Theil durch die Grösse der Schwingungsdauer von einander unterschieden sind.

Leuchtende Körper entlassen also eine sehr grosse Zahl von wellenförmig sich fortpflanzenden Vibrationen; alle erwärmen, wenn sie absorbirt werden, viele derselben, und namentlich die von der kleinsten Schwingungsdauer, welche nur von der Sonne und von höchst intensiv glühenden Körpern ausströmen, 'wirken chemisch, und nur ein kleiner eng begrenzter Theil derselben, dessen Schwingungsverhältnisse den Tönen innerhalb des musikalischen Intervalls einer Sexte oder Septime entsprechen, afficirt das Auge d. h. leuchtet.

Woher rührt diese Beschränkung des Leuchtens auf eine so kleine Gruppe aus der langen Reihe der Vibrationen? *Brücke* hat wahrscheinlich gemacht, dass es die durchsichtigen Medien des Auges sind, welche gerade nur diese zur Netzhaut zulassen, alle anderen abhalten. Wie denn überhaupt alle durchsichtigen, gefärbten und ungefärbten Körper nur eine

oder mehrere beschränkte Gruppen von Schwingungen einer gewissen Grösse durchlassen.

Wir entnehmen daraus zunächst für die objective Bedeutung unserer Empfindungen, dass sich Lichtempfindung und Licht ihren Grenzen nach durchaus nicht genau entsprechen. Es giebt Lichtempfindung, welche nicht von Licht angeregt ist, und Licht, welches keine Lichtempfindung anregen kann.

Daraus ergiebt sich unabweislich der schon von Müller gezogene Schluss, dass das Eigenthümliche der Lichtempfindung nicht von der besonderen Beschaffenheit des Lichtes, sondern von der besonderen Thätigkeit des Sehnerven herrühre, der, wovon er auch angeregt sein mag, immer nur Empfindungen 16
von der Qualität der Lichtempfindung hervorbringt.

Dies wird auf eine interessante Weise bestätigt, wenn man die Empfindungen des Gesichtssinnes mit denen des Tastsinnes vergleicht. Letzterer ist nämlich fähig, dasselbe äussere Object wie das Gesicht, die Strahlungen, welche wir bisher als Licht besprochen haben, wahrzunehmen. Aber er empfindet sie nicht als Licht, sondern als strahlende Wärme, in einer von der Lichtempfindung so verschiedenen Qualität des Wahrnehmens, dass die natürliche Erfahrung nie auf den Einfall kommen konnte, beide Empfindungen seien Wahrnehmungen desselben äusseren Objectes. Im Gegentheil, die natürliche Anschauung fesselte so hartnäckig auch die Köpfe der Physiker, dass die mühsamste und ausführlichste Vergleichung aller Einzelheiten im Verhalten des Lichtes und der strahlenden Wärme dazu gehörte, um erst in der neuesten Zeit ihnen immer mehr und mehr die Ueberzeugung aufzudrängen, beide Agentien seien wirklich identisch und nur theilweise durch die Schwingungsdauer unterschieden. Die Haut hat den Vortheil vor dem Auge, dass sie alle hierher gehörigen Strahlungen von jeder Schwingungsdauer wahrnimmt, während das Auge nur durch einen eng begrenzten Theil afficirt wird. Die Haut empfindet sowohl die leuchtende Wärme der Sonne, wie die unsichtbaren Strahlungen eines heissen eisernen Ofens. Dagegen fehlt ihr das Vermögen die Farbe der Strahlung, d. h. den Unterschied ihrer Schwingungsdauer aufzufassen; die Sonnenstrahlung macht denselben qualitativen Eindruck unterschieds-

loser Wärme wie die des Ofens. Auch die Localisation der Eindrücke ist höchst unvollkommen, weil die äussere Haut nicht die optischen Apparate vor sich hat wie die Netzhaut des Auges, durch welche die Strahlungen eines jeden äusseren Punktes im Gesichtsfelde auch auf einen einzigen Punkt der Nervenausbreitung concentrirt und von allen übrigen gesondert werden. Doch ist es wahrscheinlich, dass sich geschickte Blinde in unbekannten Räumen nicht nur nach der Resonanz des Schalles, sondern hauptsächlich auch nach den Wärme-
17 strahlungen orientiren, welche ihnen von den Körpern zugesandt werden, denen sie sich nähern, sodass hier in der That die Haut anfängt die Rolle eines unvollkommenen Auges zu spielen, um in ganz eigenthümlicher Weise mittels des Lichtes zu sehen, welches dem wirklichen Auge unsichtbar ist.

Wir haben hier also den Fall, dass ein und dasselbe Object, diese Strahlung, welche wir bald Licht, bald strahlende Wärme nennen, von zwei Nervenapparaten empfunden wird, und in ihnen die aller verschiedenartigsten Empfindungen anregt, welche wiederum durch ihre Verschiedenartigkeit beweisen, dass ihre Qualität nicht durch das empfundene Object bestimmt wird, sondern von dem Nervenapparate abhängt, welcher in Thätigkeit gesetzt worden ist.

Wenn nun die Lichtempfindung im allgemeinen weder dem Umfange, noch der Qualität nach einem bestimmten äusseren Objecte, dem Lichte, entspricht, wird man für ihre einzelnen Unterarten dasselbe vermuthen können. Und in der That verhält es sich mit der Farbenempfindung ganz ähnlich. Wir haben oben gesehen, dass dieselbe Farbenempfindung von einfach farbigem Lichte, oder von verschiedenen Combinationen anderer Farben hervorgebracht werden kann, und je weisslicher die Farbe, desto mannigfaltiger werden die möglichen Combinationen verschiedenfarbigen Lichtes, die ihr entsprechen. Welche Farbencombinationen gleich aussehen, hängt übrigens nur von dem physiologischen Gesetze ihres Zusammenwirkens ab, und es haben bisher durchaus keine objectiven Beziehungen dafür aufgefunden werden können. Es können darin sogar individuelle Verschiedenheiten vorkommen. Das Auge eines Gelbsüchtigen muss, wie ein von einem farbigen Glase

bedecktes Auge, gewisse zusammengesetzte Farben unterscheiden können, welche ein gesundes für gleich hält, und solche für gleich halten, welche letzteres unterscheidet. Ebenso müsste eine vollständige Revolution der Farbenempfindungen entstehen, wenn durch irgend einen Umstand die Grenzen der Schwingungsdauer, welche für die Empfindung unseres Auges gezogen sind, verändert werden könnten. Die Gleichheit der Farbe verschieden zusammengesetzten Lichtes hat also nur subjectiven 18
Werth, keinen objectiven, und die Gruppen gleichfarbiger Farbencombinationen entsprechen keinerlei objectivem, von der Natur des sehenden Auges unabhängigem Verhältnisse.

Wenn es sich aber mit der Farbe als Eigenschaft des Lichtes so verhält, so verhält es sich nothwendig ganz ebenso mit der Farbe als Eigenschaft von Körpern. Ein Körper erscheint farbig, wenn er von auffallendem weissen Lichte nicht alle einfachen Farben gleichmässig, sondern einige stärker, andere wenig oder gar nicht zurückwirft. Das von einem farbigen Körper zurückgeworfene Licht ist also selbst farbig. Diese Auswahl einiger Strahlen, welche zurückgeworfen, anderer, welche verschluckt werden, hängt offenbar von Eigenthümlichkeiten des inneren Baues der Naturkörper ab, welche wir aber bis jetzt noch nicht viel näher zu definiren wissen. Ein Körper, welcher blos orangefarbiges Licht zurückwirft, wird eine andere innere Structur haben müssen, als einer, welcher nur rothes und gelbes Licht, oder ein dritter, welcher rothes, orangenes und gelbes zurückwirft. Doch wird die Farbe der drei Körper bei weisser Beleuchtung dieselbe sein können. Also wieder wird die orange Farbe des Körpers einer grossen Gruppe von verschiedenen Arten innerer Structur entsprechen, deren Aehnlichkeit aber keinen objectiven, sondern nur subjectiven Werth hat. Hier kommt ausserdem nicht nur die Beschaffenheit des Auges, sondern auch der Beleuchtung in Betracht. Zwei Körper können im Tageslicht gleiche; im Lampenlicht ungleiche Farbe haben, und umgekehrt. Damit stimmt denn auch überein, was die tägliche Erfahrung lehrt, dass die Körper der aller verschiedensten Art gleiche Farbe haben können, ud die aller ähnlichsten verschiedene.

Wie also die Lichtempfindung überhaupt in ihrer Eigen-

thümlichkeit nicht von der Natur des gesehenen Objectes, des Lichtes, abhängt, so ist auch die Farbe nicht eine Eigenschaft der Körper an sich, sondern eine Eigenschaft, welche das Auge erst den Körpern anheftet, wobei es in der Wahl der bestimmten gesehenen Farbe nur durch zufällige Verbindungen von Eigenschaften des Körpers bestimmt wird.

Wir können das Verhältniss vielleicht am schlagendsten bezeichnen, wenn wir sagen: Licht- und Farbenempfindungen sind nur Symbole für Verhältnisse der Wirklichkeit; sie haben mit den letzteren ebenso wenig und ebenso viel Aehnlichkeit oder Beziehung, als der Namen eines Menschen, oder der Schriftzug für den Namen mit dem Menschen selbst. Sie benachrichtigen uns durch die Gleichheit oder Ungleichheit ihrer Erscheinung davon, ob wir es mit denselben oder anderen Gegenständen und Eigenschaften der Wirklichkeit zu thun haben, ebenso wie wir in der Erzählung von fremden Menschen und Städten an dem gleichen oder ungleichen Namen erfahren, ob von denselben oder anderen die Rede ist. Weiter leisten sie aber auch nichts. Ueber die wirkliche Natur, der durch sie bezeichneten äusseren Verhältnisse erfahren wir durch sie ebenso wenig wie aus den Namen über die unbekannten Menschen und Städte, und der Physiker, welcher dieselben Verhältnisse der Wirklichkeit auf anderem mittelbaren Wege näher kennen lehrt, vertritt die Rolle desjenigen, der uns durch Beschreibungen das Aussehen und die Art jener Menschen und Städte kennen zu lehren sucht. Der wesentlichste Unterschied zwischen der Symbolik der menschlichen Sprache und dieser Symbolik unserer Sinnesnerven scheint mir der zu sein, dass jene ein Erzeugniss der Willkür, letztere uns von der Natur selbst, welche unseren Körper in der bestimmten Weise aufgebaut hat, mitgegeben ist. Die Sprache unserer Sinnesnerven kennt keine Sprachstämme und Dialekte, sie ist für die ganze Menschheit dieselbe, und deshalb dürfen wir, mit wenigen Ausnahmen krankhafter Abweichung, auch bei jedem Menschen das Verständniss für unsere Empfindungen voraussetzen. Man denke aber weiter, wie sich unsere Vorstellung von der Sinnenwelt ohne die Symbolik unserer Sinne verhalten würde, wenn wir fähig wären, das direct wahrzunehmen, dem sich der Phy-

siker durch lange Verkettung von Schlüssen nähert, überall nichts, als immer wieder dasselbe einförmige Wirken anziehender und abstossender Molecularkräfte, keine Mannigfaltigkeit als der dürre Wechsel der Zahlenverhältnisse, kein Licht, keine Farbe, kein Ton, keine Wärme. Dank sei unseren Sinnen, sie zaubern uns aus den einen Schwingungsverhältnissen Licht und Farben, oder Wärme hervor, aus den anderen Töne; chemische Anziehungskräfte werden wiedergegeben als Geschmack und Geruch, kurz, die ganze entzückende Pracht und belebende Frische der Sinnenwelt verdanken wir erst den Symbolen, durch welche sie uns die Nachrichten davon überbringen. Noch einen anderen Gesichtspunkt kann ich hier andeuten. Wo es sich um Zahlenunterschiede von Grössenverhältnissen handelt, muss eine Messung ausgeführt werden, welche mehr oder weniger zeitraubend ist. Der Physiker, welcher einen Ton durch seine Schwingungszahl, einen Lichtstrahl durch seine Wellenlänge definiren will, braucht dazu mühsame Untersuchungsmethoden; dafür giebt uns unser Ohr einen Ton, unser Auge eine Farbe. Im Augenblick wissen wir, was wir zu wissen brauchen, und mögen der Natur dankbar sein, dass sie uns nicht mit mehrerem behelligt. Man denke an die Monate, vielleicht Jahre der Arbeit, welche es einem Physiker kosten würde, alle Farbentöne einer einmal gesehenen Landschaft zu definiren, welche unser Auge mit einem Blicke auffasst und ebenso schnell bereit ist, mit einem neuen Bilde zu vertauschen.

LXXVII.

Ueber die thatsächlichen Grundlagen der Geometrie.

Aus den Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. Bd. IV. S. 197—202. 22. Mai 1866. — Zusatz ebenda. Bd. V. S. 31—32. 30. April 1869.

---

197 Die Untersuchungen über die Art, wie Localisation im Gesichtsfelde zu Stande kommt, haben den Vortragenden veranlasst, auch über die Ursprünge der allgemeinen Raumanschauung überhaupt nachzudenken. Es giebt hier zunächst eine Frage, deren Beantwortung jedenfalls in das Gebiet der exacten Wissenschaften gehört, nämlich die, welche Sätze der Geometrie Wahrheiten von thatsächlicher Bedeutung aussprechen, welche dagegen nur Definitionen oder Folgen von Definitionen und der besonderen gewählten Ausdrucksweise sind. Diese Untersuchung ist ganz unabhängig von der weiteren Frage, woher unsere Kenntniss der Sätze von thatsächlicher Bedeutung herstammt. Die erstgenannte Frage ist deshalb nicht so leicht, wie es wohl häufig geschieht, zu entscheiden, weil die Raumgebilde der Geometrie Ideale sind, denen sich die körperlichen Gebilde der wirklichen Welt immer nur nähern können, ohne jemals der Forderung des Begriffes vollständig zu genügen, und weil wir über die Unveränderlichkeit der Form, die Richtigkeit der Ebenen und geraden Linien, die wir an einem festen Körper finden, gerade mittels derselben geometrischen Sätze die Prüfung anstellen müssen, welche wir an dem betreffenden Beispiele etwa thatsächlich zu beweisen unternehmen wollten.

Andererseits kann man sich durch leichte Ueberlegungen überzeugen, dass, wie auch der weitere Verlauf dieses Vortrages zeigen wird, die Reihe der gewöhnlich in der elementaren Geometrie hingestellten geometrischen Axiome ungenügend ist; dass in der That stillschweigend noch eine Reihe von einigen weiteren Thatsachen vorausgesetzt wird. Man hat zwar in neueren Lehrbüchern die Axiome des Euklides noch zu ergänzen versucht, es fehlte aber ein Princip, mittels dessen man erkennen konnte, ob die Ergänzung vollständig sei. Da wir nämlich nur solche Raumverhältnisse uns anschaulich vorstellen können, welche im wirklichen Raume möglicher Weise darstellbar sind, so verführt uns diese Anschaulichkeit leicht dazu, etwas als selbstverständlich vorauszusetzen, was in Wahrheit eine besondere und nicht selbstverständliche Eigenthümlichkeit der uns vorliegenden Aussenwelt ist.

Dieser Schwierigkeit überhebt uns die analytische Geometrie, welche mit reinen Grössenbegriffen rechnet, und zu ihren Beweisen keine Anschauung braucht. Es konnte also zur Entscheidung der erwähnten Frage der Weg betreten werden, nachzusuchen, welche analytischen Eigenschaften des Raumes und der Raumgrössen für die analytische Geometrie vorausgesetzt werden müssten, um deren Sätze vollständig von Anfang her zu begründen.

Der Vortragende hatte eine solche Untersuchung begonnen 198
und auch der Hauptsache nach schon fertig gemacht, als die Habilitationsvorlesung von Riemann „über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen“ veröffentlicht wurde, in welcher die gleiche Untersuchung mit unwesentlich abweichender Fragestellung durchgeführt ist. Bei dieser Gelegenheit erfuhren wir, dass auch Gauss sich mit demselben Thema beschäftigt hat, und dass seine berühmte Abhandlung über die Krümmung der Flächen der einzige veröffentlichte Theil dieser Untersuchung ist.

Riemann beginnt damit, dass er auseinandersetzt, wie die allgemeinen Eigenthümlichkeiten des Raumes, seine Continuirlichkeit, die Vielfältigkeit seiner Dimensionen analytisch dadurch ausgedrückt werden können, dass jedes besondere Einzelne in der Mannigfaltigkeit, die er darbietet, das heisst

also jeder Punkt, bestimmt werden könne durch Abmessung von n continuirlich und unabhängig von einander veränderlichen Grössen (Coordinaten). Wenn n dergleichen nöthig sind, so ist der Raum eine, wie er es nennt, $n$fach ausgedehnte Mannigfaltigkeit, und wir schreiben ihm n Dimensionen zu.

Eine ähnliche, dreifach ausgedehnte Mannigfaltigkeit ist auch das System der Farben.

Nun ist im Raume jedes Linienelement, wie es auch gerichtet sein mag, der Grösse nach vergleichbar mit jedem andern. Sind u, v, w Abmessungen irgend welcher Art, welche die Lage eines Punktes bestimmen, und $u + du$, $v + dv$, $w + dw$ die eines benachbarten, so ist das Maass des Linienelementes ds in unserem wirklichen Raume jedenfalls die Quadratwurzel aus einer homogenen Function zweiten Grades der Grössen du, dv, dw, welches auch die Natur der Abmessungen u, v, w sein mag. Wir können diesen Satz als die allgemeinste Form des Pythagoräischen Lehrsatzes bezeichnen. Er bildet gleichsam den Angelpunkt der ganzen Untersuchung; er hat einen hohen Grad von Allgemeinheit, da er von der Festsetzung irgend eines besonderen Messungssystems ganz unabhängig ist.

Diesen Ausdruck für das Linienelement nimmt Riemann als Hypothese an, indem er nachweist, dass er die einfachste algebraische Form sei, die den Bedingungen der Aufgabe entspricht. Aber er erkennt dies ausdrücklich als Hypothese an und erwähnt die Möglichkeit, dass ds vielleicht auch als vierte Wurzel einer homogenen Function vierten Grades von du, dv und dw angesehen werden könne.

Der fernere Gang von Riemann's Untersuchung wird am anschaulichsten, wenn wir uns auf zwei Dimensionen beschränken. Dann folgt schon aus der Untersuchung von Gauss über die Krümmung der Flächen, dass die allgemeinste Form eines Raumes von zwei Dimensionen, in welchem für das Linienelement die erwähnte allgemeinste Form des Pythagoräischen Satzes gilt, eine beliebige krumme Fläche unseres
199 factischen Raumes sei, in welcher die Raumbestimmungen nach den gewöhnlichen Regeln der analytischen Geometrie gemacht werden.

Sollen Figuren von endlicher Grösse nach allen Theilen einer solchen Fläche ohne Veränderung ihrer in der Fläche selbst zu machenden Abmessungen beweglich sein und um jeden beliebigen Punkt gedreht werden können, so muss die Fläche in allen ihren Theilen constantes Krümmungsmaass haben, das heisst eine Kugelfläche sein, oder durch Biegung ohne Dehnung aus einer solchen entstanden sein.

Soll die Ausdehnung einer solchen Fläche unendlich sein, so muss sie eine Ebene sein, oder aus einer solchen durch Biegung ohne Dehnung erzeugt werden.

Diese Sätze erweitert nun Riemann auf beliebig viele Dimensionen, zeigt, wie in diesem Falle das Krümmungsmaass zu bestimmen sei. Die allgemeinste Form eines Raumes von drei Dimensionen ist, wie aus dieser Untersuchung folgt, ein durch drei beliebige Gleichungen beschränktes Raumgebild im Raume von sechs Dimensionen.

Nachdem er die allgemeine Aufgabe gelöst, beschränkt er schliesslich die Lösung durch die hinzugefügte Forderung, dass endliche Raumgebilde ohne Formveränderung überall hin beweglich und in jeder Richtung drehbar seien. Dann muss das Krümmungsmaass eines solchen imaginären Raumes constant sein, und soll derselbe unendlich ausgedehnt sein, so muss jenes Maass gleich Null sein. Im letzteren Falle hat ein solcher Raum dieselben Attribute wie unser wirklicher Raum, und kann den imaginären Räumen höherer Dimensionen gegenüber als eben bezeichnet werden.

Meine eigene Untersuchung mit ihren Resultaten ist grösstentheils implicite in der von Riemann schon enthalten. Nur in einer Beziehung fügt sie Neues hinzu, betreffs der Begründung nämlich des verallgemeinerten Pythagoräischen Satzes, wie Riemann ihn als Ausgangspunkt seiner Untersuchung gebraucht. Die Forderung nämlich, welche Riemann erst am Schlusse seiner Untersuchung einführt, dass Raumgebilde ohne Formveränderung denjenigen Grad von Beweglichkeit haben sollen, den die Geometrie voraussetzt, hatte ich von Anfang an eingeführt, und diese Forderung beschränkt dann die Möglichkeit der Hypothesen, die man für den Ausdruck des Linien-

elementes machen kann, so weit, dass nur die von Riemann acceptirte Form mit Ausschluss aller übrigen übrig bleibt.

Mein Ausgangspunkt war der, dass alle ursprüngliche Raummessung auf Constatirung von Congruenz beruht, und dass also das System der Raummessung diejenigen Bedingungen voraussetzen muss, unter denen allein von Constatirung der Congruenz die Rede sein kann.

Die Voraussetzungen meiner Untersuchung sind:

1) Die Continuität und Dimensionen betreffend.
200 Im Raume von n Dimensionen ist der Ort jedes Punktes bestimmbar durch Abmessung von n continuirlich veränderlichen, von einander unabhängigen Grössen, sodass (mit eventueller Ausnahme gewisser Punkte, Linien, Flächen, oder allgemein, gewisser Gebilde von weniger als n Dimensionen) bei jeder Bewegung des Punktes sich diese als Coordinaten dienenden Grössen continuirlich verändern und mindestens eine von ihnen nicht unverändert bleibt.

2) Die Existenz beweglicher und in sich fester Körper betreffend. Zwischen den $2n$ Coordinaten eines jeden Punktpaares eines in sich festen Körpers, der bewegt wird, besteht eine Gleichung, welche für alle congruenten Punktpaare die gleiche ist.

Obgleich hier gar nichts weiter über die Art dieser Gleichung gesagt ist, ist sie doch in enge Grenzen eingeschlossen, weil nämlich für m Punkte $m(m-1)/2$ Gleichungen bestehen, in denen mn unbekannte Grössen enthalten sind, von denen wiederum noch $n(n-1)/2$ willkürlich veränderlich bleiben müssen, wegen des nächsten Postulats. Ist m also grösser als $(n+1)$, so bestehen mehr Gleichungen als Unbekannte, und da alle diese Gleichungen in analoger Art gebildet sein müssen, so ist dies eine Bedingung, die nur durch besondere Arten von Gleichungen erfüllt werden kann.

3) Die freie Beweglichkeit betreffend. Jeder Punkt kann auf continuirlichem Wege zu jedem anderen übergehen. Für die verschiedenen Punkte eines und desselben in sich festen Systems bestehen nur die Einschränkungen der Bewegungen, welche durch die zwischen den Coordinaten von je zwei Punkten bestehenden Gleichungen bedingt sind.

Aus 2 und 3 folgt, dass, wenn ein festes Punktsystem A in einer gewissen Lage mit einem zweiten B zur Congruenz gebracht werden kann, dasselbe auch in jeder anderen Lage von A geschehen kann. — Denn auf demselben Wege, wie A in die zweite Lage geführt ist, kann auch B dahin geführt werden.

4) Die Unabhängigkeit der Form fester Körper von der Drehung betreffend. Wenn ein Körper sich so bewegt, dass $n-1$ seiner Punkte unbewegt bleiben, und diese so gewählt sind, dass jeder andere Punkt des Körpers nur noch eine Linie durchlaufen kann, so führt fortgesetzte Drehung ohne Umkehr in die Anfangslage zurück.

Dieser letzte Satz, der, wie die Untersuchung zeigt, von den vorausgehenden nicht implicirt ist, entspricht der Eigenschaft, die wir bei Functionen complexer Grössen die Monodromie nennen.

Sobald diese vier Bedingungen erfüllt werden sollen, folgt auf rein analytischem Wege, dass eine homogene Function zweiten Grades der Grössen du, dv, dw existirt, welche bei der Drehung unverändert bleibt, und also ein von der Richtung 201
unabhängiges Maass des Linienelementes giebt.[1]

Damit ist Riemann's Ausgangspunkt gewonnen, und es folgt auf dem von ihm betretenen Wege weiter, dass, wenn die Zahl der Dimensionen auf drei festgestellt, und die unendliche Ausdehnung des Raumes gefordert wird, keine andere Geometrie möglich ist, als die von Euklides gelehrte.

Das erste Postulat, welches auch Riemann aufgestellt hat, ist nichts als die analytische Definition der Begriffe der Continuirlichkeit des Raumes und seiner mehrfachen Ausdehnung.

Die Postulate 2 bis 4 müssen offenbar als erfüllt vorausgesetzt werden, wenn überhaupt von Congruenz die Rede sein soll. Also sind diese Annahmen die Bedingungen für die Möglichkeit der Congruenz, und liegen, wenn auch meist nicht

1) Der mathematische Beweis wird zunächst in den Sitzungsberichten der Göttinger Königl. Gesellschaft ausführlich gegeben werden.

deutlich ausgesprochen, den elementaren Beweisen der Geometrie, die alle Raummessung auf Congruenz gründet, zu Grunde.

Das System dieser Postulate macht also keine Voraussetzungen, die die gewöhnliche Form der Geometrie nicht auch machte; es ist vollständig und genügend auch ohne die speciellen Axiome über die Existenz gerader Linien und Ebenen, und ohne das Axiom über die Parallellinien. In theoretischer Beziehung hat es den Vorzug, dass seine Vollständigkeit sich leichter controliren lässt.

Hervorzuheben ist, dass hierbei deutlicher heraustritt, wie ein bestimmter Charakter der Festigkeit und ein besonderer Grad von Beweglichkeit der Naturkörper vorausgesetzt wird, damit ein solches Messungssystem wie das in der Geometrie gegebene überhaupt eine thatsächliche Bedeutung haben könne. Die Unabhängigkeit der Congruenz fester Punktsysteme von Ort, Lage und relativer Drehung derselben ist die Thatsache, auf welche die Geometrie gegründet ist.

Das tritt noch deutlicher hervor, wenn wir den Raum vergleichen mit anderen mehrfach ausgedehnten Mannigfaltigkeiten, zum Beispiel dem Farbensystem. So lange wir in diesem keine andere Methode der Messung haben als die durch das Mischungsgesetz gegebene, so besteht nicht wie im Raume zwischen je zwei Punkten eine Grössenbeziehung, die mit der zwischen zwei anderen verglichen werden kann, sondern erst zwischen Gruppen von je drei Punkten, die noch dazu in gerader Linie liegen müssen (d. h. zwischen Gruppen von je drei Farben, von denen eine aus den beiden anderen mischbar ist).

Eine andere Abweichung finden wir im Sehfelde je eines Auges, wo keine Drehungen möglich sind, so lange wir auf die natürlichen Augenbewegungen beschränkt bleiben. Welche eigenthümlichen Aenderungen daraus für die Abmessungen
202 durch das Augenmaass sich ergeben, habe ich in meinem Handbuche der physiologischen Optik und in einem früher hier gehaltenen Vortrage (5. Mai 1865) auseinandergesetzt.

Wie jede physikalische Messung muss auch die des Raumes sich auf ein unveränderliches Gesetz der Gleichförmigkeit in den Naturerscheinungen stützen.

(Zusatz) 1868. In jenem Aufsatze ist ein Auszug von 31
meinen eigenen Untersuchungen gegeben, welche den Beweis
lieferten, dass wenn wir den Grad von Festigkeit und von Be-
weglichkeit der Naturkörper, der unserem Raume zukommt, in
einem Raume von übrigens unbekannten Eigenschaften zu fin-
den verlangen, das Quadrat des Linienelementes ds eine homo-
gene Function zweiten Grades der unendlich kleinen Incremente
der willkürlich gewählten Coordinaten u, v, w sein müsse.
Dieser Satz ist dort als die allgemeinste Form des Pythago-
räischen Lehrsatzes bezeichnet. Durch den Beweis dieses Satzes
ist die Voraussetzung der Riemann'schen Untersuchungen
über den Raum gewonnen. An diesem Theile meiner Arbeit
habe ich nichts zu ändern gefunden.

Aber ich habe ausserdem dort eine kurze Uebersicht der
weiteren Consequenzen der Riemann'schen Untersuchungen
gegeben, mich dabei stützend auf einen noch nicht veröffent-
lichten und nicht vollständig durchgearbeiteten Theil meiner
Untersuchungen, in welchen sich ein Fehler eingeschlichen hat, 32
indem ich damals nicht erkannte, dass eine gewisse Constante,
die ich reell nehmen zu müssen glaubte, auch einen Sinn gebe,
wenn sie imaginär genommen werde. Die dort aufgestellte Be-
hauptung, dass der Raum, wenn er unendlich ausgedehnt sein
solle, nothwendig eben (im Sinne Riemann's) sein müsse,
ist falsch.

Es geht dies namentlich hervor aus den höchst interessanten und wichtigen Untersuchungen von Hrn. Beltrami Saggio di interpretazione della Geometria Non-Euclidea, Napoli 1868, und Teoria fondamentale degli spazii di Curvatura costante, Annali di Matematica, Ser. II. Tomo II. Fasc. III. pag. 232–255; in welchen er die Theorie der Flächen und Räume von constantem negativem Krümmungsmaass untersucht und ihre Uebereinstimmung mit der schon früher aufgestellten imaginären Geometrie von Lobatschewsky nachgewiesen hat. In dieser ist der Raum unendlich ausgedehnt nach allen Richtungen; Figuren, die einer gegebenen congruent sind, können in allen Theilen desselben construirt werden; zwischen je zwei Punkten ist nur eine kürzeste Linie möglich, aber der Satz von den Parallellinien trifft nicht zu.

LXXVIII.

Ueber die Thatsachen, die der Geometrie zum Grunde liegen.

Aus den Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. 1868. 3. Juni No. 9.

193 Meine Untersuchungen über die räumlichen Anschauungen
im Gesichtsfelde haben mich veranlasst, auch über die Frage
nach dem Ursprunge und dem Wesen unserer allgemeinen An-
schauungen vom Raume Untersuchungen anzustellen. Die Frage,
welche sich mir dabei aufdrängte, und die auch offenbar in
das Bereich der exacten Wissenschaften gehört, war zunächst
nur die: Wieviel von den Sätzen der Geometrie hat objectiv
gültigen Sinn? wieviel ist im Gegentheil nur Definition oder
Folge aus Definitionen, oder von der Form der Darstellung
abhängig? Diese Frage ist meines Erachtens nicht so ganz
einfach zu beantworten, da wir es in der Geometrie stets mit
idealen Gebilden zu thun haben, deren körperliche Darstellung
in der Wirklichkeit immer nur eine Annäherung an die For-
194 derungen des Begriffes ist, und wir darüber, ob ein Körper
fest, ob seine Flächen eben, seine Kanten gerade sind, erst
mittels derselben Sätze entscheiden, deren thatsächliche Rich-
tigkeit durch die Prüfung zu erweisen wäre. Bei dieser Unter-
suchung hatte ich im Wesentlichen denselben Weg einge-
schlagen, dem *Riemann* in seiner kürzlich veröffentlichten
Habilitationsschrift[1]) gefolgt ist. Die *analytische* Behand-

1) Abhandlungen der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Bd. XV.

lung der Frage, wodurch sich der Raum unterscheide von anderen abmessbaren, mehrfach ausgedehnten und continuirlichen Grössen, empfiehlt sich in diesem Falle gerade durch den Umstand, dass sie der Anschaulichkeit ermangelt, und deshalb den auf diesem Gebiete so schwer zu vermeidenden Täuschungen durch die besondere Begrenztheit unserer Anschauungen nicht ausgesetzt ist. Daneben hat sie den Vortheil, die Möglichkeit folgerichtiger Durchführung eines abweichenden Systems von Axiomen leicht vollständig überblicken zu lassen.

Mein nächster Zweck war also, wie Riemann's, zu untersuchen, welche Eigenthümlichkeiten des Raumes einer jeden von mehreren Veränderlichen abhängigen, continuirlich in einander übergehenden Mannigfaltigkeit, deren Differenzen alle mit einander quantitativ vergleichbar sind, zukommen, welche dagegen nicht durch diesen allgemeinen Charakter bedingt, dem Raume eigenthümlich seien.

Es lagen mir gerade in der physiologischen Optik zwei Beispiele von anderen, räumlich darstellbaren und in mehrfachem Sinne veränderlichen Mannigfaltigkeiten vor, nämlich das System der Farben, welches auch Riemann citirt, und
die Ausmessung des Gesichtfeldes durch das Augenmaass. 195
Beide zeigen gewisse fundamentale Unterschiede von dem Messungssysteme der Geometrie und regten zu einer Vergleichung an.

Uebrigens muss ich bekennen, dass, wenn auch durch die Veröffentlichung von Riemann's Untersuchungen die Priorität in Bezug auf eine Reihe meiner eigenen Arbeitsresultate vorweg genommen ist, es für mich bei einem so ungewöhnlichen und durch frühere Versuche eher discreditirten Gegenstande von nicht geringem Gewichte war, zu sehen, dass ein so ausgezeichneter Mathematiker dieselben Fragen seines Interesses gewürdigt hatte, und dass es mir eine gewichtige Bürgschaft für die Richtigkeit des eingeschlagenen Weges war, ihn als Gefährten darauf anzutreffen.

Unsere beiderseitigen Arbeiten decken sich aber nicht ganz vollständig, und ich will mir deshalb hier erlauben, denjenigen Theil meiner Untersuchungen, der in denen von Rie-

mann nicht mitenthalten ist, der Königlichen Gesellschaft vorzulegen.

Nachdem Riemann ausgeführt hat, dass eine Mannigfaltigkeit als $n$fach ausgedehnt zu betrachten sei, wenn sich das bestimmte Einzelne (der Ort) in ihr durch die Bestimmung von n veränderlichen Grössen (Coordinaten) bestimmen lasse, und die weitere Forderung hinzugefügt, dass jede Linie unabhängig von Ort und Richtung mit jeder anderen der Länge nach verglichen werden könne, stellt sich ihm die Aufgabe, die Art der Abhängigkeit des Längenelementes einer Linie von den entsprechenden Differentialien der Coordinaten zu bestimmen. Er thut das mittels einer Hypothese, indem er das Längenelement der Linie gleich setzt der Quadratwurzel aus
196 einer homogenen Function zweiten Grades von den Differentialien der Coordinaten. Er begründet diese Hypothese als die einfachste, die den Bedingungen der Aufgabe entspreche, erkennt sie aber ausdrücklich als Hypothese an, und erwähnt insbesondere die Möglichkeit, dass auch eine vierte Wurzel aus einem homogenen Ausdruck vierten Grades, oder andere noch complicirtere Ausdrücke für das Linienelement gesetzt werden könnten.

Dann behandelt er weiter in allgemeinster Form die Folgerungen, welche aus jener Hypothese zu ziehen sind, und specialisirt erst zuletzt diese Allgemeinheit wieder, indem er nun die weitere Forderung aufstellt, dass begrenzte $n$fach ausgedehnte Gebilde von endlicher Grösse (feste Punktsysteme) überall hin ohne Dehnung beweglich seien. Dies führt ihn dann auf den Fall des wirklichen Raumes, der diese Forderung erfüllt. Dabei zeigt sich indessen, dass die Forderung der Unendlichkeit seiner Ausdehnungen, welche die gewöhnliche Geometrie aufstellt, durch die zu Grunde gelegten Postulate nicht mit eingeschlossen ist.

Meine eigene Untersuchung unterscheidet sich von der Riemann's dadurch, dass ich den Einfluss dieser zuletzt eingeführten Beschränkung, die den wirklichen Raum von anderen mehrfach ausgedehnten Mannigfaltigkeiten unterscheidet, auf die Begründung des den Angelpunkt der ganzen Untersuchung bildenden Satzes, wonach das Quadrat des Linienelementes eine

homogene Function zweiten Grades von den Differentialien der Coordinaten ist, näher untersucht habe. Es lässt sich zeigen, dass, wenn man dann die Forderung einer unbedingt freien Beweglichkeit in sich fester Figuren ohne Formänderung in allen Theilen des Raumes von Anfang an festhält, Riemann's Ausgangshypothese als Folgerung aus viel weni- 197
ger beschränkten Annahmen hergeleitet werden kann.

Mein Ausgangspunkt war, dass alle ursprüngliche Raummessung auf Beobachtung der Congruenz beruht; die Geradlinigkeit der Lichtstrahlen ist offenbar eine physikalische Thatsache, die sich auf besondere Erfahrungen eines anderen Gebietes stützt, und für den Blinden, der doch auch vollständige Ueberzeugung von der Richtigkeit geometrischer Sätze gewinnen kann, gar kein Gewicht hat. Von Congruenz kann man aber überhaupt nicht reden, wenn nicht feste Körper oder Punktsysteme in unveränderlicher Form zu einander bewegt werden können, und wenn Congruenz zweier Raumgrössen nicht ein unabhängig von allen Bewegungen bestehendes Factum ist. Die Möglichkeit der Raummessung durch Constatirung von Congruenz habe ich also von Anfang an vorausgesetzt und mir die Aufgabe gestellt, die allgemeinste analytische Form einer mehrfach ausgedehnten Mannigfaltigkeit zu suchen, in der die dabei verlangte Art der Bewegungen möglich ist.

Bei diesem veränderten Wege fehlte meiner Arbeit die grosse Allgemeinheit, welche Riemann's Analyse vor der Einführung der oben erwähnten Beschränkung erreicht hat. Nach der Einführung derselben stimmen meine Resultate mit den seinigen vollkommen überein.

§ 1.

Die Hypothesen, die der Untersuchung zu Grunde liegen.

I. Der Raum von n Dimensionen ist eine $n$fach ausgedehnte Mannigfaltigkeit, das heisst, das bestimmte Einzelne in 198
ihm, der Punkt, ist bestimmbar durch Abmessung irgend

welcher, continuirlich und unabhängig von einander veränderlicher Grössen (Coordinaten), deren Anzahl n ist. Jede Bewegung eines Punktes ist daher begleitet von einer continuirlichen Aenderung mindestens einer der Coordinaten. Sollten Ausnahmen vorkommen, wo entweder die Aenderung discontinuirlich wird, oder trotz der Bewegung gar keine Aenderung sämmtlicher Coordinaten stattfindet, so sind diese Ausnahmen doch beschränkt auf gewisse durch eine oder mehrere Gleichungen begrenzte Orte (also Punkte, Linien, Flächen u. s. w.), die zunächst von der Untersuchung ausgeschlossen bleiben mögen.

Zu bemerken ist, dass unter Continuität der Aenderung bei der Bewegung nicht nur gemeint ist, dass alle zwischen den Endwerthen der sich ändernden Grössen liegenden Zwischenwerthe durchlaufen werden, sondern auch, dass Differentialquotienten existiren, das heisst, dass die Verhältnisse der zusammengehörigen Aenderungen der Coordinaten sich bei zunehmender Verringerung der Grösse dieser Aenderungen einem festen Verhältnisse nähern.

Diese Hypothese liegt auch Riemann's Arbeit zu Grunde, auf welche ich betreffs der näheren Erläuterung und Begründung verweisen darf.

II. Es wird die Existenz von beweglichen, aber in sich festen Körpern, beziehlich Punktsystemen, vorausgesetzt, wie sie nöthig ist, um Vergleichung der Raumgrössen durch Congruenz vornehmen zu können. Da wir hier noch keine speciellen Messungsmethoden der Raumgrössen voraussetzen dürfen, so kann die Definition eines festen Körpers an dieser
199 Stelle nur folgende sein: Zwischen den $2n$ Coordinaten eines jeden Punktpaares, welches einem in sich festen Körper angehört, besteht eine von der Bewegung des letzteren unabhängige Gleichung, welche für alle congruenten Punktpaare die gleiche ist.

Congruent sind solche Punktpaare, welche gleichzeitig oder nach einander mit demselben Punktpaare des Raumes zusammenfallen können.

Trotz ihrer anscheinend so unbestimmten Fassung ist diese Definition eines festen Körpers äusserst folgenreich, weil nach ihr zwischen m Punkten $m(m-1)/2$ Gleichungen bestehen

müssen, während die Anzahl der darin enthaltenen Unbekannten, der Coordinaten, mn ist, und von diesen noch wieder eine Anzahl, nämlich $n(n+1)/2$ der veränderlichen Lage des festen Systems entsprechend verfügbar bleiben müssen. Also haben wir, wenn $m > n+1$ hierbei $\frac{1}{2}(m-n) \times (m-n-1)$ Gleichungen mehr als Unbekannte. Daraus folgt, dass nicht jede beliebige Art von Gleichungen zwischen den Coordinaten je zweier fester Punkte bestehen kann, sondern dass diesen Gleichungen ganz besondere Eigenschaften zukommen. Daraus ergiebt sich also das bestimmte analytische Problem, die Art dieser Gleichungen näher zu bestimmen.

Ich bemerke, dass das oben aufgestellte Postulat, wonach im Raum für je zwei fest verbundene Punkte eine Gleichung besteht, den Raum vom System der Farben scheidet. In diesem besteht mittels des Mischungsgesetzes im Allgemeinen erst zwischen fünf Punkten eine Gleichung, oder in dem speielleren Falle, wo eine Farbe aus zwei anderen mischbar ist, 200
zwischen diesen dreien. Im Raume würde dem der Fall entsprechen, wenn alle festen Körper nach drei Hauptaxenrichtungen hin beliebig dehnbar wären. Die oben gegebene Definition der Festigkeit ist also die Definition des höchsten denkbaren Grades relativer Festigkeit.

III. Es wird vollkommen freie Beweglichkeit der festen Körper vorausgesetzt; das heisst, es wird vorausgesetzt, dass jeder Punkt derselben an den Ort jedes anderen continuirlich übergehen könne, so weit er nicht durch die Gleichungen, die zwischen ihm und den übrigen Punkten des festen Systems bestehen, zu dem er gehört, gebunden ist.

Der erste Punkt eines in sich festen Systems ist also absolut beweglich. Wenn er festgestellt ist, besteht für den zweiten Punkt eine Gleichung, und eine seiner Coordinaten wird Function der $(n-1)$ übrigen. Nachdem auch der zweite festgestellt ist, bestehen zwei Gleichungen für den dritten u. s. w. Im Ganzen sind also $n(n+1)/2$ Grössen zur Bestimmung der Lage eines in sich festen Systems erforderlich.

Aus dieser Annahme und der unter II aufgestellten folgt, dass zwei in sich feste Punktsysteme A und B, die in einer ersten Lage von A zur Congruenz entsprechen-

der Punkte gebracht werden konnten, auch in jeder anderen Lage von A zur Congruenz aller derselben Punkte, die vorher congruirten, müssen gebracht werden können. Das heisst mit anderen Worten, die Congruenz zweier Raumgebilde ist nicht von ihrer Lage abhängig,
201 oder alle Theile des Raumes sind, wenn von ihrer Begrenzung abgesehen wird, unter einander congruent, wie alle Stücke derselben Kugelfläche, von ihrer Begrenzung abgesehen, der Flächenwölbung nach einander congruent sind.

Das Gesichtsfeld zeigt eine beschränktere Beweglichkeit der Netzhautbilder auf der Netzhaut. Welche eigenthümliche Folgen daraus für die Abmessungen der Distanzen mittels des Augenmaasses herfliessen, habe ich in meiner physiologischen Optik auseinander gesetzt.

IV. Endlich müssen wir dem Raume noch eine Eigenschaft beilegen, die der Monodromie der Functionen einer complexen Grösse analog ist, und die sich darin ausspricht, dass zwei congruente Körper auch noch congruent sind, nachdem der eine eine Umdrehung um irgend eine Rotationsaxe erlitten hat. Drehung ist analytisch dadurch charakterisirt, dass eine gewisse Anzahl von Punkten des bewegten Körpers während der Bewegung unveränderte Coordinaten behalten, Umkehr der Bewegung dadurch, dass früher durchlaufene continuirlich in einander übergehende Werthcomplexe der Coordinaten rückwärts durchlaufen werden. Wir können die betreffende Thatsache so aussprechen: Wenn ein fester Körper sich um $n-1$ seiner Punkte dreht, und diese so gewählt sind, dass seine Stellung nur noch von einer unabhängig Veränderlichen abhängt, so führt die Drehung ohne Umkehr schliesslich in die Anfangslage zurück, von der sie ausgegangen ist.

Wir werden sehen, dass diese letztere Eigenschaft des Raumes nicht nothwendig vorhanden zu sein braucht, wenn auch unsere drei ersten Bedingungen erfüllt sind. Sie musste
202 deshalb, so selbstverständlich sie erscheinen mag, als besondere Eigenschaft aufgeführt werden.

Die gewöhnliche Geometrie setzt diese letzte Eigenschaft stillschweigend voraus, wenn sie den Kreis als geschlossene

Linie behandelt, sie setzt die Postulate II und III bei den Congruenzsätzen voraus, da die Existenz in sich fester und übrigens frei beweglicher Körper von den dort angegebenen Eigenschaften die Vorbedingung jeder Congruenz ist. Sie setzt die Continuität und die Dimensionen des Raumes ebenfalls voraus. Es sind diese Sätze hier nur in analytische Form gebracht, da sich ihr Sinn ohne die Anwendung einer solchen Form gar nicht bestimmt aussprechen lässt.

§ 2.

Die Folgerungen aus den vorausgeschickten Sätzen werde ich ziehen unter der Voraussetzung von drei Dimensionen.

Ich bemerke ferner, dass, da es sich im Folgenden nur um die Begründung von Riemann's die Differentialien der Coordinaten betreffenden Satz handelt, ich die Annahmen II, III und IV nur für Punkte mit unendlich kleinen Coordinatenunterschieden anwenden werde, sodass also nur für die unendlich kleinen Raumelemente die von der Begrenzung unabhängige Congruenz vorausgesetzt wird.

Es seien u, v, w die Coordinaten eines Punktes, der einem festen Körper angehört, in der ersten Lage dieses Körpers.

Es seien r, s, t die Coordinaten desselben Punktes in einer zweiten Lage des festen Körpers. Dieselben werden Functionen von u, v, w und sechs Constanten (Stellungsconstanten) sein müssen, welche die neue Lage des festen Körpers
bestimmen. Es werden, der Annahme I entsprechend, r, s 203
und t sich mit u, v, w continuirlich ändern müssen, mit eventueller Ausnahme solcher Stellen, wo Bewegung des Punktes discontinuirliche Aenderungen der Coordinaten hervorbringt. Wo dies nicht der Fall ist, werden wir also haben:

$$\left.\begin{aligned} du &= \frac{du}{dr}dr + \frac{du}{ds}ds + \frac{du}{dt}dt \\ dv &= \frac{dv}{dr}dr + \frac{dv}{ds}ds + \frac{dv}{dt}dt \\ dw &= \frac{dw}{dr}dr + \frac{dw}{ds}ds + \frac{dw}{dt}dt \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

worin die Differentialquotienten Functionen der u, v, w oder der von ihnen abhängigen r, s, t sind, und ausserdem Functionen der sechs Stellungsconstanten.

Die Functionaldeterminante der u, v, w wird hierbei nicht verschwinden können, mit Ausnahme etwa solcher Orte, wo entweder die u, v, w oder die r, s, t nicht ausreichen zur Bestimmung der vollständigen Lage eines Punktes.

Lassen wir andererseits den festen Körper übergehen aus der ersten Lage, wo die Coordinaten seiner Punkte u, v, w waren, in eine dritte, wo sie ϱ, σ, τ sind. Wir werden wiederum haben:

$$\left.\begin{aligned} du &= \frac{du}{d\varrho}d\varrho + \frac{du}{d\sigma}d\sigma + \frac{du}{d\tau}d\tau \\ dv &= \frac{dv}{d\varrho}d\varrho + \frac{dv}{d\sigma}d\sigma + \frac{dv}{d\tau}d\tau \\ dw &= \frac{dw}{d\varrho}d\varrho + \frac{dw}{d\sigma}d\sigma + \frac{dw}{d\tau}d\tau \end{aligned}\right\} \qquad (1\,a)$$

204 und auch hier wird die Functionaldeterminante nicht Null sein können, beides unter Ausschliessung derselben Ausnahmen wie oben.

Nun werden wir von den sechs Constanten, welche die Stellung des festen Körpers in der zweiten Lage bestimmen, drei so wählen können, dass die Lage des Punktes u, v, w in der zweiten Stellung des Systems dieselbe ist, wie die desselben Punktes in der dritten Stellung (Annahme III), sodass also:

$$r = \varrho, \qquad s = \sigma, \qquad t = \tau$$

wird. Setzt man nun die Werthe von du, dv, dw aus der Gleichung (1) in die Gleichung (1a) so erhält man dr, ds und dt linear und homogen ausgedrückt durch $d\varrho$, $d\sigma$ und dt, oder letztere durch erstere. Da, wie bemerkt, die Determinanten der Gleichungen (1) und (1a) nicht Null werden können, soweit die Coordinaten ausreichend sind zur Bestimmung der Lage der betreffenden Punkte, so lässt sich unter dieser Voraussetzung auch immer ein solcher linearer Ausdruck herstellen, welchen wir schreiben können:

$$\left.\begin{aligned} dr &= A_0 d\varrho + B_0 d\sigma + C_0 d\tau \\ ds &= A_1 d\varrho + B_1 d\sigma + C_1 d\tau \\ dt &= A_2 d\varrho + B_2 d\sigma + C_2 d\tau \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Dass sich dergleichen lineare Ausdrücke, abgesehen von den erwähnten speciellen Ausnahmsfällen, müssen herstellen lassen, ergiebt sich daraus, dass der Punkt r, s, t, den wir hier betrachten, zu u, v, w keine durch die Natur der Aufgabe gesetzte besonders ausgezeichnete Beziehung hat, sondern ganz beliebig ist; ebenso der Punkt ϱ, σ, τ. Also müssen die 206
Gleichungen (1) und (1a) im allgemeinen Falle richtig sein, und aus denen folgt (2). Direct würde (2) nicht mit gleicher Sicherheit aufgestellt werden, da bei einer Bewegung, wobei der Punkt r, s, t liegen bleibt, dieser allerdings zu ϱ, σ, τ in einer bevorzugten Beziehung stehen würde, die es zweifelhaft machen könnte, ob nicht die ersten Differentialquotienten sämmtlich verschwänden.

Der Punkt, welcher in der ersten Lage die Coordinaten $u + du$, $v + dv$, $w + dw$ hat, hat in der zweiten Lage die Coordinaten $r + dr$, $s + ds$, $t + dt$ und in der dritten die Coordinaten $\varrho + d\varrho$, $\sigma + d\sigma$, $\tau + d\tau$, und die Grössen dr, ds, dt beziehen sich also auf denselben Punkt in einer anderen Lage des Systems, zu dem er gehört, wie $d\varrho$, $d\sigma$, $d\tau$. In den Gleichungen (2) ist das allgemeinste Gesetz zwischen diesen Grössen ausgesprochen, welches bestehen muss, wenn der Raum von drei Dimensionen durch drei continuirlich veränderliche Grössen messbar sein soll.

Im Folgenden werde ich die Bezeichnung einführen:

$$\left.\begin{aligned} dr &= \varepsilon x \qquad & d\varrho &= \varepsilon \xi \\ ds &= \varepsilon y \qquad & d\sigma &= \varepsilon v \\ dt &= \varepsilon z \qquad & d\tau &= \varepsilon \zeta \end{aligned}\right\} \quad (2a)$$

worin ε eine verschwindend kleine Grösse bedeuten soll. Wir haben dann:

$$\left.\begin{aligned} x &= A_0 \xi + B_0 v + C_0 \zeta \\ y &= A_1 \xi + B_1 v + C_1 \zeta \\ z &= A_2 \xi + B_2 v + C_2 \zeta \end{aligned}\right\} \quad (2b)$$

206 Die Coefficienten A, B, C hängen in diesen Gleichungen ab von den drei noch verfügbaren Stellungsconstanten, welche die Stellung des Systems in der letzten Lage bestimmen; wir wollen dieselben mit p', p'' und p''' bezeichnen. Wenn wir diese Constanten sich um die verschwindend kleinen Grössen dp', dp'', dp''' ändern lassen, so ändert sich die zweite Lage des Systems, und mit ihr die Werthe x, y, z, um dx, dy, dz. Bezeichnen wir mit η eine neue Variable, und setzen bei der vorausgesetzten kleinen Verschiebung:

$$\mathfrak{A}_n d\eta = \frac{dA_n}{dp'} dp' + \frac{dA_n}{dp''} dp'' + \frac{dA_n}{dp'''} dp''' \Big\} \tag{3}$$

und geben den Buchstaben $\mathfrak{B}_n$ und $\mathfrak{C}_n$ die entsprechende Bedeutung für die B und C, so wird:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{d\eta} &= \mathfrak{A}_0 \xi + \mathfrak{B}_0 v + \mathfrak{C}_0 \zeta \\ \frac{dy}{d\eta} &= \mathfrak{A}_1 \xi + \mathfrak{B}_1 v + \mathfrak{C}_1 \zeta \\ \frac{dz}{d\eta} &= \mathfrak{A}_2 \xi + \mathfrak{B}_2 v + \mathfrak{C}_2 \zeta \end{aligned}\right\} \tag{3a}$$

und wenn wir in diesen Gleichungen die ξ, v, ζ aus (1) und (1a) und (2a) linear durch x, y, z ausdrücken, was nach dem oben Gesagten immer gehen muss, so erhalten wir Ausdrücke von der Form:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{d\eta} &= a_0 x + b_0 y + c_0 z \\ \frac{dy}{d\eta} &= a_1 x + b_1 y + c_1 z \\ \frac{dz}{d\eta} &= a_2 x + b_2 y + c_2 z \end{aligned}\right\} \tag{3b}$$

207 Da jede der Grössen a, b, c drei der willkürlich veränderlichen Grössen dp', dp'', dp''' einschliesst, so kann es eine unendliche Anzahl solcher Transformationssysteme geben. Aber zwischen den Coefficienten von je vieren derselben wird immer durch Elimination von dp', dp'' und dp''' ein System linearer Gleichungen gewonnen werden können:

$$\begin{aligned} a_n &= f a_n' + g a_n'' + h a_n''' \\ b_p &= f b_p' + g b_p'' + h b_p''' \\ c_q &= f c_q' + g c_q'' + h c_q''' \end{aligned}$$

wo f, g, h Constanten sind, und n, p, q irgend welche der Indices 0, 1, 2 bedeuten.

Sind die Systeme a_0' etc., a_0'' etc., a_0''' etc. selbst von der Art, dass zwischen ihren Coefficienten kein solches System von Gleichungen besteht wie das eben aufgestellte, so wird sich also jedes andere System, welches einer möglichen Bewegung entspricht, linear durch die Coefficienten a', a'', a''' etc. ausdrücken lassen, und jede Summe von der Form der obigen Ausdrücke für a_n, b_p und c_q mit beliebigen Constanten f, g, h wird einer möglichen Bewegung entsprechen. Eine andere Bestimmung der verschiedenartigen Bewegungen dieser Art ist dadurch gegeben, dass laut Annahme III, nachdem ein Punkt des Systems r, s, t festgestellt ist, noch jeder andere Punkt als ruhend festgestellt werden kann, ohne dass weitere Bewegung dadurch unmöglich gemacht wird. Wir müssen also die Grössen dp', dp'' und dp''' so abändern können, dass für 208
beliebig gegebene Werthe von x_0, y_0, z_0 werden könne:

$$0 = a_0 x_0 + b_0 y_0 + c_0 z_0$$
$$0 = a_1 x_0 + b_1 y_0 + c_1 z_0$$
$$0 = a_2 x_0 + b_2 y_0 + c_2 z_0,$$

was nur geschehen kann, wenn für alle unendlich kleinen Drehungen des Systems die Bedingung erfüllt ist, dass die Determinante der Coefficienten

$$\left.\begin{matrix} a_0, & b_0, & c_0 \\ a_1, & b_1, & c_1 \\ a_2, & b_2, & c_2 \end{matrix}\right\} = 0. \qquad (4)$$

Der ersten unendlich kleinen Verschiebung, durch welche η in $\eta + \delta\eta$, x in $x + dx$, y in $y + dy$, z in $z + dz$ übergegangen ist, können wir eine zweite derselben Art und derselben Grösse folgen lassen. Nennen wir das System in seiner ersten Lage A_1, in der zweiten A_2, und denken wir beide gleichzeitig bestehend, so decken sich die Punkte $(x + dx, y + dy, z + dz)$ in A_1 mit den Punkten in A_2, welche ursprünglich die Lage (x, y, z) hatten. Lassen wir nun mit A_1 dieselbe Verschiebung vorgehen, durch welche es ursprünglich in A_2 verwandelt wurde, so wird auch A_2 in eine neue Lage A_3 kommen, und

wir werden η auf $\eta + 2\delta\eta$ gewachsen ansehen können, und die Coefficienten a, b, c von η unabhängig nehmen. Dabei werden nach dem Schlusssatz der Annahme III die Punkte, welche
209 vor der ersten Verschiebung die Coordinaten x, y, z hatten, jetzt diejenige Lage erhalten, welche bei der ersten Verschiebung die Punkte mit den Coordinaten $x + dx$, $y + dy$, $z + dz$ erhalten haben. Dies können wir so oft wiederholen, als wir wollen.

Bei jeder solchen Verschiebung werden die Punkte mit den Coordinaten (x, y, z) gerade ebenso entsprechend den Gleichungen (3b) in $(x + dx,\ y + dy,\ z + dz)$ übergehen wie das erste Mal. Werden also dieselben Verschiebungen continuirlich fortgesetzt, so bleiben die Coefficienten a, b, c der Gleichungen 3b constant, während η der Zeit proportional wächst, und x, y, z, wenn man sie auf einen bestimmten Punkt des bewegten Systems bezieht, werden sich so verändern, wie es die Gleichungen (3b) vorschreiben, wenn man darin $dx/d\eta$, $dy/d\eta$, $dz/d\eta$ als Differentialquotienten betrachtet.

Um die Integration der Gleichungen (3b) auszuführen, suchen wir vier neue Constanten mittels folgender Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} lh &= la_0 + ma_1 + na_2 \\ mh &= lb_0 + mb_1 + nb_2 \\ nh &= lc_0 + mc_1 + nc_2 \end{aligned}\right\} \qquad (4\text{a})$$

Durch Elimination von l, m, n geben diese die Determinante:

$$\left.\begin{matrix} a_0 - h, & a_1\ \ , & a_2 \\ b_0\ \ , & b_1 - h, & b_2 \\ c_0\ \ , & c_1\ \ , & c_2 - h \end{matrix}\right\} = 0. \qquad (4\text{b})$$

210 Es ist dies eine Gleichung dritten Grades nach h, welche also drei Wurzeln giebt. Jede dieser, in die Gleichungen (4a) gesetzt, giebt ein System von Werthen für l, m, n, wobei je eine dieser Constanten willkürlich bleibt.

Sind die Gleichungen (4a) erfüllt, so folgt aus (3b):

$$\frac{d}{d\eta}\left\{lx + my + nz\right\} = h\left\{lx + my + nz\right\} \qquad (4\text{c})$$

oder wenn wir die Integrationsconstante mit A bezeichnen:

$$lx + my + nz = Ae^{h\eta} \} \tag{5}$$

und zwar gelten die Gleichungen (4c) und (5) für jedes der drei Systeme von Werthen, welches die Gleichungen (4a) und (4b) liefern.

Wegen der Gleichung (4) muss einer der Werthe von h gleich Null sein. Für diesen ist:

$$l_0 x + m_0 y + n_0 z = \text{Const.} \}. \tag{5a}$$

Die beiden anderen h_1 und h_2 könnten reelle oder complexe conjugirte Grössen sein. Im ersteren Falle sind auch die zugehörigen l, m, n reell, im zweiten complex.

Sind die beiden Wurzeln h_1 und h_2 reell, so folgt aus den Gleichungen von der Form (5), dass die zugehörigen Grössen $(l_1 x + m_1 y + n_1 z)$ sowie $(l_2 x + m_2 y + n_2 z)$ sich vom Werthe 0 bis $\pm\infty$ continuirlich verändern können, aber ohne Umkehr oder Sprung können sie nicht, wie Postulat IV fordert, zu einem früheren Werthe zurück kehren; daher können das auch die Grössen x, y, z selbst nicht thun. Dasselbe gilt auch für den Fall, wo h_1 und h_2 gleich gross sind. Man erhält 211
dann eine lineare Function der x, y, z, welche gleich $e^{h\eta}$, eine andere, welche gleich $\eta e^{h\eta}$ ist. Ebenso gilt dasselbe auch, wenn h_1 und h_2 gleichzeitig verschwindend klein werden, also dem Werthe $h_0 = 0$ sehr nahe kommen. Man kann dann drei lineare Functionen zusammensetzen, von denen eine constant, eine gleich η, eine gleich η^2 ist.

Haben h_1 und h_2 dagegen complexe Werthe, so ist dasselbe auch der Fall mit den zugehörigen l, m, n. Setzen wir alsdann:

$$\begin{aligned}
h_1 &= \vartheta + \omega i & h_2 &= \vartheta - \omega i \\
l_1 &= \lambda_0 + \lambda_1 i & l_2 &= \lambda_0 - \lambda_1 i \\
m_1 &= \mu_0 + \mu_1 i & m_2 &= \mu_0 - \mu_1 i \\
n_1 &= \nu_0 + \nu_1 i & n_2 &= \nu_0 - \nu_1 i,
\end{aligned}$$

so wird

$$\begin{aligned}
\lambda_0 x + \mu_0 y + \nu_0 z &= Ae^{\vartheta\eta} \cos(\omega\eta + c) \\
\lambda_1 x + \mu_1 y + \nu_1 z &= Ae^{\vartheta\eta} \sin(\omega\eta + c).
\end{aligned}$$

In diesem Falle ist:

$$(\lambda_0 x + \mu_0 y + \nu_0 z)^2 + (\lambda_1 x + \mu_1 y + \nu_1 z)^2 = A^2 e^{2\vartheta\eta}\} \quad (5b)$$

Diese Gleichung macht es ebenfalls unmöglich, dass x, y, z ohne Umkehr und ohne Sprung zu ihren früheren Werthen zurückkehren, wenn nicht $\vartheta = 0$.

Das unter IV aufgestellte Postulat kann also nur dann erfüllt werden, wenn die Wurzeln der Gleichung (4b), welche
212 nicht Null sind, rein imaginär werden. Das geschieht laut Gleichung (4b), wenn

$$a_0 + b_1 + c_2 = 0\} \quad (6)$$

Wir haben also schliesslich zur Bestimmung von x, y, z als Function von η die drei Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} l_0 x + m_0 y + n_0 z &= \text{Const.} \\ \lambda_0 x + \mu_0 y + \nu_0 z &= A\cos(\omega\eta + c) \\ \lambda_1 x + \mu_1 y + \nu_1 z &= A\sin(\omega\eta + c) \end{aligned}\right\} \quad (6a)$$

Die Determinante:

$$\begin{matrix} l_0, & m_0, & n_0 \\ \lambda_0, & \mu_0, & \nu_0 \\ \lambda_1, & \mu_1, & \nu_1 \end{matrix}$$

kann nicht Null werden, ohne dass eine Gleichung besteht, welche η constant setzt, also die Bewegung aufhebt. Folglich können die Grössen x, y, z aus den drei Gleichungen (6a) eindeutig bestimmt werden als Functionen von η.

Von hier ab wird es die Rechnung vereinfachen, wenn wir statt der Grössen x, y, z die drei oben gefundenen:

$$\left.\begin{aligned} X &= l_0 x + m_0 y + n_0 z \\ Y &= \lambda_0 x + \mu_0 y + \nu_0 z \\ Z &= \lambda_1 x + \mu_1 y + \nu_1 z \end{aligned}\right\} \quad (6b)$$

213 in die Rechnung einführen, aus denen wir die x, y, z immer wieder eindeutig bestimmt finden können.

Wir haben bisher erst eine Art der Drehung untersucht, bei der ein Punkt x_0, y_0, z_0 fest bleiben sollte. Nun ist nach (6a) bei der untersuchten Bewegung:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dX}{d\eta} &= 0\\ \frac{dY}{d\eta} &= -\omega Z\\ \frac{dZ}{d\eta} &= \omega Y\end{aligned}\right\} \qquad (6\,c)$$

Die letzteren beiden Grössen sind also gleich Null für diejenigen Punkte, für welche:

$$Y = Z = 0.$$

Das sind die Punkte, welche bei der bisher betrachteten Bewegung in Ruhe bleiben.

§ 3.

Wir haben nun noch die anderen Arten der Drehung des Systems zu untersuchen. Wie oben bemerkt wurde, können wir jeden anderen Punkt des Systems während der Drehung als ruhend setzen.

Nehmen wir eine zweite Drehung an, bei welcher die Punkte $X = Z = 0$ in Ruhe bleiben; nennen wir die der Zeit proportional wachsende Variable dabei η', so können wir schreiben:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dX}{d\eta'} &= \alpha_0 X + 0 + \gamma_0 Z\\ \frac{dY}{d\eta'} &= \alpha_1 X + 0 + \gamma_1 Z\\ \frac{dZ}{d\eta'} &= \alpha_2 X + 0 + \gamma_2 Z\end{aligned}\right\} \qquad (7)$$ 214

Die mittlere Verticalreihe der Coefficienten musste gleich Null gesetzt werden, weil für $X = Z = 0$ die Differentialquotienten der linken Seite gleich Null werden sollen.

Die beiden Bedingungen der Gleichungen (4) und (6), denen jedes System von Coefficienten unterworfen sein muss, wenn es in sich zurücklaufende Drehungen geben soll, reduciren sich hier auf

$$\alpha_0 + \gamma_2 = 0\,\} \qquad (7\,a)$$

Für eine dritte Drehung setzen wir die Bedingung, dass die Punkte an ihrer Stelle bleiben, für welche $X = Y = 0$. Die der Zeit proportional wachsende Veränderliche sei η'', so können wir schreiben:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dX}{d\eta''} &= \mathfrak{a}_0 X + \mathfrak{b}_0 Y + 0 \\ \frac{dY}{d\eta''} &= \mathfrak{a}_1 X + \mathfrak{b}_1 Y + 0 \\ \frac{dZ}{d\eta''} &= \mathfrak{a}_2 X + \mathfrak{b}_2 Y + 0 \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

215 und dazu die Bedingung:

$$\mathfrak{a}_0 + \mathfrak{b}_1 = 0. \} \qquad (8a)$$

Aus der in Gleichung (3) gegebenen Form der Coefficienten geht nun, wie dort schon bemerkt wurde, hervor, dass wenn zwei Systeme von Coefficienten den Bedingungen der Aufgabe genügen, auch die Summe der entsprechenden Coefficienten ein diesen Bedingungen genügendes System bilden muss.

Wenden wir dies auf (6c) und (7) an, so folgt:

$$\left.\begin{matrix} \alpha_0 & 0 & \gamma_0 \\ \alpha_1 & 0 & \gamma_1 - \omega \\ \alpha_2 & \omega & -\alpha_0 \end{matrix}\right\} = 0,$$

oder

$$\alpha_0 \omega^2 - \omega(\alpha_0 \gamma_1 - \alpha_1 \gamma_0) = 0.$$

Da die Coefficienten jedes dieser Systeme eine willkürliche Constante als Factor enthalten, so muss einzeln sein:

$$\alpha_0 = 0 \text{ und also auch } \gamma_2 = 0,$$

ferner $\alpha_1 \gamma_0 = 0$.

Nun kann γ_0 nicht gleich Null gesetzt werden, ohne gegen das Postulat IV zu verstossen, da dann aus den Gleichungen (7) folgen würde:

$$\frac{dX}{d\eta'} = 0, \quad \text{also} \quad X = C$$

und

$$Z = \alpha_2 C' \eta' + C'$$

$$Y = \alpha_1 C \eta' + \gamma_1 C' \eta' + {}^1/_2 \alpha_2 \gamma_1 C \eta'^2 + C'',$$

wo C, C' und C'' Constanten sind. Das würde eine nicht in 216
sich zurücklaufende Drehung repräsentiren.

Auch α_2 kann aus demselben Grunde nicht Null werden, wie ich hier gleich bemerken will.

Da nun γ_0 nicht Null werden darf, so lässt die Gleichung $\alpha_1 \gamma_0 = 0$ nur die eine Lösung zu:

$$\alpha_1 = 0,$$

und das System der Coefficienten der Gleichungen (7) reducirt sich also auf:

$$\begin{matrix} 0, & 0, & \gamma_0 \\ 0, & 0, & \gamma_1 \\ \alpha_2, & 0, & 0. \end{matrix}$$

Nach demselben Verfahren ergiebt sich für das System der Coefficienten der Gleichungen (8), dass:

$$\mathfrak{a}_0 = \mathfrak{b}_1 = 0$$
$$\mathfrak{a}_2 \mathfrak{b}_0 = 0.$$

Hier dürfen $\mathfrak{a}_1$ und $\mathfrak{b}_0$ nicht Null werden, aus denselben Gründen wie α_2 und γ_0. Folglich muss $\mathfrak{a}_2 = 0$ sein, und das System reducirt sich auf:

$$\begin{matrix} 0, & \mathfrak{b}_0, & 0, \\ \mathfrak{a}_1, & 0, & 0, \\ 0, & \mathfrak{b}_2, & 0. \end{matrix}$$

Endlich, wenn man die Summe aller drei Systeme bildet, erhält man die Bedingung:

$$0 = \left\{ \begin{matrix} 0, & \mathfrak{b}_0, & \gamma_0, \\ \mathfrak{a}_1, & 0, & \gamma_1 - \omega \\ \alpha_2, & \mathfrak{b}_2 + \omega, & 0, \end{matrix} \right.$$

oder 217

$$\mathfrak{b}_0 (\gamma_1 - \omega) \alpha_2 + \gamma_0 \mathfrak{a}_1 (\mathfrak{b}_2 + \omega) = 0 \} \qquad (9)$$

Da, wie bemerkt, diese Gleichung gelten muss, auch wenn man die Coefficienten, die demselben System angehören, mit einer willkürlichen Constanten multiplicirt, so muss einzeln sein:

$$\gamma_0 \mathfrak{a}_1 - \mathfrak{b}_0 \alpha_2 = 0 \} \qquad (9a)$$

$$\left. \begin{matrix} \mathfrak{b}_0 \gamma_1 \alpha_2 = 0 \\ \mathfrak{a}_1 \mathfrak{b}_2 \gamma_0 = 0 \end{matrix} \right\} \qquad (9b)$$

Da nun, wie bemerkt, weder $\mathfrak{b}_0$ und $\mathfrak{a}_1$, noch α_2 und γ_0 gleich Null werden dürfen, so muss sein:

$$\gamma_1 = 0 \qquad \text{und} \qquad \mathfrak{b}_2 = 0.$$

Setzen wir:

$$\alpha_2 = -\varphi \qquad\qquad \gamma_0 = \varkappa\varphi$$
$$\mathfrak{a}_1 = \psi,$$

so folgt aus der Gleichung (9a), dass:

$$b_0 = -\varkappa\psi.$$

Daraus erhalten wir nun schliesslich das vollständige System der möglichen Transformationen für verschwindend kleine Verschiebungen:

$$\left.\begin{aligned} dX &= -\varkappa\psi\, Y d\eta'' + \varkappa\varphi\, Z d\eta' \\ dY &= \quad \psi X d\eta'' - \omega Z d\eta \\ dZ &= -\quad \varphi X d\eta' + \omega Y d\eta \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Es enthält dies drei willkürlich variable Grössen $d\eta$, $d\eta'$ und $d\eta''$, und muss also alle möglichen Drehungen umfassen.

Die Grösse $\varkappa$ muss positiv sein, wenn das System nur imaginäre Werthe für h geben soll.

218 Aus der Gleichung (10) folgt, dass bei jeder beliebigen kleinen Drehung des Systems:

$$\frac{1}{\varkappa} X dX + Y dY + Z dZ = 0,$$

also

$$X^2 + \varkappa Y^2 + \varkappa Z^2 = \text{Const.},$$

drücken wir also X, Y, Z vermöge der Gleichungen (6b) und (2a) in dr, ds, dt aus, und setzen:

$$\begin{aligned} dS^2 = (l_0\, dr + m_0\, ds + n_0\, dt)^2 \\ + \varkappa(\lambda_0 dr + \mu_0\, ds + \nu_0\, dt)^2 \\ + \varkappa(\lambda_1\, dr + \mu_1\, ds + \nu_1\, dt)^2, \end{aligned}$$

so folgt, dass dS eine bei allen Drehungen des Systems um den Punkt $dr = ds = dt = 0$ unverändert bleibende Grösse ist von derselben Dimension kleiner Grössen wie dr, ds und dt selbst.

Diese Grösse kann also als ein von den drehenden Bewegungen unabhängiges Maass des räumlichen Unterschiedes der Punkte (r, s, t) und $(r + dr, s + ds, t + dt)$ benutzt werden.

§ 4.

Dadurch ist der Ausgangspunkt von Riemann's Untersuchungen gewonnen, indem sich gezeigt hat, dass ein homogener Ausdruck zweiten Grades von den Differentialien existirt, welcher bei jeder Bewegung zweier unter sich fest verbundener Punkte von verschwindend kleinem Abstande unverändert bleibt.
Da wir die oben aufgestellten Axiome II bis IV, welche die 219
Möglichkeit der Congruenz zwischen verschiedenen Theilen des Raumes aussprechen, hierbei nur auf unendlich kleine Raumelemente angewendet haben, so zeigt sich, dass Riemann's Annahme identisch ist mit der, dass der Raum monodrom ist und unendlich kleine Raumelemente im Allgemeinen einander, von der Begrenzung abgesehen, congruent sind. Anschaulich wird der Sinn dieses Satzes, wenn man ihn auf zwei Dimensionen einschränkt. Aus Riemann's Annahme folgt in diesem Falle, dass die Raummessungen dieselben sind, wie unsere analytische Geometrie sie auf einer beliebig gekrümmten Fläche ausführen lehrt. In der That sind die unendlich kleinen Flächenelemente einer beliebigen krummen Fläche alle als eben zu betrachten, und also alle einander congruent, wenn von ihrer Begrenzung abgesehen wird.

Die weitere Untersuchung bezieht sich dann darauf, welche Folgerungen sich ergeben, wenn man die Congruenz endlicher Theile des Raumes unabhängig von der Begrenzung und in allen den möglichen Drehungen fordert, welche das Postulat III ergiebt. Wie in diesem Falle für zwei Dimensionen die krumme Fläche sich in eine Kugelfläche[1]) oder eine aus einer solchen durch Biegung ohne Dehnung entstandene Fläche verwandeln muss, so hat Riemann für drei oder mehr Dimensionen gezeigt, dass die von ihm als Maass der Krümmung bezeichnete Grösse constant sein müsse. Ich will diesen Theil meiner Untersuchung, der in Riemann's implicite enthalten ist, hier nicht weiter ausführen. Das Resultat ist folgendes.

Wenn unsere Annahmen I bis IV erfüllt sind, so ist das
allgemeinste System der Geometrie das, was sich nach den 220

---

[1]) (1882.) Oder Pseudosphäre. Die Möglichkeit der pseudosphärischen Geometrie ist hier übersehen, wie oben S. 618 bemerkt wurde.

Regeln unserer gewöhnlichen analytischen Geometrie ergeben würde, wenn man diese anwendete auf ein kugelähnliches[1]) Gebilde von drei Dimensionen, dessen Gleichung in vier rechtwinkeligen Coordinaten X, Y, Z, S ausgedrückt wäre:

$$X^2 + Y^2 + Z^2 + (S + R)^2 = R^2.$$

Hierin können X, Y, Z nicht unendlich werden, wenn nicht $R = \infty$. Letzterer specieller Fall entspricht unserer wirklichen Geometrie gemäss den Axiomen des Euklides. Es können X, Y und Z dann endliche Werthe nur haben, wenn $S = 0$, was die Gleichung eines ebenen Gebildes ist. In diesem Sinne müssen wir den Raum des Euklides den Räumen von höherer Anzahl der Dimensionen gegenüber, mit Riemann, als ebenen Raum bezeichnen.

Schliesslich bemerke ich noch, dass wenn man das Postulat IV nicht aufstellt, sich ganz abweichende Systeme der Geometrie ergeben, die aber doch consequent durchzuführen wären. Am leichtesten zeigt sich dies für zwei Coordinaten. Wäre die Grösse ϑ der Gleichung (5b) nicht Null, so würden die linearen Dimensionen jeder ebenen Figur bei Drehung um einen constanten Winkel in gleicher Richtung in constantem Verhältniss wachsen; die Linie physisch gleichwerthiger Entfernung von einem Punkte wäre die Spirale.

Ein anderes leicht zu behandelndes Beispiel erhält man, wenn man in der analytischen Geometrie der Ebene mit rechtwinkeligen Coordinaten die y als imaginär betrachtet. Es entspricht das dem Falle, wo h_1 und h_2 reell sind, und

$$h_1 + h_2 = 0.$$

221 Die Linie gleichwerthiger Entfernung von einem festen Punkte wäre dann eine gleichseitige Hyperbel.

Riemann's und meine Untersuchungen zusammen genommen zeigen also, dass die oben aufgestellten Postulate in Verbindung mit folgenden zwei Sätzen:

V dass der Raum drei Dimensionen habe,

VI dass der Raum unendlich ausgedehnt sei

---

[1]) Oder pseudosphärisches.

die genügende Grundlage zur Entwickelung der Raumlehre[1]) abgeben. Ich habe schon hervorgehoben, dass dieselben Postulate auch von der gewöhnlichen Geometrie, wenn auch stillschweigend, als richtig vorausgesetzt werden müssen, und unsere Postulate also weniger annehmen, als die gewöhnlich geführten geometrischen Beweise voraussetzen.

Zugleich mache ich darauf aufmerksam, dass die ganze Möglichkeit des Systems unserer Raummessungen, wie in dieser Entwickelung deutlich heraustritt, von der Existenz solcher Naturkörper abhängt, die dem von uns aufgestellten Begriffe fester Körper hinreichend nahe entsprechen. Die Unabhängigkeit der Congruenz vom Orte, von der Richtung der sich deckenden Raumgebilde, und von dem Wege, auf dem sie zu einander geführt worden sind, ist die Thatsache, auf welche die Messbarkeit des Raumes basirt ist.

---

[1]) Sie scheiden aber noch nicht zwischen Euklid und Lobatschewski.

LXXIX.

Ueber den Ursprung und Sinn der geometrischen Sätze; Antwort gegen Herrn Professor Land.

Originaltext für die in „Mind" April 1878 No. X. p. 212—224 veröffentlichte englische Uebersetzung.

Herr Professor Land hat in Nr. V. des „Mind" meine Abhandlung „Ueber den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome"[1]) einer Kritik unterzogen, auf welche ich hier zu antworten versuchen werde.

Es sind wesentlich zwei Punkte, über welche wir verschiedener Meinung sind.

Ich halte dafür, dass durch die neueren Untersuchungen über die erweiterten Formen der Geometrie, oder durch die sogenannten metamathematischen[2]) Untersuchungen folgende Sätze festgestellt sind:

1) Kant's Beweis für den Ursprung a priori der geometrischen Axiome, welcher darauf basirt ist, dass keine von denselben abweichenden Raumverhältnisse in der Anschauung auch nur vorgestellt werden können, ist unzureichend, da die als Grund angeführte Behauptung thatsächlich unrichtig ist.

2) Wenn trotz der Mangelhaftigkeit des Beweises die Annahme festgehalten wird, dass die Axiome als Gesetze

---

1) S. meine Populäre wissensch. Vorträge. Heft III. S. 21—54.

2) Der Namen ist allerdings in ironischem Sinne von Gegnern gegeben, nachgebildet der Metaphysik. Da aber die Bearbeiter der Nicht-Euklidischen Geometrie deren objective Wahrheit nie behauptet haben, so können sie den Namen sehr wohl acceptiren.

unserer Raumanschauungen wirklich a priori gegeben wären, so würden zweierlei Arten der Gleichwerthigkeit von Raumgrössen unterschieden werden müssen, nämlich:

1) Die subjective Gleichheit in der hypothetischen transcendentalen Anschauung.

2) Die objective Gleichwerthigkeit der reellen Substrate solcher Raumgrössen, welche sich im Ablauf physischer Verhältnisse und Vorgänge bewährt.

Dass die letztere mit der ersteren zusammenfiele, könnte nur durch Erfahrung bewiesen werden. Nur auf die letztere käme es an bei unserem wissenschaftlichen und praktischen Verhalten der objectiven Welt gegenüber. Wenn beide nicht übereinstimmten, würde die erstere nur den Werth eines falschen Scheines haben.

Uebrigens ist es ein Missverständniss von Herrn Professor Land, wenn er glaubt, ich hätte gegen die Auffassung des Raumes als einer uns Menschen a priori gegebenen, für uns nothwendigen, also in Kant's Sinne transcendentalen Form der Anschauung Widerspruch erheben wollen. Das war durchaus nicht meine Absicht. Freilich werden meine Ansichten über die Beziehungen zwischen dieser transcendentalen Form und dem Reellen, wie ich sie im dritten Abschnitte dieser Abhandlung auseinandergesetzt habe, wohl nicht ganz nach dem Sinne vieler Anhänger Kant's oder Schopenhauer's sein. Aber der Raum kann eine solche Form der Anschauung im Kant'schen Sinne sein, ohne dass diese Form der Anschauung nothwendig die Axiome einschliesst.

Um an ein ganz ähnliches Verhältniss zu erinnern, so liegt es unzweifelhaft in der Organisation unseres Sehapparates, dass Alles, was gesehen wird, nur als eine räumliche Vertheilung von Farben gesehen werden kann. Das ist die uns angeborene Form der Gesichtswahrnehmungen. Aber durch diese Form ist in keiner Weise präjudicirt, wie die Farben, welche wir sehen, sich räumlich neben einander ordnen und zeitlich auf einander folgen sollen. In demselben Sinne, meine ich, könnte das Vorstellen aller äusseren Objecte in Raumverhältnissen die einzig mögliche und a priori gegebene Form sein, in der wir Objecte überhaupt vorstellen können, ohne dass dadurch

irgend eine Nöthigung gesetzt zu sein braucht, dass nach oder neben gewissen bestimmten Raumwahrnehmungen eine andere bestimmte eintreten müsse, dass also zum Beispiel jedes geradlinige gleichseitige Dreieck Winkel von 60° habe, wie gross auch die Seiten sein mögen. Bei Kant allerdings ist der Beweis, dass der Raum eine a priori gegebene Form der Anschauung sei, wesentlich gestützt auf die Meinung, die Axiome seien synthetische Sätze, gegeben a priori. Wenn man aber auch diesen Satz und den darauf gestützten Beweis fallen lässt, so könnte immerhin doch noch die Form der Raumvorstellung, als die nothwendige Form der Anschauung des Nebeneinanderstehens von Verschiedenem, a priori gegeben sein. Es würde dabei kein wesentlicher Zug des Kant'schen Systems verloren gehen, im Gegentheil würde dieses System an Consequenz und Verständlichkeit gewinnen, weil damit auch der wesentlich auf die überzeugende Kraft der geometrischen Axiome gebaute Beweis für die Möglichkeit einer Metaphysik fortfiele, von welcher Wissenschaft Kant selbst doch weiter nichts zu entdecken wusste, als die geometrischen und naturwissenschaftlichen Axiome. Was die letzteren betrifft, so sind sie theils von bestrittener Richtigkeit, theils einfache Folgerungen aus dem Principe der Causalität, das heisst aus dem Triebe unseres Verstandes, alles Geschehende als gesetzmässig, d. h. als begreiflich zu betrachten. Da nun Kant's Kritik sonst überall gegen die Zulässigkeit metaphysischer Folgerungen gerichtet ist, so scheint mir sein System von einer Inconsequenz befreit und ein klarerer Begriff von dem Wesen der Anschauung gewonnen zu werden, wenn man den apriorischen Ursprung der Axiome aufgiebt, und die Geometrie als die erste und vollendetste der Naturwissenschaften ansieht.

Ich gehe jetzt zum Beweise der beiden oben hingestellten Thesen über.

I.

Der Ursprung der geometrischen Axiome a priori ist nicht erwiesen. Kant's Beweis dafür stützt sich auf die Behauptung, man könne keine von der Geometrie des Euklides abweichenden Raumverhältnisse sich anschaulich

vorstellen. Nun haben aber die von mir in meinem früheren Aufsatze besprochenen metamathematischen Untersuchungen, d. h. die Untersuchungen über logisch consequente Systeme der Geometrie, die in Bezug auf die Zahl der Dimensionen oder in Bezug auf die Axiome abweichen von Euklid's Geometrie, gezeigt, dass man in der That solche Systeme aufstellen und vollkommen consequent durchführen kann, ebenso wie die dazu gehörigen Systeme der Mechanik. Ich selbst habe mich bemüht nachzuweisen, wie die Objecte in einem sphärischen oder pseudosphärischen Raume uns in der sinnlichen Wahrnehmung erscheinen würden. Ueber die Richtigkeit jener hauptsächlich im Wege der analytischen Geometrie ausgeführten geometrischen Deductionen, soweit sie mathematisch sind, ist, so viel ich sehe, keine Frage, ebenso wenig über die vollständige Durchführbarkeit der entsprechenden Systeme der Mechanik, welche denselben Grad freier Beweglichkeit fester Körper und dieselbe Unabhängigkeit des Verlaufes aller mechanischen und physikalischen Processe vom Ort, wo sie vorgehen, ergeben, wie die Euklidische Geometrie diese voraussetzt. Dann ergiebt sich auch leicht und unzweideutig, wie die entsprechenden zur Raumunterscheidung brauchbaren Sinnesempfindungen menschlicher Wesen in solchen metamathematischen Räumen ausfallen müssten. Namentlich ergiebt die von Herrn Beltrami gefundene Darstellungsweise des pseudosphärischen Raumes in einer Kugel des Euklidischen Raumes unmittelbar, welche Gesichtsbilder der pseudosphärische oder sphärische Raum ergeben würde. In der That würde jedes Gesichtsbild ruhender Objecte für den ruhenden Beobachter genau dasselbe[1]) sein, wie das des entsprechenden Abbildes in Beltrami's Kugel vom Mittelpunkte aus gesehen. Unterscheiden würde sich nur die Folge der Gesichtsbilder, welche eintreten, wenn der Beobachter oder wenn feste Objecte sich bewegen. Also die Regel, nach welcher aus einem oder mehreren zuerst gegebenen Gesichtsbildern bei der Bewegung sich andere folgende herleiten, würde verändert sein. Ich habe dabei noch hervorgehoben, dass diese Abweichungen durchaus nicht er-

1) Vorausgesetzt, dass die Distanz der beiden Augen gegen den imaginären Krümmungsradius des Raumes vernachlässigt werden kann.

41*

heblich und auffallend zu sein brauchten. Die Menschen haben lange Zeit auf dem, wie sie meinten, ebenen Erdboden gewohnt, ehe sie merkten, dass derselbe sphärisch sei, und haben sich lange genug gegen diese Wahrheit ebenso heftig gesträubt, wie unsere Kantianer sich jetzt gegen die Vorstellbarkeit des pseudosphärischen Raumes sträuben. Die Abweichungen im pseudosphärischen Raume würden etwa ähnlicher Art und bei entsprechender Grösse des Krümmungsmaasses nicht nothwendig auffallender sein müssen, als die, welche die Kugelgestalt der Erde einem Manne verrathen können, der sich im Umkreise einiger Meilen hin und her bewegt.

Wenn nun die Frage discutirt werden soll, ob die Raumverhältnisse in metamathematischen Räumen anschaulich vorstellbar seien, so werden wir zunächst feststellen müssen, nach welcher Norm wir die Anschaubarkeit eines Objectes zu beurtheilen haben, welches wir nie angeschaut haben.

Ich habe zu dem Ende eine Definition dessen aufgestellt, was wir als anschaulich vorstellbar anerkennen müssten, die dahin lautet, dass dazu erforderlich sei die vollständige Vorstellbarkeit derjenigen Sinneseindrücke, welche das betreffende Object in uns nach den bekannten Gesetzen unserer Sinnesorgane unter allen denkbaren Bedingungen der Beobachtung erregen, und wodurch es sich von anderen ähnlichen Objecten unterscheiden würde. Ich bin der Meinung, dass diese Definition strengere und bestimmtere Anforderungen für die Möglichkeit der Anschauung stellt als irgend eine bisher aufgestellte, und so weit ich sehe, bestreitet nicht einmal Herr Professor Land, dass für die Objecte der sphärischen und pseudosphärischen Räume dies hier Verlangte geleistet werden könne.

In einer anderen Beziehung dagegen wird nothwendig die Vorstellung von Objecten, die wir oft wahrgenommen haben oder die im Ganzen oder in ihren einzelnen Theilen häufig wahrgenommenen Dingen sehr ähnlich sind, jeder Vorstellung eines Objectes, auf welches diese Prädicate nicht passen, überlegen sein, nämlich in der Schnelligkeit und Leichtigkeit, mit der wir uns die verschiedenen Erscheinungsweisen der betreffenden Objecte unter verschiedenen Bedingungen der Beobachtung im Voraus vorstellen oder auch in der Erinnerung würden

durchlaufen können. Diese Leichtigkeit und Schnelligkeit wird der Vorstellung eines nie gesehenen Objectes um so mehr fehlen müssen, je seltener und je weniger genau der betreffende Beobachter Aehnliches jemals wahrgenommen und beobachtet hat. Nun haben wir sphärische und pseudosphärische Raumgebilde von drei Dimensionen absolut niemals vor uns gehabt. Der Geometer, welcher die Anschauung von den ohne Dehnung und ohne Aenderung des Krümmungsmaasses biegsamen Flächen und auf ihnen ausgeführten Zeichnungen in sich ausgebildet hat, findet darin nahe liegende analoge Verhältnisse, und der Physiolog, welcher die Combinationen der Sinneseindrücke unter möglichst mannigfaltigen Bedingungen studirt hat, wie sie im alltäglichen Leben gewöhnlich nicht vorkommen, ist mehr daran gewöhnt sich ungewohnte aber doch streng gesetzmässige Reihenfolgen von Sinneseindrücken vorzustellen, als wer dergleichen Studien nie getrieben hat. Ich bitte daher um Verzeihung, wenn ich nicht einsehe, warum der Umstand, dass ich „fresh from physiology of the senses" zu erkenntnisstheoretischen Untersuchungen gekommen bin, für mich gar ein Hinderniss in der Entscheidung solcher Fragen, wie die vorliegende ist, sein sollte.

Da nun die metamathematischen Raumverhältnisse von uns nie gesehen worden sind, so kann die Schnelligkeit und Leichtigkeit der Vorstellung wechselnder Ansichten der Gegenstände in denselben, welche durch alltägliche Erfahrung und Uebung erworben wird, von dieser Anschauung nicht verlangt werden, sondern nur, dass überhaupt, wenn auch langsam und durch Ueberlegung die ihnen entsprechende Reihe der Sinneseindrücke vollständig und widerspruchslos zu finden sei. Wir stossen übrigens auf ganz ebenso grosse und ähnliche Schwierigkeiten des Vorstellens, wenn wir uns die Führung eines in einen verwickelten Knoten geschlungenen Fadens, oder ein vielflächiges Krystallmodell oder ein Gebäude von verwickeltem Bauplan vorstellen wollen, ohne es gesehen zu haben, obgleich die Anschaubarkeit dieser letzteren Gebilde durch thatsächliche Anschauung erwiesen werden kann.

Leider hat Herr Professor Land nicht erklärt, ob er gegen meine Definition des Vorstellbaren etwas einzuwenden habe, hat auch selbst keine Definition dafür aufgestellt, obgleich er

mehrere Male andeutet, dass er sich etwas Anderes unter Anschaubarkeit denke. So S. 41: „We do not find that they (non — Euclideans) succeed on this (making metamathematal spaces imaginable) unless the notion of imaginability be stretched far beyond what Kantians and others understand by the word.“ Ebendaselbst behauptet er, nur das, was zusammenhängend in unserem Raume construirt werden könne, dürfe als „imagined“ betrachtet werden. Dann S. 45: „...non—Euclideans try to make imaginable that which is not so in the sense required for argumentation in this case.“ Wenn unter Argumentation hier verstanden werden soll die Erörterung der Frage, ob unsere Ueberzeugung von der thatsächlichen Richtigkeit der Axiome des Euklides in unserer objectiven Welt einen Schluss auf ihren Ursprung a priori berechtige, meine ich, dass gerade die von mir oben aufgestellte Definition der Anschaubarkeit die einzig entscheidende sei. Wenn man von vornherein definirt: „als räumlich anschaulich gilt nur, wovon ich ein Modell thatsächlich mit wirklichen Körpern ausführen lassen kann“, dann ist jede Erörterung über unsere Streitfrage allerdings abgeschnitten; dann giebt aber die durch eine solche Definition gesetzte alleinige Anschaulichkeit des Euklidischen Raumes auch nicht die geringste Entscheidung dafür, ob ihr Ursprung in einem Gesetz der objectiven Welt zu suchen sei oder ob sie in der Organisation unseres Geistes begründet sei. Auch glaube ich nicht, dass Hr. Professor Land die Forderung in diesem Sinne, den seine Worte allerdings ausdrücken, verstanden wissen will. Ich kann nur nicht erkennen, dass er etwas Anderes vermisst, als die durch millionenfach wiederholte Anschauung ähnlicher Verhältnisse bedingte Leichtigkeit und Bereitwilligkeit, mit der die verschiedenen Ansichten des verlangten Objectes in der Phantasie auftauchen.

Die Thatsache übrigens, dass Lobatschewsky auf rein synthetischem Wege, also mit Hülfe vorgestellter geometrischer Constructionen ein vollständiges und mit den Ergebnissen der analytischen Untersuchung genau übereinstimmendes System der pseudosphärischen Geometrie ausgearbeitet hat, zeigt, dass diese letztere auch in allen ihren Einzelheiten durch Anschauung aufgefasst werden kann.

Was die Anwendung der analytischen Methoden bei den metamathematischen Untersuchungen betrifft, so ist diese vollkommen gerechtfertigt, da es sich hier um die Vorstellung eines nur wahrgenommenen Objectes handelt, dessen Begriff, gleichsam dessen architektonischer Plan zunächst festgestellt, als widerspruchslos nachgewiesen und so weit nach seinen Einzelheiten erörtert werden muss, dass für jeden einzelnen Fall sich ergiebt, welche Anschauungsbilder dasselbe unter den entsprechenden Bedingungen hervorrufen würde. Diese begriffsmässige Entwickelung des Grundplanes geschieht nun am zweckmässigsten und vollständigsten mittels der Methoden der analytischen Geometrie, weil sie die Vollständigkeit und Allgemeingiltigkeit des Beweises am meisten sichern. Der Zweck des ganzen Verfahrens ist schliesslich nur, die Lagenverhältnisse der einzeln beobachtbaren Punkte zu den wechselnden Stellungen des Beobachters auffindbar zu machen, soweit diese Lagenverhältnisse auf die Sinnesempfindungen Einfluss haben. Dies geschieht am einfachsten durch Beltrami's Modell.

Da die Raumverhältnisse der metamathematischen Räume von drei Dimensionen den Bedingungen der Anschaulichkeit entsprechen, welche die von mir gegebene Definition festsetzt, und mehreres von der Anschauung nie angeschauter Objecte nicht verlangt werden kann, so ist Kant's Beweisgrund für die transcendente Natur der Axiome und ihren Ursprung a priori nicht als ausreichend anzuerkennen.[1])

II.

Ich will hier die Folgerungen entwickeln, zu denen wir gedrängt würden, wenn Kant's Hypothese von dem transcendentalen Ursprunge der geometrischen Axiome richtig wäre, und erörtern, welchen Werth alsdann diese unmittelbare Kenntniss der Axiome für unsere Beurtheilung der Verhältnisse der objectiven Welt haben würde.[2])

1) Dieser erste Abschnitt ist später in meiner Rectoratsrede „Ueber die Thatsachen in der Wahrnehmung" Berlin 1879 weiter ausgeführt worden.

2) Also, um neue Missverständnisse zu verhüten, wie sie bei Hrn. A. Krause l. c. S. 84 vorkommen: nicht ich bin es, „der einen tran-

§ 1.

Ich werde in diesem ersten Abschnitte zunächst in der realistischen Hypothese stehen bleiben und deren Sprache reden, also annehmen, dass die Dinge, welche wir objectiv wahrnehmen, reell bestehen und auf unsere Sinne wirken. Ich thue dies zunächst nur, um die einfache und verständliche Sprache des gewöhnlichen Lebens und der Naturwissenschaft reden zu können und dadurch den Sinn dessen, was ich meine, auch für Nichtmathematiker verständlich auszudrücken. Ich behalte mir vor im folgenden Paragraphen die realistische Hypothese fallen zu lassen und die entsprechende Auseinandersetzung in abstracter Sprache und ohne jede besondere Voraussetzung über die Natur des Realen zu wiederholen.

Zunächst müssen wir von derjenigen Gleichheit oder Congruenz der Raumgrössen, wie sie der gemachten Annahme nach aus transcendenter Anschauung fliessen könnte, diejenige Gleichwerthigkeit derselben unterscheiden, welche durch Messung mit physischen Hülfsmitteln zu constatiren ist.

Physisch gleichwerthig nenne ich Raumgrössen, in denen unter gleichen Bedingungen und in gleichen Zeitabschnitten die gleichen physikalischen Vorgänge bestehen und ablaufen können. Der unter geeigneten Vorsichtsmaassregeln am häufigsten zur Bestimmung physisch gleichwerthiger Raumgrössen gebrauchte Process ist die Uebertragung starrer Körper, wie der Cirkel und Maassstäbe, von einem Ort zum anderen. Uebrigens ist es ein ganz allgemeines Ergebniss aller unserer Erfahrungen, dass, wenn die Gleichwerthigkeit zweier Raumgrössen durch irgend welche dazu ausreichende Methode physikalischer Messung erwiesen worden ist, dieselben sich auch allen anderen bekannten physikalischen Vorgängen gegenüber als gleichwerthig erweisen. Physikalische Gleichwerthigkeit ist also eine vollkommen bestimmte eindeutige objective Eigenschaft der Raum-

---

scendentalen Raum mit ihm eigenen Gesetzen kennt", sondern ich suche hier die Consequenzen aus der von mir für unerwiesen und unrichtig betrachteten Hypothese Kant's zu ziehen, wonach die Axiome durch transcendentale Anschauung gegebene Sätze sein sollen, um nachzuweisen, dass eine auf solcher Anschauung beruhende Geometrie unnütz und unanwendbar sein würde.

grössen, und offenbar hindert uns nichts durch Versuche und Beobachtungen zu ermitteln, wie physikalische Gleichwerthigkeit eines bestimmten Paares von Raumgrössen abhängt von der physikalischen Gleichwerthigkeit anderer Paare solcher Grössen. Dies würde uns eine Art von Geometrie geben, die ich einmal für den Zweck unserer gegenwärtigen Untersuchung physische Geometrie nennen will, um sie zu unterscheiden von der Geometrie, die auf die hypothetisch angenommene transcendentale Anschauung des Raumes gegründet wäre. Eine solche rein und absichtlich durchgeführte physische Geometrie würde offenbar möglich sein und vollständig den Charakter einer Naturwissenschaft haben.

Schon deren erste Schritte würden uns auf Sätze führen, welche den Axiomen entsprächen, wenn nur statt der transcendentalen Gleichheit der Raumgrössen ihre physische Gleichwerthigkeit gesetzt wird.

Sobald wir nämlich eine passende Methode gefunden hätten, um zu bestimmen, ob die Entfernungen je zweier Punktpaare einander gleich (d. h. physisch gleichwerthig) sind, würden wir auch den besonderen Fall unterscheiden können, wo drei Punkte a, b, c so liegen, dass ausser b kein zweiter Punkt zu finden ist, der dieselben Entfernungen von a und b hätte wie b. Wir sagen in diesem Falle, dass die drei Punkte in gerader Linie liegen.

Wir würden dann im Stande sein, drei Punkte A, B, C zu suchen, die alle drei gleiche Entfernungen von einander haben, also die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks darstellen. Dann könnten wir zwei neue Punkte suchen b und c, beide gleichweit von A entfernt, und b mit A und B, c mit A und C in gerader Linie liegend. Alsdann entstände die Frage: Ist das neue Dreieck Abc auch gleichseitig wie ABC; ist also $bc = Ab = Ac$? Die Euklidische Geometrie antwortet ja; die sphärische behauptet $bc > Ab$, wenn $Ab < AB$, und die pseudosphärische $bc < Ab$ unter derselben Bedingung. Schon hier kämen die Axiome zur thatsächlichen Entscheidung.

Ich habe dieses einfache Beispiel gewählt, weil wir dabei nur mit der Messung von Gleichheit oder Ungleichheit der Entfernungen von Punkten, beziehlich mit der Bestimmtheit

oder Unbestimmtheit der Lage gewisser Punkte zu thun haben, und weil gar keine zusammengesetztere Raumgrössen, gerade Linien oder Ebenen construirt zu werden brauchen. Das Beispiel zeigt, dass diese physische Geometrie ihre die Stelle der Axiome einnehmenden Sätze haben würde.

So weit ich sehe, kann es auch für den Anhänger der Kant'schen Theorie nicht zweifelhaft sein, dass es möglich wäre, in der beschriebenen Weise eine rein erfahrungsmässige Geometrie zu gründen, wenn wir noch keine hätten. In dieser würden wir es nur mit beobachtbaren empirischen Thatsachen und deren Gesetzen zu thun haben. Die Wissenschaft, die auf solche Weise gewonnen würde, würde nur insofern eine von der Beschaffenheit der im Raum enthaltenen physischen Körper unabhängige Raumlehre sein, als die Voraussetzung zuträfe, dass physische Gleichwerthigkeit immer für alle Arten physischer Vorgänge gleichzeitig einträfe.

Aber Kant's Anhänger behaupten, dass es neben einer solchen physischen auch eine reine Geometrie gebe, die allein auf transcendentale Anschauung gegründet sei, und dass diese in der That diejenige Geometrie sei, die bisher wissenschaftlich entwickelt wurde. Bei dieser hätten wir es gar nicht mit physischen Körpern und deren Verhalten bei Bewegungen zu thun, sondern wir könnten, ohne durch Erfahrung von solchen irgend etwas zu wissen, durch innere Anschauung uns Vorstellungen bilden von absolut unveränderlichen und unbeweglichen Raumgrössen, Körpern, Flächen, Linien, die, ohne dass sie jemals durch Bewegung, die nur physischen Körpern zukommt, zur Deckung gebracht würden, doch im Verhältniss der Gleichheit und Congruenz zu einander ständen.[1])

Ich erlaube mir hervorzuheben, dass diese innere Anschauung von Geradheit der Linien, Gleichheit von Entfernungen oder von Winkeln absolute Genauigkeit haben müsste; sonst würden wir durchaus nicht berechtigt sein, darüber zu entscheiden, ob zwei gerade Linien, unendlich verlängert, sich nur einmal, oder auch vielleicht wie grösste Kreise auf der Kugel zweimal schneiden, oder zu behaupten, dass jede gerade

---

1) Land in Mind V. pag. 41. — A. Krause l. c. S. 62.

Linie, welche eine von zwei Parallellinien, mit denen sie in derselben Ebene liegt, schneidet, auch die andere schneiden müsse. Man muss nicht das so unvollkommene Augenmaass für die transcendentale Anschauung unterschieben wollen, welche letztere absolute Genauigkeit fordert.

Gesetzten Falls, wir hätten nun eine solche transcendentale Anschauung von Raumgebilden, ihrer Gleichheit und ihrer Congruenz, und könnten uns durch wirklich genügende Gründe überzeugen, dass wir sie haben, so würde sich allerdings daraus ein System der Geometrie herleiten lassen, welches unabhängig von allen Eigenschaften der physischen Körper wäre, eine reine, transcendentale Geometrie. Auch diese Geometrie würde ihre Axiome haben. Es ist aber klar, auch nach Kant'schen Principien, dass die Sätze dieser hypothetischen reinen Geometrie nicht nothwendig mit denen der physischen übereinzustimmen brauchten, denn die eine redet von Gleichheit der Raumgrössen in innerer Anschauung, die andere von physischer Gleichwerthigkeit. Diese letztere hängt offenbar ab von empirischen Eigenschaften der Naturkörper, und nicht blos von der Organisation unseres Geistes.

Dann wäre also zu untersuchen, ob die beiden besprochenen Arten der Gleichheit nothwendig immer zusammenfallen. Durch Erfahrung ist darüber nicht zu entscheiden. Hat es einen Sinn zu fragen, ob zwei Paare Cirkelspitzen nach transcendentaler Anschauung gleiche oder ungleiche Längen umfassten? Ich weiss damit keinen Sinn zu verbinden, und soweit ich die neueren Anhänger Kant's verstanden habe, glaube ich annehmen zu dürfen, dass auch sie mit Nein antworten würden. Das Augenmaass dürfen wir uns, wie gesagt, hierbei nicht unterschieben lassen.

Könnte nun etwa aus Sätzen der reinen Geometrie gefolgert werden, dass die Entfernungen der beiden Cirkelspitzenpaare gleich gross seien? Dazu müssten geometrische Beziehungen zwischen diesen Entfernungen und anderen Raumgrössen bekannt sein, von welchen letzteren man direct wissen müsste, dass sie im Sinne der transcendentalen Anschauung gleich seien. Da man dies nun direct nie wissen kann, so kann man es auch durch geometrische Schlüsse niemals folgern. Wenn der Satz,

dass beide Arten räumlicher Gleichheit identisch sind, nicht durch Erfahrungen gefunden werden kann, so müsste er ein metaphysischer Satz sein und einer Denknothwendigkeit entsprechen. Dann würde eine solche aber nicht nur die Form empirischer Erkenntnisse, sondern auch ihren Inhalt bestimmen — wie zum Beispiel bei der oben angeführten Construction zweier gleichseitiger Dreiecke — eine Folgerung, welche Kant's Principien geradezu widersprechen würde. Dann würde das reine Anschauen und Denken mehr leisten, als Kant zuzugeben geneigt ist.

Gesetzten Falls endlich, dass die physische Geometrie eine Reihe allgemeiner Erfahrungssätze gefunden hätte, die mit den Axiomen der reinen Geometrie gleichlautend wären, so würde daraus höchstens folgen, dass die Uebereinstimmung zwischen physischer Gleichwerthigkeit der Raumgrössen und ihrer Gleichheit in reiner Raumanschauung eine zulässige Hypothese sei, die zu keinem Widerspruche führt. Sie würde aber nicht die einzig mögliche Hypothese sein. Der physische Raum und der Raum der Anschauung könnten sich zu einander auch verhalten wie der wirkliche Raum zu seinem Abbild in einem Convexspiegel.[1])

Dass die physische Geometrie und die transcendentale nicht nothwendig übereinzustimmen brauchen, geht daraus hervor, dass wir sie uns thatsächlich als nicht übereinstimmend vorstellen können.

Die Art, wie eine solche Incongruenz zur Erscheinung kommen würde, ergiebt sich schon aus dem, was ich in meinem früheren Aufsatze[2]) auseinandergesetzt habe. Nehmen wir an, dass die physikalischen Messungen einem pseudosphärischen Raume entsprächen. Der sinnliche Eindruck von einem solchen bei Ruhe des Beobachters und der beobachteten Objecte würde derselbe sein, als wenn wir Beltrami's kugeliges Modell im Euklidischen Raume vor uns hätten, wobei der Beobachter sich im Mittelpunkt befände. Sowie aber der Beobachter seinen Platz wechselte, würde das Centrum der Projectionskugel mit

1) S. meine Populären Vorträge Heft III.
2) Populäre Vorträge Heft III.

dem Beobachter wandern müssen und die ganze Projection sich verschieben. Für einen Beobachter, dessen Raumanschauungen und Schätzungen von Raumgrössen entweder aus transcendentaler Anschauung oder als Resultat der bisherigen Erfahrung im Sinne der Euklidischen Geometrie gebildet wären, würde also der Eindruck entstehen, dass, sowie er selbst sich bewegt, auch alle von ihm gesehenen Objecte sich in einer bestimmten Weise verschieben und nach verschiedenen Richtungen verschieden sich dehnen und zusammenziehen. In ähnlicher Weise, nur nach qualitativ abweichenden Verhältnissen sehen wir auch in unserer objectiven Welt die perspectivische relative Lage und die scheinbare Grösse der Objecte von verschiedener Entfernung wechseln, sowie der Beobachter sich bewegt. Wie wir nun thatsächlich im Stande sind, aus diesen wechselnden Gesichtsbildern zu erkennen, dass die Objecte rings um uns ihre relative gegenseitige Lage und Grösse nicht verändern, so lange die perspectivischen Verschiebungen genau dem in der bisherigen Erfahrung bewährten Gesetze entsprechen, welchem sie bei ruhenden Objecten unterworfen sind, wie wir dagegen bei jeder Abweichung von diesem Gesetze auf Bewegung der Objecte schliessen, so würde, wie ich selbst, als Anhänger der empiristischen Theorie der Wahrnehmung, glaube voraussetzen zu dürfen, auch Jemand, der aus dem Euklidischen Raum in den pseudosphärischen überträte, anfangs zwar Scheinbewegungen der Objecte zu sehen glauben, aber sehr bald lernen, seine Schätzung der Raumverhältnisse den neuen Bedingungen anzupassen.

Dies letztere ist aber eine Voraussetzung, die nur nach der Analogie dessen, was wir sonst von den Sinneswahrnehmungen wissen, gebildet ist und durch den Versuch nicht geprüft werden kann. Nehmen wir also an, die Beurtheilung der Raumverhältnisse bei einem solchen Beobachter könnte nicht mehr geändert werden, weil sie mit angeborenen Formen der Raumanschauung zusammenhinge, so würde derselbe doch schnell ermitteln, dass die Bewegungen, die er zu sehen glaubt, nur Scheinbewegungen sind, da sie immer wieder zurückgehen, wenn er selbst sich auf seinen ersten Standpunkt zurückbegiebt; oder ein zweiter Beobachter würde constatiren können, dass Alles

in Ruhe bleibt, während der erste den Ort wechselt. Wenn also vielleicht auch nicht vor der unreflectirten Anschauung, würde doch bald vor der wissenschaftlichen Untersuchung sich herausstellen können, welches die physikalisch constanten Raumverhältnisse sind, etwa so wie wir selbst durch wissenschaftliche Untersuchungen wissen, dass die Sonne feststeht und die Erde rotirt, trotzdem der sinnliche Schein fortbesteht, dass die Erde stillsteht und die Sonne in 24 Stunden einmal um sie herumläuft.

Dann aber würde diese ganze vorausgesetzte transcendentale Anschauung a priori in den Rang einer *Sinnestäuschung*, eines *objectiv falschen Scheines* herabgesetzt werden, von der wir uns zu befreien und die wir zu vergessen suchen müssten, wie es bei der scheinbaren Bewegung der Sonne der Fall ist. Es würde dann ein Widerspruch sein zwischen dem, was nach der angeborenen Anschauung als räumlich gleichwerthig erscheint, und dem, was in den objectiven Phänomenen sich als solches erweist. Unser ganzes wissenschaftliches und praktisches Interesse würde an das letztere geknüpft sein. Die transcendentale Anschauungsform würde die physikalisch gleichwerthigen Raumverhältnisse nur so darstellen, wie eine ebene Landkarte die Oberfläche der Erde, sehr kleine Stücke und Streifen richtig, grössere dagegen nothwendig falsch. Es würde sich dann nicht blos um die *Erscheinungsweise* handeln, die ja nothwendig eine Modification des darzustellenden Inhalts bedingt, sondern darum, dass die Beziehungen zwischen Erscheinung und Inhalt, die für engere Grenzen Uebereinstimmung zwischen beiden herstellen, auf weitere Grenzen ausgedehnt einen *falschen Schein* geben würden.

Die Folgerung, welche ich aus diesen Betrachtungen ziehe, ist diese: Wenn es wirklich eine uns angeborene und unvertilgbare Anschauungsform des Raumes mit Einschluss der Axiome gäbe, so würden wir zu ihrer objectiven wissenschaftlichen Anwendung auf die Erfahrungswelt erst berechtigt sein, wenn durch Beobachtung und Versuch constatirt wäre, dass die nach der vorausgesetzten transcendentalen Anschauung gleichwerthigen Raumtheile auch physikalisch gleichwerthig seien. Diese Bedingung trifft zusammen mit *Riemann's* Forderung, dass

das Krümmungsmaass des Raumes, in dem wir leben, empirisch durch Messung bestimmt werden müsse.

Die bisher ausgeführten Messungen dieser Art haben keine merkliche Abweichung des Werthes dieses Krümmungsmaasses von Null ergeben. Als thatsächlich richtig innerhalb der bis jetzt erreichten Grenzen der Genauigkeit des Messens können wir die Euklidische Geometrie also allerdings ansehen.

III.

Die Erörterungen des zweiten Abschnittes blieben ganz im Gebiete des objectiven und des realistischen Standpunktes des Naturforschers, wobei die begriffliche Fassung der Naturgesetze der Endzweck ist, und die Kenntniss durch Anschauung nur eine erleichternde Hülfe, beziehlich ein zu beseitigender falscher Schein.

Herr Professor Land glaubt nun, dass ich bei meinen Auseinandersetzungen die Begriffe des Objectiven und des Reellen verwechselt hätte, dass bei meiner Behauptung, die geometrischen Sätze könnten an der Erfahrung geprüft und durch sie bestätigt werden, unbegründeter Weise vorausgesetzt sei (Mind. V. pag. 47): „that empirical knowledge is acquired by simple importation or by counterfeit, and not by peculiar operations of the mind, sollicited by varied impulses from an unknown reality.“ Wenn Herr Professor Land meine Arbeiten über Sinnesempfindungen gekannt hätte, würde er gewusst haben, dass ich selbst mein Leben lang gegen eine solche Voraussetzung, wie er mir unterschiebt, gekämpft habe. Ich habe von dem Unterschiede des Objectiven und Reellen in meinem Aufsatze nicht gesprochen, weil mir in der vorliegenden Untersuchung gar kein Gewicht auf diesen Unterschied zu fallen schien. Um diese meine Meinung zu begründen, wollen wir jetzt, was in der realistischen Ansicht hypothetisch ist, fallen lassen und nachweisen, dass die bisher aufgestellten Sätze und Beweise auch dann noch einen vollkommen richtigen Sinn haben, dass man auch dann noch nach der physischen Gleichwerthigkeit von Raumgrössen zu fragen und darüber durch Erfahrung zu entscheiden berechtigt ist.

Die einzige Voraussetzung, welche wir festhalten, ist die

des Causalgesetzes, dass nämlich die mit dem Charakter der Wahrnehmung in uns zu Stande kommenden Vorstellungen nach festen Gesetzen zu Stande kommen, sodass wenn verschiedene Wahrnehmungen sich uns aufdrängen, wir berechtigt sind, daraus auf Verschiedenheit der reellen Bedingungen zu schliessen, unter denen sie sich gebildet haben. Uebrigens wissen wir über diese Bedingungen selbst, über das eigentlich Reelle, was den Erscheinungen zu Grunde liegt, nichts; alle Meinungen, die wir sonst darüber hegen mögen, sind nur als mehr oder minder wahrscheinliche Hypothesen zu betrachten. Die vorangestellte Voraussetzung dagegen ist das Grundgesetz unseres Denkens; wenn wir sie aufgeben wollten, so würden wir damit überhaupt darauf Verzicht leisten, diese Verhältnisse denkend begreifen zu können.

Ich hebe hervor, dass über die Natur der Bedingungen, unter denen Vorstellungen entstehen, hier gar keine Voraussetzungen gemacht werden. Ebenso gut, wie die realistische Ansicht, deren Sprache wir bisher gebraucht haben, wäre zulässig die Hypothese des subjectiven Idealismus. Wir könnten annehmen, dass all unser Wahrnehmen nur ein Traum sei, wenn auch ein in sich höchst consequenter Traum, in dem sich Vorstellung aus Vorstellung nach festen Gesetzen entwickelte. In diesem Falle würde der Grund, dass eine neue scheinbare Wahrnehmung eintritt, nur darin zu suchen sein, dass in der Seele des Träumers die Vorstellung bestimmter anderer Wahrnehmungen und etwa auch die Vorstellung von eigenen Willensimpulsen bestimmter Art vorausgegangen sind. Was wir in der realistischen Hypothese Naturgesetze nennen, würden in der idealistischen Gesetze sein, welche die Folge der mit dem Charakter der Wahrnehmung auf einander folgenden Vorstellungen regeln.

Nun finden wir als Thatsache des Bewusstseins, dass wir wahrzunehmen glauben Objecte, die sich an bestimmten Orten im Raume befinden; dass ein Object an einem bestimmten besonderen Orte erscheint und nicht an einem anderen, wird abhängen müssen von der Art der realen Bedingungen, welche die Vorstellung hervorrufen. Wir müssen schliessen, dass andere reale Bedingungen hätten vorhanden sein müssen, um zu be-

wirken, dass die Wahrnehmung eines anderen Ortes des gleichen Objectes eintrete. Es müssen also in dem Realen irgend welche Verhältnisse oder Complexe von Verhältnissen bestehen, welche bestimmen, an welchem Ort im Raume uns ein Object erscheint. Ich will diese, um sie kurz zu bezeichnen, topogene Momente nennen. Von ihrer Natur wissen wir nichts; wir wissen nur, dass das Zustandekommen räumlich verschiedener Wahrnehmungen eine Verschiedenheit der topogenen Momente voraussetzt.

Daneben muss es im Gebiete des Realen andere Ursachen geben, welche bewirken, dass wir zu verschiedener Zeit am gleichen Orte verschiedene stoffliche Dinge von verschiedenen Eigenschaften wahrzunehmen glauben. Ich will mir erlauben, diese mit dem Namen der hylogenen Momente zu bezeichnen. Ich wähle diese neuen Namen, um alle Einmischung von Nebenbedeutungen abzuschneiden, die sich an gebräuchliche Worte knüpfen könnten.

Wenn wir nun irgend Etwas wahrnehmen und behaupten, was eine gegenseitige Abhängigkeit von Raumgrössen aussagt, so ist zweifelsohne der thatsächliche Sinn einer solchen Aussage nur der, dass zwischen gewissen topogenen Momenten, deren eigentliches Wesen uns aber unbekannt bleibt, eine gewisse gesetzmässige Verbindung stattfindet, deren Art uns ebenfalls unbekannt ist. Eben deshalb sind Schopenhauer und viele Anhänger von Kant zu der unrichtigen Folgerung gekommen, dass in unseren Wahrnehmungen räumlicher Verhältnisse überhaupt kein realer Inhalt ist, dass der Raum und seine Verhältnisse nur transcendentaler Schein seien, ohne dass irgend etwas Wirkliches ihnen entspricht. Wir sind aber jedenfalls berechtigt, auf unsere räumlichen Wahrnehmungen dieselben Betrachtungen anzuwenden wie auf andere sinnliche Zeichen, z. B. die Farben. Blau ist nur eine Empfindungsweise; dass wir aber zu einer gewissen Zeit in einer bestimmten Richtung Blau sehen, muss einen realen Grund haben. Sehen wir zu anderer Zeit dort Roth, so muss dieser reale Grund verändert sein.

Wenn wir beobachten, dass verschiedenartige physikalische Processe in congruenten Räumen während gleicher Zeitperioden

verlaufen können, so heisst dies, dass im Gebiete des Realen gleiche Aggregate und Folgen gewisser hylogener Momente zu Stande kommen und ablaufen können in Verbindung mit gewissen bestimmten Gruppen verschiedener topogener Momente, solcher nämlich, die uns die Wahrnehmung physisch gleichwerthiger Raumtheile geben. Und wenn uns dann die Erfahrung belehrt, dass jede Verbindung oder jede Folge hylogener Momente, die in Verbindung mit der einen Gruppe topogener Momente bestehen oder ablaufen kann, auch mit jeder physikalisch äquivalenten Gruppe anderer topogener Momente möglich ist, so ist dies jedenfalls ein Satz, der einen reellen Inhalt hat, und die topogenen Momente beeinflussen unzweifelhaft den Ablauf realer Processe.

In dem oben gegebenen Beispiel mit den zwei gleichseitigen Dreiecken handelt es sich nur 1) um Gleichheit oder Ungleichheit, d. h. physische Gleichwerthigkeit oder Nicht-Gleichwerthigkeit von Punktabständen, 2) um Bestimmtheit oder Nicht-Bestimmtheit der topogenen Momente gewisser Punkte. Diese Begriffe von Bestimmtheit und von Gleichwerthigkeit in Beziehung auf gewisse Folgen können aber auch auf Objecte von übrigens ganz unbekanntem Wesen angewendet werden. Ich schliesse daraus, dass die Wissenschaft, welche ich physische Geometrie genannt habe, Sätze von realem Inhalt enthält, und dass ihre Axiome bestimmt werden nicht von blossen Formen des Vorstellens, sondern von Verhältnissen der realen Welt.

Dies berechtigt uns noch nicht, die Annahme einer Geometrie, die auf transcendentale Anschauung gegründet ist, für unmöglich zu erklären. Man könnte z. B. annehmen, dass eine Anschauung von der Gleichheit zweier Raumgrössen ohne physische Messung unmittelbar durch die Einwirkung der topogenen Momente auf unser Bewusstsein hervorgebracht werde, dass also gewisse Aggregate topogener Momente auch in Bezug auf eine psychische, unmittelbar wahrnehmbare Wirkung äquivalent sein. Die ganze Euklidische Geometrie lässt sich herleiten aus der Formel, welche die Entfernung zweier Punkte als Function ihrer rechtwinkligen Coordinaten giebt. Nehmen wir an, dass die Intensität dieser psychischen Wirkung, deren Gleichheit als Gleichheit der Entfernung zweier Punkte im Vorstellen

erscheint, in derselben Weise von irgend welchen drei Functionen der topogenen Momente jedes Punktes abhängt, wie die Entfernung im Euklidischen Raume von den drei Coordinaten eines jeden, so müsste das System der reinen Geometrie eines solchen Bewusstseins die Axiome des Euklid erfüllen, wie auch übrigens die topogenen Momente der reellen Welt und ihre physische Aequivalenz sich verhielten. Es ist klar, dass in diesem Falle die Frage der Uebereinstimmung zwischen psychischer und physischer Gleichwerthigkeit der Raumgrössen nicht allein aus der Form der Anschauung entschieden werden könnte, und wenn sich Uebereinstimmung herausstellen sollte, so wäre diese als ein Naturgesetz, oder wie ich es in meinem populären Vortrage bezeichnet habe, als eine prästabilirte Harmonie zwischen der Vorstellungswelt und der reellen Welt aufzufassen, ebenso gut, wie es auf Naturgesetzen beruht, dass die von einem Lichtstrahl beschriebene gerade Linie mit der von einem gespannten Faden gebildeten zusammenfällt.

Ich meine damit gezeigt zu haben, dass die Beweisführung, die ich in § 1 in der Sprache der realistischen Hypothese gegeben habe, sich auch ohne deren Voraussetzungen giltig erweist.

Wenn wir die Geometrie auf Thatsachen der Erfahrung anwenden wollen, wo es sich immer nur um physische Gleichwerthigkeit handelt, können nur die Sätze derjenigen Wissenschaft angewendet werden, die ich als physische Geometrie bezeichnet habe. Wer die Axiome aus der Erfahrung herleitet, dem ist unsere bisherige Geometrie in der That physische Geometrie, die sich nur auf eine grosse Menge planlos gesammelter, statt auf ein System methodisch durchgeführter Erfahrungen stützt. Zu erwähnen ist übrigens, dass dies schon die Ansicht von Newton war, der in der Einleitung zu den „Principia" erklärt: „Geometrie selbst hat ihre Begründung in mechanischer Praxis und ist in der That nichts Anderes als derjenige Theil der gesammten Mechanik, welcher die Kunst des Messens genau feststellt und begründet."

Dagegen ist die Annahme einer Kenntniss der Axiome aus transcendentaler Anschauung:

1) eine unerwiesene Hypothese;

2) eine unnöthige Hypothese, da sie nichts in unserer

thatsächlichen Vorstellungswelt zu erklären vorgiebt, was nicht auch ohne ihre Hilfe erklärt werden könnte;

3) eine für die Erklärung unserer Kenntniss der wirklichen Welt gänzlich unbrauchbare Hypothese, da die von ihr aufgestellten Sätze auf die Verhältnisse der wirklichen Welt immer erst angewendet werden dürfen, nachdem ihre objective Giltigkeit erfahrungsmässig geprüft und festgestellt worden ist.

Kant's Lehre von den a priori gegebenen Formen der Anschauung ist ein sehr glücklicher und klarer Ausdruck des Sachverhältnisses; aber diese Formen müssen wirklich inhaltsleer und frei genug sein, um jeden Inhalt, der überhaupt in die betreffende Form der Wahrnehmung eintreten kann, aufzunehmen. Die Axiome der Geometrie aber beschränken die Anschauungsform des Raumes so, dass nicht mehr jeder denkbare Inhalt darin aufgenommen werden kann, wenn überhaupt Geometrie auf die wirkliche Welt anwendbar sein soll. Lassen wir sie fallen, so ist die Lehre von der Transcendentalität der Anschauungsform des Raumes ohne allen Anstoss. Hier ist Kant in seiner Kritik nicht kritisch genug gewesen; aber freilich handelte es sich dabei um Lehrsätze aus der Mathematik, und dies Stück kritischer Arbeit musste durch die Mathematiker erledigt werden.

Physiologie.

Digitized by Google

image
not
available

LXXX.

De Fabrica Systematis nervosi Evertebratorum.

Inaugural-Dissertation zum 11. Nov. 1842.

De partibus elementaribus.

Partes elementares systematis nervosi in animalibus ever- 5
tebratis eaedem sunt atque in vertebratis, fibrillae et globuli gangliorum. Fibrillae funiculos componunt ganglia conjungentes, et nervos ad omnes corporis partes decurrentes, praeterea etiam in gangliis inveniuntur inter globulos gangliosos sitae. E corpore vivo vel vix mortuo desumtae, sunt cylindricae, pellucidae, ut nulla in iis structura subtilior cognosci possit; simplices decurrunt per nervos, nunquam in ramos dividuntur neque in nervis simplicibus neque in plexibus nervorum, id quod Valentin in nervis intestinalibus astaci perspici posse demonstravit. Crassitudo earum diversa per diversa bestiarum genera; major in astacis (ad 0,008‴), minor in hirudinibus (0,003‴), minima in insectis et arachnodis. Compositae sunt membrana externa simplici et materia quadam liquida, in illa contenta, id quod perspicitur compressione nervorum; restant enim membranae, materia autem e finibus dissectis effluit, ibique aut fila irregularia aut flocculos et granula format, eodem modo ac illa in vertebratorum nervis contenta. Inter- 6
posita est hisce fibrillis nerveis tela cellulosa sive coniunctiva, fibrillis undulatis composita, quae modo in fasciculos modo in membranas complectuntur, et quibus in nonnullis bestiis, ut in astaco fluviatili, nuclei adjacent.

Fibrillarum nervearum natura inter omnes clarissime in astaco fluviatili cognoscitur, et quia ipsae majores sunt, et

quia minus firme inter se membranis telae conjunctivae conjunguntur. Si nervum majorem vel funiculum nerveum e bestia viva desumtum, cito, nulla aqua addita, in lamina vitrea positum acubus dilaceras, fibrillas nerveas, quales descripsi, videbis. Aqua autem addita, vel bestia jam diutius mortua, fibrillae redduntur irregulares, leviter rugosae, et parvis olei guttulis aspersae videntur. Quae mutatio, quamquam non tanta est, quanta in vertebratis, tamen efficit, ut complurium fibrillarum fasciculus minus sit pellucidus. Praeter eas magnam filorum telae conjunctivae copiam, tenuium, undulatorum invenies, quae eadem directione ac fibrillae nerveae decurrentes, partim iis tantummodo interposita sunt, partim lineae spiralis modo eas circumdant. Mixtae sunt globulis rotundis, paullulum flavescentibus, quos quum in omnibus membranis conjunctivis, in tela cellulosa pinguedinis cellulas continente invenerim, nucleos telae conjunctivae esse puto. Denique inveniuntur tubuli majores, simplici membrana formati, eadem directione ac fibrillae nerveae decurrentes, quorum parietibus globuli elliptici granulati intexti sunt, quos tubulos vasa sanguifera esse conjicio.
7 Si acido acetico imbuuntur nervi, fibrillae nerveae paullulum eo mutantur, fila autem conjunctiva tam pellucida redduntur, ut evanescant paene. In ceteris animalibus evertebratis non successit mihi, ut in nervis dilaceratis fibrillas singulas, plane liberas perspicerem; discernuntur autem in nervis compressis et in ramulis minoribus, paucas fibrillas continentibus, id quod facilius redditur, si acido acetico addito, telam conjunctivam clariorem facis. Praecipue in hirudinibus et molluscis ita fibrillarum crassitudinem et formam perspici licet, in insectis autem difficilius est ob teneritatem structurae et claritatem totius massae majorem et tracheas tenuissimas intextas. Interdum in gangliis quoque dilaceratis minorem fibrillae partem inveni. In hisce bestiis fila conjunctiva minus inter se sejuncta sunt, quam in astacis, magis ad membranas contexta, multo tenuiora, nucleis carentia, undulata. Fibrillas nerveas alias cinereis nervorum organicorum vertebratorum similes non inveni, nisi iis fila telae conjunctivae comparamus, inter fibrillas nerveas sitas, Valentini opinionem sequentes.

Globuli gangliosi animalium evertebratorum iis simillimi

sunt, qui in gangliis nervi sympathici vertebratorum inveniuntur, varii quidem in variis bestiarum generibus, omnes tamen ad unam rationem conformati. Sunt cellulae, membrana simplici circumdatae, liquore quodam granuloso repletae, in quo nucleus rotundus situs est, granula plerumque complura et nucleolum continens. Conjunguntur inter se et obducuntur singulae cellulae filis telae conjunctivae, ita plerumque decur- 8
rentibus, ut a fibrillis nerveis veniant, totam cellulam circumdent, et in fasciculum congregata ab altero cellulae latere ad partes vicinas transeant. Praeter hanc telam conjunctivam cuique cellulae membrana est propria simplex, in qua nulla structura penitior perspici potest, id quod facile cognoscitur in cellulis astaci et molluscorum diutius in aqua versatis, quae imbibita membranam a materia contenta sejungit. Quae materia etiam in cellulis recenter e bestia viva desumtis, semper granulis tenuissimis abundat; membranis cellularum diruptis effluit, neque aquae commiscetur, sed in coagula irregularia conformatur. In bestiis nonnullis variis pigmentis colorata est, ut in lepidopterum larvis fusco, in limnaea et planorbi rubro; quae pigmenta aqua solvuntur; dirupta enim membrana cellulae materia granulosa non colorata circa nucleum remanet. Nucleus in aliis animalibus granulis grossioribus quam cellula impletus est, ut in molluscis, astaco fluviatili, inter quae nucleolus interdum difficilius cognoscitur, in aliis clarus est et solum nucleolum continet, ut in insectis, hirudinibus. Magnitudo cellularum varia secundum magnitudinem et secundum genus bestiarum. Maximae sunt in astaco (ad 0,05‴), in unione margaritifera, arione empiricorum (ad 0,04‴), minores in hirudinibus (ad 0,03‴), planorbi, limnaea, minimae in insectis, arachnodis (ut in gryllis, scarabaeo stercorario, larva geotrupis nasicornis, aranea domestica ad 0,02—0,027‴). Neque tamen in eadem bestia omnes gangliorum cellulae ejusdem magnitudinis sunt; praeter eas enim, quarum diametrum 9
numeris emetitus sum, inveniuntur bis vel ter minores. Nuclei vel tertia parte (ut in molluscis), vel dimidio (ut in astacis, gryllis), vel ter et quater (ut in insectis plerisque, hirudinibus) sunt cellulis minores.

Forma cellularum duplex est distinguenda; aut enim pro-

cessu carentes rotundae vel ovales sunt, aut processu instructae. Ganglio aliquo hirudinis, arionis, grylli acubus dilacerato, facillime videbis, et in reliquis quoque evertebratis omnibus, paullulum talibus disquisitionibus exercitatus, invenies cellulas alias caudatas, in alia bestia alius formae, quarum caudae finem abruptum esse perspicuum sit, alias ecaudatas, uno marginis loco ita vulneratas, ut ibi diruptum processum esse conjici liceat; alias integras et processu plane carentes. Quae caudae sunt cylindricae, ejusdem latitudinis ac fibrillae nerveae; modo paullatim dilatatae in cellulam transeunt, modo ubique aequales iis insidunt; initium earum paullum continet materiae granulosae, qua cellula repletur, partes distantes fibrillis nerveis sunt simillimae aspectu. Quae disquirens, cave ne in errores hosce incidas. Primum nuclei iis in bestiis, in quibus cellulis paullum sunt minores, ut in molluscis, astaco, cellulis diruptis in aqua libere natantes, facillime cellulae esse putantur. Deinde in astacorum gangliis nuclei telae conjunctivae cellulis interpositae, quum non sint dissimiles aspectu globulis illis parvis substantiae cinereae cerebri, ab eo, qui cellulas gangliosas astaci nondum vidit, facile systemati ner-
10 voso adnumerantur. Nullum igitur globulum cellulam esse putes, nisi aut in eo nucleum et nucleolum perspicias, aut alium simillimum invenies processu instructum. Tum cave, ne fasciculum filorum telae conjunctivae, praesertim ab illo marginis loco abeuntem, qui processui contrarius situs est, processum habeas. Discerni autem eo possunt, quod fasciculus fibrillis undulatis compositus est, plerumque irregularis, acido acetico fere evanescens.

De nervorum et gangliorum fabrica.

Explicatis formis partium elementarium, exponendum est, quomodo eae partes in nervis gangliisque conjunctae sint. Quod ut cognoscamus, quum nonnullae tantummodo bestiae idoneae sint: primum describemus, quae in iis singulis invenerimus, tum rationes, secundum quas exstructum sit systema nervosum evertebratorum, statuere conabimur.

Incipiamus a molluscis, in quibus systema nervosum

minus est complicatum, quam in arthrozois. Aptissimi ex iis sunt limnaeus stagnalis et planorbis corneus, ut cognoscatur, quomodo cellulae gangliosae et fibrillae nerveae in gangliis sitae sint, quia cellularum materia granulosa pigmento laete rubro imbuta est. Invenitur in hisce bestiis annulus nervosus oesophagi initium circumdans, in cujus parte posteriore inferiore quatuor ganglia majora, duo superiora, duo inferiora sita sunt, in lateribus nonnulla minora. Eminent et ipsa ganglia colore rubro, ut facile oculo solo dignosci possint a massa nervorum. Conjuncta sunt inter se funiculis nerveis, et emittunt
nervos ad reliquas corporis partes. Obducuntur membrana 11
satis firma, nigro pigmento tincta: quae si accurate detracta est, integra ganglia sub microscopio perlustrari potes. Praeter hancce alia invenitur membrana pellucida, firmissima, filis telae conjunctivae contexta, quae nervos et ganglia omnia obtegit.

Nervi cujusque fibrillae, ubi ad ganglion aliquod adveniunt, ita dividuntur, ut major earum pars praetereat, et in funiculos distribuatur, quibus illud ganglion cum vicinis conjunctum sit, minor tantum ganglion intret. Quum eodem modo omnes nervi et funiculi nervei dividantur ad ganglion quodque, plexus nervosus efficitur, nervos corporis emittens, cui ganglia apposita sunt iis locis, ubi ramuli complures coalescunt. Gangliorum ipsorum structura optime in gangliis duobus majoribus inferioribus, quae colore rubro intenso prae ceteris eminent, cognoscitur. Sejungas eas ab reliquis, sejunctis detrahas membranam nigricantem, deponas in lamina vitrea, et lamella tenuissima alia detectas, cavens, ne nimis premantur, microscopio perlustreris. Facillime videbis cellulas gangliosas, satis magnas, rubras, caudatas, et caudas earum in ipsos nervos transeuntes, praesertim in nervum majorem, qui ab hisce gangliis ad bestiae cutem muscularem descendit. Ab alio latere idem ganglion adspiciens, invenies alias caudas, in duos funiculos transeuntes, quorum alter ad ganglion superius ejusdem lateris, alter ad inferius contrarii decurrit.

E reliquis molluscis perscrutatus sum arionem empiri-
corum, helicem pomatiam, unionem margaritiferam; 12
attamen quum pigmento rubro cellulae eorum careant, nihil in integris gangliis pro certo cognosci potest.

In hirudinibus vulgaribus, ubi fabrica subtilior gangliorum multo melius perspici potest quam in medicinalibus, quibus Valentin et Ehrenberg usi sunt, ganglia inveniuntur novemdecim, inter abdominis musculos et intestinum sita in ipso vase sanguifero longitudinali inferiore; ganglion primum omnibus reliquis majus, triangulare, basi ad os, apice ad ganglion secundum spectans; cerebrum duabus partibus oblongis compositum, in hirudinibus medicinalibus in medio coalitis, in vulgaribus funiculo brevi conjunctis. Quum ganglia membrana firmissima tecta sint, audacter cultris tunicam nigram vasis sanguiferi dilaceres, ut ea promas; ganglia enim sub instrumentis elabentia non delentur. Recenter promta et levissime compressa, microscopio ea supponas. Sunt lentiformia, emittunt a marginis rotundi quatuor lateribus binos ramos nervosos, latitudine fere pares, ab anteriore et posteriore funiculos, a dextro et sinistro nervos corporis. Et ganglia et nervi neurilemate crasso, fibrillas tenuissimas continente obducuntur, quod in superficie inferiore cujusque ganglii lineis obscuris in sex partes dividitur, duas medias majores, quatuor laterales, quarum anteriores inter binorum nervorum lateralium origines sitae sunt.
13 Haecce divisio non in omnibus gangliis plane aequalis est; interdum enim lobulus posterior medius non ad marginem posteriorem ganglii pergit, ut laterales posteriores post eum se tangant; similibusque differentiis aliis ordo divisionis mutatur, ita tamen, ut eundem ubique adesse perspicuum sit. In faciem superiorem illarum linearum duae tantum pergunt, quibus partes laterales secernuntur, et finiuntur, ubi fibrillae funiculorum supra ganglion decurrunt. Valentin tales lineas inter hasce fibrillas et cellulas gangliosas sitas, effigie depinxit, equidem non vidi. Ganglii abdominalis primi facies inferior et partes externae faciei superioris lineis transversis in partes octo dividuntur, cerebrum utroque in latere in quatuor superiores, quatuor inferiores, hisce in gangliis marginem quoque sulcis incisum et septa lineis affixa vides, quam ob causam Valentin in reliquis quoque gangliis linearum aspectum septis affixis effici concludit.

In superiore ganglii facie fibrillas nerveas transeuntes vides a funiculis anterioribus ad posteriores, quae in marginibus arctius

sibi appositae sunt, in medio ganglio magis dilatatae, ut figuram ovalem conforment, cujus uterque finis in duos ramos ad funiculos descendentes dividitur. Ad latera superficiei superioris cellulas gangliosas invenis arctissime sibi appositas. Microscopii foco paullulum deorsum moto, sub hisce cellulis filamenta nervorum lateralium in medium ganglion transeuntia apparent; confluere quidem videntur cum fibrillis funiculorum, singula autem ab altero ad alterum fasciculum oculis persequi satis certo non potes, quamobrem Valentin dubitat, quin fila 14
nervorum cum funiculis cohaereant. Paullum fortius autem compresso ganglio, ut nonnullae cellulae rumpantur, a quoque funiculo ad utrumque nervum ejusdem lateris filamenta transeuntia, interdum etiam ad latus contrarium, clarissime videbis. In ganglio primo triangulari funiculorum fibrillae in superficie superiore media decurrunt, et per angulos anteriores exeunt; praeterea autem inveniuntur filamenta ad marginem anteriorem transverse extensa; omnibus hisce filamentis et longitudinalibus et transversalibus funiculi componuntur, quibus illud ganglion cum cerebro conjungitur, duplo crassiores reliquorum gangliorum funiculis. Uterque ad faucium latus adscendit, et per cerebri faciem inferiorem decurrens, in medio convenit cum altero et in eum transit. In ganglio postremo funiculorum fibrillae omnes transeunt in nervos caudales.

Gangliorum faciem inferiorem adspiciens, cellulas gangliosas in spatiis eorum separatis ita dispositas videbis, ut alterum latus alteri satis accurate respondeat; sub hisce cellulis filamenta cognosces nervorum et funiculorum praecipue prope illas lineas obscuras decurrere, quare ea inter singulas ganglii partes transire conjiciendum fortasse est. Id quod melius perspici potest in ganglio primo triangulari; ibi enim nervi laterales binis fasciculis componuntur, quorum utrique in fissuram intrant inter bina spatia separata sitam.

Processus cellularum interdum in integro ganglio percipi 15
possunt, at cavendum est, ne alia quadam re oculus decipiatur. Nam aut duae cellulae vicinae marginibus vel se obtegentes vel paullulum distantes, aut fibrillae profundius sitae, quae per massam pellucidam perspici possunt, interdum efficiunt, ut processum adesse putes. Satis magnum gangliorum numerum eam

ob rem perlustratus, tres praecipue locos inveni, ubi processus cellularum persequi potuerim. Primum in lobo anteriore medio interdum cellulae singulae satis magnae processum longum ad nervum lateralem anteriorem demittunt; tum ad latera faciei superioris cellulae minores sitae sunt, quarum processus ad medium ganglion pergere, ibique fibrillis funiculorum admisceri solent, quae cellulae praecipue in ganglio abdominali primo facilius perspiciuntur, ubi minus arcte compositae sunt. Clarius autem quam in gangliis abdominalibus caudae cellularum in nervos transeuntes perspici possunt in cerebro, in cujus latere inferiore fibrillarum nervearum fasciculus decurrit, singulas fibrillas emittens, sursum flexas, in cellulas gangliosas transeuntes, quarum fundus ad superficiem superiorem spectat. Fibrillae e cellulis oriundae partim ad finem internum partim ad externum utriusque lobi cerebralis pergunt. Etsi non in omni cerebro rem ita esse, pro certo statim videre potes ob varium cellularum situm et ordinem: complures tamen perquirens, invenies, in quibus ita videbis, ut dubitare non possis. Interdum, tamen raro in gangliis quoque acubus dilaceratis
16 mihi successit, ut caudas cellularum per fissuram prodeuntium usque ad nervos oculis persequerer.

In mediis lobis lateris inferioris gangliorum cellulae majores sitae sunt, quae dilacerato ganglio, si integrae servatae et partibus circumsitis liberatae sunt, cauda plerumque carent, et circum eas cellulae minores, quarum caudae ad latus superius earum pergere videntur.

Hisce omnibus, quae de hirudinis gangliis experta habemus, collectis, a vero non multum abhorrere videbimur, gangliorum fabricam ita describentes: Ganglii latus inferius septis membranaceis in sex partes separatas divisum est, quae septa non omnia ad latus superius adscendunt, ut ibi spatia illa inferne separata aperta sint. Fibrillarum nervearum alia pars super ganglion decurrit, alia inter septa a funiculis in nervos laterales descendit, alia e funiculis et nervis medium ganglion ingressa, spatia separata intrat, et in cellulas gangliosas transit; quamobrem caudae cellularum plerumque ad medium ganglion spectare videntur. Interpositae sunt hisce cellulis caudatis cellulae ecaudatae majores, quibus illae adjacent.

In lumbricis, julis, oniscis ganglia a membrana obtegente integra liberari non possunt, quare nihil de fabrica eorum compertum habeo.

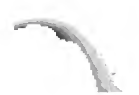
Systema nervorum astaci fluviatilis tredecim gangliis 17
compositum est, quorum unum, cerebrum nominatum, maximum in capitis anteriore parte ante ventriculum et oesophagum positum est. Duobus funiculis longis, qui, ubi oesophago adiacent, paullulum intumescunt, nervosque complures ad eum mittunt, conjunctum est cerebrum cum primo ganglio thoracico quadrangulari paullum minore. Sequuntur quinque ganglia thoracica, quae binis partibus lateralibus composita sunt, demum sex ganglia abdominalia, dimidio fere minora illis, tenuioribusque funiculis conjuncta. E ganglii cujusque latere utroque nervi plerumque bini oriuntur, nonnulli praeterea e funiculis abdominalibus. Materia funiculorum et nervorum est paene pellucida, longitudinaliter striata, qua re multum a gangliis opacis, albescentibus jam primo aspectu differt. Accuratius tractum nervosum solo oculo vel lente vitrea perlustrans, facile cognosces, funiculorum partem supra ganglia subtus apposita nulla intermissione decurrere. Quod quum Newport vidisset, conatus est tractum nervosum astaci marini, spiritu vini induratum ita dissecare, ut funiculi supra ganglia transeuntes a gangliis ipsis sejungerentur, qua methodo tractum in duas partes dividit, alteram superiorem gangliis carentem, alteram inferiorem gangliosam. Nervos e gangliorum lateribus prodeuntes duplici radice componi dicit, altera motoria a funiculis superioribus, altera sensitiva e gangliis oriunda; fatetur tamen, se viam, qua filamenta e funiculis ad nervos perveniant, explorare non potuisse. 18
Equidem iisdem experimentis in astaco fluviatili institutis, cujus tractum nervosum alternis diebus in spiritu vini et kali carbonici solutione conservaveram, similia inveni. Caute detracto neurilemate satis firmo, a media facie inferiore incipiens duas ganglii partes in medio sejunctas ad latera opposita dimovi, quas secutae sunt funiculorum partes inferiores. Ganglio vicino eodem modo tractato, eadum funiculorum pars secuta est, exceptis paucis fibrillis, quae a funiculis superioribus in latus internum ganglii transierunt, et nervorum radices e funiculis

descendentes videntur esse. Interdum filamenta nonnulla funiculorum inferiorum ad massam gangliosam lateris oppositi deflexa sunt; eodemque modo funiculi quoque superiores supra ganglion plexum formant, filamentis nonnullis ab altero ad alterum transeuntibus. Per massam autem gangliosam ego ut Newport filamentorum viam persequi non potui, neque funiculorum inferiorum neque nervorum. Quamobrem nervorum radices superiores gangliis non solum adiacere puto, ut Newport conjecit, sed per ea transire, id quod in hirudinibus et in erucis pro certo cognoscere possumus.

In ganglio abdominali ultimo fibrillae funiculorum distribuuntur in nervos ani et squamarum caudalium; in cerebri autem parte anteriore non transeunt in nervos opticos, quorum fibrillas transverse supra illas decurrere in cerebris paullum compressis perspici potest, quonam autem modo finiantur, videre
10 non potui. Cerebrum astacorum non est ganglion simplex, sed octo lobis compositum, quos Valentin descripsit.

Duo anteriores medii in unum paene coalescunt, nervos opticos ad latera emittunt et funiculos a ganglio thoracico primo venientes, per medium cerebrum transgressos recipiunt; albescunt minus reliquis lobis. Ad utrumque funiculorum latus tres lobi siti sunt, quorum primus minor et secundus major sphaerici, opaci, filamenta nervosa recipiunt e funiculis eo loco, ubi inter se cohaerent, et nervum emittunt in capitis latera adscendentem. Tertius postremus transverse oblongus est; in finem ejus internum filamenta e funiculorum lateribus intrant, ex externa nervus acusticus oritur. Quos lobos facillime perspicis in cerebro e bestia vix mortua amoto et in tabula obscura posito; albedine enim distincti sunt recentes, in spiritu vini autem servati, a nervis aeque albidis discerni non possunt. Fibrillarum vias, quas modo descripsi, et in cerebris recentibus leviter compressis microscopio et in iisdem, spiritus vini ope induratis, cultro cognoscere potes.

Ganglion thoracicum primum pari loborum numero compositum est, qui non ad latera, sed sub funiculis siti sunt. Reliqua ganglia binos lobos habent subtus funiculis appositos, qui in thorace interdum ita distant, ut alter alterum non tangat,



in abdomine autem arctius cohaerent, ut sulcus tantummodo exiguus eos diversos esse indicet.

Partibus inferioribus gangliorum abdominalium, in quibus cellulae sitae sunt, vel cerebri lobis lateralibus primo et secundo 20
paullum compressis, fibrillas nervorum inter cellulas transeuntes perspicere, interdum etiam caudas cellularum iis simillimas aspectu per spatium quater ad sexies longius ipsius cellulae diametro oculis persequi potes. Si fibrillae duae, ad ejusdem cellulae latera decurrentes, in ejus fine conveniunt, interdum te videre putas fibrillam unam circum illam cellulam reflexam; accuratius autem perlustrans, duas adesse cognosces. Ceterum in hisce locis non plures fibrillas cellulis interpositas vidi, quam quot in cellulas transire verisimile esset.

Praeter ganglia tractus abdominalis adsunt minora in plexu nervorum intestinalium. Adscendunt ad ventriculum ramus unus e margine posteriore cerebri et ramuli complures e funiculis primis, eo loco abeuntes, ubi funiculi illi oesophago adjacentes intumescunt, et paullulum massae gangliosae insitum habent. Qui nervi ubi dividuntur, non solum a toto nervo in ramum quemque, sed etiam ab altero ramo ad alterum fibrillae transeunt. Insertae sunt iis, et ubi dividuntur, et ubi simplices decurrunt, cellulae gangliosae modo singulae, modo complures, quarum caudas interdum inter fibrillas nervorum per aliquot spatium decurrentes vidi, id quod Valentin quoque depinxit. Ganglia eo modo composita fabricae maxime diversae sunt; aut enim fibrillae nerveae in latere praetereunt, aut per medium ganglion, aut per totum ejus circuitum; neque numero nervorum ex eo oriundorum, neque cellularum multitudini norma fixa adest.

In insectorum et arachnodum gangliis et abdomina- 21
libus et organicis pauca de fabrica interna cognosci possunt ob tracheas tenuissimas per ganglia ramificantes et ob multitudinem cellularum, aliis alias obtegentibus. In erucis tantummodo parvis, quarum cellulae gangliosae pigmento fusco tinctae sunt, perspici potest, funiculorum partem supra ganglion decurrere, ut in hirudinibus, cellulas gangliosas autem in facie inferiore et in lateribus sitas esse. Fibrillae nervorum late-

ralium e funiculis oriundae inter cellulas gangliosas descendunt, non ad superficiem ganglii. In insectis majoribus funiculi pellucidi ut in astacis, supra ganglia opaca transeuntes facile conspiciuntur, id quod Newport descripsit in libello de evolutione nervorum sphingis ligustri scripto.

De totius Systematis nervosi structura.

Nunc quidem ex hisce omnibus, quae de evertebratorum gangliis et nervis cognita habemus, concludere studeamus, qua ratione systema illorum nervosum exstructum sit.

Primum omnibus animalibus evertebratis, quae perlustrati sumus, easdem partes elementares inesse, demonstravimus, fibrillas et cellulas. Deinde in hirudinum et gasteropodum nonnullorum cerebro cellularum caudas transire in fibrillas nerveas, in astacis eas fibrillis simillimas per satis longum spatium in
22 gangliis decurrere. In reliquis autem bestiis non conspeximus, quomodo fibrillae et cellulae cohaereant. Similitudine tamen partium elementarium omnium bestiarum perspecta et natura caudarum fine semper carentium, fibrillis nerveis plane pari, certo non inconsentaneum erit concludere, omnibus in bestiis hisce fibrillas cum cellulis pari modo cohaerere. Utrum autem omnes fibrillae e cellulis oriantur, an aliae oriantur, aliae circum cellulas reflexae transeant, et redeant ad peripheriam, id quidem dijudicatu satis difficile est. Si numeris definire studemus, quanta sit fibrillarum copia in nervis e gangliis oriundis, quanta cellularum in gangliis ipsis hirudinum vel erucarum vel astacorum: invenimus in gangliis bis vel ter pluribus cellulis locum esse, quam fibrillis in nervis lateralibus. Nam quum in hirudine diametrus gangliorum (0,23‴) decies fere cellulas mediae magnitudinis (0,02‴) superet, spatium cubicum illorum millies superat hasce; et quum diametrus nervi cujusque (0,03‴) fibrillis (0,003) aeque decies major, lumen centies majus; quum quatuor oriantur nervi, fibrillarum omnium per eos exeuntium numerus fere est quadringentarum. In astaco nervi laterales sunt octies crassiores fibrillis, gangliorum et cellularum ratio fere eadem ac in hirudinibus. Etsi tales numeri non satis certo definiendi sunt, ob diversam cellularum

magnitudinem et ob formam gangliorum et cellularum non perfecte sphaericam: tamen hac ratione comprobatur, tantam cellularum copiam adesse, ut omnes fibrillae quatuor nervorum 23
ex iis prodire possint.

Inveniuntur quidem fibrillae inter ipsas ganglii cellulas transeuntes, uti fasciculi in arthrozois a funiculis ad nervos laterales descendentes. In quibus autem earum bestiarum illorum viam oculis persequi possumus, non singulae fibrillae inter cellulas decurrunt, ut in vertebratorum gangliis, sed in fasciculum congregatae.

Nervorum ipsorum fabrica simplicissima, eadem ac vertebratis; descendunt enim fibrillae a partibus centralibus via recta, in fasciculos congregatae, ad corporis partes; quomodo finiantur, aeque ac Valentin invenire non potui.

Ganglia inveniuntur simplicissima in plexibus nervorum intestinalium, ut ex iis cognosci liceat, quaenam subsit ratio fabricae eorum. Adest enim in omnibus plexus nervosus, compositus ramulis compluribus, quorum unusquisque unicuique fibrillas addit; adjacent plexui cellulae gangliosae, aut una aut complures, quarum caudae in nervorum fibrillas abeunt. E ramulo quovis igitur fibrillarum altera pars in ganglion intrans finitur, altera per ramulos reliquos omnes distribuitur, qui ad ganglia vicina decurrentes iterum dividuntur eodem modo. Ita a quoque nervo ejus plexus fibrillae ad quodque ganglion distribui possunt, eodem modo ac in vertebratorum plexibus ramus unusquisque exiens fibrillas continet rami uniuscujusque intrantis.

Gangliis centralibus systematis nervosi voluntarii eadem 24
quidem ratio inest, ordo autem magis certus, per varia bestiarum genera diversus. Illis intestinalibus simillima sunt ganglia cerebralia molluscorum. Nervi enim corporis omnes ad fauces congregati plexum formant, quo oesophagi initium circumdatur, et cujus iis locis, ubi ramuli complures conveniunt, ganglia apposita sunt. Eo tantummodo a gangliis sympathicis differunt, quod numerus cellularum multo major, et quod certo ordine dispositae sunt, omnibus ejusdem speciei bestiis pari.

Ganglia animalium arthrozoorum fabricae magis compositae sunt, omnibus tamen aequalis. Emittunt duos plerumque

nervos in utroque latere, et binos funiculos nerveos ad ganglion anterius et posterius vicinum. Funiculorum pars in omnibus supra ganglion decurrit. In astacis si haecce pars a reliquo ganglio sejungitur, et ipsi funiculi in partes duas dividuntur, quarum inferior in ganglia omnia intrat, superior supra ea decurrit, et paucas tantum fibrillas in eorum quodque demittit, quas Newport in nervos transire dicit, et quibus simillimas nos in hirudinibus et erucis a funiculo et anteriore et posteriore in nervos transeuntes vidimus. Anglicus quidem ille, hac divisione inventa, funiculos superiores motorios, inferiores sensitivos esse dixit; animo autem perpendentibus nobis, quae de ratione gangliorum exstruendorum supra explicuimus, dubium redditur, quin arte, non natura talis divisio efficiatur. Quantum enim fibrillarum viam cognoscere possumus, eandem plexuum formandorum rationem in iis reperimus. Videmus in hirudinum gangliis a nervo quoque intrante fibrillas ad utriusque funiculi latus utrumque adscendentes; in astacis funiculorum et superiorum et inferiorum partes laterales in gangliis ita complexas, ut quaeque et alteri lateri funiculi ejusdem et lateri aequali funiculi alterius fibrillas addat. Si igitur conjicimus in arthrozois systema nervosum secundum eandem rationem conformatum esse, quam reliquis evertebratis inesse cognovimus, certa autem regula ordinatum, ut cuique bestiae annulo ganglion insit, ejus annuli nervos recipiens, et ut omnes fibrillae, quae ganglion aliquod praetereant, supra illud praetereant: habemus systema nervorum, ne minime quidem abhorrens ab iis, quae de arthrozois cognita habemus. Fibrillarum enim, quae in ganglion quodque intrant, altera pars ibi finitur, altera ad reliqua ganglia transit. Transeuntium autem pars in gangliis duobus vicinis finitur, reliquae ad ganglia distantia supra illa praetereunt. Conjunctum igitur est quodque ganglion cum duobus vicinis iis fibrillis, quae ex illius nervis ad haec, et quae ex horum nervis ad illud transeunt. Quae fibrillae quum utrumque ganglion intrent, sejunctis fibrillis praetereuntibus, remanent cum gangliis. Supra ganglion autem quodque decurrunt fibrillae, quibus ganglia reliqua inter se conjunguntur; iis adjacent fibrillae supra ganglia vicina praetergressae, a distantibus in illud primum transeuntes et redeuntes, quae si cum

iis a funiculorum partibus inferioribus sejunguntur, e fasciculis
superioribus in ganglia descendere videntur. Hoc igitur modo 26
fit, ut divisione illa Newporti duo fasciculi formentur; inferior ganglia conjungens, superior supra ea decurrens et fibrillas nonnullas in ganglion quodque demittens. Quod si conjicimus, facultates diversas duabus funiculorum partibus tribuere non possumus. Utrum haecce opinio vera sit, an Newporti, qui superiorem movendi, inferiorem sentiendi vi instructam putat, difficile est pro certo statuere. Ille tantummodo comparatione nervorum spinalium, duplici radice prodeuntium nititur et origine nonnullorum nervorum muscularium, qui in astacorum abdomine e superiore funiculorum facie prodeant. Experimentis in astacis vivis institutis frustra conatus sum, talem differentiam demonstrare. Funiculorum enim latus et superius et inferius acubus pupugi et ferro candenti acuto; utrumque pariter secutae sunt ingentes convulsiones bestiae totius. Neque tamen ex eo concludi potest, vim utriusque lateris eandem esse, quia alterius excitatio in gangliis vicinis in alterum facillime transfertur.

Opinione illa e reliquorum animalium evertebratorum consideratione deducta praeterea optime intelligitur, cur in animalibus iis, quorum ganglia aequalia funiculi quoque omnes aequales sint, ganglia autem majora maioribus quoque funiculis conjungantur, quum e Valentini opinione, qui omnes fibrillas e cerebro descendere putat, funiculi posteriores anterioribus longe superari debeant magnitudine.

Nunc quidem, quae de evertebratorum systemate nervoso
invenimus, comparemus iis, quae de vertebratis virorum doctis- 27
simorum diligentia et ingenio cognita habemus. Partes elementares, quibus omnes illius systematis partes compositae sunt, in utrisque eaedem inveniuntur, fibrillae et cellulae; fibrillas tantummodo dubiis illis cinereis sympathici comparandas non reperi. Fibrillae utriusque cylindricae, pellucidae, in ramos non divisae, membranam simplicem externam habentes, quae liquorem continet aëre et aqua et morte coagulandum. Coagulatio in evertebratis levior quidem, ejusdem tamen naturae. Eo autem differunt, quod fibrillae vertebratorum, ubi in partes centrales intrant, multo tenuiores fiunt, evertebratorum ejusdem

ubique diametri et naturae sunt. Idem fere de cellulis gangliorum dicendum est. Sunt in utrisque massa granulosa repletae, nucleo et nucleolo instructae, differunt tantum magnitudine. Inveniuntur in utrisque caudatae et ecaudatae, forma plane pares. At quum in vertebratis, ut fibrillae, cellulae quoque partium centralium multo minores sint illis, quae in gangliis periphericis sitae sunt: in evertebratis et majores et minores ubique inveniuntur.

Partium periphericarum fabrica, quod eam perspicere potuimus, utrisque eadem. Nervi voluntarii evertebratorum eo tantummodo differunt, quod eorum trunci majores plexus non conformant, ut vertebratorum nervi spinales. Nervi autem intestinales reti valde complicato et in illis et in his similes sunt,
28 cui ganglia insita. Quae ganglia eo potissimum differunt, uti Valentin demonstravit, quod in vertebratis structurae magis perfectae fibrillae singulae inter cellulas transeant, in piscibus autem multis et in evertebratis in fasciculum congregatae. Oriuntur hae fibrillae in utrisque partim e partibus centralibus, partim e cellulis gangliorum prodire videntur, id quod ex evertebratis in astaco vidimus, et quod Remak de vertebratis conjicit, illarum processus saepe per satis longum spatium oculis persecutus.

Valentinum contra fibrillas nunquam in cellulas transeuntes, sed circum eas reflexas se vidisse dicere et in gangliis periphericis et in substantia cinerea cerebri atque medullae, neque hanc disceptationem adhuc satis certo dijudicatam esse, notum est. In tanta rerum obscuritate et incertitudine, num eo, quod evertebratis plane easdem partes elementares inesse cognovimus ac vertebratis, et quod in utrisque paria pari modo conjuncta esse verisimile sit, Remakii opinioni paullulum fortasse probabilitatis addatur, id viri rerum physiologicarum magis periti decernant.

Partium centralium structura in duabus hisce animalium classibus toto coelo distare videtur, si extus tantummodo eas adspicimus. In vertebratis enim eas cohaerentes videmus, compluribus lobis arctissime inter se conjunctis compositas, in evertebratis separatas, diverso modo dispositas, funiculis tantummodo nerveis conjunctas. Explorata autem internae fabricae

ratione, miram et inexspectatam similitudinem reperimus. Valentini enim studio compertum habemus, fibrillas nerveas, in partes centrales ingressas in plexum distribui ita, ut fasci- 29
culi fibrillarum singuli, vaginis telae conjunctivae separati, ab omnibus vicinis fibrillas alias recipiant, alias iis reddant, neque uno solum loco, sed per totam viam, per quam ad materiam cineream adscendant. Quales igitur in evertebratis plexus inter centrorum complurium nervos invenimus, tales in vertebratis inter fibrillas nerveas unum centrum intrantes non desunt. Itaque si lobos cerebri vertebratorum sejungi imaginaris, plane eandem structuram habebis, quam in evertebratis perspeximus; si evertebratorum ganglia, quomodo in unam massam coalescant, persequeris, systema nervosum componi videbis, ut Mueller edocuit, vertebratis simillimum. Et si singulas eorum partes comparare vis, gangliorum partes inferiores, in astacis et insectis opacae, in molluscis nonnullis rubrae, substantiae cinereae, funiculorum autem massa pellucida albae cerebri vertebratorum similes sunt.

Literatura.

Newport, on the evolution of the nervous system of sphinx ligustri, in: Philosophical Transactions. London 1834, pag. 2.

Ehrenberg, Beobachtung einer bisher unerkannten Structur des Seelenorgans. Berlin 1836.

Valentin, Ueber den Verlauf und die letzten Enden der Nerven, in: Nova acta acad. Caes. Carol. Leop, vol. XVIII. p. 1.

LXXXI.

Wärme, physiologisch.

Artikel aus dem „Encyklopädischen Handwörterbuch der medicinischen Wissenschaften“ herausgegeben von Mitgliedern der Berliner medicinischen Fakultät. 1845.

---

523 Die Erscheinung einer gleichmässigen, erhöhten Temperatur an den vollkommener organisirten Thieren, welche das ganze Leben hindurch besteht und erst mit seinem Erlöschen verschwindet, ist schon für die erste und oberflächliche Naturbetrachtung eine der auffallendsten Wahrnehmungen. Es wird deshalb von den ältesten Zeiten der Naturforschung an unter den Griechen in der Lebenswärme, dem *ἔμφυτον θέρμος*, nicht nur eine wesentliche Erscheinung des Lebens gesucht, sondern sie wird auch mit dem unbekannten Princip desselben mehr oder weniger identificirt, und als die ursprünglich bewegende, und aus sich selbst sich wieder erzeugende Kraft betrachtet. Die Thiere unterscheiden sich aber ihren Wärmeverhältnissen nach ziemlich scharf in zwei Classen, in die sogenannten warmblütigen, deren Körper eine über die Mitteltemperatur des umgebenden Mediums beträchtlich erhöhte, ziemlich constante Temperatur darbietet, und die kaltblütigen, deren Wärme oft geringer, selten merklich höher als die des Mediums ist, und mit dieser in weiten Grenzen hin und her schwankt. Zu der ersteren Classe gehören die Säugethiere und Vögel, zu der letzteren die übrigen Thiere. Auffallend ist, dass diese Unterscheidung, obgleich sie nicht einmal logisch scharf ausgesprochen werden kann, eine so durchgreifende ist, wie wir sie in der Natur selten vorfinden, indem nur schwache Annäherungen von

einer Classe an die andere stattfinden, wozu unter den Warmblütigen die Winterschläfer während ihres Schlafes zu rechnen sein möchten, unter den Kaltblütigen einige grössere Arten der beschuppten Amphibien, Knorpelfische und Insekten, die 524 eine um wenige Grade höhere Temperatur darbieten als das Medium.

Die Temperatur der warmblütigen Thiere ist bei gesundem Zustande meist nur ganz geringen Schwankungen von etwa 1° C. unterworfen, nach der Tageszeit, nach dem Zustande von Ruhe oder Bewegung, weniger nach der Einwirkung äusserer Kälte und Wärme. Ausserdem scheinen geringe Verschiedenheiten in der Temperatur der einzelnen Körpertheile vorhanden zu sein, auch selbst der ganz tief gelegenen und vor äusseren Einflüssen geschützten. Grösser sind dagegen die Verschiedenheiten der einzelnen Classen und Species von einander.

Die Variationen der ersten Art, welche wir als die nach der Zeit bezeichnen können, sind bisher nur beim Menschen genauer studirt worden. Die der zweiten Art, nach den verschiedenen Körpertheilen, haben am Menschen nur in den von aussen zugänglichen Theilen beobachtet werden können; über Temperatur der inneren Organe sind einige, aber meist durch unvermeidliche Beobachtungsfehler und Vernachlässigung der zeitlichen Variationen unsichere Versuchsreihen angestellt, sodass wir über diese, jedenfalls sehr geringen Unterschiede noch wenig genau wissen. Für die exacte Bestimmung der Mitteltemperatur verschiedener Species von Thieren können diese Variationen nur durch Beobachtungsreihen eliminirt werden, welche mit mancherlei Vorsichtsmaassregeln angestellt sein müssen; an deren Stelle haben wir aber bis jetzt nur sehr viele vereinzelte Beobachtungen von verschiedenen Beobachtern auf verschiedene Weise, und wie es scheint, auch mit sehr differirenden Thermometern angestellt, sodass die Unsicherheit wohl oft 2—3° C. beträgt. Wir wollen nun hier zunächst die besseren Beobachtungen über diese drei Arten von Variationen, nach der Zeit, den Körpertheilen und der Species, so weit dergleichen angestellt sind, beibringen, und daran anschliessen, was über pathologische Zustände bekannt ist. Die Temperaturen sind alle nach Graden der hunderttheiligen Scala angegeben.

1) Variationen nach der Zeit und nach den Körperzuständen. Ueber die täglichen Schwankungen der Temperatur des gesunden Menschen, die unabhängig von äusseren und
525 inneren störenden Einflüssen stattfinden, sind Beobachtungen angestellt worden von Gierse (Quaenam sit ratio caloris organ. part. inflamm. etc. Dissert. inaug. 1842), Hallmann (Ueber eine zweckmässige Behandlung des Typhus. 1844. S. 54—60) und J. Davy (Philos. Transact. 1854. p. II). Die gefundenen Temperaturen, welche unter sich gut übereinstimmen, sind unter der Zunge gemessen worden, und zwar von Gierse im Juni und Juli, von Hallmann im Januar, Februar und März, von J. Davy im April. Sie ergeben im Mittel:

J. Davy.	Hallmann.	Gierse.
7^{h} 36,94	7—8^{h} 36,63	7—8^{h} 36,98
Früstück.	Vor d. Aufstehen.	Frühstück.
9^{h} 36,89	8—9^{h} 36,80	8—9^{h} 37,08
11 36,89	Kaffee.	9—11 37,23
2 37,05	9—$10\frac{1}{2}^{h}$ 37,36	11—2 37,13
4 37,17	$10\frac{1}{2}$—2 37,21	Mittagessen.
5 37,05	Mittagessen.	2^{h} 37,50
Mittagessen.	$5\frac{1}{2}$—7^{h} 37,31	3—6 37,43
$6\frac{1}{2}^{h}$ 36,83	Abendessen.	6—10 37,29
$7\frac{1}{2}$ 36,50	$7\frac{1}{2}$—9^{h} 37,00	nach 11 36,81
Thee.	9—12 36,70	
11^{h} 36,72		
1 36,44.		

Aus diesen drei Reihen stellen sich folgende Ergebnisse heraus: Die menschliche Temperatur ist am niedrigsten in der Nacht (36,4—36,8), steigt des Vormittags, und erreicht ihr erstes Maximum (37,17—37,36) 1—2 Stunden vor der gewöhnlichen Zeit des Mittagessens, steigt nach demselben bei den beiden deutschen Beobachtern, welche mit reizbarer Constitution begabt, wohl ein leichtes sogenanntes Verdauungsfieber gehabt haben mögen, auf das zweite Maximum (37,31—37,5), worauf sie bis zum Abend gleichmässig abnimmt; während bei dem Engländer, der erst nach 5 Uhr dinirte, und sich dann schläfrig fühlte, zunächst nach dem Essen ein Sinken, und erst spät am Abend das zweite Maximum eintrat. Die Temperatur

scheint hiernach parallel zu laufen der Energie der übrigen körperlichen Functionen, wie der Anstrengung der Kräfte und der Intensität der Respiration, welche ähnliche Schwankungen machen. — In Gierse's Beobachtungsreihen kommt auch 526
eine (Exp. VIII.) vor, wo die Mastdarmtemperaturen eines gesunden Hundes $3^1/_2$ Tage lang Morgens und Abends bestimmt sind, doch finden sich hier keine regelmässigen Unterschiede vor.

J. Davy hat zugleich durch 8 Monate hindurch täglich dreimal die Temperatur unter seiner Zunge beobachtet, und so eine sehr ausgedehnte Beobachtungsreihe zur Bestimmung der mittleren Temperaturen für die einzelnen Monate gegeben. Die Mittel sind:

Monat	Temperatur unter der Zunge	Temperatur des Zimmers
August	36,89	17,6
September	36,99	18,2
November	36,93	12,4
December	36,81	9,8
Januar	36,97	11,8
Februar	36,97	10,2
März	36,90	11,3
April	36,97	13,1.

Ein Einfluss der äusseren Temperatur auf die innere ist hiernach wohl vorhanden, aber äusserst gering und schwankend; der höchste Unterschied der letzteren ist 0,18° auf 8,4° in jener. Diese Beobachtungen sind aber unter Umständen gemacht, wie Davy bemerkt, wo durch Heizung und Kleidung stets das Gefühl einer angenehmen Wärme im Körper erhalten wurde. Anders verhält es sich dagegen, wenn durch äussere Kälte das Gefühl von Frost hervorgerufen wird. Davy citirt als Beleg die Temperaturen, welche er an sich fand bei der Rückkehr aus einer kalten Kirche, wo er stark gefroren, und ausserdem das Gefühl von Schläfrigkeit gehabt hatte. Die Beobachtungen sind um 1 Uhr Mittags angestellt, wo die Normaltemperatur nach der obigen Angabe der täglichen Variationen bei ihm 37° ist.

Tag	Temperatur unter der Zunge	Temperatur der Luft
24. November	36,1	5,6
12. Januar	32,2	4,4
9. Februar	35,9	0,6
16. März	34,9	0,0.

527 Aehnliche Ergebnisse hatte derselbe Beobachter schon früher in Constantinopel gefunden (Philos. Transact. 1844. p. I), die aber wegen ihrer Vereinzelung minder sicher sind. Ich will nur noch die Beobachtungen an zwei Fabrikarbeitern anführen, welche seit 6 Stunden in einem Raum von 33,3° arbeiteten, und unter der Zunge eine Temperatur von 37,8° und 38,0° darboten, also eine ganz geringe Steigerung. Uebereinstimmend hiermit fand Delaroche (Journal de physique. Tom. 71. p. 289, übersetzt in Meckel's Archiv. Bd. III) bei Thieren, die längere Zeit in einem bis zur Blutwärme erhitzten, mit Wasserdünsten gesättigten Raume erhalten wurden, eine Steigerung der Temperatur um 2—4°; wurde die Wärme noch höher getrieben, so starben dieselben.

Dagegen ist für kürzere Zeit ein Aufenthalt selbst in viel heisserer Luft möglich, besonders, wenn sie nicht zugleich mit Dämpfen gesättigt ist, ohne dass eine merkliche Erhöhung der Körperwärme eintritt, wie dies aus den Versuchen von Fordyce und Blagden (Philos. Transact. 1775. p. I.) hervorgeht. Diese brachten 20 Minuten in einem durch heisse Dämpfe geheizten Zimmer von 49° zu, und 15 Minuten in einem von 54,4°, während Banks in einem trocknen, durch einen eisernen Ofen geheizten von 99,4—92,2° es 7 Minuten aushielt.

Unter die Ursachen der zeitlichen Variationen ist endlich noch körperliche und geistige Anstrengung zu zählen. Für den Menschen sind hierüber die von J. Davy aus seinen Beobachtungsreihen herausgenommenen Angaben die zuverlässigsten. In Bezug auf Muskelthätigkeit sind 18 Beobachtungen nach angestrengtem Reiten, Gehen, Fischen des Nachmittags angestellt, zu welcher Zeit des Tages die Zungentemperatur sonst 36,8—37,17° beträgt. Sie war in diesen Fällen auf 37,17° bis 37,5° gestiegen, also um 0,3—0,4°. Ebenso fand er in 18 Fällen des Abends nach 2—5 Stunden angestrengter geistiger

Arbeit 36,67—37,05°, Mittel 36,89°, während bei ruhigem Verhalten und leichterer Lectüre die Zungenwärme 36,62° betrug. Nach passiven Bewegungen im Wagen oder im Kahn konnte derselbe Beobachter keine Unterschiede finden. Für Hunde ist das Vorhandensein dieser Aenderungen durch *Gierse* constatirt; derselbe fand nämlich bei Beobachtung der Temperatur des Mastdarmes, dass sich diese um 0,5—1,0° steigerte, 528
so oft die Thiere unruhig waren und sich ihrer Bande zu entledigen suchten.

Was den Einfluss der Lebensalter betrifft, so hängen neugeborene Thiere weit mehr von der äusseren Temperatur ab als ausgewachsene. Dies gilt nach *Edwards* (De l'influence des agens physiques sur la vie. Paris 1824) hauptsächlich von den Raub- und Nagethieren und den jungen Vögeln. Sperlinge, die vor acht Tagen ausgekrochen waren, sanken bei 17° Lufttemperatur in einer Stunde von 36° auf 19°, als sie aus dem Nest genommen wurden. Bei dem neugeborenen Menschen fand *Roger* (Comptes rendus de l'Acad. de Paris 1843. Tom. XVII. p. 1355), dass sie bei der Geburt 37,25°, die Temperatur der Mutter, haben, aber in wenigen Minuten auf 35,5° sinken, und erst in den folgenden Tagen wieder auf 37,21° steigen. J. *Davy* fand bei sehr hochbejahrten Leuten zwischen 76 und 91 Jahren eine ganz unverminderte Zungenwärme von 36,6—37,5°, doch schienen sie dem Einfluss der äusseren Kälte mehr unterworfen zu sein als jüngere Leute. Ueber Einfluss der Geschlechter, Temperamente, Constitutionen, Racen, existiren wenige vereinzelte Beobachtungen, die weiter nichts ergeben, als dass die etwa vorhandenen Unterschiede kleiner sind als die bisher betrachteten Variationen.

2) *Variationen der Temperatur nach den Körpertheilen.* Ein Körper, welcher durch eine im Innern gleichmässig vertheilte Wärmequelle auf einer constanten Temperatur erhalten wird, umgeben von einem kälteren Medium, muss eine solche Vertheilung der Wärme darbieten, dass dieselbe von aussen bis zu den am tiefsten gelegenen Theilen zunimmt. Im thierischen Körper wird jedoch dieses Verhalten noch durch den Blutumlauf modificirt, der eine schnellere Ausgleichung der Temperaturen bewirkt und namentlich die nach aussen ge-

legenen Theile schnell genug erwärmt, dass die äussere Kälte nur zu einer sehr geringen Tiefe eindringen kann. Ausserdem können aber im Inneren des Organismus Temperaturunterschiede vorkommen, die von einer wirklichen Wärmeentwickelung an bestimmten Stellen herrühren.

Die Temperatur der Haut ist sehr veränderlich, einmal nach der Wärme und Natur des Mediums, in welchem der
529 Körper verweilt, insofern durch eine schnellere Ableitung in einer kalten und stärker wärmeleitenden Umgebung mehr Wärme in gleicher Zeit entzogen wird; und zweitens nach der Intensität des Blutstromes in der Haut, weil von diesem hauptsächlich die Geschwindigkeit der Wärmezuleitung abhängt. Von diesen beiden Momenten zusammen wird die Temperatur der Haut bedingt, indem dieselbe so lange steigen oder sinken muss, bis die Ableitung der Zuleitung gleich geworden ist. J. Davy und Gierse haben die Temperatur der Haut zu bestimmen gesucht, indem sie eine Thermometerkugel anlegten, und die obere Fläche derselben mit schlechten Wärmeleitern (wollenen Compressen) bedeckten. J. Davy fand bei einer Zimmerwärme von 21,1° am nackten Körper 32—35° an den verschiedenen Theilen. Dagegen hat Gierse gefunden, dass das Thermometer oft eine halbe Stunde lang noch langsam steigt und dann beinahe die mittlere Körpertemperatur erreicht, z. B. an der Wade eines an Periostitis des anderen Unterschenkels und Wundfieber leidenden Kranken 38,5—38,75°. Keines von beiden Resultaten giebt wohl genau die wahre Temperatur der Haut; denn in Gierse's Beobachtungen hat sich offenbar die Haut höher erwärmt durch die Bedeckung mit schlechten Wärmeleitern, und bei J. Davy bleibt es zweifelhaft, ob er gerade den Zeitpunkt beobachtet hat, wo das Thermometer die Wärme der Haut erreichte und nun diese selbst sich zu erwärmen anfing. Leichter und sicherer ist die Temperatur geschlossener Gruben in den Gelenkbeugen zu beobachten, weil in diesen das Thermometer ganz von der Haut umgeben werden kann. Als Mittel der Temperatur in der Achselhöhle von 505 Individuen berechnet Berger (Mémoires de la société de phys. et d'hist. natur. de Genéve. Tom. VI. 1833. p. 258—368) aus J. Davy's Beobachtungen 36,50°, d. h. 0,81° weniger als

die ebenso berechnete mittlere Zungentemperatur. Hallmann hat eine seinen Beobachtungen über die täglichen Variationen der Zungentemperatur parallel gehende Reihe in der Achselhöhle angestellt, und fand die letztere um 0,27—0,48° geringer als die erstere. Derselbe fand in der Hohlhand, wenn sie warm war, 33—34°, wenn sie brannte, 36,25—36,50°, einmal bei Schweiss 36,75°, zu welcher Zeit die Achselhöhle 37,25° und die Mundhöhle 37,33° ergab. Bei den Untersuchungen über die Hauttemperatur ist nicht blos die Höhe, welche das Thermometer 530
überhaupt erreicht, von Wichtigkeit, sondern auch die Schnelligkeit, mit der es dieselbe erreicht, worauf besonders Gierse aufmerksam machte. Die Zeit, welche es dazu gebraucht, hängt hauptsächlich von dem Congestionszustande der Haut ab und wechselt von 14—30 Minuten.

Die Temperatur der Mundhöhle, unter der Zunge gemessen, ist von grosser Wichtigkeit, weil sie am meisten zu vergleichenden Beobachtungen benutzt worden ist. Sie ist dazu besonders gut geeignet, weil sie leicht gemessen werden kann, und wie es scheint, von örtlichen Einflüssen ziemlich frei ist. In letzterer Beziehung ist nur zu bemerken, dass Hallmann nach dem Einbringen kalten Wassers eine kurze Zeit hindurch eine geringe Erniedrigung gefunden hat. Als Mittel derselben aus J. Davy's früheren Beobachtungen, 134 an der Zahl, berechnet Berger 37,31°; für J. Davy selbst ergiebt sich aus seinen achtmonatlichen Beobachtungsreihen 36,925°.

Für den ausfliessenden Urin fand J. Davy ziemlich constant 37,7—38,6°, im Durchschnitt um 1,1° höher als die gleichzeitige Zungentemperatur. Berger, der stets auffallend hohe Zahlen angiebt, vielleicht wegen einer Abweichung seines Thermometers, fand in der Harnblase von fünf Mädchen, in welche er eine dünne Thermometerkugel durch die Harnröhre einschob, 38,3—39,2°, also um 0,6° höher als Davy. Für den Mastdarm existiren leider keine mit Messungen der Zungentemperatur gleichzeitigen Beobachtungen. Hunter giebt an 36,9°, offenbar zu niedrig, Berger 39° bei einem Manne, und 38,15° bei zwei Mädchen, welche Angaben wir wohl auch um 0,6° verkleinern dürfen, zu 38,4° und 37,7°. In der Scheide fand Fricke bei nicht menstruirten und schwangeren Weibern

38,44°, bei menstruirten 38,75°; Gierse, dessen Beobachtungen wohl als die genauesten angesehen werden können, bei ersteren im Mittel 37,9°, bei letzteren 37,77°, also einen nicht zu berücksichtigenden Unterschied. Fassen wir diese Beobachtungen zusammen, so möchte daraus zu entnehmen sein, dass Harnblase, Scheide und Mastdarm um 0,8—1,1° wärmer sind als die Mundhöhle.

Die Temperatur der Muskeln ist von Becquerel und Breschet (Annales des sciences naturelles. Tom. 3 u. 4. 1835)
531 mit einem thermoelektrischen Apparat bestimmt worden, und bei ruhigem Zustande im Biceps humeri nahehin so gross gefunden als die der Zunge, 36,53—36,83°. Dagegen war das zwischen ihnen und der Haut liegende Zellgewebe beträchtlich kühler, 34,7—35,6°. Bei Contractionen der Muskeln steigt ihre Wärme um 0,5—1,0°, wovon weiter unten mehr.

Ueber die Temperatur der inneren Organe und Höhlen des Körpers fehlen bei Menschen die Beobachtungen, wir müssen dieselben deshalb aus vergleichenden Beobachtungen an warmblütigen Thieren ergänzen. Es sind darüber theils von Becquerel und Breschet thermoelektrische Messungen an Hunden angestellt, theils solche mit dem Thermometer in frisch getödteten Thieren von verschiedenen anderen Beobachtern, namentlich von J. Davy, welcher Leber und Lunge bei Lämmern um 0,8° wärmer, das Gehirn um 0,4—0,6° kälter als den Mastdarm fand. Doch bleibt die Genauigkeit solcher Bestimmungen bei der grossen Schnelligkeit der Abkühlung an einem getödteten Thiere zweifelhaft. Die thermoelektrischen Bestimmungen an lebenden Thieren lassen zwar grössere Genauigkeit erwarten, doch finden sich in den Resultaten noch sehr bedeutende Variationen, die vielleicht durch die Unruhe der untersuchten Thiere verursacht sein mögen. Es wurde gefunden bei drei Hunden:

Schenkelbeuger	38,40	38,00	38,25
Brusthöhle	38,40	37,00	38,85
Bauchhöhle	38,50	38,10	—
Gehirn	—	—	38,85.

Die Differenzen der verticalen Reihen sind gegen die der horizontalen zu gering, um irgend etwas beweisen zu können.

Was endlich die Bestimmungen der Temperatur des Blutes
betrifft, so ist deren Ausführung sowohl mit dem Thermometer,
wie mit dem thermoelektrischen Apparat mit grossen Schwierig-
keiten verknüpft, namentlich ist eine Einwirkung der äusseren
Temperatur bei dem leichter stagnirenden und langsamer fliessen-
den Venenblut zu besorgen. Davy's (Philosophical Trans-
actions. 1814. p. 590) Versuche an Schafen und Ochsen, wobei
das Thermometer $1^1/_2$ Zoll tief in die geöffnete Vena jugularis
eingeschoben und dann in den Blutstrahl der spritzenden Ca- 532
rotis gehalten wurde, haben eine höhere Temperatur des Ar-
terienblutes von 0,55°—0,83° ergeben, in den Herzventrikeln
einen Unterschied von 0,24°—0,55° zu Gunsten des linken.
Becquerel und Breschet fanden Unterschiede von 0,84°
bis 1,12° zu Gunsten des arteriellen Blutes; von 0,°90 zwischen
den beiden Herzohren. Dieselben wollen auch eine um 0,15°
bis 0,3° höhere Temperatur in Gefässen gefunden haben, die
dem Herzen näher liegen; doch fallen diese Grössen schon in
die Fehlergrenzen solcher Versuche, und in wie weit ihre Re-
sultate über die höhere Temperatur des arteriellen Blutes
richtig sind, ist auch nicht mit Sicherheit anzugeben. Sie be-
dienen sich nämlich zu diesen Untersuchungen zweier Nadeln,
die jede aus einer stählernen und einer kupfernen zusammen-
gesetzt, und an der Spitze gelöthet sind. Die beiden stähler-
nen Theile sind durch einen Stahldraht, die kupfernen durch
den Kupferdraht des Multiplicators verbunden. So ist ein ge-
schlossener Metallring gebildet, halb aus Kupfer, halb aus
Stahl. Werden nun die Löthstellen der Metalle in verschie-
den temperirte Körper eingesenkt, so entsteht ein ihrer
Temperaturdifferenz proportioneller elektrischer Strom, welcher
sich durch Abweichung der Magnetnadel des Multiplicators zu
erkennen giebt. Soll eine solche Einrichtung zur genauen
Messung von Temperaturen benutzt werden, so kommt es
hauptsächlich darauf an, dass die Löthstellen der Nadeln sehr
genau die Temperatur des betreffenden Körpers annehmen;
dies kann leicht erreicht werden, wo man sie tief einschieben
kann, z. B. in den Muskeln, in dem Munde, sonst aber wirkt
bei der guten Wärmeleitung der Metalle die äussere Tempe-
ratur immer noch bis zu den Löthstellen hin. Dutrochet

hat in seiner Arbeit über die Temperatur der kaltblütigen Thiere nachgewiesen, wie geringe Unterschiede in der Tiefe der Eintauchung, in der Dicke und Homogeneität der Nadeln merkliche Differenzen im Ausschlag geben können. Becquerel und Breschet selbst erwähnen, dass bei Lufttemperaturen unter 15° die äussere Kälte einen störenden Einfluss gehabt habe; offenbar hat sie auch bei höheren Temperaturen, wenn auch weniger merklich eingewirkt. Beide Nadeln in den Mund genommen, gaben oft Ausschläge bis zu 0,2° Temperaturunter-
533 schied, deren Ursprung nicht zu entdecken war. Nun treten aber bei Untersuchungen über die Temperatur des Blutes in den blossgelegten Gefässen alle hindernden Umstände zusammen, kurze Eintauchung der Nadeln, Verschiedenheit in der Stärke des Blutflusses, und daher in der Einwirkung der äusseren Luft auf das Blut, und des Blutes auf die Nadeln. Wenn auch die höhere Temperatur des Arterienblutes constant vorhanden zu sein scheint, so ist doch die gefundene Abkühlung desselben bis zur Arteria cruralis hin, wo es durch lauter gleich erwärmte Theile schnell hindurchfliesst, nicht als erwiesen anzunehmen. Beim Venenblute muss der Natur der Sache nach die Temperatur sehr verschieden sein nach den Theilen, die es durchlaufen hat; das, was aus einem arbeitenden Muskel zurückkehrt, muss jedenfalls viel wärmer sein, als was von grossen Flächen kommt. Uebrigens stimmt in Davy's Versuchen die Temperatur des Venenblutes mit der des Mastdarms und bei Becquerel und Breschet mit der der Muskeln (Carotis 38,9°, Vena cruralis 38,0°, Schenkelbeuger 38°,0 38°,6).

Temperatur-Unterschiede der verschiedenen Thierarten.

Genaue Bestimmungen ihrer Mitteltemperatur zu geben, ist äusserst schwer, wie sich aus der eben gemachten Aufzählung der verschiedenen Variationen ergiebt; sie nach vereinzelten Beobachtungen anzugeben, ist gar nicht möglich. Es ist sogar schwer zu bestimmen, welche Temperatur überhaupt als eine constante zu Grunde gelegt werden darf, und wie wir alle Momente reguliren müssen, um zu festen Resultaten in

den Beobachtungen zu kommen. Vorläufig könnte man nach der mittleren Temperatur des Venenblutes (rechten Herzens) fragen, mit der wohl die des Mastdarms meist übereinstimmen möchte, wenigstens bei ruhiger Lage des Thieres und mittlerer Temperatur seiner gewöhnlichen Umgebung. In den bisherigen Beobachtungen (zusammengestellt in Tiedemann's Physiologie, Bd. I. S. 454, und Berger in den Memoires de la soc. de phys. et d'hist. natur. de Genève. Tome VI. p. 258 und VII. p. 1) ist auf die meisten dieser Momente keine Rücksicht genommen; ausserdem finden sich beträchtliche Unterschiede, die offenbar nur von Differenzen der Thermometer herrühren; so sind z. B. alle Angaben von Pallas höher, alle von J. Hunter niedriger als die anderer Beobachter. Als Beispiel für die Grösse der Abweichungen wollen wir nur den 531
Hund anführen, für den wir genaue Beobachtungsreihen von Gierse haben; die Temperatur seines Mastdarms ergiebt sich daraus zu 39,15°, fast übereinstimmend mit J. Davy, der 39,3° angiebt. Dagegen fanden Martine, Prevost und Dumas 37,4, J. Hunter 38,5, Turner 38,3; bei Anstrengungen steigert sie sich nach Gierse auf 40,6. Die einzelnen Angaben liegen also bei einem der bekanntesten Thiere um 3° auseinander, während für die ganze Classe der Säugethiere, wenn man die Winterschläfer ausnimmt, die äussersten Angaben in Tiedemann's Zusammenstellung nur um 6° auseinanderliegen. Diese sind nämlich: Canis lupus 35,24, Simia sabaea und Delphinus phocaena 35,5; dagegen Canis lagopus 40—41,1, Mus musculus und Vespertilio pipistrellus 41,1. Die Temperatur der Vögel liegt beträchtlich höher zwischen 37,8 (Larus), 38,9 (Tetrao albus) und 43,18 (Falco), 44,03 (Parus und Hirudo). Auf eine weitere Detailirung nach den Classen und Arten wollen wir uns hier nicht einlassen, da die Resultate, welche etwa gezogen werden können, bei solcher Unsicherheit der Beobachtungen von keinem Werthe sind.

Unter den Säugethieren bilden die Winterschläfer den Uebergang zu den Kaltblütigen, indem ihre Temperatur auch im wachen Zustande mehr von der der Atmosphäre abhängt, und mit dieser viel bedeutender schwankt als bei den übrigen Warmblütigen.

Sie verfallen meist in Schlaf, wenn ihr Körper bis + 5° erkältet wird; doch geht diese Abkühlung sehr langsam von statten, ebenso wie auch umgekehrt die Erwärmung beim Einbringen der Thiere in wärmere Luft, oder nach Reizungen derselben. Die Leichtigkeit, mit der sie in den Schlaf versetzt werden, ist eine sehr verschiedene; so schlief in Saissy's (Recherches sur la physique des animaux mammiféres hibernans. Paris et Lyon 1808, übers. in Reil's Archiv. 12. Bd. S. 293) Versuchen ein Murmelthier erst nach eilfstündigem Aufenthalt in einer Luft von — 10°, Igel und Fledermaus bei + 7°, die Haselmaus bei + 5°. Werden die Körper dieser Thiere aber durch starke äussere Kälte bis unter 0° erkältet, so sterben sie. Während des Schlafes sind übrigens Respiration, Blutumlauf und Reizbarkeit der Muskeln ebenso auf ein Minimum reducirt, wie die Wärmeerzeugung.

535 Die Temperatur der kaltblütigen Thiere unterscheidet sich wenig von der, welche ein nasser Körper von derselben Gestalt und Wärmeleitungsfähigkeit unter denselben Umständen annimmt; doch ist die Grösse dieses Unterschiedes schwer zu ermitteln, weil sich die Schwankungen in der Temperatur des umgebenden Mediums nur sehr langsam im Körper ausgleichen. Halten sie sich in einer Luft auf, welche nicht mit Feuchtigkeit gesättigt ist, so sinkt ihre Temperatur durch die Verdunstung sogar noch unter die der Luft. Soll also entschieden werden, wie viel von der in ihnen vorhandenen Wärme ihnen eigen sei, wie viel von aussen empfangen, so müssen sie entweder so lange in Wasser oder gesättigt feuchter Luft von ganz constanter Temperatur aufbewahrt sein, bis ihre Wärme sich mit der äusseren in Gleichgewicht gesetzt hat, oder sie müssen mit einem getödteten Thiere von gleicher Species, Grösse und Stellung verglichen werden, welches in dasselbe Medium mit eingebracht worden ist. In dieser Art sind die Untersuchungen von Berthold (Neue Versuche über die Temperatur der kaltblütigen Thiere. Göttingen 1835) und Dutrochet (Annales des sciences natur. Tome 13. 1840) angestellt worden, von jenem mit dem Thermometer, von diesem mit dem thermoelektrischen Apparate. Alle übrigen Messungen, wo die genannten Vorsichtsmassregeln nicht beachtet sind, sind als

unzuverlässig zu betrachten. Merklicher wird die Körperwärme bei vielen dieser Thiere, wenn mehrere derselben zusammen in einen engen Raum gesperrt werden, weil die Ableitung der Wärme dann in geringerem Maasse zunimmt als die Körpermasse der Thiere und die Erzeugung von Wärme.

Bei den beschuppten Amphibien fand Berthold eine Erhöhung über die Temperatur der Luft von 0,25° — 1,0°, Dutrochet von 0°,21 bei Lacerta agilis. Bei den Fröschen fand jener nur während der Begattung eine Erhöhung um 0,25°—1°, dieser, mit feineren Hülfsmitteln versehen, beobachtete bei Rana fusca sowohl in der Luft wie im Wasser eine eigene Temperatur von 0,04°—0,05°, bei den Larven beider Thiere. Eine viel beträchtlichere Wärme von 10—12 will Valenciennes (Annales des sciences naturelles. T. XVI. p. 65) bei einem Python bivittatus gefunden haben, der zusammengerollt zwischen Decken seine Eier bebrütete. Die übrigen Be- 536
obachtungen an Amphibien sind in den citirten Abhandlungen von Dutrochet und Berger zusammengestellt; es finden sich darin oft grosse Unterschiede angegeben, doch bleibt es unentschieden, ob diese nicht von äusseren Einwirkungen herrühren.

Bei den Fischen fanden Braun (Nov. Comment. Acad. Petrop. T. 13. p. 419), A. v. Humboldt, Provençal (Mém. de la société d'Arcueil. Vol. II. p. 598), Berthold und Dutrochet nie eine Temperaturverschiedenheit vom Wasser. Bei Cyprinus carpio wollen Becquerel und Breschet, sowie auch Despretz eine von 0,5° gefunden haben. Grössere Unterschiede fand J. Davy bei einem Squalus 1,3° und bei Pelamys Sarda 1,6.° Ebenso wenig konnten Berthold und Dutrochet bei verschiedenen einheimischen Mollusken und beim Flusskrebs eine Eigenwärme entdecken.

Bei den Insecten fand Dutrochet an einzeln genommenen Thieren Unterschiede von 0,04° — 0,58°, die grössten bei den ausgewachsenen Hummeln, grösseren Käfern, Sphingen- und Gryllus-Arten, namentlich wenn sie sich heftig bewegten; die geringsten bei den Larven. Sehr viel höher steigt dagegen die Temperatur, wenn viele Insecten sich zusammen in einem engen Raume aufhalten, woraus sich zum Theil die viel grösseren

Unterschiede in Newport's (Philos. Transact. 1836 und 1837) Beobachtungen erklären, welcher bei Hymenopteren 4—20° gefunden hat. Ebenso ist die Temperatur der Bienenstöcke im Winter nach Huber (Mém. sur les abeilles. T. I. p. 305) 30—32°, im Sommer 33—36°, zur Zeit des Schwärmens sogar 40°.

Es bleiben uns noch die pathologischen Aenderungen der Körperwärme. Die allgemeinste und bedeutendste unter ihnen ist die Steigerung der objectiven Temperatur des ganzen Körpers während fieberhafter Zustände; dieselbe findet sich in jedem, auch dem leichtesten Fieber, sowohl während des Frost-, wie während des Hitzestadiums, und lässt erst mit dem Eintritte des Schweisses nach. Am meisten ausgezeichnet durch vermehrte Wärme sind Scharlach, Typhen und Wechselfieber. In dem ersteren steigt die Wärme nach Currie (Medical reports on the effects of water cold and warm, as a remedy in
537 fever and other diseases. Liverpool 1797, übers. von Michaelis. Leipzig 1802. 2. Bd. von Hegewisch. Leipzig 1807) auf 40,6°—44,4°, und zwar ist dabei nach Reuss (Hufeland, Journ. der prakt. Heilk. Supplement zu Jahrg. 1822) die Haut oft um 1,4° wärmer als die Zunge. In typhösen Fiebern beobachtete Currie in gewöhnlichen Fällen 38,3°—39,4°, selten bis 40,6°, einmal 41,7°, Frölich (Hufeland, Journ. der prakt. Heilk. Supplement zu Jahrg. 1822) in sporadischen 39°,4, in contagiösen bis 40,5°; viel höher steigt die Wärme in den schweren Typen der Tropenländer, nach Chisholm zu Demerary in den Anfällen der Febris flava remittens in den Exacerbationen auf 39—44°, während sie in den Remissionen auf 34° sinkt. In den gewöhnlichen einheimischen Wechselfiebern fand Gierse sowohl im Frost-, wie im Hitzestadium eine Steigerung bis 41°. Für die Kinderkrankheiten giebt Roger (Comptes rendus de l'Acad. de Paris 1843 p. 1355) nach einer ausgedehnten Reihe von Messungen die Regel, dass Fieber vorhanden sei, wo die Temperatur über 38° steigt. Den höchsten Stand erreicht das Thermometer hier in typhösen Fiebern, 42°, demnächst in Pneumonie und Meningitis. Uebrigens soll die Wärmezunahme nicht immer der Pulsfrequenz entsprechend sein. Diese Steigerung der Temperatur in

Fiebern kann nach den Beobachtungen von Currie, Reuss, Frölich, Hallmann u. a. m. durch kalte Uebergiessungen meist schnell und wenigstens für mehrere Stunden entfernt werden, wobei zugleich die übrigen Fiebersymptome schwächer werden, und die Höhe der Steigerung giebt nach diesen Aerzten zugleich die rationelle Indication für die Anwendung des kalten Wassers in acuten Krankheiten.

Bei den Entzündungen, wo an der leidenden Stelle die Empfindung der Wärme so sehr gesteigert ist, fehlt die objective Steigerung oft ganz, oder ist wenigstens meistentheils sehr gering. Als die sorgfältigsten und sichersten Beobachtungen sind hierfür die von Gierse zu nennen. Derselbe fand: 1. dass die durch Senfteige erregte Hautentzündung keine Steigerung der Temperatur bewirke; 2. bei einem Erythena marginale an Schulter und Rücken und bei Phlegmone cruris ex periostitide eine solche von 0,4° — 0,7°; doch erlangte das Thermometer an den entzündeten Theilen viel schneller seinen höchsten Standpunkt, als an den gleichnamigen gesunden; 3. bei einer 538
durch Sublimateinspritzungen erregten Mastdarmentzündung an Hunden eine Temperaturerhöhung bis 0,4°; 4. an der Haut in der Umgebung einer Schenkelwunde an Hunden bis 0°,9. Aehnliche Resultate hat Hunter gewonnen, so weit dessen Beobachtungen als zuverlässig erscheinen; ganz abweichend dagegen fanden Becquerel und Breschet in einem entzündeten scrophulösen Tumor am Halse 40°, bei einer Zungentemperatur von 37°,5. Ueber Krankheitszustände anderer Art sind nur wenige vereinzelte Beobachtungen vorhanden. So fanden die letztgenannten Beobachter nicht entzündete tuberculöse und cancröse Geschwülste, das Wasser eines Ascites von der mittleren Körpertemperatur. In gelähmten und mit Mercurialzittern behafteten Gliedern fanden sie denselben Wärmegrad wie in gesunden, während Earle, Home und Yelloly ihn um 1,6°—2,2° geringer fanden.

Ueber den Ursprung der thierischen Wärme.

Da die warmblütigen Thiere in der Regel sich in einem kälteren Medium aufhalten und an dieses fortdauernd mehr

oder weniger Wärme abgeben, so kann die beinahe constante Temperatur ihres Körpers nur bestehen, wenn in demselben in jedem Augenblicke eine ebenso grosse Menge von Wärme entwickelt wird, als sie nach aussen abgeben. Um die theoretischen Ansichten über den Ursprung dieser Wärme würdigen zu können, ist es zuvörderst nöthig uns über die Gesetze und Theorien dieses Agens, wie sie die Physik aus den Aeusserungen desselben in den unorganischen Körpern abstrahirt hat, zu verständigen. Das Princip nämlich, welches den Wärmeerscheinungen zu Grunde liegt, kann angesehen werden als ein eigenthümlicher Stoff, oder als eine Bewegung der kleinsten Körpertheile. Bisher ist fast nur die erstere Theorie für die einzelnen empirischen Wahrnehmungen durchgeführt, und nach ihr die wissenschaftliche Sprachweise allein ausgebildet worden. Der unbekannte Grund der Wärmeerscheinungen ist nach derselben ein nicht wägbarer, die materiellen Elemente der Körper durchdringender Stoff von grosser Expansivkraft. Derselbe ist entweder in gebundenem Zustande vorhanden (latente Wärme), d. h. so mit der wägbaren Materie vereinigt und von ihr angezogen, dass seine Expansivkraft überwunden ist, und er sich deshalb nicht mehr zu verbreiten strebt, also auch nicht vom Gefühl oder Thermometer wahrgenommen werden
539 kann; oder frei d. h. in dem Streben sich zu verbreiten unbehindert, und deshalb auch fähig, auf das berührende Tastorgan oder das Thermometer überzugehen, und in diesen die entsprechenden Wirkungen hervorzubringen. Die Ausbreitung geschieht entweder allmählig von jedem Körpertheilchen auf das nächstanliegende (Leitung), oder wie die des Lichtes mit grosser Geschwindigkeit durch gewisse leitende (diathermane) Medien, z. B. die Luft, hindurch in die Entfernung (Strahlung der Wärme) und findet zwischen je zwei Punkten so lange statt, bis die Wärme von beiden mit gleicher Kraft auszuströmen strebt, d. h. bis die Intensität derselben (die Temperatur) in beiden gleich ist. Bei dieser Ausgleichung der Temperaturen nimmt natürlich der eine Körper eine ebenso grosse Quantität Wärme auf, als der andere abgiebt, aber die Steigerung seiner Temperatur ist nicht nothwendig gleich der Abnahme in der des anderen. Einmal nämlich hängt dieselbe ab von der Masse

des Körpers, in welchen sich die Wärme hin verbreitet, und dann brauchen auch gleiche Massen ungleichartiger Körper verschiedene Wärmequantitäten, um in ihrer Temperatur gleich viel erhöht zu werden. Diese verschiedene Capacität der Stoffe für die Wärme bezeichnet man als ihre *specifische Wärme* und giebt für ihre Messung an, wie viel Wärmeeinheiten nöthig sind, um eine Gewichtseinheit (1 Gramm) des betreffenden Stoffes um 1° C. zu erwärmen, wobei als Wärmeeinheit diejenige Quantität zu Grunde gelegt wird, welche 1 gr. reines Wasser von 0° bis 1° C. erhöht. Uebrigens ist die *specifische Wärme* der Stoffe auch abhängig von ihrer Dichtigkeit; sie nimmt nämlich bei der Compression ab, und deshalb steigert sich dabei die Temperatur, weil nicht mehr so viel Wärme nöthig ist, um den comprimirten Körper zu der gegebenen Temperatur zu erwärmen, als derselbe vor der Compression enthalten musste. Es kommen jedoch merkliche Wirkungen dieser Art nur bei den leicht zusammendrückbaren Gasen vor. Die wesentlichen Wirkungen der freien Wärme sind: die eigenthümliche Affection unseres Tastsinnes und die Volumenvergrösserung der Körper, in welche sie eindringt; letztere wird deshalb zum Messen der Intensität der freien Wärme im Thermometer benutzt.

Die latente Wärme dagegen wird vorgestellt als eine solche 540
Vereinigung des Wärmestoffes mit den Körperelementen, dass dadurch die Expansivkraft desselben überwältigt ist. Da diese Vereinigung zugleich stets in bestimmten Verhältnissen stattfindet, so ist sie vielfach mit den chemischen Verbindungen verglichen worden, durch welche z. B. Gase mit festen Körpern zu einem festen oder tropfbar flüssigen Product verbunden werden. Bindung von Wärme findet statt, erstens beim Uebergang eines Körpers in die loseren Aggregatzustände, d. h. vom festen in den flüssigen und vom flüssigen in den gasförmigen; zweitens bei Trennung chemischer Verbindungen. Umgekehrt wird respective dieselbe Quantität gebundener Wärme frei bei dem Uebergang in dichtere Aggregatzustände und bei der Entstehung chemischer Verbindungen. Man stellt sich deshalb vor:

1) dass sich derselbe Stoff im festen, flüssigen und gasigen

Zustande durch Aufnahme gewisser Quantitäten Wärmestoff unterscheidet;

2) dass die chemischen Elemente in isolirtem Zustande mit einer gewissen Quantität Wärmestoff vereinigt sind, von dem sie einen bestimmten Theil bei dem Eingehen einer chemischen Verbindung abgeben; dass von dem Rest ein zweiter Theil bei dem Eingehen einer Verbindung zweiter Ordnung abgegeben werden kann u. s. w., sodass jede chemische Verbindung, die noch eine weitere Vereinigung eingehen kann, noch einen bestimmten Theil der ursprünglichen latenten Wärme ihrer Elemente enthält. Allotropische Modificationen und blos isomere Verbindungen derselben Elemente können jedoch sehr verschiedene Quantitäten enthalten.

Die Quantitäten der bei chemischen Verbindungen frei werdenden Wärme sind im allgemeinen proportional der Intensität der Verwandtschaft, am grössten bei der Vereinigung einfacher Elemente, namentlich solcher, die in der elektrochemischen Reihe weit auseinander stehen, schwächer bei der Entstehung von Verbindungen höherer Ordnung, obgleich auch hier noch oft so bedeutend, dass die gebildeten Producte bis zum Glühen erhitzt werden. Leider ist die Messung der dabei frei werdenden Wärmequanta wegen der Schwierigkeit, die bedeutenden Fehlerquellen der Methoden zu entfernen, noch
541 auf wenige Processe beschränkt, und von den verschiedenen Beobachtern noch nicht die Gleichförmigkeit der Resultate erzielt worden, welche uns zur Aufstellung von specielleren Gesetzen berechtigen könnte. Die bedeutendste Folgerung, welche unmittelbar aus der bisher festgehaltenen theoretischen Ansicht fliesst, und sich auch stets in den wenigen, bisher angestellten Beobachtungen bewährt hat, ist die, dass die Summe der Wärme, welche bei der Vereinigung zweier oder mehrerer Elemente zu denselben Verbindungen frei wird, dieselbe sein muss, in welchen verschiedenen Zwischenstufen auch die Verbindung vor sich gegangen sein mag. Dieses Gesetz ist für unsern gegenwärtigen Zweck von höchster Wichtigkeit; es ist das Fundament für die chemische Theorie der organischen Wärme.

Weil nun in der Natur die Menge eines Stoffes nicht vermehrt oder vermindert werden kann, so folgt aus dieser theo-

retischen Ansicht der Wärme zunächst, dass die Quantität derselben in der Natur eine absolut constante sei, und durch keinen Process vermehrt oder vermindert werden könne, sondern, wo eine solche Vermehrung und Verminderung stattfinde, diese nur durch ein Freiwerden oder Binden des vorhandenen Wärmestoffes zu erklären sei. Für die Theorie der organischen Wärme aber folgt, dass die in den Organismen vorhandene Temperatur nur aus der frei oder latent in sie eingetretenen Wärme zu erklären sei, und da Quellen freier Wärme nur in Ausnahmsfällen existiren, so wäre nothwendig, dass die organische Wärme von der latenten Wärme der Ingesta herrühre.

Nun ist aber neuerlich besonders durch die vollkommene Gleichheit in den Gesetzen der Wärmestrahlung mit denen des Lichtes nicht nur die Aehnlichkeit, sondern fast die Identität beider Agentien wahrscheinlich geworden, und wir sind deshalb durch dieselben Gründe zu einer Undulationstheorie der Wärme genöthigt, wie zu der des Lichtes. Ausserdem aber findet sich, dass durch verschiedene andere Naturkräfte Wärme wirklich erzeugt werden kann, ohne dass solche Abänderungen in der Molecularbeschaffenheit der Körper vor sich gingen, aus denen ein Freiwerden latenter Wärme erklärt werden könnte. Es wird nämlich einmal bei dem Verschwinden der mechanischen Kraft in der Reibung, sowohl fester Körper gegeneinander,
wie flüssiger gegen feste, Wärme frei, und zweitens bei der 542
Ausgleichung elektrischer Spannungen, welche letztere wieder entweder durch Reibung oder durch Bewegung von Magneten hervorgebracht sein können, wenn wir von den mit chemischen Processen verbundenen hydroelektrischen, und den thermoelektrischen, selbst durch Wärme erzeugten Strömen absehen. Damit schwindet nun aber die Möglichkeit einer materiellen Theorie der Wärme ganz hin, weil Constanz der Quantität dabei die nothwendigste Forderung sein würde, und wir sind gezwungen, uns die Wärme ebenso als Bewegung zu denken wie das Licht. Die oben in der Sprache der materiellen Theorie auseinandergesetzten Verhältnisse der freien und latenten Wärme bleiben dabei unverändert, wenn wir an die Stelle der Quantität des Stoffes nur immer die nach den Grundgesetzen der Mechanik constant bleibende Quantität der Bewegung setzen; nur da fängt der

Unterschied an, wo es sich um Erzeugung der Wärmebewegung durch andere Bewegungskräfte handelt und um Bestimmung des Aequivalentes von Wärme, welches durch eine bestimmte Quantität einer mechanischen oder elektrischen Kraft hervorgebracht werden kann. Da fragt es sich denn auch, in wiefern die Nöthigung bestehen bleibt, die organische Wärme aus der latenten Wärme der Ingesta abzuleiten. Zunächst ist klar, dass die in denselben vorhandenen Kräfte nur eine bestimmte Menge der Wärmebewegung hervorbringen können, und auch bei aller Complication in den Verhältnissen ihres Einwirkens nur immer dieselbe, weil es durch die mechanischen Gesetze feststeht, dass eine bestimmte Quantität von einer bewegenden Kraft bei aller Complication ihres Mechanismus immer nur dasselbe bestimmte Quantum von Bewegung hervorbringen könne. Da es nicht bekannt ist, dass ausser mit und in den Ingestis mechanische, elektrische oder andere Kräfte und Bewegungen in den Organismus einströmten, so bliebe nur noch die Annahme übrig, dass unmittelbar durch eine eigenthümliche Kraft der organischen Körper, die sogenannte Lebenskraft, ins Unendliche Naturkräfte erzeugt werden können, eine Annahme, die zwar allen logischen Gesetzen der mechanischen Naturwissenschaften widerspricht, der wir aber solchen Physiologen gegenüber, die das Wesen des Lebens eben in diese seine Unbegreif-
543 lichkeit setzen, theoretisch nichts entgegenstellen können. Gerade hier wird es klar, von wie grossem Einfluss die Frage über den Ursprung der thierischen Wärme für die theoretische Ansicht des Lebensprocesses ist, da in ihr der bei weitem grösste Theil von dem Kraftäquivalent zur Erscheinung kommt, welches in den chemischen Kräften der Ingesta liegt, und wie wichtig dadurch die empirische Entscheidung dieser Frage wird, zu wir jetzt übergehen wollen. Leider ist dieselbe noch nicht bis zur vollkommenen Evidenz durchgeführt, weil die bisherigen Beobachter die Frage meist einseitig so aufgefasst haben, ob die thierische Wärme von der in den Athemorganen stattfindenden Verbrennung herrühre.

Temperaturerhöhung kann aber stattfinden:

1) Durch Verringerung der specifischen Wärme, nämlich bei Verdichtungen. Die hiervon herrührende Erwärmung ist namentlich bei Gasen sehr bemerklich, weil diese am stärksten comprimirbar sind; solche Compressionen von Gasen kommen jedoch im Körper nicht vor. Bei Flüssigkeiten ist eine hierher gehörige Erscheinung von Pouillet (Memoire sur de nouveaux phénomenes de production de chaleur. Annales de Chimie et de Physique XX. 141, übersetzt in Meckel, Archiv für Phys. VIII. 233) nachgewiesen worden. Die Temperatur wird nämlich merklich erhöht, wenn Flüssigkeiten poröse oder gepulverte feste Substanzen benetzen, weniger bei unorganischen Pulvern (um 0,2—0,3°, beim Thon um 0,9°) als bei organischen (Haare, Schwamm, neues Leder, Schweinsblase 2,0—2,4°, Fischbein 2,8°, Ochsensehne, Wolle, Elfenbein 3,1°, Darmhäute 9,6°), Doch ist diese Wirkung nur bei vollkommen lufttrockenen oder künstlich getrockneten Stoffen so bedeutend, die geringste Feuchtigkeit vermindert sie schon beträchtlich. Pouillet merkt an, dass diese Art der Erwärmung wohl zur organischen Wärme beitragen möge, weil alle Körpergewebe von Wasser durchdrungen seien; dagegen ist zu erinnern, dass nur während des Actes der Befeuchtung selbst eine Erwärmung stattfindet, nicht während der Fortdauer derselben, und dass mit Ausnahme etwa der trocknen Saamen und anderer künstlich getrockneter Nahrungsmittel alle Substanzen schon von Wasser durchdrungen sind, wenn sie in den Körper eintreten, und zwar im Durchschnitt wohl mehr, als wenn sie in den Fäces austreten.
Die geringe Temperaturerhöhung, welche die trocknen Nahrungs- 544
mittel bei ihrer Befeuchtung im Magen ergeben, möchte kaum in Anschlag zu bringen sein.

2) Temperaturerhöhung findet statt durch Freiwerden latenter Wärme, und zwar wird die Quantität der im Körper während des Verbrauches einer bestimmten Quantität von Nahrungsmitteln freigewordenen Wärme gleich sein der Summe der latenten Wärme des Ingesta minus derer der Egesta. Da nun zur Erhaltung einer constanten Temperatur die Ausgabe

der Wärme der Einnahme gleich sein muss, so wird für einen gleichbleibenden Zustand der Gesundheit und bei unverändertem Fortbestehen der Masse und Zusammensetzung des Körpers auch die Abgabe von Wärme gleich sein müssen der Differenz der latenten Wärme der Ingesta und Egesta.

Ingesta sind nun:

1) Gasförmiger Sauerstoff.
2) Tropfbar flüssiges Wasser und Salz.
3) Feste, aufgeweichte oder flüssige Nahrungsmittel, und zwar dem allergrössten Theile nach:
    a) Proteïnverbindungen und Leim gebende.
    b) Fette.
    c) Mehl- und zuckerartige Pflanzenstoffe.

Egesta sind:

1) Gasförmige Kohlensäure durch Lungen und Haut.
2) Gasförmiges Wasser durch Lungen und Haut.
3) Tropfbar flüssiges Wasser und Salze, besonders durch den Urin.
4) Ammoniaksalze, meist kohlensaure, durch die Haut.
5) Harnstoff im Urin.
6) Geringere Mengen anderer noch mehr complicirter organischer Verbindungen: Schleim, Darmsecrete und Gallenreste in den Excrementen; Harnsäure und Extractivstoffe im Urin, letztere auch im Schweiss, Epithelialabschilferung und Fettabsonderung auf der Haut.

Um die Uebersicht zu vereinfachen, wollen wir, da es hier nicht auf eine genau auszuführende Rechnung ankommt, die unter Nr. 6 angeführten Excreta unberücksichtigt lassen, theils weil sie selbst noch quaternäre, den Nahrungsmitteln ähnlichere Verbindungen sind, daher die bei ihrer Erzeugung entstandene Wärme muthmaasslich sehr unbedeutend ist, theils weil ihre
545 Menge verhältnissmässig gering ist. Es gehen nämlich in 24 Stunden bei einem erwachsenen Manne durch die Lungenausdünstung fort, nach Andral und Gavarret 292,8 gr. Kohlenstoff, nach Scharling durch Haut- und Lungenausdünstung 240 gr. Dagegen durch die Excremente nach Liebig's

(Thierchemie S. 257 u. 260) beobachteter Mittelzahl des Gewichtes und Playfair's Elementaranalyse etwa 4 gr., und in den organischen Stoffen des Harns auch 3—4 gr., wenn man ihren Kohlenstoffgehalt nach einer gewiss zu hohen Schätzung zu 50 Procent annimmt, und Lecanu's Angaben der Harnstoffmenge zu Grunde legt, der die Menge der übrigen organischen Bestandtheile etwa gleich ist. Die ganze Menge der unter Nr. 6 aufgeführten Stoffe würde also täglich schwerlich mehr als 10 gr. Kohlenstoff entleeren, d. h. 0,03—0,04 des als Kohlensäure ausgeschiedenen. Wenn wir ausserdem den Harnstoff, der sich unter Aufnahme von Wasser ohne bedeutende Wärmeentwickelung in kohlensaures Ammoniak umsetzt, gleich als solches in Rechnung ziehen, so finden wir an der Stelle des bei weitem grössten Theiles der Nahrungsmittel und des eingeathmeten Sauerstoffes wieder: Kohlensäure, Wasser und Ammoniak, und wenn wir bestimmen, wie viel Wärme entwickelt werde, wenn die Nahrungsmittel umgesetzt und oxydirt werden zu Kohlensäure, Wasser und Ammoniak, so wird die gefundene Quantität bis auf die Differenz weniger Procente übereinstimmen müssen mit der durch die chemischen Processe des Organismus entwickelten Wärme.

Versuche über die Grösse der Verbrennungswärme sind gemacht worden von Lavoisier und Laplace, Dulong, Despretz, Hess und neuerlich namentlich über die Kohlenwasserstoffverbindungen von Favre und Silbermann (Comptes rendus 1846 Nr. 11). Von den erstgenannten Beobachtern wurden namentlich die Wärmequanta, welche Kohle und Wasserstoff bei ihrer Verbrennung geben, gemessen. Sie fanden:

	Für den Kohlenstoff	Für den Wasserstoff
Lavoisier und Laplace	7226	23400
Dulong	7858	34743
Despretz	7914,7	23951
Hess	—	34792
Favre und Silbermann	8080	34188.

Und zwar bedeuten diese Zahlen einmal die Verbrennungs- 546
wärme fester Kohle zu gasförmiger Kohlensäure, dann die des gasförmigen Wasserstoffes zu flüssigem Wasser. Es ist also

in der Zahl für die Verbrennungswärme des Wasserstoffes die latente Wärme des gebildeten Wasserdampfes hinzugekommen, die etwa 5700° beträgt. Dagegen ist in der für den Kohlenstoff wieder so viel verloren gegangen, als die latente Wärme des problematischen Kohlenstoffdampfes beträgt.

In Bezug auf die Respirationswärme gingen Lavoisier und Laplace von ihrer Annahme aus, dass in den Lungen eine kohlenwasserstoffhaltige Flüssigkeit secernirt werde, welche mit dem eingeathmeten Sauerstoff zu Kohlensäure und Wasser verbrenne. Demgemäss vermutheten sie, dass die bei der Respiration erzeugte Wärme gleich sei der, welche durch die Verwandlung des eingeathmeten Sauerstoffes in Kohlensäure und Wasser hervorgebracht werden könne. In derselben Weise berechneten Dulong und Despretz die Respirationswärme in ihren Versuchen über thierische Wärme, verglichen sie mit der von den Thieren abgegebenen, und fanden, dass sie nur etwa $^3/_4$ der letzteren betrage. Liebig (Thierchemie S. 28) will ebenfalls die organische Wärme aus der in den Lungen stattfindenden Verbrennung herleiten und hat diese Ansicht mit allen ihren Consequenzen vollständig entwickelt; da aber die erwähnte Hypothese von Lavoisier über die Ausscheidung eines Kohlenwasserstoffes in den Lungen längst verlassen ist, so baut er seine ebenso angestellte Rechnung auf die Annahme, dass der in den organischen Verbindungen vorhandene Kohlenstoff und Wasserstoff ebensoviel Wärme bei seiner Verbrennung erzeuge, als wenn er frei verbrenne; stillschweigend liegt dabei seiner Rechnung noch die zweite Annahme zu Grunde, dass der in den Substanzen schon vorhandene Sauerstoff, indem er bei der Verbrennung mit Wasserstoff derselben verbunden als Wasser austrete, nicht bei der Wärmeerzeugung mitwirke. Unter andern Voraussetzungen ist die letztere gar nicht aus der Beobachtung des verzehrten Sauerstoffes und der ausgeathmeten Kohlensäure zu berechnen. Factisch bewiesen waren aber diese Voraussetzungen durchaus nicht, höchstens stimmten damit ungefähr die Zahlen, welche Dulong für den Alkohol
647 und Aether gefunden hatte, obgleich auch mit diesen Zahlen schon nachgewiesen werden kann, dass z. B. für den Zucker jene Annahmen nicht zutreffen können. Gegenwärtig ist von

Favre und Silbermann eine Reihe von Beobachtungen über die Verbrennungswärme verschiedener Verbindungen von Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff bekannt gemacht worden, aus denen hervorgeht, dass der Alkohol allein etwa ebensoviel, der Aether aber, der Holzgeist, die zusammengesetzten Aetherarten des Alkohols und Holzgeistes, die Essig- und Ameisensäure mehr, die Säuren mit hohen Atomgewichten dagegen, wie die Butter-, Valerian-, Aethal- und Stearinsäure weniger Wärme erzeugen, dass schon blosse Kohlenwasserstoffe nicht so viel geben als ihre Elemente getrennt, und zwar um so weniger, je grösser die Anzahl der verbundenen Atome ist.

Leider sind unter den untersuchten Substanzen keine direct zur Nahrung dienenden, indessen lassen sich doch folgende Schlüsse daraus ziehen:

1) Der Traubenzucker ($C_{12}H_{28}O_{14}$) enthält soviel Sauerstoff, um allen Wasserstoff desselben zu Wasser zu oxydiren; bei seiner unmittelbaren Verbrennung würde also nur soviel Sauerstoff erforderlich sein, um seinen Kohlenstoff zu oxydiren. Nun enthält 1 gr. Traubenzucker:

Kohlenstoff	0,368	gr.
Wasserstoff	0,070	„
Sauerstoff	0,562	„

Nach der von Liebig gebrauchten Rechnungsweise würden also nur die 0,368 gr. Kohlenstoff in Betracht kommen, und bei ihrer Verbrennung nach Favre 2973 Wärmeeinheiten geben. Lassen wir dagegen den Zucker gähren, so wird erstens während der Gährung eine beträchtliche Wärmemenge frei, es geht $^1/_3$ des Kohlenstoffes mit $^4/_7$ des Sauerstoffes als Kohlensäure, und $^1/_7$ des Wasserstoffes mit $^1/_7$ des Sauerstoffes als Wasser fort, und es bleiben 0,455 gr. als Alkohol, diese geben aber allein schon nach Favre 3268 Wärmeeinheiten. Es wird also bei dem Uebergang des Traubenzuckers durch den Körper jedenfalls $^1/_{10}$ mehr Wärme frei, als aus der bei der Respiration erhaltenen Kohlensäure zu berechnen ist. Die latente Wärme des Amylums, Gummis, Rohrzuckers, die sich alle nur durch geringeren Gehalt an den Elementen des Wassers vom Traubenzucker unterscheiden, kann sich von der des letzteren nicht sehr 548

entfernen, und ist wahrscheinlich noch grösser, weil bei Einwirkung chemischer Reagentien oder gährungserregender Mittel aus ihnen zunächst Traubenzucker als erstes Zersetzungsproduct gebildet wird. Es folgt daraus also unbedingt, dass die grosse Classe der zuckerartigen und mehligen Nahrungsmittel eine viel grössere Wärme liefert, als aus den Respirationsproducten bisher berechnet worden ist.

2) Für die Fette können wir nur aus der Angabe von Favre und Silbermann über die Stearinsäure, welche ihren Elementen nach 10452 geben sollte, und nur 9716, also 7 % weniger giebt, den Schluss ziehen, dass sie sich meist ähnlich verhalten werden. Es ist in diesen Körpern sehr wenig Sauerstoff enthalten im Verhältniss zu dem, der bei der Verbrennung verbraucht wird, z. B. in der Stearinsäure ($C_{36}H_{72}O_4$) 4 Atome, während 104 weitere zur vollständigen Oxydation nöthig sind. Die Wärme, welche diese 4 Atome bei ihrer Vereinigung mit Wasserstoff geben, wiegt deshalb die nicht auf, welche bei der Bildung des complicirten Kohlenwasserstoffes abgegeben ist.[1])

3) Die Protein und Leim gebenden Verbindungen sind wie die wesentlichen Pflanzenstoffe der Ausgang einer langen Reihe von Zersetzungsproducten; es ist deshalb wahrscheinlich, dass sie noch viel latente Wärme durch nähere Vereinigung ihrer Elemente unter sich abgeben können. Ausserdem findet sich nur ein verhältnissmässig geringer Theil ihrer Elemente in den Respirationsproducten wieder, aus denen ihre Verbrennungswärme berechnet werden soll. Von dem grössten Theil derselben findet sich der Stickstoff im Harnstoff oder dem davon nur durch Wasseratome unterschiedenen kohlensauren Ammoniak; von den übrigen Elementen vereinigt sich noch ein Theil des Wasserstoffes mit dem darin vorhandenen Sauerstoff, der Rest erscheint in den Respirationsproducten. Es geben nämlich nach Mulder's Formeln:

1 At.	Protein	=	$C_{40}\,H_{62}\,N_{10}\,O_{10}$ minus
2½ „	Harnstoff	=	$C_5\,H_{20}\,N_{10}\,O_5$
5 „	Wasser	=	$H_{10}\,O_5$

bleiben $C_{35}\,H_{32}$ für die Respiration.

1) (1882.) Im Original ist eine fasche alte Formel $C_{68}H_{135}O_6$ gebraucht.

1 At. Leim $= C_{13}\,H_{20}\,N_4\,O_5$ minus 549
1 „ Harnstoff $= C_2\,H_8\,N_4\,O_2$
3 „ Wasser $= \quad H_6 \quad O_3$

bleiben $C_{11}\,H_6$.

1 At. Chondrin $= C_{40}\,H_{66}\,N_{10}\,O_{17}$ minus
2½ „ Harnstoff $= C_5\,H_{20}\,N_{10}\,O_5$
12 „ Wasser $= \quad H_{24} \quad O_{12}$

bleiben $C_{35}\,H_{22}$.

Aus diesen Gründen erscheint es wahrscheinlich, dass diese Verbindungen mehr Wärme erzeugen, als dem Rest ihrer Elemente entspricht, der sich in den Respirationsproducten vorfindet. Jedenfalls aber wäre es nur ein Zufall, wenn die beobachtete Grösse der organischen Wärme mit der aus den Respirationsproducten berechneten übereinstimmte, und es lässt sich mit einiger Wahrscheinlichkeit annehmen, dass die erstere grösser sein werde.

Experimentell direct geprüft ist die Frage über den chemischen Ursprung der thierischen Wärme bisher nur von Dulong (Annales de Chimie et de Phys. Série III. Tome I) und Despretz (Annales de Chimie et de Phys. Tome 26. p. 338), sodass die Versuche dieser beiden Forscher bisher noch das einzige empirische Fundament zur Entscheidung derselben geben, und deshalb hier in genauere Betrachtung gezogen werden müssen. Dieselben sind folgendermaassen angestellt: Das gewählte Thier wird in einen kupfernen, innen mit Weidengeflechten ausgelegten Kasten gesetzt, gross genug, um es in seiner Stellung nicht zu geniren. Am Rande desselben befindet sich eine Rinne, in welche der Deckel einpasst, und welche mit Quecksilber gefüllt wird, um einen luftdichten Verschluss herzustellen. Dieser kleinere Kasten wird in ein grösseres, mit destillirtem Wasser gefülltes kupfernes Gefäss gestellt, sodass er ganz in das Wasser eingetaucht ist; der ganze Apparat ruht auf Stützen von sehr trockenem Holz. Aus einem genau graduirten Gasometer wird Luft in gleichmässigem Strome durchgeleitet, und zwar vor dem Anfang der eigentlichen Messung schon so lange, bis man annehmen kann, die Temperatur und Zusammensetzung der in dem Kasten neben dem Thiere

enthaltenen Luft sei ziemlich constant geworden, sodass die
550 Veränderungen derselben während des Versuches, der ein bis zwei Stunden dauert, vernachlässigt werden können. Der Kohlensäuregehalt der ausgeleiteten Luft wurde durch Kalilösung, der Sauerstoff durch Wasserstoffgas bestimmt, und hieraus die Menge des verbrannten Kohlenstoffes und des Wasserstoffes bestimmt. Sobald die Beobachtung beginnen sollte, wurde die Temperatur des Wassers bestimmt, welche bei Despretz 7—12^0 C. betrug, bei Dulong 1—$1^1/_2{}^0$ niedriger als die der Luft gewählt wurde. Die von nun ab von dem Thiere abgegebene Wärme geht an das Kupfer des Kastens und von da an das Wasser über, sodass zu Ende des Versuches die Temperatur des letzteren um eine geringe, aber genau messbare Grösse erhöht gefunden wurde. Bei Despretz betrug diese Erhöhung 0,6—$1,3^0$ die während dieser Zeit durch Zuleitung von aussen stattfindende Erwärmung oder Abkühlung wurde berechnet und abgezogen; Dulong dagegen wartete bis die Temperatur des Wassers ebenso hoch über der der Luft war, als vorher darunter, um so die von aussen kommende Erwärmung und Erkältung zu compensiren. Die wahre Zunahme der Temperatur gab nun multiplicirt mit dem Gewichte des Wassers nach Hinzurechnung einer dem Kupfer an Capacität äquivalenten Menge desselben die Menge der abgegebenen Wärmeeinheiten.

Die in grosser Zahl angestellten Versuche geben nun einstimmig das Resultat, dass die durch Verbrennung von Kohlenstoff und Wasserstoff mit dem eingeathmeten Sauerstoff entstandene Wärme etwa $^3/_4$ der abgegebenen betrage (bei Despretz 0,74—0,90 $^0/_0$, bei Dulong 0,69—0,83 $^0/_0$). Dies Resultat hat Liebig durch zweierlei Einwürfe mit seiner Theorie zu vereinigen gesucht. Zuerst nämlich bezweifelt er in seiner Thierchemie, ob die Thiere auch ihre ursprüngliche Temperatur beibehalten haben, da sie von kaltem Metall umgeben, ohne sich bewegen zu können, in dem Apparat verweilt hätten, und deshalb ihnen leicht hätte Wärme entzogen werden können.

Dieser Einwand passt zunächst nicht auf die Versuche von Dulong, weil dieser bei der mittleren Lufttemperatur arbeitete, und auch in denen von Despretz ist die Tempe-

ratur von 8^0 keine so niedrige, dass sie nicht wenigstens von
den einheimischen Thieren ohne Schaden ertragen werden sollte; 551
ausserdem waren die Thiere nicht unmittelbar mit dem Metall
in Berührung. Wohl aber muss die Statthaftigkeit dieses Einwurfes
wenigstens theilweise deshalb zugestanden werden, weil
zugleich die Zuleitung der Luft bei Despretz nicht reichlich
genug war, um ein ganz unbehindertes Athmen zu gestatten.
Die Quantität des Sauerstoffes in der hindurchgeleiteten Luft
ist nämlich in diesen Versuchen auf $^2/_3$ bis $^1/_2$ vermindert, und
durch eine beinahe entsprechende Menge Kohlensäure ersetzt,
während in der normalen Ausathmungsluft etwa nur $^1/_4$ des
Sauerstoffes verschwindet. Nun existiren aber unter den Versuchen
von Legallois (Annales de Chim. et de Phys. 1817,
übersetzt in Meckel's Archiv III. 436) über den Einfluss des
Athmens in einer Luft mit verringertem Sauerstoffgehalt auch
solche, wo die Thiere in einem abgeschlossenen, anfangs mit
reiner atmosphärischer Luft gefüllten Raume, dessen Temperatur
leider nicht angegeben ist, drei Stunden lang athmeten,
und eine etwa ebenso grosse Verringerung des Sauerstoffgehaltes
allmählig herbeiführten, wie wir sie in mehreren Versuchen
von Despretz finden. Bei Legallois sank in diesen
Fällen die Temperatur von Kaninchen gar nicht; bei diesen
fand auch Despretz die höchsten Verhältnisszahlen zwischen
der Verbrennungswärme und der abgegebenen (0,821—0,904).
Bei Katzen sank sie sehr wenig, um 0,3—0,5^0; sie folgen auch
bei Despretz am nächsten (0,808^0). Am bedeutendsten sank
sie bei Hunden, und hier finden wir auch das ungünstigste
Wärmeverhältniss (0,74—0,80^0). Es wäre daraus vielleicht zu
schliessen, dass in Despretz's Versuchen, da wo die niedrigeren
Verhältnisszahlen gefunden sind, eine Abkühlung des Thieres
aus den angeführten Gründen stattgefunden habe, und deshalb
den höheren Zahlen 0,85—0,90^0 ein grösseres Gewicht beizulegen
sei. Bei Dulong's Versuchen dagegen ist dieser Einwurf
nicht zu machen, weil der Kohlensäuregehalt der hindurchgeleiteten
Luft in der Regel den der normalen Ausathmungsluft
nicht übersteigt, und weil die Temperatur des Wassers
nicht niedriger als die der Zimmerluft war (12,6—18,6^0).

Dann hat Liebig (Annalen der Chemie und Pharmacie

LIII Januar 1845) darauf aufmerksam gemacht, dass diese
552 Versuche mit zu niedrigen Zahlen für die Verbrennungswärme des Kohlenstoffes und Wasserstoffes berechnet sind, und dass man, wenn dabei die neuere Zahl von Hess, 34792, für den Wasserstoff gebraucht, und besonders wenn noch eine von ihm aus Despretz's Angaben über Verbrennung des ölbildenden Gases, des Alkohols und Aethers erschlossene höhere Zahl für die Verbrennungswärme des Kohlenstoffes, 8558, zu Grunde gelegt wird, Verhältnisszahlen bekommt, welche sich der 1 mehr nähern. Bei Despretz ist es aber zweifelhaft, ob eine solche Substitution erlaubt sei, da er die Versuche über thierische Wärme mit zum Theil denselben, zum Theil ganz ähnlichen Apparaten und Methoden gemacht hat, wie die über Verbrennung von Kohle und Wasserstoffgas, und alle diese Angaben ähnliche Fehlerquellen haben. Bei Dulong dagegen möchte eine solche Correction eher gestattet sein, weil er nicht selbst gefundene Zahlen zu Grunde legt, sondern die offenbar zu niedrigen von Lavoisier und Laplace. Jedenfalls muss aber Liebig's theoretisch erschlossene Zahl für den Kohlenstoff zurückgewiesen werden, da sie sowohl von den genauesten empirischen Beobachtungen (Dulong 7858, Despretz 7914,7, Favre und Silbermann 8080) zu sehr abweicht, als auch die Gründe, aus denen sie erschlossen ist, aus denselben schon oben widerlegten Voraussetzungen hergenommen sind, aus denen die ganze Theorie von der Erwärmung durch die Respiration herrührt.

Die von Liebig berechneten Verhältnisszahlen nach der Annahme der Verbrennungswärme von 1 gr. Kohlenstoff = 7912 und von 1 gr. Wasserstoffgas = 34792 geben für Despretz's Versuche Zahlen zwischen 84 und 102, deren Mittel 95,25 ist. Bei Annahme der Wärme des Kohlenstoffes zu 8558 für Despretz zwischen 88,5 und 107,5, Mittel 96,9; für Dulong zwischen 83,6 und 104,1, Mittel 95,8. Bewundernswerth ist die nahe Uebereinstimmung, welche beide Beobachtungsreihen bei gleichmässiger Berechnung darbieten, uud doch ist, selbst bei der zu hohen Annahme der Verbrennungswärme des Kohlenstoffes das Resultat noch unter 100.

Fassen wir das Ergebniss dieser Discussion zusammen, so scheinen am meisten Zutrauen zu verdienen die höheren Zahlen

von Despretz, wonach also die von den Thieren abgegebene
Wärme im Durchschnitt etwa um $^1/_9$ höher ist, als die durch
die Verbrennung mittelst des inspirirten Sauerstoffes mit Kohlen- 553
stoff und Wasserstoff erzeugbare; ein Resultat, was gänzlich übereinstimmt mit den Consequenzen der chemischen Theorie der organischen Wärme, wie wir sie oben aus den wahrscheinlichsten Annahmen hergeleitet haben. Empirisch die Untersuchung weiter zu führen, ob die Uebereinstimmung zwischen der ganzen chemisch entwickelten Wärme und der organischen wirklich so genau sei, als es durch experimentelle Mittel zu erkennen ist, möchte für jetzt noch an der Unzulänglichkeit der physikalischen Vorarbeiten scheitern, und wir müssen uns deshalb vorläufig mit dem Factum begnügen, dass wenigstens sehr nahehin die chemischen Processe im Organismus so viel Wärme erzeugen, als wir in ihm und seinen Ausgaben vorfinden, und dass wir deshalb auch als empirisch bewiesen betrachten müssen, dass wenigstens der bei weitem grösste Theil der organischen Wärme Product der chemischen Processe sei.

Da bei Dulong's Versuchen das Gewicht der Thiere angegeben ist, so lässt sich aus ihnen berechnen, wie gross in ihnen die Intensität der Wärmeerzeugung sei, d. h. wie viel Wärmeeinheiten von einer Gewichtseinheit (1 gr.) ihres Körpers im Mittel erzeugt werden, oder, was dasselbe sagt, um wie viel eine gleich schwere Menge Wasser durch ihren Körper in einer gegebenen Zeit erwärmt werden würde. Es folgt hier die Berechnung dieser Grösse für eine Stunde; hinzugefügt ist das Verhältniss der für die Verbrennung in den Athemorganen von Dulong berechneten Wärme zu der abgegebenen, weil uns dieses Verhältniss dazu dienen kann, die Menge der in dem menschlichen Körper erzeugten Wärme zu berechnen.

	Gattung, Alter und Gewicht des Thieres	Wärmeeinheiten für 1 Grm. und 1 Stunde.	Verhältniss der Verbrennungswärme zur abgegebenen
	Katze. 2 Monate. 712 Grm.	10,11	0,729
	Katze. 2½ Monate. 760 Grm.	10,05	0,688
554	Katze. 3 Monate. 730 Grm.	10,46	0,715
	Katze. 4 Monate. 1115 Grm.	8,65	0,758
	Hund. 45 Tage. 1040 Grm.	7,31	0,728
	Hund. 50 Tage. 1150 Grm.	6,11	0,802
	Hund. 60 Tage. 1302 Grm.	5,90	0,792
	Thurmfalke. 265 Grm.	6,91	0,715
	Thurmfalke. 280 Grm.	6,95	0,789
	Altes Meerschweinchen. 865 Grm.	5,82	0,694
	Meerschweinchen. 874 Grm.	5,88	0,749
	Junges Meerschweinchen. 476 Grm.	7,05	0,800
	Kaninchen. 4 Monate. 1990 Grm.	3,16	0,755
	Kaninchen. 2 Monate. 990 Grm.	4,26	0,833
	Taube. 357 Grm.	10,77	0,745
	Taube. 346 Grm.	11,60	0,787
	Mittel:	—	0,754

555 Wir ersehen aus dieser Zusammenstellung über die Intensität der Wärmeentwickelung, welche als Resultat der Intensität des ganzen Stoffwechsels, sowohl diesem, als auch, wie aus der geringen Verschiedenheit in dem Verhältniss der Verbren-

nungswärme hervorgeht, der Intensität der Respiration proportional ist, dass dieselbe in den verschiedenen Thierclassen eine sehr verschiedene ist; am intensivsten bei den Tauben und Katzen, am geringsten bei den Kaninchen. Bei jüngeren Thieren scheint dieselbe im allgemeinen grösser zu sein als bei älteren, entsprechend dem, was von der relativen Menge der Athmungsproducte schon bekannt ist.

Betrachten wir bei diesen, in ihren Wärmeverhältnissen so verschiedenen Thierclassen die geringen Abweichungen in dem Verhältniss der Verbrennungswärme zur abgegebenen, so erscheint es wahrscheinlich, dass wir dasselbe auch beim Menschen voraussetzen dürfen, und da wir die Menge seiner Respirationsproducte kennen, so können wir unter dieser Voraussetzung die ungefähre Intensität seiner Wärmeentwickelung berechnen. Nach den Beobachtungen von Scharling, welche wie die von Dulong und Despretz die Haut- und Lungenausscheidung zugleich umfassen, scheidet ein Mann von 28 Jahren und 82 kgr. Körpergewicht in 24 Stunden 878,9 gr. Kohlensäure aus, welche enthalten 239,7 gr. Kohlenstoff; also in einer Stunde 36,6 Kohlensäure und 9,98 Kohlenstoff, welcher berechnet nach Lavoisier's Verbrennungszahl = 72115 Wärmeeinheiten giebt. Dazu kommt noch auf je 1 Theil Kohlensäure nach Valentin's Beobachtungen 0,1243 Theile Sauerstoff, die zur Wasserbildung verbraucht werden, und mit 0,0155 Theilen Wasserstoff sich verbinden; dies giebt auf 36,6 gr. Kohlensäure 0,5673 gr. Wasserstoff, welcher bei der Verbrennung 13275 Wärmeeinheiten giebt. Die gesammte Wärmemenge für die Verbrennung in den Lungen ist demnach 85390; die gesammte organische Wärme würde ungefähr $^4/_3$ davon betragen, also 113853 für 82000 gr. Körpergewicht, also für 1 gr. etwa 1,6; d. h. ein Mensch giebt in einer Stunde so viel Wärme ab, um eine gleich schwere Menge Wasser um 1,6° zu erwärmen. Diese Menge ist halb so gross, als die für Kaninchen gefundene, was sich wohl aus der Grösse des Menschen erklärt. Ein kleiner Körper erkaltet nämlich schneller als ein grosser; sollen sie deshalb beide durch innere Wärmeent- 556
wickelung auf gleicher Temperatur erhalten werden, so wird diese in dem grossen verhältnissmässig geringer sein dürfen als im kleinen.

Wir haben uns bis jetzt mit der Summe der organischen Wärme beschäftigt, die von der Summe aller chemischen Processe des Körpers herrührt, und deshalb aus den Endproducten derselben berechenbar sein muss, und haben gesehen, dass die bisher angestellten Experimente und Beobachtungen der chemischen Theorie nicht widersprechen. Weit schwieriger ist es nun, die einzelnen Processe auszumitteln, bei denen Wärme erzeugt wird, weil wir bei den meisten noch keineswegs wissen, welche Stoffe umgewandelt werden, und welche daraus entstehen, bei allen aber die Kenntniss der Wärmequantität, welche dadurch frei werden kann, uns mangelt; wir müssen uns deshalb auf einige Einzelheiten beschränken.

Einmal wird Wärme bei der Muskel-Action frei, und zwar zunächst im Muskel selbst nach den thermoelektrischen Untersuchungen von Becquerel und Breschet (Annales des sciences naturelles. Nouvelle Série. Tom. III. p. 272); dieselben fanden die Temperatur des Biceps brachialis bei mehrmals aufeinanderfolgenden Contractionen sich steigernd um 0,5°, bei 5 Minuten lang fortgesetztem Sägen um 1°. In Folge dieses örtlichen Processes vermehrt sich dann auch die Wärme des ganzen Körpers. Davy fand in seinen ausgedehnten Beobachtungsreihen (Philosophical Transactions. 1844 u. 1845) nach zweistündigen Körperanstrengungen (Reiten, Gehen, Bergsteigen, Fischen) die Temperatur unter der Zunge um 0,5—1° vermehrt; Gierse (Quaenam sit ratio caloris organici partium inflamm. etc. Dissertatio) in ähnlichen, zur Beobachtung pathologischer Einwirkungen angestellten Beobachtungsreihen bei Hunden, die sich anstrengten sich von ihren Fesseln zu befreien, im Mastdarm eine Steigerung um 1° C. Da die grösste Erhöhung unmittelbar in den Muskeln stattfindet, so müssen wir die Temperatursteigerung zunächst aus den daselbst stattfindenden Processen herleiten; es sind aber in neueren Zeiten chemische Umsetzungen (Helmholtz, Ueber den Stoffwechsel bei der Muskelaction. Müller's Archiv 1845) und elektrische Ströme (du Bois-Reymond, Poggend. Ann. Jan. 1843) da-
557 selbst gefunden worden, beide sowohl unter sich, als mit der Wärmeentwickelung eng zusammenhängend. Zur Steigerung der Gesammttemperatur des Körpers trägt dann wahrschein-

lich auch die Beschleunigung der übrigen organischen Processe, der Respiration und Blutbewegung bei. Bestätigen sich übrigens die grossen Temperaturunterschiede, welche Becquerel und Breschet zwischen dem arteriellen und venösen Blut gefunden haben, von 0,8—1°, so muss es vorläufig unentschieden bleiben, ob die Wärmezunahme bei der Muskelcontraction nicht von vermehrtem Zufluss des arteriellen Blutes herrühre.

Was die Beziehungen des Nervensystems zur organischen Wärme betrifft, so ist von den Physiologen darüber viel experimentirt und gestritten worden, weil man die einseitig nur die Respiration beachtende chemische Wärmetheorie nicht ausreichend fand, und dafür die Erzeugung der organischen Wärme theilweise oder ganz dem unbekannten, in den Nerven wirkenden Agens zu vindiciren suchte. Als Brodie (Philosophical Transactions 1811 u. 1812, übersetzt in Reil's Archiv Bd. 12 p. 137 u. 199) nämlich gefunden hatte, dass sich Herzschlag und Blutumlauf bei geköpften Thieren erhalten lassen, wenn man die Lunge durch einen Blasebalg abwechselnd mit Luft füllt und entleert, untersuchte er auch die Temperaturverhältnisse derselben, und fand, dass sie schnell erkalteten, selbst wenn der Blutumlauf in Bezug auf Frequenz und Stärke der Pulsschläge ziemlich normal vor sich ging; und zwar erkalten sie schneller als andere geköpfte Thiere derselben Art und Grösse, bei denen das künstliche Athmen nicht unterhalten wurde. Er verband dann mit solchen Versuchen eine Untersuchung der durch das künstliche Athmen erzeugten Kohlensäuremenge, und fand, dass dieselbe nahe ebensoviel betrug wie beim natürlichen Athmen; trotzdem sank die Temperatur schnell, und zwar am schnellsten in der Umgebung der Lunge. Er schloss aus diesen Versuchen, dass die Respiration kein Erwärmungs-, sondern ein Abkühlungsmittel sei, und dass die thierische Wärme durch Nervenwirkung unter dem Einfluss der Centraltheile erzeugt werde. Aus seinen Versuchen geht jedenfalls so viel hervor, dass eine Erkaltung bei fortbestehender Respiration möglich ist, und so weit sind seine Resultate auch von Allen, die auf eine ähnliche Weise experimentirt
haben, Chaussat (Meckel's Archiv 7. Bd. p. 282), Hales 558
(London med. and phys. Journal. Vol. 32. 1814, übersetzt in

Meckel's Archiv Bd. 3), Legallois (Annales de chim. et de phys. Tome 4. 1817), Wilson Philipp (Untersuchungen über die Gesetze der Functionen des Lebens. Uebersetzt von Sontheimer. Stuttgart 1822), Williams (Froriep's Notizen 1836. 4) bestätigt worden. Nur fand Chaussat, dass künstliche Respiration die Abkühlung nicht beschleunige, Hales, dass sie dieselbe im Gegentheil verlangsame, und die übrigen zeigten, dass dieser Unterschied von der Geschwindigkeit des Einblasens abhänge, ja dass man sogar bei unversehrten Thieren durch eine starke künstliche Respiration die Temperatur verringern könne; auch gelang es Williams, einige Male bei geköpften Thieren, die schon zu erkalten angefangen hatten, durch künstliche Respiration eine vorübergehende Steigerung der Temperatur hervorzurufen. Uebrigens kann bei diesen Versuchen statt der Köpfung der Thiere auch jedes andere Verfahren dienen, durch welches der Körper der Einwirkung des Gehirns entzogen wird, z. B. Durchschneidung der Medulla oblongata, Commotion des Gehirns durch einen Schlag, Vergiftung durch narkotische Gifte, wie Opium und Woorara. Chaussat hat auch Versuche angestellt über Durchschneidung des Rückenmarkes bei Hunden, und gefunden, dass Durchschneidung zwischen den Halswirbeln denselben Erfolg habe wie die der Medulla oblongata, die zwischen den Rückenwirbeln aber eine desto langsamere Erkaltung bewirke, je tiefer sie gemacht werde. Endlich will derselbe eine fast ebenso grosse Erkaltung gefunden haben nach Exstirpation einer Nebenniere mit den anliegenden Geflechten des Sympathicus, wobei aber, trotz seiner Versicherung des Gegentheils, der nothwendige bedeutende Blutverlust die Beweiskraft des Experimentes bezweifeln macht.

Aus diesen Versuchen ist nun nicht mehr zu schliessen, als dass die durch den Respirationsact unmittelbar erzeugte Wärme, d. h. die durch den Austausch der im Venenblute gelösten Kohlensäure mit dem Sauerstoff der atmosphärischen Luft und durch die unmittelbar im Blute eintretenden Verbindungen hervorgebrachte, nicht die alleinige Quelle der constanten Temperatur des Organismus ist, sondern dass auch ein
559 grosser Theil erzeugt wird durch andere Processe, deren Fort-

dauer von der Verbindung der betreffenden Organe mit dem Gehirn abhängt. Dahin würde zunächst die willkürliche Action der Muskeln und ihrer motorischen Nerven zu rechnen sein. ferner ein Theil wenigstens der Absonderungsprocesse, wie denn auch von Brodie speciell angegeben wird, dass in seinen Experimenten trotz der fortdauernden Respiration kein Harn mehr abgesondert sei. Diese verschiedenen Processe sind wahrscheinlich chemische Metamorphosen der organischen Verbindungen in sich selbst ohne Zutritt fremder Elemente, und liefern erst die Zersetzungsproducte, welche in das Blut aufgenommen, zur Verbindung mit dem eingeathmeten Sauerstoff kommen.

Es gehören hierher noch einige pathologische Erfahrungen über die Temperatur gelähmter Glieder. Von Earle (Medico-chirurg. Transactions. Vol. 7. Uebersetzt in Meckel's Archiv Bd. 3. p. 449) sind Beobachtungen vorhanden, dass dieselben an einem nach Verrenkung der Schulter gelähmten Arm in der Hand und Ellenbuge um 1,6—2,2° geringer war als an der anderen Seite, und um ebensoviel an dem kleinen Finger eines Mädchens, dem er den Nervus ulnaris durchschnitten hatte. Aehnliche Beobachtungen sind von Home und Yelloly (Medico-chirurg. Transactions. p. 3) gemacht. Erhöht wurde dagegen die Temperatur von Romberg an einem gelähmten Fusse gefunden, wegen eines daselbst bestehenden Geschwürs. In allen diesen Fällen war die Nervenverbindung im peripherischen Theile unterbrochen. Dagegen beobachteten Becquerel und Breschet Fälle von Hemiplegie, wo also wahrscheinlich die hemmende Ursache in den Centraltheilen lag, und wo deshalb die gelähmten Glieder wenigstens mit einem Theile derselben noch in Verbindung stehen konnten. Hier war kein Temperaturunterschied zu finden.

Wir haben endlich über die Entwickelung von Wärme beim Respirationsact, als einem Theil der gesammten organischen Wärmemenge, noch Einiges zu erwähnen. Es ist in neueren Zeiten, namentlich durch Magnus bewiesen worden, dass in dem Blute Sauerstoff und Kohlensäure in aufgelöstem Zustande oder vielleicht theilweise in leicht trennbaren chemischen Verbindungen vorhanden seien; und beim Durchgang

durch die Lunge ein Theil der Kohlensäure mit atmosphäri-
500 schem Sauerstoff ausgetauscht werde, im Gegensatz zu den älteren Theorien, nach welchen der Sauerstoff sich unmittelbar in den Lungen mit dem Kohlen- und Wasserstoff des Blutes verbinden sollte. Wo nun auf dem Wege von den Lungencapillaren zu den Körpercapillaren in dem arteriellen Blut die eigentliche chemische Verbindung des Sauerstoffes mit den oxydablen Materien vor sich gehe, wissen wir bis jetzt nicht; vollständig geschieht dieselbe auch in den Körpercapillaren nicht, da wir auch im Venenblute noch eine beträchtliche Menge von aufgelöstem Sauerstoff finden. Ebensowenig kennen wir den Ort, wo die Kohlensäure gebildet wird; ja aus J. Müller's, neuerdings von Marchand mit gleichem Erfolg wiederholten Versuchen über das Athmen von Fröschen in sauerstofffreien Gasarten scheint sogar hervorzugehen, dass auch ohne Einathmung von Sauerstoffgas Kohlensäure aus den im Körper vorhandenen, Kohlenstoff, und Sauerstoff enthaltenden, Verbindungen abgeschieden werden könne, wie es, um an ein bekanntes Beispiel zu erinnern, bei der weinigen Gährung aus dem Zucker geschieht. Am annehmbarsten erscheint es bis jetzt, dass die Verbindung und Abscheidung dieser Gase fortdauernd im ganzen Blute geschehe. Theoretisch ist also gar kein Grund, eine Wärmeentbindung in den Lungen zu vermuthen, doch nöthigt uns ein empirisches Factum dazu, wenn es sich bestätigt. Aus den thermometrischen Beobachtungen von Davy, und den thermoelektrischen von Becquerel und Breschet geht einstimmig hervor, dass die Temperatur des arteriellen Blutes höher als die des venösen ist, sowohl in den Gefässen, wie in den Herzkammern, und zwar nach ersterem Beobachter um 0,25—0,75°, nach letzterem um 0,84—1,01°. Da nun in den Lungen eine sehr beträchtliche Quantität Wärme nach aussen abgegeben wird, zur Erwärmung der eingeathmeten Luft bis nahe zur mittleren Körpertemperatur, und als latente Wärme des ausgeathmeten Wasserdampfes, so muss jedenfalls auf dem Wege durch die Lungencapillaren bis zum Herzen eine Wärmequelle vorhanden sein, wenn das Arterienblut auch nur eine gleiche, geschweige denn eine höhere Temperatur zeigen soll als das Venenblut. Es wäre wohl möglich,

dass ausser dem im Blute aufgelösten Sauerstoff ein anderer Theil davon gleich in den Lungen chemisch gebunden würde und Wärme erzeugte. In den Körpercapillaren wird die höhere Wärme des Arterienblutes dann wieder an die von aussen her 561
erkälteten Körpertheile abgegeben, und so die mittlere Temperatur des Venenblutes erniedrigt.

Directe Versuche über Verminderung der Körpertemperatur durch Beschränkung des Athmens sind von Legallois angestellt; aber allerdings sind die Resultate, insofern sie für einen unmittelbaren Einfluss sprechen sollen, im Gegensatz zu denen von Brodie, ohne Beweiskraft, weil bei Erschwerung der Respiration zugleich die Thätigkeit der Centraltheile des Nervensystems behindert wird, was sich durch das Gefühl von Hinfälligkeit und Kraftlosigkeit zu erkennen giebt. Legallois fand nämlich (Annales de Chimie et de Phys. Tom. 4. 1817, übersetzt in Meckel's Archiv Bd. 3), dass Thiere, welche in einer niedrigen Temperatur gebunden auf dem Rücken liegen, wobei sie nicht kräftig genug respiriren, ziemlich schnell erkalten, ebenso Thiere, welche in verdünnter atmosphärischer Luft, oder einem Gemenge von solcher mit Stickgas oder Kohlensäure athmen. Eben dahin gehören die pathologischen Fälle von beschränkter Respiration bei Cyanose, asthmatischen Zuständen aus chronischen Veränderungen der Bronchien und Lungenzellen, in denen die Temperatur des Körpers erniedrigt ist.

Die Frage über Entstehung der thierischen Wärme aus der Respiration würde also nach den bis jetzt vorliegenden Facten so zu beantworten sein, dass Respiration und Digestion allerdings die letzten Ursachen derselben sind, insofern sie die Stoffe in den Organismus liefern, welche durch ihre in verschiedenen Zwischenstufen erfolgende Verbindung die ganze im Körper vorhandene Quantität Wärme freigeben, dass die erstere aber als nächste Ursache, d. h. unmittelbar durch die in den Lungen erfolgende Veränderung der Blutbestandtheile nur einen, wie es scheint geringen, Theil der Lebenswärme erzeugt.

Abgabe der Wärme.

Die möglichen Wege der Erkaltung sind folgende:

1) Ueberschuss der Temperatur der Egesta (Excremente und Ausathmungsluft) über die Ingesta (Nahrungsmittel und eingeathmete Luft).

2) Uebergang von Stoffen in weniger dichte Aggregatzustände. Es kommt hier hauptsächlich nur die Abgabe dunst-
562 förmigen Wassers durch Lungen und Haut in Betracht, welches in tropfbar flüssigem Zustande aufgenommen war.

3) Abgabe der Wärme durch Leitung und Strahlung an die umgebenden Medien.

Um die ungefähre Grösse der einzelnen Summanden schätzen zu können, entnehmen wir aus den früheren Rechnungen, dass ein erwachsener Mann von 82 kgr. Gewicht täglich etwa 2700000 Wärmeeinheiten abgiebt.

ad 1) Nehmen wir als jedenfalls zu grosse Quantität an, ein solcher Mann trinke in 24 Stunden 1 Quart = 3 Pfund Wasser von 12°, und verzehrte an Speisen ein Quantum, welches seiner Wärmecapacität nach anderen 3 Pfund Wasser von 12° entspricht, so wären 6 Pfund um 25° zu erwärmen, dazu gehören 70157 Wärmeeinheiten, d. h. 2,6% der ganzen Menge.

In Bezug auf die eingeathmete Luft folgt aus Valentin's Bestimmung der relativen Kohlensäuremenge in der Ausathmungsluft, und aus Andral und Gavarret's zu hohen Bestimmungen der absoluten Kohlensäuremenge für 24 Stunden, dass ein erwachsener Mann höchstens 16400 Grm. Luft täglich einathme. Nach Valentin's Messungen hat bei 21° äusserer Temperatur die Athmungsluft 37°, bei 0° der ersteren 32°. Da nun die Capacität von obiger Menge Luft der von 4377 Grm. Wasser entspricht, so sind nöthig bei 21° äusserer Temperatur 70032, bei 0° 140064 Wärmeeinheiten, also 2.6 resp. 5,2 % der ganzen Wärmemenge.

ad 2) Wäre die eingeathmete Luft ganz trocken, so würde sie, um bei 37° gesättigt zu sein (was sie aber nie ganz wird), noch 0,04 ihres Gewichts an Wasserdampf aufnehmen; es würden also täglich zu bilden sein 656 Grm. Wasser, zu

deren Verdunstung nöthig sind bei 37° 397536 Wärmeeinheiten, was 14,7 % der ganzen Wärmemenge entspräche.

Wir haben also:

für Erwärmung der Speisen weniger als	2,6 %
für Erwärmung der Athmungsluft weniger als	5,2 %
für Lungenverdunstung weniger als	14,7 %
Summe weniger als	22,5 %

bleibt für die Hautabkühlung und Verdunstung mehr als 77,5 %.

Der bei weitem grösste Theil der Wärme geht also durch die Haut fort, weshalb wir diesen allein einer genaueren Discussion unterwerfen wollen. Er wird bedingt von der Ableitung der Wärme und der Verdunstung des die Epidermis tränkenden Wassers. 563

Die Ableitung hängt ihrer Quantität nach ab von der Temperaturdifferenz zwischen der Haut und dem umgebenden Medium, sowie von der Wärmeleitungsfähigkeit des letztern; der ersteren ist sie in den hier in Betracht kommenden Grenzen als nahe proportional zu setzen. Diese Differenz hängt nicht allein von der Wärme des Mediums ab, sondern kann auch von innen heraus durch grössere oder geringere Congestion nach der Haut verändert werden. Aus den Beobachtungen wissen wir, dass die Temperatur der letzteren zwischen ungefähr 32° und 37° wechseln kann, und wohl oft an freien Hautstellen noch tiefer als 32° sinkt, da wir bei der Beobachtung selbst durch Auflegen schlecht leitender Stoffe die Temperatur erhöhen. Ist die Haut durch stärkere Congestion bis 37° erwärmt, so ist die Blutwärme nur durch die dünne Epidermis von dem äusseren Medium geschieden, also nothwendig der Wärmeaustausch sehr schnell; sinkt aber bei ruhigerem Blutumlauf die Temperatur der Haut und des fettreichen, die Wärme sehr schlecht leitenden Fettzellgewebes, so treffen wir die Temperatur des Blutes erst wieder in den Muskeln an, und dann ist die Dicke der Haut und des Fettzellgewebes als Scheidewand zwischen der inneren und äusseren Wärme vorhanden. Auf diesen Umstand hat zuerst Bergmann (Müller's Archiv. 1845. S. 300) aufmerksam gemacht.

Der Einfluss, den die Wärmeleitungsfähigkeit des umgebenden Medium auf die Abkühlung des Körpers ausübt, zeigt sich schon in der gewöhnlichen Erfahrung deutlich. Ein in Hinsicht auf Wärme nicht verweichlichter Mensch hat bei ruhiger Stellung das Gefühl einer angenehmen Temperatur etwa in Wasser von 27°—31°, in ruhiger Luft unbekleidet bei 22°—25°, in unsern gewöhnlichen Kleidern bei 15°—20°; die Bewohner der Nordländer halten es aber in ihren dicken Pelzkleidern auch in Temperaturen aus, die bis zum Gefrierpunkt des Quecksilbers herabgehen. Die Art und Geschwindigkeit
564 der Wärmeleitung ist nach den Aggregatzuständen verschieden. Im allgemeinen leiten feste Körper, und unter ihnen die dichteren, namentlich die Metalle, am besten; wir können die Stärke der Leitung schon ungefähr nach dem Gefühl der Kälte beurtheilen, welches ein solcher Körper bei geringerem, objectivem Temperaturunterschied in der berührenden Haut hervorbringt. Unsere Kleidung ist aus schlecht leitenden Stoffen, dem Hornstoff, leimgebenden Geweben und Pflanzenfaser zusammengesetzt; ihre Fähigkeit, die Wärme zurückzuhalten, wird aber besonders von der mehr oder weniger feinen Zerfaserung dieser Stoffe bedingt, weil der Uebergang der Wärme von einer Faser zur anderen viel langsamer geschieht als die Fortpflanzung im Innern der einzelnen Fasern. Ausserdem hängt dieselbe noch von ihrer Dichtigkeit ab, insofern dichteres Gewebe den Wechsel der Luft verhütet. Die flüssigen Körper, unter denen hier nur das Wasser in Betracht kommt, leiten schlechter als die festen, sobald keine Bewegung der wärmeren Theile nach oben in ihnen stattfinden kann, wie es der Fall ist, wenn ihnen von oben die Wärme zugeleitet wird; sonst wird die Abkühlungsgeschwindigkeit dadurch, dass stets neue kältere Theilchen mit dem eingetauchten Körper in Berührung kommen, vermehrt. Dabei ist auch noch zu berücksichtigen, dass die Wärmecapacität des Wassers unter allen festen und flüssigen Körpern die grösste ist, und das Wasser deshalb durch die Wärmeabgabe des berührenden Körpers weniger erwärmt wird als die übrigen Stoffe. Das Abkühlungsvermögen des Wassers ist darum viel grösser als das unserer Kleidungsstücke.

Die Wärmeleitung in der Luft geschieht fast ganz durch Bewegung derselben; die erwärmten Theilchen steigen nämlich schnell in die Höhe, während von unten wieder kältere nachdrängen. Dazu kommt noch die Wärmeabgabe an das verdunstende Wasser. Die erwärmten Lufttheilchen können nämlich sehr viel mehr Wasserdunst aufnehmen als die kälteren, und entziehen dasselbe der mehr oder weniger feuchten Epidermis, mit der sie in Berührung kommen. Die Stärke der Abkühlung in der Luft hängt von zwei Momenten ab: 1) davon, wie viel Wärme die einzelnen Lufttheilchen der Haut entziehen können; 2) davon, wie viel Lufttheilchen sich mit der Haut in das Gleichgewicht der Wärme und der Feuchtigkeit setzen. Die Quantität Wärme, welche ein be- 565
stimmtes Volumen Luft erfordert, um sich mit der Haut in Gleichgewicht zu setzen, lässt sich für die schwitzende Haut leicht berechnen aus der bekannten Wärmecapacität der Luft, der Verdampfungswärme des Wassers bei 37° und der Dunstmenge, welche ein gegebenes Volumen Luft bei 37° aufnehmen muss, um gesättigt zu werden. Ist die Haut nicht mit Schweiss bedeckt, so modificiren sich die Verdampfungsverhältnisse etwas. Das in der Epidermis vorhandene Wasser ist dann nämlich hygroskopisch gebunden, und kann nicht ebenso frei verdunsten wie der tropfbar flüssige Schweiss. Die Luftschicht, die der Haut anliegt, kann sich deshalb nicht mit Wasserdunst vollständig sättigen, sondern nur so viel aufnehmen, bis die Expansivkraft der vorhandenen Dünste zusammen mit der Anziehungskraft des hygroskopischen Körpers, der Epidermis, gegen das Wasser gleich wird der höchst möglichen Expansivkraft der Wasserdünste bei der Hauttemperatur. Die Wärmeentziehung wird also bei nicht schwitzender Haut um ein gewisses Quantum geringer sein müssen. Kommt dazu noch eine Temperaturerniedrigung der Haut, so wird die Verdunstung auch dadurch beträchtlich vermindert, weil dann die Sättigungsmenge der Luft verhältnissmässig schnell sinkt; sie beträgt z. B. bei 30° nur $^2/_3$ von der bei 37°. Hörte die Wasserausscheidung an der Epidermis ganz auf, so müsste dieselbe lufttrocken werden, d. h. ihr Wasser so weit verlieren, bis ihre dadurch verstärkte Anziehungskraft gegen das

zurückgebliebene dem Streben desselben zur Verdunstung bei der gegebenen Temperatur und Feuchtigkeit der Luft das Gleichgewicht hielte. In diesen Zustand pflegt dieselbe aber nur zu kommen, wenn sie vom Körper getrennt ist, sie wird dann hart und brüchig; eine Annäherung dazu bieten uns die schwieligen Stellen am Körper und die Fingernägel dar.

Um eine ungefähre Anschauung der relativen Stärke der Abkühlung für Luft von verschiedener Temperatur und Feuchtigkeit zu geben, lasse ich folgende kleine Tabelle folgen, worin die Wärmeeinheiten angegeben sind, welche ein Luftvolumen, entsprechend dem von 1 Grm. bei 760 mm Druck und 0°, aufnehmen muss, um bis 37° erwärmt zu werden, entweder unter A mit Verdunstung bis zur Sättigung, oder unter B ohne dieselbe. Die Dunstmenge, welche in
566 der Atmosphäre schon vorhanden ist, ist angegeben in Procenten der zur Sättigung nöthigen Menge; weniger als 50 % kommt in unseren Klimaten äusserst selten vor, dies ist ziemlich als der Punkt der grössten Trockenheit zu betrachten. Die Rubrik A bezieht sich also auf die schwitzende Haut, B auf den problematischen Fall einer lufttrocknen Epidermis.

Temperatur der Atmosphäre	A: Feuchtigkeit der Atmosphäre in Procenten der grössten Dunstmenge				B
	50	70	90	100	ohne Verdunstung
35	11,6	8,0	4,3	2,4	0,5
30	15,0	12,1	9,3	7,9	1,7
25	17,9	15,8	13,6	12,5	2,9
20	20,5	18,9	17,3	16,5	4,2
15	22,9	21,7	20,5	19,9	5,6
10	25,1	24,2	23,3	22,9	6,9
5	27,2	26,5	25,9	25,5	7,4
0	29,1	28,6	28,2	28,0	9,9.

Es geht aus dieser Tabelle hervor, dass namentlich bei den höheren Temperaturen die Abkühlung durch Verdunstung die durch Erwärmung der Luft bei weitem überwiegt, und daraus ist einzusehen, wie grossen Einfluss die Verminderung oder Vermehrung der Hautabsonderung auf die Abgabe der Wärme hat, insofern durch diese hauptsächlich der Feuchtigkeitszustand der Epidermis bestimmt wird. Dann ist auch

ersichtlich, wie sehr der Feuchtigkeitszustand der Luft auf unsere Empfindung von Wärme und Kälte einwirken muss, z. B. kühlt trockne Luft von 20° ebenso viel ab, wie feuchte von ungefähr 14°. Die warme feuchte Luft macht wegen der beschränkten Abkühlung den Eindruck auf uns, welchen wir als schwül bezeichnen; in vollkommen feuchter Luft von der Körpertemperatur, hört die Abkühlung ganz auf, die Körpertemperatur steigt um einige Grade, und wenn dieselbe zu hoch getrieben wird, erfolgt der Tod, wie aus den Versuchen von Delaroche hervorgeht. Kürzere Zeit hindurch ist der 567
Aufenthalt allerdings auch in viel wärmeren Räumen möglich (s. oben die Versuche von Fordyce und Blagden).

Die Geschwindigkeit der Abkühlung hängt nun ferner ab von der Menge der Luft, die in gleicher Zeit mit dem Körper in Berührung kommt, und in dieser Beziehung ist besonders die Bewegung der Luft zu beachten, und die Dichtigkeit der Kleider. Bei den letzteren ist also zweierlei von Wichtigkeit, einmal die Wärmeleitung, welche durch die feinere Zerfaserung am meisten beschränkt wird, daher die Schutzkraft der feineren baumwollenen und wollenen Gewebe, der Federn u. s. w., zweitens die Dichtigkeit, worin das Leder und die gefirnisten Zeuge obenan stehen. Beide Eigenschaften vereinigt das Pelzwerk.

Um in den Temperaturextremen die eigene Temperatur zu bewahren, sind die Hauptmittel des Menschen die Bekleidung und der Wechsel von Ruhe und Arbeit. Aber auch bei einer gegebenen Bekleidung und einem bestimmten Maasse von Anstrengung regulirt sich die Wärmeabgabe durch den Zustand der Haut in Bezug auf Temperatur und Secretion. Durch Muskelanstrengung wird die Thätigkeit des Herzens und dadurch der Impuls des Blutes vermehrt, durch äussere Wärme werden die Hautcapillaren erschlafft, und so steigt durch beides die Congestion der Haut; umgekehrt wirken Ruhe und Kälte.

Die Congestion vermehrt die Temperatur und Secretion der Haut, und so die Entweichungsgeschwindigkeit der Wärme und die Verdunstung.

LXXXII.

Ueber das Wesen der Fäulniss und Gährung.

Aus Joh. Müller's Archiv für Anatomie und Physiologie.
Jahrgang 1843. S. 453—462.

453 Ueber den Grund der sogenannten freiwilligen Zersetzungsprocesse des Lebens beraubter organischer Substanzen sind bisher unter Chemikern und Physiologen höchst widersprechende Ansichten herrschend gewesen. Beide Theile hatten sich überzeugt, dass solche Stoffe nicht in Fäulniss oder Gährung übergehen, wenn sie in verschlossenen Gefässen ohne Zutritt der Luft bis zum Siedepunkte erhitzt werden; Gay-Lussac zeigte ausserdem, dass auch ohne Anwendung einer erhöhten Temperatur die Gährung des Traubensaftes vermieden werden könne, wenn man die Beeren bei sorgfältigem Abschluss der Luft unter Quecksilber auspresste. Es stimmten deshalb alle darin überein, dass jene Zersetzungen keine freiwilligen seien, sondern dass erst der Zutritt eines anderen in der Atmosphäre enthaltenen Agens den Anstoss dazu geben müsse. Da es sich nun fand, dass ein Theil des hinzugetretenen Sauerstoffes sich mit den Bestandtheilen der organischen Stoffe verbinde, so glaubten sich die meisten Chemiker zu dem Schlusse berechtigt, dass eben der Sauerstoff durch seine hervorstechende Verwandtschaft zu diesen Stoffen den Anstoss zum Zersetzungsprocesse gebe, entweder indem durch Oxydation Substanzen entständen, welche durch katalytische Kraft das Zerfallen der
454 Masse bewirken, oder indem nach Liebig's Theorie der Gährung die chemische Bewegung, welche mit der Oxydation (Verwesung) verbunden sei, sich auf die übrigen Atome fort-

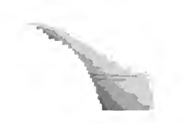
pflanze und sich in diesen bei nicht hinreichendem Sauerstoffzutritt als blosse Metamorphose der Verbindung darstelle.

Daneben war es jedoch längst bekannt, dass sich in allen faulenden thierischen und pflanzlichen Substanzen mikroskopische Organismen in ungeheurer Zahl bilden, man hatte bei dem Streite über die Generatio aequivoca auf das sorgfältigste die Bedingungen, unter welchen sich dieselben entwickeln, bestimmt und gefunden, dass sobald ein ausgekochter fester oder flüssiger, organischer Stoff nur mit ausgekochtem Wasser und ausgeglühter Luft in Berührung kommt, weder Fäulniss noch Entwickelung von Organismen bemerkt wird, dass sich beide aber sehr bald einstellen, sobald auch nur ein Minimum von einem jener Stoffe hinzutritt, ohne vorher die Siedhitze passirt zu haben; dass ferner auch durch Beimischung starker chemischer Agentien, wie der Säuren, der schweren Metallsalze stets jene beiden Processe zugleich verhindert oder aufgehoben werden. Die immer mehr ausgebreitete Anwendung des Mikroskops lehrte bald auch die Existenz bestimmter Organismen bei der weinigen und sauren Gährung der Zuckersäfte, des Alkohols, der Milch etc. kennen. Besonders wurde Schwan's Beobachtung von der vegetabilischen Natur der Hefe von grosser Wichtigkeit, weil dieselbe eine sehr constante Form darbietet und sich durch Uebertragung der Pflanzenzellen auch in reiner Zuckerlösung, die sonst nicht gährungsfähig ist, Gährung hervorbringen lässt. Auch an diesem Processe wies Schwan nach, dass er durch ausgeglühte Luft nicht eingeleitet werden kann. In Betracht der so stetigen Verbindung zwischen den Zersetzungsprocessen und der Entwickelung mikroskopischer Organismen, sowie der Gleichheit der Mittel, durch welche beide Vorgänge gehemmt werden, kamen viele Physiologen zu der Ansicht, dass die Zersetzung nur Folge des Lebensprocesses sei, dass sich jene 455
Organismen von den zersetzten Materien genährt und die Zersetzungsproducte durch die Secretionen von sich gegeben hätten.

Von vielen unserer grössten Chemiker wurden jedoch die meisten Facta, worauf sich diese Ansicht stützt, ignorirt und als physiologische Phantasien betrachtet. Die vegetabilische

Natur der Hefe verwarfen sie, sich auf eine Beobachtung Ehrenberg's stützend, dass auch unorganische Niederschläge sich zuweilen zu rosenkranzförmigen und ästigen Figuren aneinander reihen. Dagegen sind in neuerer Zeit entwickeltere Formen gährungerregender Vegetabilien bekannt geworden, wie sie sich namentlich in gährendem diabetischen Harn finden, welche durch Bildung grösserer, länglicher, kernhaltiger Zellen, durch deutliche Entwickelung kugeliger Sporenkörner keinen Zweifel über ihre vegetabilische Natur lassen, und welche ebenfalls fähig sind, wie ich mich selbst überzeugt habe, in Zuckerwasser Gährung hervorzubringen. Gegen die Versuche, durch welche dargethan wird, dass geglühte Luft unfähig sei, diese Zersetzungsprocesse einzuleiten, wirft Liebig in der letzten Ausgabe seiner Agricultur-Chemie ein, dass überhaupt thierische Stoffe in reinen Gefässen viel langsamer faulen als in solchen, welche durch organische Reste verunreinigt sind; Harn und Fleisch soll sich in sorgfältig gereinigten Gefässen 2—3 Wochen ohne bemerkbare Veränderung erhalten. Letzteres habe ich jedoch nie gesehen, wenigstens traten im Laufe des letzten, ziemlich warmen Sommers selbst in ausgekochten Gefässen und Stoffen, sobald sie auch nur einige Minuten nach dem Erkalten frei mit der Luft in Berührung gewesen waren, stets nach 24 bis 72 Stunden die ersten Zeichen der Fäulniss unverkennbar ein; ausserdem lässt es sich durch ganz einfache, leicht auszuführende Versuche so stringent beweisen, als überhaupt nur ein chemisches Experiment beweisen kann, dass geglühte Luft vollkommen unfähig ist Fäulniss oder Gährung hervorzurufen.

456 Die Methode, deren ich mich bediente, ist folgende: Ein Glaskolben, der verschiedene organische Substanzen, Theile von Thieren, Fleischstücke, klare Leimlösung oder Traubensaft enthielt, wurde durch einen ganz mit Siegellack überzogenen Kork verschlossen, durch welchen zwei dünne, rechtwinkelig gebogene, dicht nebeneinander verlaufende Glasröhren führten, deren eine in eine enge Spitze ausgezogen, die andere aber horizontal in einem rechten Winkel abgebogen war, um als Saugrohr zu dienen. Nachdem die Flüssigkeit des Kolbens so weit zum Kochen gebracht war, dass aus beiden Röhren



die Dämpfe stark ausströmten, wurde die eine durch etwas Siegellack geschlossen und die andere während des Erkaltens des Kolbens durch eine Spiritusflamme an einer Stelle bis zum Glühen erhitzt, und nach vollständiger Erkaltung wurde mit der Flamme bis zum Ende des Rohres allmählig hinabgegangen und das letztere gleichfalls mit Siegellack verschlossen. Die dabei eingeströmte Luft war meist bald nach der vollendeten Abkühlung vollständig ihres Sauerstoffes beraubt, wie ich mich durch Untersuchung derselben mittels Phosphors überzeugte. Waren die angewandten Flüssigkeiten klar z. B. Glutinlösungen, so entstand dabei ein ganz geringer Niederschlag, übrigens blieb die Flüssigkeit ungeändert. Um nun neuen Sauerstoff hinzuzubringen, erhitzte ich die beiden nebeneinanderlaufenden Röhren an einer Stelle, öffnete dann beide Enden, und sog leise durch das zweite gebogene Rohr die Luft aus dem Kolben aus, wobei von aussen neue durch die enge Oeffnung des ersten langsam einströmte und die erhitzte Stelle desselben passirte. Auf diese Art konnten beliebige Quantitäten Luft in beliebigen Zwischenzeiten hineingeschafft werden. Die einzige Veränderung, die an den organischen Materien sichtbar wurde, war eine geringe Vermehrung des Niederschlages; übrigens waren dieselben selbst in den heissesten Zeiten des Sommers nach 8 Wochen an Geruch, Geschmack, Ansehen und in ihrem Verhalten gegen Reagentien
unverändert; liess man aber auch nur eine geringe Menge un- 457
geglühter Luft ein, oder war der Verschluss des Kolbens nicht ganz fest, so entstand meist schon nach 2 bis 4 Tagen Fäulniss in ihren gewöhnlichen Erscheinungen mit Infusorienbildung.

Als das empfindlichste Reagens gegen die Fäulniss zeigte sich mir für diese und andere Versuche eine mit Lackmus gefärbte klare Glutinlösung; denn ehe noch durch den Geruch die Fäulniss mit Sicherheit erkannt werden konnte, äusserte sie sich schon durch eine Desoxydation und Entfärbung des Pigments. Die Farbe des letzteren stellt sich schnell wieder her, wenn man die Flüssigkeit in flachen Gefässen der Luft aussetzt, oder sie mit derselben schüttelt; in geschlossenen oder engen Gefässen verschwindet sie aber sehr bald wieder,

bleibt dagegen, wenn man die Fäulniss durch Kochen unterbricht, unverändert, bis die letztere wieder von Neuem eintritt.

Hierbei ist jedoch zu bemerken, dass sich die Flüssigkeit auch ohne Fäulniss entfärbt, wenn sich darin feste Fleischtheile befinden, oder durch Oxydation eine grössere Menge eines festen Niederschlages gebildet wird, weil sich dann der Farbstoff mit diesem verbindet; dann färbt sich die Flüssigkeit auch durch Sauerstoffzutritt nicht wieder. Mit dem Mikroskop findet man in der durch Fäulniss entfärbten Flüssigkeit eine fein granulirte Masse, welche sich bei 400maliger Vergrösserung als eine Zusammenhäufung kleiner Kügelchen erkennen lässt, und grössere stabförmige Thiere, welche sich langsam und um ihre Längenachse rotirend fortbewegen.

Uebrigens darf man das hier aufgefundene Factum zunächst nur auf die Zersetzungen der stickstoffhaltigen näheren Organbestandtheile der lebenden Wesen beziehen, namentlich auf die proteinhaltigen und leimartigen Verbindungen, indem die langsamen Zersetzungen anderer Stickstoffverbindungen unabhängig vom Zutritt der Luft auch in verschlossenen und ausgekochten Gefässen vor sich gehen. Ich habe in dieser Beziehung bis jetzt erst den Harnstoff und die Cyanwasserstoff-
458 säure untersucht. Ersteren stellte ich, um ihn ganz frei von anderen thierischen Stoffen zu erhalten, aus dem cyansauren Ammoniak dar, seine Zersetzung in kohlensaures Ammoniak unterscheidet sich schon dadurch wesentlich von der Fäulniss, dass sie in der Siedehitze schneller vor sich geht als bei gewöhnlicher Temperatur. Ich verschloss die Lösungen der beiden genannten Stoffe in zugeschmolzenen Glasröhren, und legte sie so in kochendes Wasser; sie zersetzten sich ebenso schnell, wie andere Theile derselben Lösungen, welche frei mit der Luft in Berührung waren. Ist Harn in ausgekochten Gefässen eingeschmolzen, so geht diese langsame Zersetzung des Harnstoffes vor sich, ohne eine faulige Zersetzung der übrigen thierischen Stoffe hervorzurufen.

Um noch auf eine andere Weise die Einwirkung des Sauerstoffes auf organische Stoffe zu untersuchen, schloss ich Fleisch, Leimlösungen, Traubensaft ausgekocht ein, und bewirkte durch einen mittels Platindrähten hindurchgeleiteten

elektrischen Strom eine Wasserzersetzung; aber auch hier war das entwickelte Sauerstoffgas nicht im Stande, Fäulniss oder Gährung hervorzubringen. Dieses Resultat widerspricht einem Versuche von Gay Lussac, welcher in unter Quecksilber ausgepresstem Traubensafte durch den elektrischen Strom Gährung hervorgerufen haben will; es kann aber auch bei der gewissenhaftesten Reinigung der Gefässe, des Quecksilbers etc., wie es sich bei den Untersuchungen über Generatio aequivoca zeigte, kein Experiment bindende Kraft haben, wobei irgend ein Theil des Apparates, oder irgend eine der angewendeten Substanzen nicht vorher bis zur Siedhitze erwärmt ist. Dasselbe lässt sich einwenden gegen die Versuche desselben ausgezeichneten Chemikers, bei denen nach der Einbringung einer geringen Quantität Sauerstoffes Gährung entstand, Versuche, auf welche Liebig ein besonderes Gewicht legt, weil sich nicht einsehen liesse, wie in das zur Gasentwickelung gebrauchte Manganhyperoxyd oder chlorsaure Kali organische Keime hineinkommen könnten.

Aus allen diesen Experimenten geht hervor, dass weder
der Oxydationsprocess noch die der Fäulniss ähnliche frei- 459
willige Zersetzung des Harnstoffes, noch die mächtige, chemische Bewegung, welche durch den elektrischen Strom hervorgerufen wird, im Stande sind, die Fäulniss oder Gährung einzuleiten. Auch kann keiner der gewöhnlichen, durch Siedehitze nicht veränderlichen Bestandtheilen der Atmosphäre den Anstoss geben, weder Stickstoff noch Kohlensäure, noch Wasserstoff oder das neuerdings von Liebig nachgewiesene Ammoniak. Uebrig bleiben nur noch zwei Substrate, denen wir diese Wirkung zuschreiben können, nämlich die in der Luft verbreiteten Exhalationen fauliger Substanzen, wie sie von Liebig zugleich mit dem Ammoniak aus dem Regenwasser abgeschieden sind, oder die Keime organischer Wesen, auf deren allgemeine Verbreitung man aus den Erscheinungen scheinbarer generatio aequivoca schliessen muss. Die einwohnende Thätigkeit beider wird durch die Siedhitze aufgehoben, und beiden können wir die Fähigkeit zuschreiben, Fäulniss zu erregen, möglicherweise könnten die Anhänger der Generatio aequivoca auch den ersteren die Fähigkeit zuschreiben,

Organismen zu erzeugen, sie gleichsam als gasförmig verbreitete Zeugungsstoffe betrachten. Die Frage, welches dieser Agentien das wirksame sei, hat durch Liebig's geistvolle Deductionen eine grosse Wichtigkeit nicht nur für die organische Chemie, sondern auch für die Lehre von den Contagien und Miasmen erlangt. Ich habe deshalb fäulnissfähige Stoffe so abzusperren gesucht, dass der Zutritt auch noch so kleiner fester Körperchen, wie es die Keime mikroskopischer Organismen sind, verhindert werde, nicht aber der von flüssigen oder gasförmigen Stoffen. Durch chemische Mittel konnte die Trennung beider Agentien nicht gelingen, weil dieselben stets Fäulniss und Leben zugleich zerstören; aber sie ist mir vollständig auf rein mechanischem Wege gelungen, indem ich in abgesperrte fäulnissfähige Flüssigkeiten durch eine Blase hindurch mittelst der Endosmose faulende Flüssigkeiten oder reines Wasser eintreten
460 liess. Zu diesem Ende überband ich eine Oeffnung einer tubulirten Vorlage mit einem Stück Blase, und leitete aus der anderen eine Glasröhre mit ausgezogener Spitze hinaus, brachte die zu untersuchenden Substanzen in der Vorlage zum Sieden, erhitzte während der Abkühlung derselben das Rohr, schmolz es endlich zu, und setzte die Blase in eine fäulnissfähige Flüssigkeit oder in Wasser. Oder noch einfacher: ich füllte ein etwas weites Reagirgläschen mit der zu untersuchenden Flüssigkeit ganz an, band eine Blase mit Einschluss möglichst weniger Luft über, erhitzte es vorsichtig bis 100° C., wobei sich die kleinste Schadhaftigkeit der Blase durch Austritt der innen stark gepressten Flüssigkeit zu erkennen gab, und stellte es nach vollendeter Abkühlung umgekehrt in eine andere Flüssigkeit. Die Fäulniss trat in diesen Fällen in der eingeschlossenen Substanz fast eben so schnell ein, wie in einer nicht abgesperrten, gab sich durch den bekannten widerlichen Geruch und Geschmack, durch Entfärbung des Lackmus, Entwickelung von Gasarten aus Proteinverbindungen, durch Verwandlung des Leims in extractive Materien zu erkennen; dagegen ist das Ansehen einer auf diese Weise faulenden Flüssigkeit ein durchaus anderes; dieselbe bleibt nämlich vollkommen klar, Fleischstücke zerfliessen nicht zu einem trüben Brei, sondern behalten trotz der von ihnen ausgehenden Gasentwickelung

vollständig ihre Structur, sogar bis zu den Querstreifen der Primitivbündel, werden consistenter, wie ganz hartgekochtes Eiweiss, und bei der mikroskopischen Untersuchung findet man nicht die geringste Spur von Infusorien oder regelmässigen feinen vegetabilischen Bildungen, die sich sonst in so grosser Menge zu zeigen pflegen. Dass hier nicht bloss eine Transfusion der Fäulnissproducte von aussen in den inneren Raum stattfindet, lässt sich am besten daran erkennen, dass die Gasentwickelung von Fleischstücken, sobald sie einmal angefangen hat, nicht aufhört, auch wenn man das Gefäss aus der äusseren Flüssigkeit herausnimmt und die Blase durch eine Schicht Siegellack vor der Berührung mit der Luft schützt. Das hierbei entwickelte Gas wird zu $^2/_3$ von kaustischem Kali 461
absorbirt, und schwärzt schnell eine Bleisalzlösung. Aus diesen Versuchen geht hervor, dass die Fäulniss unabhängig von dem Lebensprocesse bestehen kann und nur in der Form durch diesen geändert wird, dass zu ihrer Einleitung der Zutritt faulender Flüssigkeiten oder Dünste hinreicht, und dass organische Wesen nur dann entstehen, wenn die Möglichkeit des Zutrittes fester Körper (also auch organischer Keime) vorhanden ist.

Dieselben Versuche habe ich an Weinmost angestellt, wobei ich die den eingeschlossenen Most abschliessende Blase in eben solchen gleichfalls ausgekochten Most stellte. Letzterer ging in 36 bis 48 Stunden in heftige Gährung über, die in acht Tagen grösstentheils vollendet war, der abgesperrte Most dagegen zeigte durchaus keine Veränderung, keine Hefebildung und keine Gasentwickelung. Durch Endosmose vermehrte sich sein Volumen etwas, und er nahm einen leicht weinigen Geruch und Geschmack an; entfernte man die äussere Flüssigkeit, so nahm sein Volumen nicht weiter zu, auch war im Verlaufe von acht Tagen durchaus keine weitere Veränderung zu bemerken. Wurde nach Ablauf dieser Zeit das Gefäss geöffnet, so trat die Gährung später nicht so leicht ein wie in ganz frischem Most, entwickelte sich aber sehr schnell beim Zusatz der geringsten Menge gährender Flüssigkeit. Die weinige Gährung ist demnach an den Zutritt eines festen Körpers gebunden, der durch die Blase zurückgehalten wird, und unter welchem wir uns nur die Hefe denken können, deren vegetabilische Natur

nicht mehr zu bezweifeln ist. Dem Fäulnissprocesse entspricht in den Fruchtsäften die sogenannte schleimige Gährung, welche mit üblen Gerüchen und meist mit Schimmelbildung verbunden ist, und unter solchen Umständen eintritt, welche die Ausbildung der weinigen Gährung verhindern.

Die Ansicht, welche sich aus diesen Resultaten von der Fäulniss bildet, ist folgende:

1) Die Fäulniss ist ein Zersetzungsprocess der protein-
462 haltigen und leimartigen Materien, der sich von ähnlichen Zersetzungsprocessen anderer stickstoffhaltiger Verbindungen, z. B. derer des Cyans, durch die Fähigkeit unterscheidet, sich auf andere Massen derselben Stoffe fortzupflanzen, und nie anders als durch eine solche Fortpflanzung, vielleicht auch aus dem Lebensprocess zu entstehen scheint. Von diesen primären Zersetzungen sind jedoch die secundären anderer nicht fäulnissfähiger Stoffe, welche faulenden Flüssigkeiten zugemischt sind, zu unterscheiden.

2) Sie kann unabhängig vom Leben bestehen, bietet aber den für die Entwickelung und Ernährung von lebenden Wesen fruchtbarsten Boden dar, und wird dadurch in ihren Erscheinungen modificirt. Eine solche, durch Organismen modificirte und an diese gebundene Fäulniss ist die Gährung.

3) Sie gleicht dem Lebensprocesse auffallend durch die Gleichheit der Stoffe, in denen sie ihren Sitz hat, durch ihre Fortpflanzungsfähigkeit, durch die Gleichheit der Bedingungen, welche zu ihrer Erhaltung oder zu ihrer Zerstörung nöthig sind.

Zusatz (1882). Die neueren Untersuchungen über dieses Thema machen es wahrscheinlich, dass der Process, den ich hier als reine Fäulniss behandelt habe, sich nur durch die Art und Grösse der entstehenden Organismen unterscheidet. Die eindringenden Organismen müssen im Stande sein, eine gegen Wasserdruck standhaltende nasse Membran zu durchdringen, also actionsfähigen Zustand bei sehr geringer Grösse haben; oder sie müssen durch die Membran hindurch wachsen können. Dadurch wird die Art der eindringenden Organismen erheblich beschränkt.

LXXXIII.

Ueber den Stoffverbrauch bei der Muskelaction.

Aus Joh. Müller's Archiv für Anatomie und Physiologie.
Jahrgang 1845. S. 72—83.

Eine der höchsten, das Wesen der Lebenskraft selbst un- 72
mittelbar betreffenden Fragen der Physiologie, nämlich die, ob
das Leben der organischen Körper die Wirkung sei einer eige-
nen, sich stets aus sich selbst erzeugenden, zweckmässig wirken-
den Kraft, oder das Resultat der auch in der leblosen Natur
thätigen Kräfte, nur eigenthümlich modificirt durch die Art
ihres Zusammenwirkens, hat in neuerer Zeit, besonders klar in
Liebig's Versuch, die physiologischen Thatsachen aus den be-
kannten chemischen und physikalischen Gesetzen herzuleiten,
eine viel concretere Form angenommen, nämlich die, ob die
mechanische Kraft und die in den Organismen erzeugte Wärme
aus dem Stoffwechsel vollständig herzuleiten seien, oder nicht.
Schon längst hatten die Physiologen aus den Erscheinungen der
Ermüdung und der allmähligen Wiederherstellung der Kräfte
durch Ruhe gefolgert, dass zur Hervorrufung der mechanischen
Effecte gewisse wägbare oder unwägbare Materien verbraucht
würden, welche fortwährend durch die vegetativen Lebenspro-
cesse neu erzeugt, sich in gewisser Quantität anhäuften; doch
konnten kaum Ahnungen über die Natur der verbrauchten
Stoffe und über den Ort des Umsatzes aufgestellt werden; das
einzige auf eine chemische Aenderung in den Muskeln selbst 73
hinweisende Factum war die Erfahrung, dass das Fleisch zu
Tode gehetzter Thiere sich im Geschmacke wesentlich von
dem schneller getödteter unterscheidet. Einen genaueren Nach-

weis über den wirklichen Verbrauch wägbarer Stoffe gaben erst die neueren Harnuntersuchungen von Lehmann und Simon, in denen sich herausstellte, dass durch Muskelanstrengungen die Quantität der durch den Harn ausgeschiedenen stickstoffreichen Verbindungen, sowie der schwefel- und phosphorsauren Salze vermehrt werde. Noch fehlte aber die Kenntniss aller Anfangs- und Mittelglieder des Processes und des Ortes ihrer Erzeugung, und da die Rückschlüsse auf sie aus den in den Excretionen gefundenen Endproducten stets sehr problematisch bleiben mussten, beschloss ich einen ganz directen Weg zu ihrer Erforschung zu versuchen. Beim Beginn kaum irgend ein positives Resultat hoffend, wurde ich desto mehr überrascht, als selbst die ersten, nur unvollkommen angestellten Probeversuche in die Augen fallende Thatsachen herausstellten, welche durch eine Reihe sorgfältigerer Wiederholungen vollkommen bestätigt wurden. Indem ich die Resultate dieser Versuche hier bekannt mache, kann ich allerdings erst einzelne Facta geben, noch nicht eine vollständig zusammenhängende Uebersicht des ganzen Processes, weil zu einer solchen eine viel genauere Kenntniss der chemischen Eigenschaften und der elementaren Zusammensetzung der sogenannten Extractivstoffe des Fleisches gehört, als uns die bisherigen Erfahrungen über diese anscheinend wenig beachtenswerthen Körper gegeben haben; indessen achte ich es vorläufig für nicht unwichtig, auch nur bewiesen zu haben, dass wirklich in den Muskeln selbst eine messbare Umsetzung vor sich geht.

Um merkliche Veränderungen in der chemischen Zusammensetzung der Muskeln durch ihre eigene Thätigkeit hervorzubringen, müssen dieselben zunächst dem fortdauernd alle Aenderungen ausgleichenden Einflusse des Blutumlaufes entzogen, also in abgetrennten Theilen oder an getödteten Thieren
71 den Versuchen unterworfen werden. Diese Forderung macht nöthig, uns wieder an die alten Märtyrer der Wissenschaft, die Frösche, zu wenden, weil bei den warmblütigen Thieren die Reizbarkeit nach dem Tode zu schnell abnimmt und die Fischmuskeln auch auf ziemlich intensive Reizmittel verhältnissmässig viel schwächer reagiren. Als Reizmittel wandte ich

anfangs einen kleinen 6paarigen galvanischen Trogapparat an, später fand ich es vortheilhafter, eine kleine Elektrisirmaschine zu gebrauchen, mit der ich eine Leydner Flasche lud. Diese war mit einer Einrichtung versehen, um eine Reihe kleiner, schnell hintereinanderfolgender Entladungen zu geben; an dem Drahte nämlich, welcher zur inneren Belegung der Flasche leitet, ist vermittelst einer gebogenen Glasstange ein zweiter, durch einen Kork verschiebbarer Draht angebracht, welcher dem ersten näher oder ferner gestellt werden kann, um kleinere oder grössere Funken herauszulocken. Dieser zweite Draht wurde verbunden mit den thierischen Theilen, letztere mit der äusseren Belegung der Flasche; wird nun die Maschine in Thätigkeit gesetzt, so ladet sich die Flasche, entladet sich, sobald sie hinreichende Spannung erlangt hat, um einen Funken von der Länge der Distanz zwischen beiden Drähten zu erzeugen, ladet sich wieder u. s. w. Die dadurch erhaltenen Entladungsschläge können zu einer viel bedeutenderen Intensität beliebig gesteigert werden, als es mit galvanischen Schlägen ohne eine sehr grosse Säule geschehen kann. Ausserdem wird es dadurch möglich, auch die letzten Reste der Reizbarkeit zu erschöpfen, ohne eine chemische Zersetzung durch den elektrischen Strom fürchten zu müssen, welche bei einer grossen galvanischen Säule nicht zu umgehen wäre.

Die Versuche wurden folgendermaassen ausgeführt: Zwei bis vier Fröschen wurden die Hinterschenkel dicht am Leibe abgeschnitten, von den Füssen im Fussgelenke getrennt, in zwei Partieen getheilt, sodass von jedem Frosch ein Bein zu der einen, das andere zur andern Partie kam, dann schnell von der Haut befreit, durch Abspülen mit destillirtem Wasser vom 75
äusserlich anhängenden Blute gereinigt, mit einem Tuche getrocknet und abgewogen; die eine Partie blieb ruhig in einem Schälchen liegen, während die andere auf einer Glastafel so ausgebreitet wurde, dass das untere Ende jedes Beines mit dem oberen des nächsten zusammenstiess, die beiden äussersten Enden dieser Kette aber mit den Zuleitungsdrähten von der inneren und äusseren Belegung der elektrischen Flasche in Verbindung standen, und nun die Scheibe so lange gedreht, als sich noch Spuren von Zuckungen in den Schenkeln zeigten. Im Anfange

riefen kleine Funken von $^1/_4-^1/_2'''$, deren bei jeder Rotation der Scheibe etwa 2 erfolgten, und die fühlbare Erschütterungen in den Fingern erzeugten, wenn man die Drahtenden anfasste, heftige Zuckungen hervor, später mussten die Funken durch Verstellung des stellbaren Drahtes vergrössert werden, wonach sie natürlich seltener erfolgten. Durch 400—500 Schläge war die Reizbarkeit meist in kurzer Zeit erschöpft, während sie in den nicht elektrisirten Schenkeln fast noch unverändert war. Die beiden Partien von Schenkeln wurden nun durch Eintauchen in heisses, oder längeres Liegen in kaltem destillirten Wasser ihrer Reizbarkeit beraubt, was in freier Luft zu lange gedauert hätte; es wurde alsdann das Fleisch von den Knochen abgetrennt, letztere mit einem Tuch getrocknet, gewogen und ihr Gewicht von dem der Schenkel abgezogen, um das des Fleisches zu erhalten, dieses der weiteren Analyse unterworfen. Der mögliche Fehler im Gewicht der Schenkel, verursacht durch etwaiges ungleichmässiges Abtrocknen, mochte bei diesem Verfahren etwa 2 Gran betragen, was bei einer Menge Fleisch von $1^1/_2-3$ Drachmen auf das Resultat nicht von wesentlichem Einfluss sein konnte; ausserdem diente als Controle das Gewichtsverhältniss des am Schlusse der Analyse getrockneten Fleisches.

Unter den löslichen Bestandtheilen wurde zunächst das Eiweiss untersucht; zu dem Behuf wurden die Schenkel mehrmals mit gleichen Mengen destillirten Wassers übergossen, bis
76 der letzte Aufguss nur noch eine geringe Trübung beim Erhitzen zeigte; die zusammengegossenen Flüssigkeiten wurden aufgekocht, das geronnene Eiweiss abfiltrirt, getrocknet und gewogen; mit dem Eiweiss wird hierbei der Blutfarbstoff zugleich coagulirt, doch ist bei Fröschen dessen Menge so gering, dass das erstere kaum wahrnehmbar dadurch gefärbt wird. Da das Eiweiss grösstentheils, vielleicht ganz, aus dem im Fleische zurückgebliebenen Blute herkommt, und der Ausfluss des letzteren aus den abgeschnittenen Gliedern mancherlei Zufälligkeiten unterworfen ist, zeigte auch die Menge dieses Stoffes zu unregelmässige Schwankungen, um die etwa vorhandene Zersetzung einer kleineren Menge desselben durch die Muskelaction noch entdecken zu lassen. Die Durchschnittszahlen von 6 möglichst genauen Versuchen sind 2,10 $^0/_0$ des frischen Fleisches in den

elektrisirten Portionen, 2,13 in den nicht elektrisirten; der Unterschied von 0,03 ist im Verhältniss zu denen, welche wir bei den anderen Bestandtheilen finden werden, so gering, dass wir ihn vorläufig für unwesentlich halten müssen; die Unterschiede der Eiweissmengen zusammengehöriger Fleischportionen beliefen sich bis auf 0,2 %.

In der aufgekochten Flüssigkeit blieben zurück die Extractivstoffe des Fleisches; um dieselben noch vollständiger auszuziehen, wurde das vom Eiweiss befreite, in anderen Versuchen auch gleich das frische Fleisch mit neuen Portionen destillirten Wassers aufgekocht und digerirt. Durch das Aufkochen wurde zugleich Hemmung jedes etwaigen Anfanges von Fäulniss bezweckt; es wurde jedoch nur einige Augenblicke fortgesetzt, um die Bildung von zu vielem Leim zu verhüten. War das Fleisch ausgezogen, so wurden die Lösungen eingedampft, entweder bis zur Trockne, wenn beabsichtigt wurde, die in wasserfreiem Alkohol löslichen Extractivstoffe (das Alkoholextract) zu sondern, oder bis zur dünnen Syrupsconsistenz, und zwar auf beiden Seiten bis zu gleichem Gewicht, wenn die in wasserhaltigem Alkohol löslichen Bestandtheile (Spiritusextract) ausgezogen werden sollten. Zu dem letzteren Zwecke wurde die zehnfache 77
Quantität 90procent. Weingeistes zu beiden hinzugefügt, sodass durch die Vermischung etwa ein 80procent. entstand, die Lösung vom Niederschlage (Wasserextract) abfiltrirt, vorsichtig zur Trockne in Glasschälchen von bekanntem Gewicht eingedampft und noch warm mit der Schale gewogen, weil sie schon während des Erkaltens ihr Gewicht durch Anziehen hygroskopischen Wassers verändern. Das Wasserextract wurde durch kaltes Wasser gelöst, wobei der durch das Kochen gebildete Leim zurückblieb, und ebenfalls dem Gewichte nach bestimmt. Wenn man dafür sorgt, dass alle diese Operationen mit beiden Fleischportionen ganz gleichmässig und unter ganz gleichen Umständen ausgeführt werden, erhält man richtige relative Verhältnisszahlen, selbst bei minder sorgfältiger Bestimmung der absoluten Mengen. Letztere zu bestimmen hat grosse Schwierigkeiten, weil es nicht immer gelingt, die Filtra ganz vollständig von den schwer filtrirbaren organischen Stoffen auszuwaschen; doch habe ich mich durch besondere Versuche überzeugt, dass die

zurückbleibenden Quantitäten zu gering sind, um auf das Resultat von Einfluss zu sein.

Für diese Extracte stellte sich nun in allen Versuchen ohne Ausnahme das Resultat heraus, dass das Wasserextract in den elektrisirten Fleischportionen vermindert, umgekehrt das Spiritus- und Alkoholextrakt vermehrt waren gegen die des nicht elektrisirten Fleisches. Ich führe hier die durch eine Reihe von genaueren Versuchen gewonnenen Zahlenverhältnisse auf.

78

Nummer des Versuches	Alkoholextract auf 100 Theile des frischen Fleisches		
	a) im elektrisirten Fleische	b) im nicht elektrisirten Fleische	Verhältniss a : b
I	0,752	0,606	1,24
II	0,569	0,427	1,33
III	0,664	0,481	1,38
IV	0,652	0,493	1,32
V	0,575	0,433	1,33
Auszug mit 95procent. Alkohol			
VI	1,020	0,748	1,36

Nummer des Versuches	Wasserextract			Spiritusextract		
	a) im elektrisirten Fleische	b) im nicht elektrisirten Fleische	Verhältniss a : b	c) im elektrisirten Fleische	d) im nicht elektrisirten Fleische	Verhältniss c : d
VII	1,21	1,63	0,79	1,69	1,50	1,13
VIII	0,93	1,23	0,76	1,65	1,35	1,22
IX	0,72	0,90	0,80	1,76	1,53	1,15
Mittel	0,95	1,25	0,78	1,70	1,46	1,16.

Das oben hingestellte Resultat stellt sich in diesen Zahlen deutlich heraus, wenn auch die Verhältnisse a:b und c:d der zweiten Tafel noch sehr variiren, was zum Theil von der grösseren oder geringeren Intensität der Zuckungen herrühren mag, die in dem nicht elektrisirten Fleisch durch Präparation, Luft, warmes Wasser hervorgerufen werden. Zu bemerken ist noch, dass der Unterschied der Wasserextracte im Mittel 0,3 ziemlich entspricht dem der Spiritusextracte 0,24.

Was die weitere Trennung der Extractivstoffe durch Metall-
79 salze betrifft, so giebt Sublimat nur einen geringen Niederschlag;

neutrales und basisches essigsaures Bleioxyd einen starken weissen, der aber durch einen Ueberschuss des Fällungsmittels wieder theilweise gelöst wird, daher der Menge nach schwer zu bestimmen ist. In der vom Niederschlage des Wasserextractes durch das neutrale Salz abfiltrirten Flüssigkeit bewirkt das basische noch eine geringe Trübung, nicht aber in der des Spiritusextractes. Bei möglichst vorsichtiger Fällung erhielt ich in den Versuchen VIII und IX vom Niederschlage durch das neutrale Salz aus dem Spiritusextract des elektrisirten Fleisches 1,04 und 1,76, aus dem des nicht elektrisirten 0,95 und 1,23; aus dem Wasserextract des ersteren 1,43 und 1,50; aus dem des letzteren 1,34 und 1,54 auf 100 Theile frischen Fleisches.

Nach Lehmann's Untersuchungen über die Harnveränderungen nach körperlichen Anstrengungen hielt ich es für wichtig, besonders auch die Schwefelverbindungen zu berücksichtigen; von Schwefelalkalien oder Schwefelwasserstoff, Verbindungen, die sehr leicht auch in den kleinsten Mengen zu entdecken sind, fand ich in den Lösungen der Extractivstoffe keine Spur; die schwefelsauren Salze werden durch Zusatz von Chlorbarium zu diesen Lösungen ausgefällt, doch ist ihre Menge zu gering, um vergleichende Gewichtsbestimmungen zu erlauben. Wenn die Extractivstoffe nachher abfiltrirt, eingedampft und mit Salpeter eingeäschert wurden, zeigte sich in der mit Salzsäure angesäuerten Lösung des Rückstandes keine Spur von Fällung durch Chlorbarium; woraus hervorgeht, dass die schwefelsauren Salze schon vollständig durch das erwähnte Verfahren entfernt waren, und dass ausserdem die untersuchten Extractivstoffe keinen Schwefel enthalten.

Was die Fette betrifft, so habe ich in einem besonders deshalb angestellten Versuche durchaus gleiche Mengen aus beiden Fleischportionen durch Alkohol und Aether ausgezogen. Harnstoff habe ich in den Alkoholextracten nicht finden können.

Als Ursache der dargestellten Veränderungen betrachte ich 80
den bei der Muskelaction stattfindenden chemischen Process; doch könnte vielleicht das Bedenken aufsteigen, dass als solche die Elektricität oder selbst eine beginnende Fäulniss zu betrachten sei. Obgleich chemische Zersetzungen durch eine so geringe Quantität von Elektricität, wie sie meine kleine Maschine

lieferte, bisher noch nicht beobachtet sind, habe ich doch einen Gegenversuch darüber angestellt, indem ich zwei Froschschenkel durch laues Wasser von 30° R. ihrer Reizbarkeit beraubte, dann den einen ebenso lange elektrisirte, als sonst die noch reizbaren Schenkel, und analysirte. Die Mengen der einzelnen Extracte aus beiden Schenkeln waren durchaus gleich. Den zweiten Einwurf könnte man besonders aus der Angabe mehrerer Autoren zu begründen suchen, dass durch Elektricität ihrer Reizbarkeit beraubte Muskeln und das Fleisch gehetzter Thiere schneller faule, sodass obige Aenderungen Wirkungen der Fäulniss sein könnten. Dem habe ich entgegenzustellen, dass ich erstens in besonders deshalb mit der erforderlichen Sorgsamkeit zur Vermeidung fremder Einflüsse angestellten Versuchen, in denen ich das gegen Fäulniss so empfindliche Lackmuspigment als Reagens anwandte[1]), nie eine schnellere Fäulniss des einen oder anderen Theiles bemerkt habe, und dass zweitens in den obigen Versuchen nur bei No. VI der Aufguss kalt gemacht ist, die anderen aber alle nach je 6—12 Stunden aufgekocht sind, während sich die ersten Zeichen der Fäulniss in den deshalb angestellten Versuchen durch Entfärbung des Lackmus erst nach 36—48 Stunden zeigten.

Um die Gültigkeit der gefundenen Resultate auch für andere Thierclassen zu prüfen, stellte ich Versuche mit einer Quappe und einer Taube an. Von der ersteren benutzte ich den Schwanz, den ich durch einen Querschnitt in der Gegend des Afters vom Leibe trennte und durch einen zweiten Quer-
81 schnitt in zwei ziemlich gleiche Theile theilte; den einen elektrisirte ich, indem ich an den zuleitenden Drähten Nadeln befestigte und diese in die beiden Oeffnungen des Rückenmarkcanals einstach; die Zuckungen waren bei gleicher Intensität der Elektricität unverhältnissmässig schwächer als in den Froschschenkeln, das Fleisch wurde nach Erlöschung der Reizbarkeit des nicht elektrisirten Theiles (nach 4 Stunden) von der Haut und den Knochen getrennt, gewogen und mit kaltem Wasser infundirt. Ich erhielt:

1) S. meine Abhandlung über das Wesen der Fäulniss und Gährung in Müller's Archiv 1844 (oben S. 729).

	a) im elektrisirten Stück	b) im nicht elektrisirten Stück	Verhältniss a : b
Eiweiss	2,26	2,27	—
Wasserextract	1,23	1,39	0,88
Spiritusextract	2,20	1,93	1,14

Viel schwieriger sind die Versuche an warmblütigen Thieren anzustellen, wegen des raschen Erlöschens der Reizbarkeit in ausgeschnittenen oder freigelegten Theilen. Die besten Resultate erhielt ich noch, indem ich bei einer decapitirten Taube die Zuleitungsdrähte vermittelst Nadeln mit dem grossen Brustmuskel verband. Die des einen stach ich in den Oberarm, zwei aber, welche am anderen befestigt waren, auf derselben Seite dicht neben der Krista des Brustbeines ein, und gab dann den elektrischen Schlägen eine mässige Intensität, sodass starke Reflexactionen dadurch nicht hervorgerufen werden konnten; noch mehr gemässigt musste die Intensität der Schläge werden, als die Reizbarkeit des elektrisirten Brustmuskels anfing, durch die Action erschöpft zu werden, weil sonst die reflectirten Zuckungen der ungeschwächten Muskeln ebenso stark wurden wie die des direct afficirten. Was man übrigens an Zeit verliert durch das schnelle Erlöschen der Reizbarkeit, wird zum Theil ersetzt durch die viel heftigere Action der gereizten
Muskelpartien; sodass das Resultat der Zersetzungen noch 82
deutlich hervortritt, wenn es auch viel geringer ist als bei den früher angeführten Thieren. Ich erhielt:

	a) im elektrisirten Muskel	b) im nicht elektrisirten Muskel	Verhältniss a : b
Eiweiss	2,04	2,13	—
Wasserextract	0,64	0,73	0,88
Spiritusextract	1,68	1,58	1,06

Unerledigt muss ich allerdings in diesem Aufsatze noch eine der wichtigsten Fragen lassen, ob nämlich der Muskelfaserstoff mit an der Zersetzung Theil nimmt. A priori wäre es wohl wahrscheinlich, weil wir die Proteinverbindungen überall als Träger der höchsten Lebensenergien finden, und speciell in

unserem Falle das Erscheinen einer grösseren Quantität schwefelsaurer und phosphorsaurer Salze im Urin nach Muskelanstrengungen gerade für eine Zersetzung schwefel- und phosphorhaltiger Verbindungen spricht; indessen war mir eine directe Entscheidung durch Versuche bisher noch nicht möglich, weil die Fehler, welche aus der nicht zu regulirenden grösseren oder geringeren Anfüllung mit Blut, der grösseren oder geringeren Anfeuchtung entspringen, den relativen Gehalt an festen Theilen nicht genau genug vergleichbar machten. Es schwanken nämlich die beobachteten Abwägungen so, dass bald die eine, bald die andere Seite um $^1/_5$—$^1/_2$ $^0/_0$ grösser ist, und höher möchte sich eine etwaige Zersetzung des Faserstoffes nicht belaufen; die durchschnittliche Menge der festen zurückbleibenden Theile beträgt 20 $^0/_0$ vom frischen Fleische bei den Fröschen und Tauben, 12,5 bei den Fischen. Gegen eine Zersetzung des Faserstoffes scheint in den obigen Versuchen der Umstand zu sprechen, dass meistentheils sich die Mengen des verlorenen Wasserextractes und gewonnenen Spiritusextractes ziemlich entsprechen.

83 Ich glaube durch die angeführten Facta den versprochenen Nachweis geführt zu haben, dass während der Action der Muskeln eine chemische Umsetzung der in ihnen enthaltenen Verbindungen vor sich geht. Die gewonnenen Erfahrungen stehen allerdings noch vereinzelt und ohne inneren Zusammenhang da; doch habe ich mich hier auf ihre Darlegung beschränkt, weil meine weiteren Untersuchungen über diesen Punkt, aus denen vielleicht ein tieferes Verständniss des Processes hervorgehen möchte, mir noch einer genaueren Begründung und specielleren Durchführung fähig zu sein scheinen, und dazu noch eine genauere Untersuchung der Extractivstoffe nöthig ist, weshalb ich ihre Veröffentlichung noch verschieben will.

LXXXIV.

Ueber die Wärmeentwickelung bei der Muskelaction.

Aus Joh. Müller's Archiv für Anatomie und Physiologie, Jahrg. 1848. S. 144—164. Vorgetragen in der Sitzung der Physikalischen Gesellschaft zu Berlin am 12. Nov. 1847.

Becquerel und Breschet haben bei ihren thermoelek- 144
trischen Untersuchungen[1]) über die Wärmeverhältnisse des menschlichen Körpers gefunden, dass die Temperatur der Muskeln sich steigert, sobald dieselben in Thätigkeit gesetzt werden. Sie fanden im Biceps brachialis eines Mannes nach mehrmals aufeinander folgenden Contractionen desselben eine Steigerung von 0,5° C., bei fünf Minuten lang fortgesetztem Sägen um 1°. Ebenso fand Gierse[2]) bei Hunden die Hauttemperatur eines Schenkels mit angespannten Muskeln immer merklich höher als die des anderen vollständig relaxirten. Entsprechend dieser örtlichen Steigerung der Temperatur macht sich auch eine all-
gemeine des ganzen Körpers während bedeutender Muskel- 145
anstrengungen nicht nur dem Gefühle, sondern auch dem Thermometer merklich. Diese ist in sehr genauen Beobachtungsreihen von Gierse bei Hunden im Mastdarm bis zu 1° gefunden, von J. Davy[3]) bei Menschen zu 0,5° bis 1,0°. Indessen ist aus diesen Untersuchungen nicht zu entscheiden, welches die Quelle dieser Temperaturerhöhung in den Muskeln sei; ob dieselbe von den in den Muskeln selbst vorgehenden

---

1) Ann. des sciences natur. Nouv. Série. T. III. p. 272.

2) Quaenam sit ratio caloris org. part. inflamm. etc. Dissert. inaug. Halae 1842.

3) Philos. Transact. 1845. p. II.

Processen herrühre, oder ob sie nur eine Folge der durch Verstärkung der vegetativen Functionen vermehrten allgemeinen Körperwärme und des reichlicheren Zuflusses des arteriellen Blutes zu den Muskeln sei. Da das letztere nach den thermoelektrischen Bestimmungen von Becquerel und Breschet an Hunden um 0,8° bis 1,0°, nach den thermometrischen von J. Davy[1]) an Schafen und Ochsen um 0,55° bis 0,83° wärmer sein soll als das Venenblut, so würde ein reichlicherer Zufluss des Blutes zu den Muskeln schon hinreichen die Erwärmung derselben zu erklären, falls diese Beobachtungen, gegen deren Richtigkeit viele Einwürfe erhoben werden können, sich bestätigen sollten. Um über die erwähnte Frage eine sichere und entscheidende Antwort zu bekommen, erschien es nöthig, dass die Wärmeentwickelung an Muskeln untersucht werde, welche dem Blutumlauf entzogen sind. Zwei frühere thermometrische Versuche von Buntzen[2]) an den Schenkelmuskeln einer frisch getödteten Kuh und eines Lammes schienen mir bei der grossen Schwierigkeit solcher Versuche einer Bestätigung zu bedürfen. Um ein möglichst wohl verbürgtes Resultat zu sichern, sind die kaltblütigen Thiere, und unter ihnen die Frösche, viel geeigneter, sowohl wegen der Dauer
146 ihrer Reizbarkeit, als auch weil bei ihrer verschwindend kleinen Eigenwärme sich am leichtesten ein constantes Gleichgewicht der Temperatur erreichen lässt. An ihnen sind deshalb auch die folgenden Untersuchungen angestellt worden, und zwar mit Hülfe eines thermoelektrischen Apparates.

Die Wirksamkeit eines solchen beruht bekanntlich auf der Thatsache, dass in einem Metallringe, der aus zwei verschiedenen Metallen zusammengesetzt ist, ein elektrischer Strom entsteht, sobald die Löthstellen verschiedene Temperaturen haben, und dass dieser elektrische Strom sichtbar gemacht und gemessen werden kann durch seine Wirkung auf Magnetnadeln, indem er diese quer gegen seine eigene Richtung zu stellen strebt. In dem von mir angewendeten Appa-

---

1) Philos. Transact. 1814. p. 590.

2) Beitrag zu einer künftigen Physiologie. Kopenhagen 1805. Auszug davon in Gilbert's Annalen der Physik. Bd. XXV. p. 157.

rate zerfällt dieser Ring in zwei Theile, deren einer, eine eigenthümlich construirte thermoelektrische Säule, zur Erregung, der andere, der Multiplicator, zur Messung des Stromes dient. Der letztere enthält zwei Kupferdrähte von 0,75''' Durchmesser, deren jeder 50 Windungen macht, und die bei allen hier anzuführenden Versuchen neben einander zur Leitung verbunden wurden, sodass sie wie ein ebenso langer Draht vom doppelten Querschnitt wirkten. Leider war es mir nicht gelungen, Draht aus galvanoplastischem Kupfer zu erhalten, weil alle Versuche, dasselbe auszuziehen, missglückten; die Drahtmassen lenkten deshalb durch einen geringen Eisengehalt die astatischen Nadeln um 10^{0} nach rechts oder links vom Nullpunkt der Theilung ab. Diese Ablenkung wurde durch den von Ruhmkorff angegebenen Compensator[1]) beseitigt, welcher in zwei, über dem Instrument angebrachten, mit ungleichnamigen Polen nach unten gekehrten, mit den oberen Enden nahe zusammenstossenden Magneten besteht. Der Compensator wird so gestellt, dass er die Magnetnadeln auf den Nullpunkt der Theilung einstellt; durch allmählige Näherung oder Entfernung der unte- 147
ren Enden der Magnete gegen einander kann man ihrer Richtkraft auf die Nadeln jeden beliebigen Werth geben. Stellt man dieselben so ein, dass ihre Kraft eben ausreicht, die ablenkenden Wirkungen der Drahtmassen zu überwinden, so hat man den höchsten Grad der Empfindlichkeit gegeben. Die Kreistheilung ist auf eine versilberte Kupferplatte aufgetragen, welche durch ihren dämpfenden Einfluss die Schwankungen der Magnetnadeln sehr schnell beseitigt. In Betreff der Vorsichtsmaassregeln, welche bei der Behandlung so empfindlicher Multiplicatoren anzuwenden sind, kann ich am besten auf die vollständige und gründliche Erörterung derselben verweisen in E. du Bois-Reymond, Untersuchungen über thierische Elektricität. Berlin 1848. Bd. I. p. 160—203.

Die angewendete thermoelektrische Kette muss ich näher

---

1) Matteucci, Traité des phénomènes électrophysiologiques des animaux. Paris 1844. p. 25, abgebildet Fig. 2.

beschreiben, weil sie von den bisherigen Formen dieser Ketten gänzlich abweicht. Man hat früher die Temperaturbestimmungen an thierischen Theilen auf thermoelektrischem Wege immer nur mit einem wirksamen Elemente gemacht, und zwar sind von Becquerel und Breschet Combinationen von Eisen und Kupfer gewählt worden; dieselben hat auch Dutrochet[1]) benutzt. Ich zog es vor, drei Elemente hinter einander anzuwenden, um so die elektromotorische Kraft des Stromes zu verdreifachen. Um dieselben aber in die thierischen Theile einzubringen, musste man sie trennen und leicht wieder verbinden können. Letzteres geschah dadurch, dass die Enden derselben zwischen zwei isolirenden Elfenbeinplättchen gepresst wurden gegen Kupferstreifen, durch welche die Leitung bis zum nächsten Element hergestellt wurde. Die Elemente selbst bestanden aus einem Mittelstück von Eisen, an dessen beide Enden Neusilber angelöthet war, weil diese beiden Metalle
148 eine etwa $2^1/_2$ Mal so grosse thermoelektrische Kraft haben als Kupfer und Eisen.[2])

Bei der Form, welche man den erregenden Metallcombinationen giebt, kommt es hauptsächlich darauf an, dass der Querschnitt derselben nicht zu klein sei, um nicht einen zu grossen Leitungswiderstand darzubieten, welcher bei den gewählten beiden Metallen schon an sich sehr gross ist, und dann, dass die von aussen kommende Wärme leicht zu allen Punkten des Querschnittes hingeleitet werde, damit die Löthstellen möglichst genau und gleichmässig die Temperatur des umgebenden Körpers annehmen. Beide Bedingungen zugleich werden am besten durch Streifen dieser Metalle von geringer Dicke erfüllt. Die von mir gebrauchten sind $4^1/_2''$ lang, $1{,}1'''$ breit, $0{,}15'''$ dick; zusammengelöthet aus einem Mittelstück von Eisen, $1^1/_2''$ lang, und zwei seitlichen ebenso langen von Neusilber. Dieselben sind mit Ausnahme der Enden stark mit Schellack gefirnisst, um den Uebergang der elektrischen Strömungen durch die nassen thierischen Theile hindurch von einem Streifen zum andern zu verhindern. Ihre Enden sind

1) Ann. des sciences natur. T. XIII. 1840.
2) S. Hankel in Poggendorff's Ann., Bd. LXII. p. 479.

zugeschärft, um sie leicht durch die Muskeln hindurchstechen zu können.

Der Apparat, durch welchen diese Elemente zur Kette verbunden werden, ist in halber Grösse dargestellt auf Taf. IV. Fig. 14 und 15. Fig. 14 ist die Ansicht von oben bei drei Elementen; $a_{,}a_{,,}$, $b_{,}b_{,,}$, $c_{,}c_{,,}$ sind die elektromotorischen Streifen, ihre Mittelstücke hh von Eisen, das übrige Neusilber; $l_{,}\, n_{,}\, n_{,,}\, l_{,,}$ ist ein Brettchen, belegt mit einer Glasplatte $l_{,}m_{,}m_{,,}l_{,,}$; die Messingstücke $g_{,}$ und $g_{,,}$ mit den Schrauben $f_{,}$ und $f_{,,}$ sind die Pressen, durch welche die Enden der Streifen gegen die breitgeklopften Enden der Kupferdrähte $\alpha_{,}$, $\beta_{,}$, $\gamma_{,}$, $\alpha_{,,}$, $\beta_{,,}$ und $\gamma_{,,}$ gepresst werden. Diese Drähte gehen auf die untere Fläche des Brettes herab und stehen hier in gegenseitiger Verbindung, und zwar $\alpha_{,}$ mit dem unteren Ende der Klemmschraube $p_{,}$, $\alpha_{,,}$ mit $\beta_{,}$, $\beta_{,,}$ mit $\gamma_{,}$, $\gamma_{,,}$ entweder un- 140
mittelbar mit der Klemmschraube $p_{,,}$, oder, wie bei meinem Instrument, welches für sechs Elemente eingerichtet ist, die in einer oberen und unteren Reihe liegen, mittelbar durch diese untere Reihe; $q_{,}$ und $q_{,,}$ sind die zum Multiplicator leitenden Drähte. Der Weg des Stromes ist also folgender: $q_{,}$, $p_{,}$, $\alpha_{,}$, $a_{,}$, $a_{,,}$, $\alpha_{,,}$, $\beta_{,}$, $b_{,}$, $b_{,,}$, $\beta_{,,}$, $\gamma_{,}$, $c_{,}$, $c_{,,}$, $\gamma_{,,}$, $p_{,,}$, $q_{,,}$ und so zum Multiplicator zurück. Fig. 2 zeigt denselben Apparat von der Seite mit Weglassung der Kupferdrähte, eingerichtet für sechs Elemente. Das Brettchen ist wieder mit ln bezeichnet, die Glasplatte mit lm; p ist eine Klemmschraube für das Ende des Multiplicatordrahtes q, g der Messingkörper der Presse, f die Schrauben derselben. Das mittlere Elfenbeinstück η ist fest eingefügt in das Messingstück g, die Elfenbeinplättchen ζ sind dagegen beweglich. Zwischen ihnen sind die Durchschnitte der platten Enden der Kupferdrähte bemerklich, welche in Rinnen der Platte η einliegen; die Enden der thermoelektrischen Streifen werden zwischen diese Kupferstreifen und die Plättchen ζ eingeschoben; ε sind bewegliche Messingplättchen, welche den Druck der Schrauben auf die Plättchen ζ übertragen; ii sind die Ränder eines Abschnittes des Brettchen, um dem Kopfe der unteren Schraube Raum zu geben. Sollen nur drei Elemente benutzt werden, wie es in allen zu beschreibenden Versuchen der Fall war,

so wird zwischen die untere Reihe der Kupferstreifen und das untere Plättchen ζ der beiderseitigen Pressen ein Kupferplättchen eingelegt, welches den Strom quer über die Streifen fortleitet, sodass er in der unteren Reihe nicht hin und her zu gehen braucht. Für den Fall, dass sechs Elemente gebraucht werden sollen, ist die Drahtleitung so angeordnet, dass, wenn die beziehlich unter c, b, a liegenden Elemente mit d, e, f bezeichnet werden, der Strom von $c_{,,}$ nach $d_{,}$, von $d_{,,}$ nach $e_{,}$, von $e_{,,}$ nach $f_{,}$, von $f_{,,}$ nach der Klemmschraube $p_{,,}$ geht. Werden nun statt der drei unteren Streifen die Kupfer-
150 plättchen eingelegt, so stehen dieselben in leitender Verbindung unter sich durch die Drähte $d_{,,}e_{,}$ und $e_{,,}f_{,}$, mit $e_{,,}$ durch $c_{,,}d_{,,}$ mit der Schraube $p_{,,}$ durch $f_{,,}p_{,,}$, und so ist dann die Leitung zwischen $c_{,,}$ und $p_{,,}$ hergestellt.

Bei den Versuchen steht dieser Apparat in einem Kasten mit Glasdeckel, dessen vordere und hintere Wand durchbohrt sind. Durch die erstere treten die Enden der Multiplicatordrähte ein, durch die letztere zwei andere Kupferdrähte, welche nach aussen durch Quecksilbergefässe mit den Drähten des zur Reizung gebrauchten elektrischen Apparates verbunden werden können, nach innen durch andere Quecksilbergefässe mit Drähten, welche zu den thierischen Theilen gehen. Dadurch werden die thermoelektrischen Elemente vor äusseren Temperaturstörungen geschützt.

Da es darauf ankam, für einzelne Versuche auch die absoluten Temperaturunterschiede der Löthstellen wenigstens annähernd zu kennen, durch welche die beobachteten Ablenkungen der Magnetnadeln hervorgebracht werden, so musste versucht werden, das Verhältniss der Stromintensitäten für die einzelnen Winkelgrade zu bestimmen. Sind die Theilung und der Compensator so gestellt, dass die Nadel den Nullpunkt zeigt, sobald kein Strom durch die Drahtwindungen geht, und wird dieselbe dann durch einen Strom nach einer Seite der Theilung hin abgelenkt, so haben auf die Grösse dieser Ablenkung folgende Kräfte Einfluss: 1) Der Erdmagnetismus, welcher die Nadeln in ihre ursprüngliche Lage zurückzulenken strebt mit einer Kraft, welche dem Sinus des Ablenkungswinkels proportional ist. 2) Der Magnetismus des Compensators, welcher

die einlenkende Kraft des Erdmagnetismus verstärkt, und dessen Wirkung wenigstens bei kleinen Ablenkungen ebenfalls annähernd proportional ist demselben Sinus. 3) Der elektrische Strom, welcher die Nadel auf 90^0 einzustellen strebt, dessen ablenkende Kraft, bei gleicher Stellung der Nadeln gegen die Drahtwindungen seiner Intensität proportional ist, bei Aenderung dieser Stellung aber sich nach einem Gesetze ändert, welches für jeden einzelnen Multiplicator nur durch Versuche 151
bestimmt werden kann. 4) Die magnetischen Kräfte der geringen Verunreinigung des Kupferdrahtes mit Eisen; diese streben bei dem von mir gebrauchten Multiplicator in den Graden zwischen 0^0 und 20^0 die Nadel vom Nullpunkte abzulenken, zwischen 20^0 und 90^0 dagegen, sie demselben zu nähern. Die Grösse dieser letzteren Kräfte für jeden einzelnen Grad der Theilung kann gemessen werden, wenn man bei geöffnetem Schliessungsdrahte und nach Entfernung des Compensators, durch Drehung des Kastens mit den Drahtwindungen und der Theilung, die Nadel auf die einzelnen Theilstriche einstellt. Hat man z. B., um die Nadel auf den Theilstrich 10^0 einzustellen, den Kasten um 7^0 drehen müssen, so steht die Nadel um 3^0 aus dem Meridian, und die Kraft der Ablenkung ist sin 3^0, wenn die Einheit der ablenkenden Kraft diejenige ist, welche der Erdmagnetismus bei einer Ablenkung von 90^0 auf das Nadelpaar ausübt. Lässt man den Compensator stehen, und macht denselben Versuch, so wird man kleinere Ablenkungen der Nadeln bekommen, weil die Wirkung des Erdmagnetismus dadurch verstärkt ist; man wird aber die ablenkenden Kräfte wieder dem Sinus des Ablenkungswinkels nahehin gleich setzen können, nur ist die Einheit dieser Drehkraft um so viel grösser als die vorige, als die Wirkung des Erdmagnetismus durch den Compensator erhöht wird. Dieses Verfahren giebt zugleich ein Mittel ab, die Richtkraft des Compensators ihrer Grösse nach gegen die des Erdmagnetismus zu bestimmen.

Hat man für jeden Grad der Kreistheilung auf diese Art die magnetische Drehkraft der Drahtwindungen bestimmt,, so lässt sich bei einem Nadelpaar, welches keinen Compensator nöthig macht, das Graduationsverfahren von Poggen-

dorff[1]) in Anwendung bringen, bestehend in der Beobachtung
152 mehrerer Ablenkungen, welche derselbe Strom bei verschiedenen Stellungen des Kastens hervorbringt. Man kann dann daraus berechnen, wie gross die Drehkraft desselben Stromes für die beobachteten Stellungen der Nadel gegen den Kasten ist, wie gross also die Intensität des Stromes sein muss, um die Nadel auf die entsprechenden Winkel einzustellen. Für ein Nadelpaar, welches den Compensator nöthig macht, würde dazu noch eine zweite Versuchsreihe derselben Art mit aufgesetztem Compensator nöthig sein, um auch die Wirkung dieses Theiles für jeden Grad der Ablenkung zu ermitteln. Es würde also eine genaue und vollständige Graduation des Multiplicators ein zwar mühsames, aber ausführbares Geschäft sein. Leider fand ich bald bei meinen dazu angestellten Versuchen, dass der Zustand eines empfindlichen Instrumentes nicht stationär genug ist, um diese Mühe zu lohnen. Leichte Aenderungen in den Magnetismen der Nadeln, in der Centrirung derselben, in ihrer verticalen Höhe, Temperaturverhältnisse ändern so viel an den Ablenkungen, dass eine dauernd gültige Graduation viel complicirtere Vorsichtsmaassregeln nöthig machen würde, als ich sie anwenden konnte. Doch stellte sich ein Resultat heraus, worauf sich mein späteres annäherndes Verfahren gründete. Die ablenkenden Kräfte der Ströme sind nämlich innerhalb der ersten 20 Grade bei meinem Multiplicator fast constant, sie steigen nämlich bis 7° ein wenig, fallen dann wieder, sodass sie bei 14° denen bei 0° fast gleich und bei 20° ein wenig kleiner sind, und die Ablenkungswinkel der Nadeln würden deshalb in den ersten 20 Graden den Stromintensitäten fast proportional sein, wenn nicht auch noch die Magnetismen der Drahtwindungen störend einwirkten. Abgesehen von den letzteren, würde z. B., wenn wir die Intensität des Stromes, der auf 10° ablenkt, gleich 10 setzen, die bei 5° sein: 5,0, bei 15°: 15,1, bei 20°: 20,6, sodass innerhalb dieser Grenzen die höchste Abweichung von der Proportionalität nur
153 $^{3}/_{100}$ der gemessenen Grösse beträgt, und bei dem hier zu erzielenden Grade von Genauigkeit vernachlässigt werden kann.

1) Poggendorff's Annalen, Bd. LVI. p. 324.

Auf diesen Umstand lässt sich nun ein für die ersten 20 Grade ausreichendes und leicht so oft als nöthig zu controllirendes Verfahren der Graduation gründen. Setzen wir nämlich die Intensität der ablenkenden Ströme gleich der Zahl der Grade des Ablenkungswinkels, den die Nadel ohne die Störung durch die Drahtmassen erreichen würde, und haben wir beobachtet, dass bei einer Ablenkung des Kastens um 7° die Nadel sich ohne Strom auf 10° einstellt, so wissen wir, dass die Drehkraft der Drahtmassen bei Stellung der Nadel auf den Theilstrich 10° gleich ist der des Stromes von der Intensität 3. Soll daher ohne Verschiebung des Kastens die Nadel durch einen Strom auf 10° abgelenkt werden, so braucht dieser nur die Intensität 7 zu haben. Wir erhalten also die Intensität des Stromes einfach dadurch, dass wir statt des beobachteten Ablenkungswinkels der Nadel die Gradzahl desjenigen Ablenkungswinkels des Kastens setzen, bei welchem ohne Strom die Nadel auf den beobachteten Theilstrich zeigt. Man kann leicht nach jeder einzelnen Beobachtungsreihe die entsprechenden Verschiebungen des Kastens aufsuchen. Ich lasse hier für die niedrigsten Grade der Theilung die Angabe der Intensitäten folgen, wie ich sie zur Zeit der Anstellung meiner Hauptversuche erhielt:

Ablenkungswinkel	Intensität	Ablenkungswinkel	Intensität
1°	0,2	9°	5,8
2°	0,5	10°	7,0
3°	1,0	11°	8,1
4°	1,7	12°	9,3
5°	2,4	13°	10,8
6°	3,1	14°	12,2
7°	3,9	15°	13,6
8°	4,8	20°	20

Den so gefundenen Stromintensitäten sind nun die Temperaturunterschiede der Löthstellen proportional. Um aber 154 auch die absolute Grösse der letzteren berechnen zu können, wurden die Löthstellen in Quecksilberbäder gebracht, deren Temperaturunterschied durch ein empfindliches Thermometer bestimmt werden konnte. Diese Quecksilberbäder bestanden

aus zwei Pappkästchen, in denen je zwei gegenüberliegende Seitenwände einen Schlitz hatten. Die thermoelektrischen Streifen wurden in dieselben so eingekittet, dass in jedem Kästchen je drei zusammengehörige Löthstellen lagen. Ich fand für den Ablenkungswinkel 20°, also die Stromintensität 20, den Temperaturunterschied der Quecksilberbäder 0,74° C., für 10°, Intensität 7, aber 0,26° C. Daraus finden sich für die Intensität 1 der Unterschied $^{0,74}/_{20} = {}^{0,26}/_{7} = 0,037$. Mit der letzteren Zahl muss man also die Zahlen, welche in unserer Tabelle die Intensitäten bezeichnen, multipliciren, um den zugehörigen Temperaturunterschied der Löthstellen in Graden der 100theiligen Skale zu finden. Es folgt daraus, dass der Werth des ersten Grades 0,0074° C. entspricht, und da man sehr gut noch $^1/_{10}$ Grade abschätzen kann, so kann man in der Nähe des Nullpunktes noch Temperaturunterschiede geringer als $^1/_{1000}$ Grad erkennen.

Zur Erregung der Contraction in den Muskeln gebrauchte ich einen kleinen Neef'schen Elektromotor, über dessen Construction ich noch Einiges bemerken muss. Die Wirksamkeit dieses Apparates beruht bekanntlich darauf, dass durch einen unterbrochenen elektrischen Strom eine Masse von weichem Eisen abwechselnd magnetisirt und entmagnetisirt wird, und dass jeder Wechsel in der Magnetisirung in dem umgewickelten Draht einen kurzen elektrischen Inductionsstrom erzeugt von abwechselnd entgegengesetzter Richtung. Bei den gewöhnlichen käuflichen kleinen Apparaten dieser Art dient dieselbe Drahtumwicklung zur Leitung des primären Stromes der erregenden galvanischen Kette und der Inductionsströme, und die thieri-
155 schen Theile, auf welche gewirkt werden soll, befinden sich in einer Nebenleitung, sodass immer ein Theil des Hauptstromes durch sie hindurchgeht. Weil es bei meinen Versuchen zu fürchten war, dass sich ein Theil dieses Stromes auch in die Drahtleitung des Multiplicators abzweigen und die Magnetnadel dauernd ablenken könnte, liess ich die Einrichtung des Neef'schen Apparates dahin abändern, dass der primäre Strom eines Grove'schen Zinkplatinelementes durch einen $1'''$ dicken Kupferdraht, der in einer einfachen Lage um den Eisenkern gewickelt war, geleitet wurde, für die Inductionsströme aber ein

zweiter dünnerer diente, der etwa 700 Windungen machte. Die Strömungen, welche bei der Eröffnung der primären Kette durch das Verschwinden des Magnetismus entstehen, sind viel intensiver, aber dauern um ebenso viel kürzere Zeit, als die bei Schliessung der Kette, sodass sich bei schneller Folge derselben ihre Wirkungen auf eine Magnetnadel, deren Magnetismus nicht durch die Einwirkung der Ströme geändert wird, vollständig aufheben. Man erlangt durch diese Abänderung des Apparates ausserdem viel stärkere Wirkungen, weil der primäre Strom wegen der guten Leitungsfähigkeit des dicken Drahtes viel stärker ist. Die physiologische Wirkung dieser Ströme rührt hauptsächlich von dem starken Oeffnungsschlage her, da auf den Schliessungsschlag der menschliche Körper gar nicht, Froschmuskeln nur mässig reagiren. Die Zahl der Schläge in der Secunde konnte nach dem Tone, welchen die die Leitung unterbrechende Feder gab, auf 150—300 bestimmt werden. In allen Versuchen, wo nicht das Gegentheil erwähnt ist, war die Intensität der Schläge, deren volle Wirkung auf den menschlichen Körper ganz unerträglich, ja gefährlich ist, durch Einschaltung eines mit Brunnenwasser gefüllten Glasröhrchens in die Leitung so weit geschwächt, dass in den Fingern nur noch ein kaum merkliches Prickeln empfunden werden konnte. Der Neef'sche Apparat muss 6—8 Fuss vom Multiplicator aufgestellt werden, um nicht durch den Magnetismus seiner Eisenmassen die 156
Magnetnadeln abzulenken. Sollte die Reizung der thierischen Theile beginnen, so wurden beide Enden der Inductionsleitung zugleich mit den Drähten des oben beschriebenen Kastens in Verbindung gesetzt, welcher die Thermokette mit den thierischen Theilen enthielt. Die Wirkung solcher discontinuirlichen Ströme ist bekanntlich eine anhaltende Zusammenziehung der von den getroffenen Nerven versorgten oder unmittelbar getroffenen Muskeln, welche nicht eher nachlässt, als wenn die Reizbarkeit derselben zu erlöschen beginnt. Nach einiger Ruhe oder bei Umkehrung der Stromesrichtung kann man dieselbe Wirkung in schwächerem Maasse wieder hervorbringen.

Will man die Wärmeentwickelung in den Muskeln beobachten und sich bei Feststellung des Resultates möglichst

vor fremden Einflüssen schützen, so ist es am besten, die Contraction derselben vom Rückenmark aus zu bewirken, weil dabei der Muskel von den elektrischen Strömen ganz unberührt bleibt. Zu dem Ende schnitt ich den einen Schenkel eines Frosches einfach ab, während ich den anderen so präparirte, dass er noch durch die Nerven mit dem Rückenmark in Verbindung stand, und stach durch beide die drei thermoelektrischen Streifen hindurch, sodass sich je drei zusammengehörige Löthstellen in dem Muskelfleische jedes Oberschenkels befanden. Man führt dies am besten aus, wenn man die Streifen parallel nebeneinander und in der Entfernung, welche sie nachher haben müssen, zwischen zwei Brettchen einklemmt, sodass aber ihre Enden hervorstehen, dann die Haut an der inneren Seite des Oberschenkels spaltet und durch diese Spalte die Streifen einstösst; sie dringen leicht durch das Fleisch hindurch bis unter die Haut der äusseren Seite, welche letztere man wieder mit der Scheere an der betreffenden Stelle spalten muss. So kann man ohne Zerrung der Muskeln die Streifen durch die Schraubenklemmen zur Kette verbinden. Das im Wirbelcanal enthaltene Rückenmark wird dann auf ein besonderes
157 Glasplättchen gelegt, und an seinem Kopf- und Beckenende werden Drähte durch die anhängenden Muskelmassen gestossen, um durch dieselben die Verbindung mit den Enden des Inductionsdrahtes herzustellen. Die ganze Vorrichtung wird in den Kasten mit Glasdeckel eingeschlossen, in welchem zugleich mehrere kleine Wassergefässe aus porösem Thon aufgestellt sind, um die Luft mit Wasser zu sättigen. Hierdurch wird einmal das Austrocknen der Nerven verhindert, dann aber auch den Ungleichheiten der Temperatur vorgebeugt, welche durch Verdunstung in den Schenkeln entstehen könnten. Nachdem man nun gewartet hat, bis die Nadel durch ihre Rückkehr auf den Nullpunkt der Theilung die eingetretene Temperaturgleichheit der beiden Schenkel anzeigt, oder doch einen hinreichend constanten Stand in der Nähe jenes Punktes gewonnen hat, wozu gewöhnlich $^1/_2$ bis $^3/_4$ Stunde nöthig ist, wird der Inductionsstrom durch das Rückenmark geleitet, wodurch ein tetanischer Zustand der

Muskeln etwa 2—3 Minuten lang unterhalten werden kann. Während dieser Zeit weicht die Nadel 7—8° nach der Seite hin ab, welche einer Erwärmung des gereizten Schenkels entspricht. Durch diese Ablenkung wird eine Temperaturverschiedenheit der Löthstellen von 0,14° bis 0,18° C. angezeigt. Hört man mit der Reizung auf, oder erlischt die Reizbarkeit der Muskeln, so geht die Nadel sehr langsam wieder auf den Nullpunkt zurück. Davon, dass die beobachtete Ablenkung der Magnetnadel weder von einer elektromagnetischen, noch von einer thermischen Wirkung der angewendeten Inductionsströme herrührt, kann man sich schliesslich am besten dadurch überzeugen, dass man nach erloschener Reizbarkeit der Schenkel den ungeschwächten Inductionsstrom des Neef'schen Apparates einwirken lässt. Ist die Isolation der thierischen Theile gut, so entsteht nicht die geringste Bewegung der Magnetnadel.

Man kann auch ohne Gefahr eines falschen Resultates die erregenden Ströme unmittelbar durch die Schenkel leiten, wenn man sich nur zum Schluss überzeugt, dass nach er- 158
loschener Reizbarkeit die angewendete Intensität derselben keine in Betracht kommende Wärmewirkung hervorbringt. Unter den von mir angewendeten Verhältnissen konnte bei erloschener Reizbarkeit die Nadel durch den geschwächten Strom höchstens um einen Grad in der Nähe des Nullpunktes vorwärts bewegt werden, und auch dazu war eine sehr viel längere Zeit nöthig, als um bei frischen Muskeln durch die Contraction einen Ausschlag von 10—11° zu erzielen. Diese Art des Experimentes hat den Vortheil, dass die Reizbarkeit der Muskeln viel länger vorhält als die der Nervenstämme. Man kann deshalb die Einstellung der Nadel auf den Nullpunkt viel längere Zeit hindurch abwarten, die Reizungen mehrere Male und an beiden Schenkeln abwechselnd wiederholen, und die Verminderung des thermischen Erfolges in gleichem Verhältniss mit der Energie der Zusammenziehung beobachten.

Ueber Wärmeentwickelung in den Nerven.

Da sich so die Wärmeentwickelung in der Muskelsubstanz selbst bei der Contraction derselben nachweisen lässt, erschien es mir als nicht unwahrscheinlich, dass dasselbe auch in den Nerven ausführbar sein könnte, während dieselben Erregungen von den Centraltheilen zu den peripherischen oder umgekehrt fortleiten. Diese Vermuthung gewann noch dadurch an Wahrscheinlichkeit, dass durch E. du Bois-Reymond bei den Untersuchungen über thierische Elektricität ganz ähnliche elektrische Ströme in den Nerven gefunden sind wie in den Muskeln[1]), und, wie ich aus mündlicher Mittheilung weiss, ganz ähnliche Abänderungen derselben, sobald durch den Nerven eine Contraction der betreffenden Muskeln hervorgerufen wird. Als eng verbunden mit diesen Strömen sollte man daher auch hier chemische Aenderungen
159 und Wärmeentwickelung anzutreffen erwarten. Meine in dieser Hinsicht angestellten Versuche haben ein rein negatives Resultat gehabt. Ich halte es jedoch für angemessen, die Art ihrer Anstellung hier näher zu beschreiben, weil sich einmal aus ihnen so viel ergiebt, dass die Temperaturänderungen in den Nerven, wenn überhaupt dergleichen stattfinden, wenigstens nicht über wenige Tausendtheile eines Grades hinausgehen, und weil ich zweitens bei diesen Versuchen auf einige Fehlerquellen aufmerksam geworden bin, deren Nichtbeachtung leicht zu einem anscheinend entgegengesetzten Resultate führen kann.

Ich brauchte zu diesen Versuchen denselben thermoelektrischen Apparat von drei Elementen, wie zu den vorigen. Die beiden Schenkel eines möglichst grossen Frosches wurden so präparirt, dass dieselben mit dem vom Gehirn getrennten, in den Wirbelcanal noch eingeschlossenen Rückenmark nur noch durch die Plexus ischiadici zusammenhingen. Die thermoelektrischen Elemente wurden zwischen dem rechten und linken Plexus hindurchgeführt, und die Anordnung so getroffen, dass die Nervenbündel an der oberen und unteren

1) Poggend. Ann. Bd. LVIII. p. 7.

Seite von einer Reihe dreier entsprechender Löthstellen lagen, und die letzteren auf diese Weise ganz von Nervenmasse umgeben waren. In dieser Lage erhalten wurden die Nerven durch Korkstückchen mit einer kleinen Rinne zu ihrer Aufnahme. Das untere dieser Korkplättchen wurde zwischen die thermoelektrischen Streifen und die Glasplatte ihres Trägers eingeklemmt. Seine den Streifen parallelen Seiten waren mit einem nach oben hervorstehenden Rand von Pappe versehen, welche mit einer dicken Schicht von Siegellack überzogen war, und zwischen diese Ränder wurde das obere Plättchen eingeklemmt. Die Ränder hatten natürlich an der Stelle, wo die Rinnen der Plättchen endeten, Einschnitte für die Nerven. So war das Nervenbündel, welches die Löthstellen einhüllte, zunächst umgeben von einer Korkmasse, welches die Ableitung seiner eigenen Wärme und die Zuleitung der äusseren, namentlich der in den Muskeln 160
des Rückens und der Schenkel entwickelten, möglichst verhinderte und dadurch die Temperatur der eingeschlossenen Theile ziemlich constant machte. Vor der Berührung mit den thierischen Theilen war diese Korkmasse durch die Siegellackschichten geschützt und elektrisch isolirt. Das Rückenmark wurde auf einer besonderen Glasplatte isolirt, sodass die einzige elektrische Leitung zwischen ihm und den Schenkeln die durch die Nerven war. Es kommt auf die Erreichung dieser Bedingung viel an, damit sich nicht ein Theil der Inductionsströme durch die Nerven und eine zweite Nebenleitung hindurch abzweige. Die Reizung durch den geschwächten Strom des Neef'schen Apparates und die Verbindung des Rückenmarkes mit demselben geschah wie bei den früheren Versuchen. Für die Sättigung der Luft mit Feuchtigkeit musste noch sorgfältiger gesorgt werden als früher, weil nur eine Reihe Löthstellen mit nassen Theilen in Berührung war und durch Verdunstung abgekühlt wurde. Es geschah dies theils wieder durch poröse thönerne Wassergefässe, theils durch feuchte Pappscheiben, welche unter und über dem thermoelektrischen Apparate ausgebreitet waren. Nachdem der ganze Apparat zusammengestellt war, blieb er stehen, bis die Ablenkung der Magnetnadel entweder ganz

verschwunden war, oder sich der geringe Rest derselben doch in längerer Zeit nicht mehr merklich änderte. Um möglichst feine Resultate zu gewinnen, wurde im letzteren Falle die Theilung des Multiplicators mit den Drahtwindungen so weit gedreht, bis die Nadel auf 0° zeigte, weil sie an dieser Stelle der Theilung am empfindlichsten ist. Dann wurde der Tetanus der Schenkel hervorgebracht; derselbe dauerte etwa 2 Minuten. Waren die Bedingungen eines fehlerfreien Versuches gut erfüllt, so wurde die Stellung der Nadel während der Contractionen der Muskeln nicht im geringsten geändert. Ist aber die Isolation der thierischen Theile nicht ausreichend,
161 sodass neben den Nerven noch eine zweite Leitung zwischen Rückenmark und Schenkeln vorhanden ist, so zweigt sich ein Theil des Inductionsstromes durch diese und die Nerven ab und entwickelt in den letzteren eine bei so feinen Hülfsmitteln wahrnehmbare Wärmemenge. In solchen Fällen entstand bei der Schliessung des Neef'schen Elektromotors zuweilen ein Ausschlag von $^1/_2$—1° im Sinne einer Erwärmung der Nerven. Derselbe entsteht dann aber auch nach erloschener Reizbarkeit der letzteren immer wieder, und in noch höherem Grade, wenn man den ungeschwächten Strom des Neef'schen Apparates anwendet, wodurch ich ihn dann bis zu 4 oder 5° steigern konnte.

Zu beachten sind ferner bei diesen Versuchen die unipolaren Strömungen, weil ihr Durchgang durch die Nerven ebenfalls merkliche Ausschläge der Magnetnadeln erzeugt. Es sind dies Bewegungen der Elektricität in nicht zur Kette geschlossenen Leitungen, welche mit dem Leitungsdrahte eines kräftigen Inductionsapparates zusammenhängen. Die bisher veröffentlichten Angaben von E. du Bois-Reymond befinden sich in den Fortschritten der Physik im Jahre 1845, dargestellt von der physikalischen Gesellschaft zu Berlin, S. 538—544. Dieselben traten namentlich ein bei meinen Versuchen, wenn die Verbindung der Schenkel nur mit einem Ende des Inductionsdrahtes hergestellt war, während das andere mit dem Erdboden in leitender Verbindung stand. Durch die Magnetisirung und Entmagnetisirung des Eisens im Neef'schen Apparate werden

die elektrischen Fluida abwechselnd nach den beiden Enden des Inductionsdrahtes hingetrieben, wodurch sich bei offener Kette diese Enden abwechselnd mit entgegengesetzten Elektricitäten von ziemlich bedeutender Spannung laden und ihre Ladungen den mit ihnen zusammenhängenden Leitern, hier durch die Nerven hindurch den Schenkeln, mittheilen. Es entstehen dabei lebhafte Zuckungen der letzteren, und die Magnetnadel wich gewöhnlich etwa um 1° im Sinne einer Erwärmung der Nerven ab. Wurde dagegen die Inductions- 162
leitung geschlossen, indem auch ihr anderes Ende mit dem Rückenmark in Verbindung gesetzt wurde, so reichte der von mir angewendete geschwächte Inductionsstrom nicht mehr aus, unipolare Strömungen zu erregen, und die Ablenkung der Magnetnadel blieb aus, während die Contractionen der Schenkel viel heftiger waren. Es ist deshalb bei den beschriebenen Versuchen nothwendig, die Verbindung beider Enden des Inductionsdrahtes mit dem Rückenmark gleichzeitig herzustellen. Der Grund dazu, dass in den Nerven so schwache Strömungen schon merkliche Temperaturänderungen verursachen, liegt in ihrem grossen Leitungswiderstande bei geringer Masse im Vergleich zu den Muskeln, deren Erwärmung selbst bei viel stärkeren Strömen vernachlässigt werden konnte.

Die kleinste wahrnehmbare Ablenkung der Nadel um $^1/_{10}$ des ersten Grades der Theilung entspricht nach dem oben Gesagten einem Temperaturunterschiede der Löthstellen von 0,00074° C. Nun ist allerdings zu bemerken, dass bei einer Wärmeentwickelung in den Nerven die Temperaturänderung derselben mit den Löthstellen zusammen kleiner sein muss, als sie es in den Nerven allein bei einer möglichst schlecht wärmeleitenden Umgebung sein würde. Die Masse des Metalles, der sich die Wärme der Nervensubstanz mittheilt, ist hier nämlich nicht ein sehr kleiner Theil der erwärmten Masse, wie es bei den Versuchen über Erwärmung der Muskeln der Fall war. Dort konnte man annehmen, dass die von der Magnetnadel angezeigte Temperaturänderung nahehin der der thierischen Substanz entsprach; hier könnte vielleicht ein Wärmequantum, entsprechend einer Temperatur-

erhöhung von 0,002—0,003°, entwickelt werden, ohne sich durch einen elektrischen Strom sichtbar zu machen. Des Vergleiches wegen hielt ich es für nützlich, die Wärmeentwickelung in den Muskeln unter ähnlichen ungünstigen Um-
163 ständen zu beobachten. Bei kleinen Fröschen finden sich unter den dünneren Muskeln der Schenkel mehrere, die in Hinsicht auf ihre Dicke den beiden Nervenbündeln der Plexus ischiadici grösserer Thiere derselben Gattung ungefähr gleich zu stellen sind. Solche kleine frei gelegte Muskeln lassen sich zwar nicht so anhaltend und kräftig tetanisiren wie die von der Haut noch überzogenen Schenkel, aber doch hinreichend, um die Wärmeentwickelung bemerkbar zu machen. Ich wählte dazu den von Dugès[1]) Génio-péronéo-calcanien, von Cuvier, Meckel und Zenker[2]) Peronaeus genannten Muskel. Derselbe liegt unter dem äusseren Rande des grossen Wadenmuskels, entspringt vom Kniegelenk und setzt sich mit schmaler Sehne an die äussere Fläche des Calcaneus, während sich an die vordere Fläche desselben Knochens zwei Sehnen von drei kleinen Muskeln ansetzen, die sich nicht voneinander vollständig isoliren lassen, und welche Cuvier als Jambier antérieur zusammengefasst hat. Der Peronaeus lässt sich dagegen in seiner ganzen Länge gut isoliren, an seiner inneren Seite liegt der Hauptstamm des Nervus peronaeus. Diesen präparirt man mit ihm zusammen los, und schneidet dann die übrigen Theile des Unterschenkels fort, sodass der Fuss nur durch den Muskel und Nerven mit dem Oberschenkel in Verbindung bleibt. Den letzteren lässt man wiederum mit dem Rückenmark in Verbindung. Alsdann wird der Muskel über drei entsprechende Löthstellen hinweg in die Rinne eines der Korkstückchen gelegt, der ganze Apparat in den Kasten eingeschlossen, für Sättigung der darin enthaltenen Luft mit Wasser gesorgt, und nachdem die Temperaturen sich hin-
164 reichend ausgeglichen haben, vom Rückenmark aus tetanisirt.

1) Recherches sur l'Ostéologie et la Myologie des Batraciens etc. Par Ant. Dugès. Paris 1834. p. 137.

2) Batrachomyologia. Dissert. inaug. J. C. Zenker. Jenae 1825. pag. 46.

Die Nadel des Multiplicators schlug bis auf 3^0 aus, was ungefähr $0,035^0$ C. entspricht. Zum Schluss überzeugte ich mich, dass nach erloschener Reizbarkeit auch der ungeschwächte Inductionsstrom keine Wärme in dem Muskel durch Abzweigung hervorbrachte.

Aus dem Erfolge dieses Versuches lässt sich schliessen, dass die etwa vorhandene Wärmeentwickelung in den Nerven gegen die in den Muskeln verschwindend klein sei und jedenfalls nicht über wenige Tausendtheile eines Grades hinausgeht.

LXXXV.

Messungen über den zeitlichen Verlauf der Zuckung animalischer Muskeln und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reizung in den Nerven.

Aus Joh. Müller's Archiv für Anatomie und Physiologie. Jahrg. 1850. S. 276—364. — Der Physikalischen Gesellschaft zu Berlin mitgetheilt am 19. Juli 1850.

276 Die erste Abtheilung der vorliegenden Untersuchungen ist
ein Theil einer, von mir nach weitläufigerem Plane begonne-
nen Arbeit. Ed. Weber hat die Gesetze ermittelt, nach
welchen die Muskeln im ruhenden und im anhaltend erregten
Zustande wirken, und dadurch die Grundlage für die Kennt-
niss ihrer mechanischen Wirkungen gelegt. Eine der Haupt-
fragen in diesem Gebiete kann aber nicht durch Untersuchung
des continuirlich erregten Muskels erledigt werden, diejenige
nämlich nach der mechanischen Arbeit, die er zu leisten ver-
mag. Der andauernd gleichmässig erregte Muskel bringt
durch die erschöpfendste Anstrengung keine Arbeit im Sinne
der Mechanik hervor, er bewirkt nur, dass die Körpertheile
in einer neuen Gleichgewichtslage ruhend verweilen. Um eine
Arbeit zu leisten, Bewegungen des eigenen Körpers oder Ver-
277 änderungen in der Aussenwelt hervorzubringen, muss der
Muskel zwischen Ruhe und Erregung wechseln, und die
Grösse seiner Arbeit wird wesentlich von der Geschwindig-
keit des Wechsels abhängen. Ich habe aus diesem Gesichts-
punkte begonnen, die Vorgänge bei der einfachen Zuckung
des Muskels zu studiren; unter einer solchen verstehe ich eine
Zusammenziehung, welche auf eine Reizung von verschwindend

kleiner Dauer erfolgt. Ausserdem wird durch die elektrischen Erscheinungen bestätigt[1]), dass wahrscheinlich jede scheinbar continuirliche Zusammenziehung des Muskels kein wirklich continuirlicher Zustand sei, sondern auf einem schnellen Wechsel entgegengesetzter Molecularzustände beruhe. Wir dürfen also wohl andauernde Zusammenziehungen als eine Reihe so schnell sich folgender, einfacher Zuckungen betrachten, dass jede vorhergehende beim Eintritt der folgenden noch nicht merklich nachgelassen hat. Bei diesem Verhältniss wäre also die einfache Zuckung der elementare Vorgang, aus welchem sich die anderen zusammensetzen, und deshalb verspricht das Studium desselben, uns den leichtesten Zugang zu den hier vorliegenden Problemen zu eröffnen.

Meine Untersuchung der mechanischen Verhältnisse der einfachen Zuckung löst bisher nur einen Theil der zu stellenden Fragen, und ich würde ihre vollständigere Durchführung erwartet haben, ehe ich sie veröffentlichte, wenn nicht die darin ermittelten Thatsachen den Weg gebahnt hätten, die Frage über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reizung in den Nerven, welche im zweiten Theile der vorliegenden Abhandlung behandelt wird, zu entscheiden. Da die Resultate dieses letzteren nicht dargestellt werden können, ohne auf das, was ich über die Vorgänge der Zuckung ermittelt hatte, Bezug zu nehmen, und doch ein hinreichend grosses selbständiges Interesse haben, um eine Veröffentlichung auch dieser noch nicht vollendeten Untersuchungen zu rechtfertigen, wählte ich 278
den eingeschlagenen Weg. Eine kurze Andeutung der Methode und der Resultate der Untersuchung über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reizung in den Nerven ist schon veröffentlicht in den Monatsberichten der Akademie der Wissensch. zu Berlin, 1850, Februarheft, und in den Comptes rendus de l'Acad. d. sc. T. XXX. p. 204.

---

1) S. E. du Bois-Reymond, Untersuchungen über thierische Elektricität. Bd. II. Absch. 3. Kap. IV. § 4.

§ 1.

Vorläufige Methode und ihre Resultate.

Die mechanischen Eigenschaften eines Muskels sind, nach den Untersuchungen von Ed. Weber, denen eines elastischen Bandes von veränderlicher Elasticität gleich, und wie bei diesem hängt der Zug, den er auf seine Befestigungspunkte ausübt, oder seine Spannung, von seiner Länge ab. Wenn der Muskel sich im Zustande der Erregung befindet, ist die Spannung bei gleicher Länge eine andere, eine grössere, und demgemäss die Länge, welche demselben Grade der Spannung entspricht, eine kleinere. Ich beabsichtige im Folgenden namentlich zu untersuchen, in welchen Zeiträumen diese Veränderungen nach der Einwirkung eines Reizes von verschwindend kleiner Dauer eintreten und wieder aufhören. Ed. Weber hat den Zustand, in welchen der Muskel durch Reizung versetzt wird, als den „thätigen" bezeichnet. Da nun die Thätigkeit des Muskels in diesem Zustande nicht nur eine mechanische, sondern auch eine elektrische, thermische, chemische ist, und wir von vornherein nicht wissen, ob in jedem Falle alle diese verschiedenen Richtungen gleichzeitig vermehrt und vermindert werden, — wollen wir die mechanische Aeusserung der Thätigkeit in dieser Abhandlung mit dem
279 Namen der Energie des Muskels bezeichnen. Der Gegenstand unserer nächsten Untersuchung ist also die Frage:

In welchen Zeiträumen und Stadien steigt und sinkt die Energie des Muskels nach momentaner Reizung?

Die Dauer der Zuckung eines animalischen Muskels ist gewöhnlich nur ein kleiner Bruchtheil einer Secunde, abgesehen von einer länger dauernden, schwachen Nachwirkung. Da unsere Sinne zur unmittelbaren Wahrnehmung der einzelnen Zeitmomente innerhalb einer so kleinen Dauer nicht fähig sind, müssen wir künstlichere Methoden zu ihrer Beobachtung und Messung anwenden. Von solchen sind namentlich zwei hier zu berücksichtigen. Bei der einen werden durch einen geeigneten Mechanismus die Vorgänge, deren Zwischenzeit man erfahren will, auf einer mit gleichmässiger

Geschwindigkeit fortbewegten Fläche notirt. Die Zeitunterschiede erscheinen auf dieser als proportionelle Raumunterschiede wieder und können durch letztere gemessen werden. Davon hat schon Ludwig für physiologische Zwecke Gebrauch gemacht, um die Schwankungen des Blutdruckes in den Arterien und des Luftdruckes in der Brusthöhle darzustellen. Die zweite davon wesentlich verschiedene Methode der Zeitmessung ist die von Pouillet vorgeschlagene.[1]) Die Zeitdauer wird hier durch die Wirkung bestimmt, welche während derselben eine Kraft von bekannter Intensität hervorgebracht hat. Pouillet lässt einen galvanischen Strom, dessen Anfang und Ende genau dem Anfang und Ende des zu messenden Zeitraumes entsprechen, auf einen ruhenden Magnet wirken; dann ist die Grösse des Bogens der Schwingungen, in welche der Magnet versetzt wird, der zu messenden Zeitdauer proportional.

Ich ging an die bezeichnete Untersuchung zunächst mit der ersten Methode. Mittels eines einfachen Apparates, der 280
vorläufig nur dazu dienen sollte, soviel von dem Verlaufe der einfachen Zuckung zu erfahren, als ich brauchte um den definitiven construiren zu können, liess ich in ganz ähnlicher Weise, wie es Ludwig mit den Höhen des Blutdruckmessers that, die Höhe aufzeichnen, bis zu welcher ein an den Muskel gehängtes Gewicht in den aufeinanderfolgenden Zeitpunkten der Zuckung erhoben wird. Die Versuche ergaben, dass eine genügende Vervollkommnung der Methode für die Zwecke der vorliegenden Frage durch die unvermeidliche Reibung der einzelnen Theile des Apparates vereitelt werde. Zugleich boten sich mir aber auch einige neue, den Verlauf der Zuckung betreffende Thatsachen dar, durch deren Kenntniss es möglich wurde, die zweite Methode der Zeitmessung auf die hier vorliegenden Verhältnisse anzuwenden. Da die Schilderung dieser zweiten, vollkommeneren Methode ohne die Kenntniss der erwähnten Thatsachen vielleicht grössere Schwierigkeiten darbieten würde, und da die erste Methode

---

1) Comptes rendus. T. XIX. p. 1384. — Poggend. Ann. d. Physik. Bd. LXIV. p. 452.

einen schnelleren, und durch einfachere Schlussfolgen zu erfassenden Ueberblick über den Verlauf der Zuckung gewährt, so halte ich es für geeignet, eine kurze Angabe ihrer Resultate hier herzusetzen, obgleich dieselben nur auf eine verhältnissmässig geringere Genauigkeit Anspruch machen können als die der zweiten.

An den ausgeschnittenen Wadenmuskel eines Frosches wurde vermittelst einiger festen Zwischenstücke ein Gewicht gehängt. Eines dieser Stücke war ein gut polirtes gerades Stahlstäbchen, welches durch zwei vertical übereinander befindliche Oeffnungen zweier Metallplättchen ging, in denen es keine beträchtliche Reibung erlitt, aber doch verhindert wurde, Seitenschwankungen zu machen. Das Stäbchen trug an einem Querarm eine feine Stahlspitze, die entweder auf einer horizontal fortbewegten, leicht angerussten Glasplatte, oder auf einer rotirenden Cylinderfläche zeichnete. Die Bewegung wurde durch ein sinkendes Gewicht hervorgebracht, und war vielleicht keine streng gleichmässige, sondern eine
281 leicht beschleunigte; jedenfalls war aber die Beschleunigung derselben innerhalb der hier in Betracht kommenden Zeiträume von $^1/_{10}$ bis $^1/_3$ Secunde zu gering, um die Zeichnungen wesentlich zu entstellen. Der zuckende Muskel zeichnete auf diese Weise Curven, deren horizontale Abscissen der Zeit proportional, deren verticale Ordinaten der Erhebung des Gewichtes gleich waren. Diese Curven hatten im allgemeinen die Gestalt der in Taf. V Fig. 3 dargestellten, welche mit Hülfe des Mikroskopes nach einer der auf dem berussten Glasplättchen gezeichneten Linien copirt ist. AB ist die Horizontallinie, welche gezeichnet worden wäre, wenn man den Muskel nicht gereizt hätte. An ihr und an der Curve sind durch verticale Striche die Endpunkte von Abscissen angegeben, deren Abstände einer gleichen Zeitdifferenz im Werthe von 0,03 bis 0,04 Secunde entsprechen; die verticalen Erhebungen sind $6^2/_3$ mal vergrössert. Den Muskel reizte ein durch ihn hingeleiteter, einzelner Oeffnungsschlag meines im Archiv, 1845, S. 154 (oben S. 754) beschriebenen Neef'schen Elektromotors, ebenso wie dort durch Einfügung grosser Leitungswiderstände in den Kreis des inducirten Stromes geschwächt.

Da der Apparat, wenn die Feder spielte, in der Secunde 300 solche Oeffnungsschläge und 300 entgegengesetzt gerichtete Schliessungsschläge geben konnte, die Dauer der letzteren aber beträchtlich grösser ist, als die der ersteren, so musste die Dauer eines jeden einzelnen Oeffnungsschlages viel kleiner sein als $^1/_{600}$ Secunde. Ich betrachte also den reizenden Strom im Vergleich zu den Zeiträumen, welche bei der Muskelzuckung in Betracht kommen, als momentan.

Die Curve giebt die Höhen an, bis zu welchen das Gewicht in den durch die Abscisse gemessenen Zeiträumen erhoben war. Diese Höhen sind nicht identisch mit denen, in welchen das Gleichgewicht zwischen der Schwere des Gewichtes und der augenblicklichen Muskelspannung stattfindet. Wir wollen diese letzteren „Höhen des Gleichgewichtes" nennen. Die Trägheit des Gewichtes verhindert, dass das- 282
selbe unter dem Einflusse der darauf wirkenden Kräfte sogleich seine Gleichgewichtslage einnehme; deshalb muss sich nothwendig die Curve der Erhebungshöhen von der der Höhen des Gleichgewichtes mehr oder weniger unterscheiden. Gleich der erste Blick lehrt, dass das Endstück der gezeichneten Curve aus Schwankungen um eine veränderliche Gleichgewichtslage besteht. Ein Gewicht, welches, an einem elastischen Faden von starker elastischer Nachwirkung schwebend, in verticale Schwankungen gesetzt wäre, würde ganz ähnliche Wellenlinien zeichnen. Aber auch das Anfangsstück der Curve besteht aus abwechselnd concaven und convexen Stellen, die sich allerdings nicht als so regelmässige Wellen zeichnen wie jene. Eine jede nach oben concave Stelle der Curve bezeichnet aber im ansteigenden Theile derselben eine Ansteigung mit beschleunigter, im absteigenden eine Absteigung mit abnehmender Geschwindigkeit. Beide Arten der Bewegung können nur dadurch entstanden sein, dass während derselben die Resultante der wirkenden Kräfte nach oben gerichtet war. Eine jede nach oben convexe Stelle bezeichnet dagegen im ansteigenden Theile eine Ansteigung mit abnehmender, im absteigenden eine Absteigung mit zunehmender Geschwindigkeit, und lässt auf eine nach unten gerichtete Kraft schliessen. In den concaven Stellen war also die

Spannung des Muskels grösser, in den convexen kleiner als die Schwere des Gewichtes; in jenen muss also die Curve der Gleichgewichtshöhen höher liegen als die gezeichnete Curve, in letzteren tiefer. An denjenigen Punkten aber, wo concave in convexe Stellen übergehen, müssen sich beide Curven schneiden und die Erhebungshöhen den Höhen des Gleichgewichtes gleich sein. Wir lernen auf diese Weise für eine Reihe von Zeitpunkten die Höhen des Gleichgewichtes kennen; sie sind in der Figur durch verticale, punktirte Linien bei *a*, *b*, *c* u. s. w. angegeben. Auch diese Höhen steigen anfangs und sinken dann allmählig nieder. Wir ent-
283 nehmen daraus die bisher unbekannte Thatsache, dass auch in den animalischen Muskeln, wie es in den organischen nur in sehr viel längeren Zeiträumen der Fall ist, die Energie des Muskels nicht im Augenblicke einer instantanen Reizung sich vollständig entwickelt, sondern grösstentheils erst nachdem diese schon aufgehört hat, allmählig ansteigt, ein Maximum erreicht und wieder verschwindet. Bisher haben wir den Einfluss der Reibung auf die Form der gezeichneten Curve vernachlässigt. Eine solche findet theils im Innern des Muskels, theils zwischen Theilen des Apparates statt. Die Reibung wirkt immer in dem Sinne, dass sie die gerade stattfindende Bewegung verlangsamt, also in den ansteigenden Theilen der Curve so, wie es eine nach unten, in den absteigenden, wie es eine nach oben gerichtete Kraft thun würde, und zwar desto stärker, je grösser die Geschwindigkeit der Bewegung. Aus den regelmässigen Wellenlinien am Ende der Curve erfahren wir, dass die Reibung zu gering war, um die allgemeine Form der Bewegung daselbst merklich zu verändern, und können danach wohl das Gleiche für die übrigen Stellen vermuthen. Ich will aber ausserdem, um unser Hauptresultat zu sichern, den streng zu führenden Beweis hierher setzen, dass die Energie des Muskels, während das Stück *bc* gezeichnet wurde, grösser gewesen sein muss als beim Punkte *b* selbst. Das Stück *bc* ist nach oben concav, die Geschwindigkeit während desselben ist also eine beschleunigte gewesen, folglich in allen seinen Punkten grösser als die in *b*, ebenso die mit der Geschwindigkeit steigende

und sinkende Reibung. In *b*, der Uebergangsstelle zwischen einem concaven und convexen Theile muss nach dem oben Gesagten die Spannung des Muskels gleich der Summe der Schwere des Gewichtes und der Kraft der Reibung gewesen sein, in den anderen concaven Theilen von *bc* aber grösser als die Summe derselben Schwere, und der wegen vermehrter Geschwindigkeit ebenfalls vermehrten Reibung. Demnach ist die Spannung des Muskels trotz seiner zunehmenden Verkürzung in *b* kleiner gewesen als in den übrigen Theilen 284
von *bc*; daraus folgt, dass auch seine Energie von *b* aus gestiegen ist.

Wird die Reibung bei solchen zeichnenden Versuchen beträchtlicher, so verwischt sich der Wechsel von convexen und concaven Stellen immer mehr. Deshalb ist in den übrigens sehr zarten und genauen Curven, welche ich durch die zeichnende Spitze im Glimmerblättchen einritzen liess, die Concavität *bc* fast in eine gerade Linie verwandelt, und von den Oscillationen des Endstückes ist meistens nur noch eine einzige sichtbar. Unter allen zum Zeichnen von mir angewendeten Materialien giebt angerusstes Glas die geringste Reibung; die, welche bei dieser Art des Zeichnens noch stattfindet, scheint hauptsächlich dem Muskel selbst, weniger den Theilen des Apparates anzugehören, und möchte sich deshalb kaum noch wesentlich verändern lassen. Da nun dadurch selbst bei möglichst vollkommener Einrichtung des Apparates eine grössere Genauigkeit der Messungen vereitelt wird, habe ich den bisher verfolgten Weg verlassen und die gewonnenen Resultate benutzt, mir einen anderen zu bahnen, auf welchem wir sie durch genauere Messungen bestätigt finden werden.

§ 2.

1. Die Anwendung der Methode von Pouillet für die Muskelzuckung.

Die Grundlage der Methode von Pouillet zur Messung kleiner Zeiträume besteht darin, dass die Zeit, während welcher ein galvanischer Strom von bekannter Intensität von einem

Drahtgewinde aus auf einen Magnet gewirkt hat, genau aus dessen veränderter Bewegung berechnet werden kann. Es ist bis jetzt noch keine Grenze der Kleinheit von Zeittheilen ab-
285 zusehen, deren Messung auf diese Weise nicht möglich werden sollte, da man die Intensität des wirkenden Stromes und die Grösse seiner Wirkung auf den Magnet durch Vermehrung der elektromotorischen Elemente und der Windungen des Drahtgewindes beliebig steigern kann. Eine andere Beschränkung trifft aber den Gebrauch dieses Verfahrens. Man muss es nämlich zu bewirken wissen, dass Anfang und Ende des gedachten Stromes, welchen wir fortan den *zeitmessenden* nennen wollen, genau mit dem Anfang und Ende des mechanischen Vorganges zusammenfallen, dessen Dauer gemessen werden soll. In den zu beschreibenden Versuchen fing der zeitmessende Strom in dem Augenblicke an, wo ein instantaner elektrischer Schlag durch den Muskel oder seinen Nerven ging, und endigte dadurch, dass die Leitung, in welcher er kreiste, durch die Zusammenziehung des Muskels unterbrochen wurde. Gleichzeitig konnte aber die Spannung genau bestimmt werden, welche der Muskel erreichen musste, um die stromleitenden Metalle voneinander trennen zu können. Die zu berechnende Dauer des zeitmessenden Stromes ist also identisch mit der Zeit, welche zwischen der Reizung des Muskels oder seines Nerven und dem Augenblicke verfliesst, in welchem seine Spannung eine bestimmte Grösse erreicht hat. Durch eine Reihe solcher Messungen, bei denen man den Muskel verschieden grosse, entgegenstehende Kräfte überwinden lässt, erfährt man, in welchen Zeiträumen sich nacheinander die verschiedenen Grade der Energie desselben entwickeln.

Die von mir gebrauchten Vorrichtungen zerfallen in folgende wesentliche Theile:

1) diejenigen, welche zur Erregung, Leitung und zur Messung der Wirkung des zeitmessenden Stromes dienen;
2) diejenigen, welche einen zweiten Strom erregen und leiten, dessen Bestimmung es ist, den Muskel oder seinen Nerven zu reizen;

3) die, vermittelst deren der Muskel den zeitmessenden Strom unterbricht.

Des leichteren Verständnisses wegen beginne ich mit der 286
Beschreibung des letzten Apparates, von welchem ein vollständiger Durchschnitt in Fig. 1, der obere Theil eines darauf rechtwinkeligen anderen Durchschnittes in Fig. 2 dargestellt ist. Das Gestell besteht aus zwei quadratischen Brettern *AA* und *BB*, welche durch vier hölzerne Säulen verbunden sind. Das untere ruht auf Stellschrauben, das obere trägt die beiden Messingsäulen *CD*, diese den Querbalken *DD*, darauf ruhen wieder die Säulchen *L*, mit dem Querbalken *FF*, endlich der Hohlcylinder *aabb*, dessen oberer, ebener Rand behufs der elektrischen Isolation aus Elfenbein besteht. Die darauf liegende, unten eben abgeschliffene Platte *HH* ist nicht befestigt, sondern liegt lose auf. Durch ihre Mitte geht die Schraube *I*, deren unteres Ende in ein stählernes Häkchen ausläuft, an welchem der Muskel hängt. Um den Wadenmuskel des Frosches daran zu befestigen, stiess ich dasselbe in das untere Gelenkstück des Oberschenkelbeines ein, welches Stück vom übrigen Knochen getrennt wurde, dagegen mit dem Muskel, der sich an ihm inserirt, in Verbindung blieb. Durch die Aufhängung mittels der Schraube ist es möglich, den Muskel nach Bedürfniss höher und tiefer zu stellen, nach rechts oder links zu verschieben und um seine Axe zu drehen. Derselbe hängt in einem fast vollständig geschlossenen Raume, dessen Luft mit Feuchtigkeit gesättigt werden kann, um das Austrocknen des Präparates zu verhindern. Dieser Raum wird gebildet durch die auf dem Querbalken *DD* ruhende, mattgeschliffene Glasplatte *EE* und die darüber befindliche Glasglocke, deren unterer Rand eben geschliffen ist, und deren obere Oeffnung durch zwei halbkreisförmige Messingstückchen *GG* und den in der Mitte hindurchtretenden Cylinder *aabb* geschlossen wird; es bleibt also nur die Oeffnung in dem cylindrischen unteren Ansatze *c* des Querbalkens *DD*. Die Art des Verschlusses der oberen Oeffnung macht es möglich, die Glocke zu entfernen und wieder aufzusetzen, ohne die Lage des Muskels zu verändern. Die Luft in der Glocke 287
wird durch nasse Pappscheiben feucht erhalten, welche man

an den Wänden derselben und auf der Glasplatte *EE* anbringt; es wurde dadurch möglich, den ganz freiliegenden Nerven 3—4 Stunden leistungsfähig zu erhalten. Die Zuleitung des Stromes zum Nerven kann durch vier Kupferdrähte geschehen, von denen nur zwei *vv* in Fig. 2 gezeichnet sind. *w* ist der Nerv; die Drähte *vv* sind in Klemmschrauben befestigt. Die Körper der letzteren durchbohren die Glasplatte, und ihre unteren Theile *uu* stehen durch Kupferdrähte in leitender Verbindung mit dem Quecksilber in den vier Näpfchen *t*. Indem man durch beliebige zwei von diesen Näpfchen und die entsprechenden Drähte *v* den zur Reizung des Nerven dienenden Strom einleitet, kann man verschiedene Stellen des Nerven der Wirkung desselben aussetzen. Sollte der Schlag durch den Muskel selbst gehen, so wurde einer der Drähte *v* an sein oberes sehniges Ende gelegt, und statt eines zweiten zwischen der entsprechenden Klemmschraube und dem Häkchen *d*, welches in den Knorpel der Achillessehne eingehakt ist, ein äusserst feines, wie ein Seidenfaden biegsames Silberdrähtchen eingeschaltet, wie es zu Posamentirarbeiten gebraucht wird. Am Muskel hängt eine Schale *K* für Gewichte, vermittelst folgender Zwischenstücke. 1) Ein oder zwei stählerne Häkchen *d* und *e*. 2) Ein viereckiger stählerner Rahmen $f_{,}$, in dessen unteres Querstück ein Elfenbeinplättchen mit konischer Vertiefung eingelegt ist. Diese Vertiefung ist bestimmt zur Aufnahme der oberen Stahlspitze des folgenden Stückes. 3) Das stromleitende Zwischenstück *ghikl*, welches ich unten genauer beschreiben werde. 4) Ein zweiter viereckiger Rahmen $f_{,,}$, von derselben Gestalt wie $f_{,}$, welcher aber kein isolirendes Elfenbeinplättchen zu tragen braucht. 5) Der stählerne Haken *r*, an welchem endlich vermittelst messingener Ketten die Schale *K* hängt. Das stromführende Zwischenstück nenne ich so, weil es gleichzeitig zur Leitung
288 des zeitmessenden Stromes dient. Seine Zusammensetzung erhellt am besten aus Fig. 2, wo es durch den Muskel von seiner Unterlage abgehoben dargestellt ist. Es besteht aus zwei geraden Stahlstängchen *gl*, welche durch fünf messingene Querbalken verbunden sind, *g*, *h*, *i*, *k* und *l*. Von diesen tragen *g* und *l* stählerne Spitzen, welche in die konischen

Vertiefungen von $f_{,}$ und $f_{,,}$ eingreifen. In *h* und *k* befinden sich kupferne Schrauben mit Gegenmuttern, von denen die erstere am unteren Ende eine abgerundete Kuppe *m* von Gold, die andere eine gut amalgamirte Spitze hat; beide dienen zur Ein- und Ausleitung des zeitmessenden Stromes. Die Goldkuppe *m* ist bestimmt, auf dem Goldplättchen *n* zu ruhen, welches der mittels Klemmschrauben verstellbare Querbalken *MM* trägt. Die amalgamirte Spitze kann mit dem Quecksilber in dem Näpfchen *o* in Berührung gesetzt werden. Das letzte Querstück *i* enthält eine Stahlspitze, welche nur bei solchen Versuchen gebraucht wird, wo man gleichzeitig die Höhe der Erhebung des Gewichtes messen will. Das Näpfchen *o* befindet sich in einer isolirenden Platte von Gutta-Percha *pp*, welche auf dem Querbalken *NN* ruht. Die Platte ist bei *y* zerschnitten, und durch einen Lederstreifen wieder zu einem Charniergelenk verbunden. Das kleinere Stück derselben ist an das Messingstück *NN* durch Erwärmen angeklebt, das grössere liegt frei auf und wird durch den federnden Draht *qq* angedrückt. Letzterer bringt zugleich das Quecksilber des Näpfchens *o* in leitende Verbindung mit dem von *s*.

Der Sinn dieser Anordnung ist folgender. Denken wir, der Muskel trage vermittelst der erwähnten Zwischenstücke ein gewisses Gewicht, welches wir seine Belastung nennen wollen, und er werde durch Drehung der Scheibe *HH*, während die Schraube *I* nicht mitgedreht wird, so weit gesenkt, dass die Goldkuppe *m* das Goldplättchen *n* gerade berühre. Unter diesen Umständen ist die Spannung des Muskels
gleich der Schwere seiner Belastung. Die geringste Steigerung 289
seiner Energie wird die Belastung um ein Weniges erheben und *m* von *n* entfernen müssen. Nachdem der Muskel so eingestellt ist, werde noch ein gewisses Gewicht auf die Schale *K* gelegt, welches wir die Ueberlastung nennen wollen. Die angehängten Theile können dadurch nicht weiter herabgezogen, der Muskel nicht stärker gespannt werden, weil sich die Goldkuppe *m* auf das Plättchen *n* aufstützt. Wenn jetzt der Muskel gereizt wird, ist es klar, dass er das Gewicht erst dann erheben kann, wenn seine elastische Spannung gleich

der Summe der Belastung und Ueberlastung geworden ist. Es wird also jetzt der zeitmessende Strom, welcher von *n* auf *m*, dann durch das stromführende Zwischenstück und die amalgamirte Kupferspitze in das Quecksilber von *o* übergeht, erst in dem Augenblicke unterbrochen werden, wo die elastische Spannung des Muskels sich um eine, durch die Schwere der Ueberlastung genau zu messende Grösse vermehrt hat. Das war es gerade, was wir von unserem Apparate verlangten.

Es ist hier noch zu bedenken, dass am Ende der Zuckung, wenn die Goldkuppe *m* wieder auf das Plättchen *n* herabsinkt, der zeitmessende Strom wieder geschlossen und dadurch die Messung vereitelt werden würde, wenn nicht gleichzeitig die Leitung desselben noch an einem anderen Punkte dauernd unterbrochen würde. Um diesen Zweck zu erreichen, ohne dabei die freie Beweglichkeit der aufgehängten Theile zu beeinträchtigen, habe ich mehr Nachsinnen und complicirte Hülfsmittel aufgeboten, als wegen irgend eines anderen Theiles des Apparates, bis sich zuletzt der einfachste und leichteste Ausweg eröffnete. Die amalgamirte Spitze ist nämlich so gestellt, dass sie ganz nahe über der Fläche des Quecksilbers in *o* schwebt. Hebt man den freien Theil der Gutta-Percha-Platte *pp* ein wenig, sodass das Quecksilber und die Spitze sich berühren, so bleibt jenes an dieser haften, auch wenn die Platte wieder gesenkt wird. Das Quecksilber erhält dann
290 eine kegelförmig nach der Spitze emporsteigende Oberfläche, wie sie in Fig. 1 dargestellt ist. Wird aber während der Zuckung des Muskels die Spitze gehoben, so reisst das Quecksilber ab, nimmt seine rundliche Oberfläche wieder ein (Fig. 2), und da beim Zurückfallen die Spitze diese Oberfläche gar nicht wieder berührt, bleibt die Stromleitung zwischen beiden Theilen unterbrochen. Um die Vorrichtung in gutem Stande zu erhalten, ist es nur nöthig, von Zeit zu Zeit mit einem Pinsel zwischen Spitze und Quecksilber hinzufahren und sie dadurch von Staub zu reinigen; sie erfüllt dann ihren Zweck selbst bei Erhebungen der Spitze von $^{1}/_{10}$ mm Höhe.

2. Leitungsapparat des zeitmessenden Stromes.

Da wir in dem Wege dieses Stromes eine Stelle von etwas veränderlichem Widerstande haben, nämlich die, wo die Goldkuppe *m* das Plättchen *n* mit veränderlichem Druck, daher auch mit verschiedener Innigkeit berührt: so war es vortheilhaft, den übrigen constanten Widerstand der Leitung zu vergrössern, damit jener veränderliche Theil desselben an Grösse dagegen verschwinde. Das Galvanometer besteht deshalb aus 1400 Windungen übersponnenen Kupferdrahtes von 0,012 p. L. Dicke, welche auf einen Holzrahmen gewickelt sind, der den gewöhnlich bei Multiplicatoren gebräuchlichen ähnlich, nur etwas grösser ist. Parallel den Windungen hängt neben einer der Seitenflächen desselben, 0,03 Meter von ihr entfernt, das 0,09 Meter lange Magnetstäbchen an mehreren 1 Meter langen Coconfäden. Der Magnet trägt ein Spiegelchen und zwei verschiebbare dicke Metallringe, welche dazu dienen seine Schwingungen hinreichend langsam zu machen, um bequem die Ausschläge ablesen zu können. Die Schwingungsdauer ist 24,607 Secunden. Die Messung der Schwingungen geschah nach der von Gauss und Weber eingeführten Methode durch Beobachtung des in dem Spiegel des Magnetes gesehenen Bildes einer horizontalen Scale mittels eines Fernrohres. Der Mittelpunkt der Scale ist von dem des Magnetes 1500 Scalentheile entfernt, sodass jeder Theilstrich einer Ablenkung des- 291
selben um den Winkel von 1 Minute 9 Secunden entspricht. Ich durfte den Magnet den Drahtwindungen so weit nähern, ohne fürchten zu müssen, dass die Ablenkungswinkel aufhörten, den Stromeskräften proportional zu sein, weil in den folgenden Versuchen, während der Dauer des zeitmessenden Stromes, stets der Magnet den Windungen parallel ist, und bei den Intensitätsmessungen des Stromes die Ablenkungen sich nur auf zwei Winkelgrade belaufen.

Als erregende Elemente wandte ich vier Daniell'sche an. Der von ihnen erregte Strom wirkte viel zu kräftig auf den Magnet, als dass die Intensität desselben mittels des Spiegelbildes der Scale hätte gemessen werden können.

Es ist dieser Umstand eine der Schwierigkeiten der Methode. Die Wirkung der dauernden Ablenkung ist immer um so sehr viel grösser als diejenige, welche der Strom während der kurzen Dauer der zu messenden Zeiträume hervorbringt, dass beide nicht ohne Weiteres an demselben Instrumente gemessen werden können und, um schliesslich aus den Ausschlägen des Magnetes die Zeit zu berechnen, muss man das Verhältniss jener beiden Wirkungen kennen. Pouillet hat zur Beseitigung dieser Schwierigkeit ein Verfahren angegeben, welches aber, wie Siemens[1]) gezeigt hat, keiner grossen Genauigkeit fähig ist. Ich habe deshalb einen anderen Weg eingeschlagen. Zur Messung der dauernden Ablenkung leitete ich nur einen kleinen, aber genau bestimmbaren Theil des Stromes durch das Galvanometer. Ich entfernte dasselbe zu diesem Zwecke aus der Leitung und fügte dafür zwei Drahtstücke ein, welche zusammen einen ebenso grossen Widerstand darboten; der des kürzeren dieser Stücke war genau $^1/_{141,06}$ von dem des Galvanometers. Die Abgleichung der Summe der Widerstände beider Drähte mit dem des letzteren geschah nach der von Wheatstone angegebenen Methode.[2])
292 Der Strom welcher diese neue Leitung durchfloss, war daher genau so gross wie der, dessen Intensität bestimmt werden soll. Schaltete man dann das Galvanometer als Nebenschliessung des kürzeren erwähnten Drahtstückes ein, so zweigte sich $^1/_{142,06}$ des ganzen Stromes durch dasselbe ab, man braucht also nur die unter diesen Verhältnissen beobachtete Ablenkung mit 142,06 zu multipliciren, um die dauernde Ablenkung durch den ungetheilten Strom zu finden.[3]) Da es sich als vortheilhaft zeigte, nach jedem zeitmessenden Versuche, den getheilten Strom zur Beruhigung

1) Fortschritte der Physik im Jahre 1845, dargestellt von der Physikalischen Gesellschaft zu Berlin. S. 50.

2) Poggend. Ann. d. Physik. Bd. LXII. S. 535. — Philos. Transactions. 1843. p. 332.

3) Allerdings wird der Strom durch Hinzufügung der Nebenschliessung etwas verstärkt, jedoch in so geringem Maasse, dass dieser Umstand hier ganz vernachlässigt werden konnte. In der That beträgt die desfallsige Correction des Factors 142,06 auch im ungünstigsten Falle, wenn nämlich

des Magneten zu gebrauchen, ordnete ich die Leitungen so an, dass die beiden bezeichneten Verbindungsweisen durch blosses Umlegen eines Gyrotrops sehr schnell miteinander vertauscht werden konnten.

3. Der erregende Strom.

Gereizt habe ich den Muskel oder seinen Nerven theils durch Schliessung eines von vier Daniell'schen Elementen erregten galvanischen Stromes, der durch ihn hingeleitet wurde, theils durch momentane Inductionsströme. Das erstere Verfahren hatte neben anderen kleinen den grösseren Nachtheil, die Reizbarkeit des Muskels durch die längere Dauer der Durchströmung schneller zu erschöpfen, gab übrigens ganz eben solche Resultate wie das letztere. Der angegebene Nachtheil war noch grösser bei den Versuchen, wo der Muskel auf die Beendigung eines ihn durchfliessenden galvanischen Stromes antworten sollte, weil dieser nothwendig schon vom 293
Beginn des Versuches an, also mindestens während der Zeit einer ganzen Schwingungsdauer des Magneten vor der Zuckung geschlossen sein musste.

Wesentliche Bedingung ist, dass der erregende Vorgang der Zeit nach genau zusammenfalle mit dem Beginn des zeitmessenden Stromes. Im Fall der Muskel auf den Eintritt eines galvanischen Stromes antworten soll, ist diese Bedingung sehr leicht und vollständig auf folgende Weise zu erfüllen. $K_{,}$ $Z_{,}$ und $K_{,,}$ $Z_{,,}$ (s. d. schematische Zeichnung Fig. 7) sind zwei galvanische Batterien, jede aus 4 Daniell'schen Elementen bestehend; die Zinkenden befinden sich bei $Z_{,}$ und $Z_{,,}$ und sind mit dem Quecksilbernäpfchen *c* in leitender Verbindung. Die Kupferpole sind durch die Leitung $K_{,}$ *b d a G* $K_{,,}$ verbunden. Bei *b* ist der Muskel in die Leitung eingeschaltet, *a* soll die Stelle bezeichnen, wo durch seine Zuckung die Leitung unterbrochen wird, *d* ist eine amalgamirte Spitze,

der Widerstand der übrigen Leitung gegen den der hier besprochenen Stücke ganz verschwände, nur 0,007, also noch keine Einheit in der letzten Decimalstelle.

G das Galvanometer. Ist die Leitung in dem Zustande, wie sie hier abgebildet ist, so besteht sie aus einem einzigen Kreise, in welchem zwei gleiche Batterien sich entgegenwirken, also kein Strom entsteht. Die etwaigen geringen Unterschiede ihrer elektromotorischen Kräfte verschwinden für die Wahrnehmung fast vollständig wegen der Ladungen, welche sich sehr schnell auf den Häkchen entwickeln, zwischen denen der Muskel befestigt ist, und durch welche zugleich der Strom in ihn eingeleitet wird. Wird aber die Spitze *d* in das Näpfchen *c* getaucht, so haben wir zwei voneinander unabhängige Stromkreise $K_{,}\ b\ d\ c\ Z_{,}$ und $K_{,,}\ G\ a\ d\ c\ Z_{,,}$, welche beide nur mit der Stelle *cd* aneinander hängen. Beide werden genau in demselben Augenblicke geschlossen, nämlich wenn die Spitze *d* zuerst das Quecksilber in *c* berührt. Der Muskel unterbricht darauf die Leitung des zeitmessenden Stromes bei *a*. Wird alsdann *c* von *d* wieder getrennt, so ist kein geschlossener Kreis mehr vorhanden, und alle Ströme hören auf.

294 In allen Versuchsreihen, welche ich später anführen werde, habe ich das zweite Verfahren gebraucht; der Muskel ist durch einen Inductionsstrom gereizt worden, welcher durch die Wirkung zweier nicht mit Eisen gefüllter Drahtspiralen aufeinander erregt wurde. In dem Augenblicke, wo ein die eine derselben durchkreisender galvanischer Strom geschlossen wird, entsteht in der zweiten ein inducirter Strom von sehr kurzer Dauer, welcher in entgegengesetzter Richtung durch die Windungen läuft. In dem Augenblicke dagegen, wo der erstere erregende Strom aufhört, entsteht wieder ein inducirter Strom in der zweiten Spirale, dieses Mal aber dem inducirenden gleich gerichtet. Die elektromagnetische Wirkung der inducirten Ströme, wenn sie einen Magnet ablenken, ist in beiden Fällen gleich; aber der zweite hat eine viel kürzere Dauer und eine ebenso vielmal grössere Intensität als der erste. Da es mir wesentlich auf eine möglichst kurze Dauer ankam, wählte ich zur Reizung der Muskeln den bei der Unterbrechung des primären Stromes inducirten secundären, und brachte kein Eisen in die Spiralen, weil durch dessen Anwesenheit die Wirkung zwar sehr verstärkt, aber auch ver-

zögert wird. Die inducirende Spirale konnte ganz in die inducirte hineingeschoben, oder mehr oder weniger von ihr entfernt werden, wodurch die inducirten Ströme stärker oder schwächer wurden. Um die thierischen Theile möglichst zu schonen, brauchte ich meist sehr schwache Ströme, welche wohl kaum durch ein anderes Galvanoskop sichtbar gemacht werden können, als durch den Froschnerven. Wegen ihrer Schwäche konnten auch nie unipolare Wirkungen eintreten, welche sonst den Gebrauch solcher Ströme für physiologische Zwecke, wenn die Wirkung localisirt werden soll, sehr misslich machen.[1])

Dass der Augenblick, wo der inducirende Strom aufhört, und der inducirte den Muskel oder Nerven durchfährt, genau mit demjenigen zusammenfalle, wo der zeitmessende Strom anfängt, habe ich durch den einfachen in Fig. 6 abgebildeten 295
Mechanismus erreicht. *AB* ist ein bei hinreichender Festigkeit möglichst leichtes Brettchen, welches um die stählerne Axe *dd* drehbar ist, dessen Drehung aber durch die beiden Klötze *F* und *G* auf einen ganz kleinen Winkel beschränkt wird. Bei *B* ist darin eine Platinspitze *e* befestigt, welche unten auf das Platinplättchen *f* aufstösst. Durch eine schwache Feder wird das Ende *B* des Brettchens eben nur kräftig genug herabgedrückt, um sicher die metallische Berührung zwischen *e* und *f* herzustellen. Das letztere Plättchen steht mit dem Draht *g* und dem Quecksilbernäpfchen *h* in leitender Verbindung, die Spitze *e* aber mit dem sehr biegsamen Drahte $b, b_{,,}$ der seitlich von dem Hebelchen ebenfalls nach einem Näpfchen hinführt. Am anderen Ende *A* des Brettchens befindet sich ein Platinplättchen, welches mit einem ähnlichen Drahte $a, a_{,,}$ und einem entsprechenden Näpfchen *i* eine leitende Verbindung bildet. Ich werde diesen Apparat im Folgenden mit dem Namen der Wippe bezeichnen. Dazu gehört noch der Schliessungsstab *C*, ein kupferner Stab mit Schraubenklemme zur Einfügung des Drahtes $c, c_{,,}$ und einem vergoldeten und abgerundeten unteren Ende. Letzterer wird in der Hand gehalten; wenn man sein unteres

1) S. E. du Bois-Reymond, Untersuch. u. s. w. Bd. I. S. 435 ff.

Ende auf das Plättchen bei A aufsetzt, wird eine leitende Verbindung hergestellt zwischen dem Drahte $c_{,,}$ $c_{,}$ und dem $a_{,}$ $a_{,,}$. Geschieht dieses Aufsetzen hinreichend kräftig, so wird gleichzeitig das Brettchen AB in Bewegung gesetzt, A gesenkt, B gehoben, und dadurch die Spitze e von der Platte f getrennt. Ist also der zeitmessende Strom durch $c_{,,}$ $c_{,}$ C A $a_{,}$ $a_{,,}$ i geschlossen, und der inducirende durch h $g_{,,}$ $g_{,}$ f e $b_{,}$ $b_{,,}$, so wird letzterer in dem Augenblicke geöffnet, wo ersterer geschlossen wird. Streng genommen wird allerdings zwischen der ersten Berührung von C mit A und der Trennung der Spitze e von f eine Zeit verfliessen, welche zur Fortpflanzung des Stosses durch die elastische Masse des
296 Holzes nöthig ist. Davon aber, dass diese Zeit zu klein ist, um selbst mit unserem Apparate wahrgenommen werden zu können, kann man sich auf folgende Weise überzeugen. Man stelle eine Leitung her zwischen $b_{,,}$ und i, und setze das Näpfchen h und den Draht $c_{,}$ $c_{,,}$ mit den beiden Enden der Leitung des zeitmessenden Stromes in Verbindung. Setzt man jetzt den Schliessungsstab C auf das Plättchen A so leise auf, dass das Hebelchen nicht bewegt wird, so wird der Strom dauernd geschlossen über h $g_{,,}$ $g_{,}$ f e $b_{,}$ $b_{,,}$ i $a_{,,}$ $a_{,}$ A C $c_{,}$ $c_{,,}$, und der Magnet wird gewaltsam gegen die Wände seines Kastens geworfen. Setzt man dagegen den Schliessungsstab kräftig auf, dass das Hebelchen gehoben wird, so wird der bei A geschlossene Strom auch sogleich wieder zwischen e und f unterbrochen, dauert also nur so lange, als zur Uebertragung des Stosses nach B nöthig ist. Ich habe dabei aber niemals die geringste Wirkung auf den Magnet gesehen. Durch Einfluss von Luftströmungen könnten allenfalls Aenderungen seines Schwingungsbogens von $^1/_2$ Scalentheil verdeckt werden, was einer Zeitdauer von etwa $^1/_{10000}$ Secunde entsprechen würde. Jedenfalls genügt es zu wissen, dass der Fehler, welchen unser Mechanismus einführt, viel kleiner ist als die übrigen nicht zu vermeidenden Störungen der Versuche.

Wir haben bisher den zur Reizung angewendeten Strom einen momentanen genannt; es fragt sich indessen noch, in wie weit wir dazu berechtigt sind. Die Dauer solcher In-

ductionsströme hat sich bisher durch ihre Kleinheit allen Messungen entzogen, und ist deshalb in allen Anwendungen immer als verschwindend klein betrachtet worden. Indessen kommen wir bei mehreren der späteren Versuche der Grenze, bis zu welcher man die Feinheit der Beobachtungen bisher getrieben hat, sehr nahe oder überschreiten sie selbst. Ich musste darum nach Mitteln suchen, wodurch ich mich überzeugen konnte, dass die Dauer der angewendeten Ströme auch gegen so kleine Zeiträume nicht in Betracht kommt, wie die von mir gemessenen sind. Dazu bot mir die eben 297
beschriebene Wippe eine Gelegenheit, nachdem eine kleine Veränderung daran vorgenommen war. Ich befestigte nämlich an der Stelle des Platinplättchens A ein amalgamirtes Kupferplättchen, auf welchem eine ganz dünne Lage flüssigen Quecksilbers ausgebreitet war, und ersetzte den Schliessungsstab durch einen ähnlichen mit amalgamirter Spitze. Wenn ich nun mit diesem gegen die amalgamirte Platte stiess, so schloss er die Leitung zwischen $c_{,,}$ und i in dem Momente, wo er zuerst das flüssige Quecksilber berührte. Das Hebelchen bewegte er aber und unterbrach dadurch die Leitung zwischen h und $b_{,,}$ erst dann, wenn er durch die Quecksilberschicht bis zur Kupferplatte vorgedrungen war. Die Zwischenzeit beider Momente wurde nach demselben Verfahren gemessen, durch welches wir uns vorher davon überzeugt haben, dass die Zeit der Fortpflanzung des Stosses in der Wippe eine verschwindend kleine sei. Ihre Grösse ergab sich zu 0,00012 bis 0,00033 Secunden; sie variirt natürlich nach der Geschwindigkeit des Aufsetzens; hier genügt es aber ihren Werth nur ungefähr zu kennen. Lässt man nun im ersten jener Momente den inducirenden Vorgang beginnen, unterbricht im zweiten die Leitung des inducirten Stromes, der bis dahin das Galvanometer durchkreist hatte, so erfährt man aus der Wirkung auf den Magnet, ob in der angegebenen Zeit der ganze oder nur ein Theil des inducirten Stromes hindurch gegangen sei. Um durch Aufsetzen des Schliessungsstabes den inducirenden Strom zu unterbrechen, ordnete ich die Leitungen so an, dass der Stab und die zugehörige Leitung der Wippe eine Nebenschliessung von verhältnissmässig geringem Widerstande

für die inducirende Spirale bildeten. Wurde der Stab aufgesetzt, so ging fast der ganze Strom, der bisher die Spirale durchkreist hatte, von dieser auf die neue Schliessung über. Dadurch wurde in der zweiten Spirale ein Strom inducirt, der dieselbe Richtung und dieselbe Grösse elektromagnetischer
298 Wirkung, aber eine viel grössere Dauer hatte als derjenige, welchen ich bei den physiologischen Versuchen durch blosse Unterbrechung der Leitung der inducirenden Spirale zu erregen pflegte. Die Verschiedenheit der Dauer rührt davon her, dass sich bei Einschaltung einer Nebenleitung auch in der inducirenden Spirale ein inducirter Strom bilden kann, bei unterbrochener Leitung aber nicht. Wie gross dieser Unterschied sei, lässt sich daraus beurtheilen, dass bei den mächtigen Apparaten von Henry[1]) die physiologische Wirkung des Oeffnungsschlages ganz aufhörte, wenn der Strom wegen Einschaltung einer guten Nebenschliessung statt durch Unterbrechung der Leitung verschwand. In unseren Versuchen lenkte der inducirte Strom, wenn er ganz durch das Galvanometer ging, den Magnet um 1,4 ab, wurde er aber durch Hebung der Wippe auf die angegebene Weise nach der vorher gemessenen Zwischenzeit unterbrochen, nur um 0,4 bis 0,6. Es ging also in der Zeit von 0,00012 bis 0,00033 Secunden $^1/_3$ bis $^2/_5$ dieses Stromes hindurch. Da nun die Dauer desselben eine vielmal grössere war als die der zur Reizung gebrauchten Ströme, so können wir daraus entnehmen, dass die Dauer der letzteren jedenfalls nur wenige Zehntausendtheile einer Secunde betrug, und insofern wirklich als momentan gegen die bei der Muskelzuckung zu messenden Zeiträume betrachtet werden kann.

Es bleibt uns schliesslich noch übrig, die Methode der Berechnung unserer Versuche anzugeben. Wir müssen dabei bedenken, dass der Magnet niemals dauernd in absolute Ruhe versetzt werden kann, sondern wenn man dies auch für einen

---

1) S. Poggendorff's Annalen der Physik. Bd. LIV. S. 87. — Phil. Magaz. Ser. III. Vol. XVIII. p. 482. — Ueber das ganze Verhältniss s. E. du Bois-Reymond, Untersuchungen u. s. w. Bd. I. 2. Abschn. Kap. II. § IV.

Augenblick erreichen möchte, dass er doch bald durch Einfluss der Luftströmungen wieder anfangen würde zu schwingen. Wir müssen deshalb zum Zwecke der Berechnung von der 299
Annahme ausgehen, dass der Magnet schon vor der Einwirkung des zeitmessenden Stromes in Schwingungen begriffen sei.

Die Zeitdauer t des zeitmessenden Stromes kann berechnet werden, so oft man kennt 1) die Grösse des Ausschlages oder des halben Schwingungsbogens $h_,$ vor der Einwirkung des Stromes, 2) die Grösse desselben $h_{,,}$ nachher, 3) die Ablenkung α, welche stattfand in dem Augenblicke, wo der zeitmessende Strom geschlossen wurde, 4) die Schwingungsdauer T des Magnetes und 5) die Ablenkung I, welche der zeitmessende Strom hervorbringen würde, wenn er gleichmässig anhielte. Wie die letztere ermittelt wird, ist schon angegeben; $h_,$ und $h_{,,}$ können mit äusserster Genauigkeit abgelesen werden, dagegen kann α nicht hinreichend genau bestimmt werden, wenn die Schwingungsbögen und somit auch die Geschwindigkeit des Magneten gross sind. Die Formel, nach welcher t berechnet werden kann, wenn dasselbe ein so kleiner Theil von T ist, dass t^2 gegen T^2 verschwindet, ist folgende:

$$t = \frac{T}{2\pi I}\left[\sqrt{h_{,,}^2 - \alpha^2} - \sqrt{h_,^2 - \alpha^2}\right],$$

worin für beide Wurzeln der positive Zahlenwerth derselben zu nehmen ist, wenn der Strom die vorhandene Geschwindigkeit des Magneten vermehrt, für beide der negative, wenn er sie vermindert, endlich blos für die zweite der negative, wenn er sie umgekehrt hat. Aus dieser Formel ergiebt sich gleichzeitig, dass ein Fehler im Werthe von α am wenigsten den Werth von t verändern wird, wenn $\alpha = 0$, weil dann auch $dt/d\alpha = 0$. Wir entnehmen daraus die Regel, den zeitmessenden Strom in dem Augenblick zu schliessen, wo der Magnet den Meridian passirt. Der mögliche Fehler von α wird dabei am kleinsten werden, wenn die Bewegung langsam, also der Werth von $h_,$ möglichst klein ist, und wird ausserdem weniger Einfluss haben, wenn die Differenz der Zahlenwerthe der 300
Wurzeln, als wenn ihre Summe zu nehmen ist. Daraus be-

stimmt sich als das vortheilhafteste Verfahren, dass man den Strom dann einwirken lässt, wenn die vorhandene Bewegung des Magneten durch ihn verstärkt wird. Die Formel reducirt sich für diesen Fall auf:

$$t = \frac{T}{2\pi I}(h_{,,} - h_{,}).$$

Ausser der Correction wegen Reduction der abgelesenen Scalentheile auf die Tangenten des Ablenkungswinkels des Magneten, welche bei grossen Ausschlägen nöthig wird, ist noch eine zweite wegen der allmähligen Abnahme der Schwingungsbögen zu machen. Da dieselbe sehr gering ist, so dürfen wir sie als gleichbleibend bei mehreren aufeinander folgenden Schwingungen ansehen.[1]) Um die Art der Berechnung zu erläutern, greife ich ein Beispiel heraus. Vor der Einwirkung des Stromes schwingt der Magnet hin und her zwischen den Zahlen 497,7 und 496,7, der dem Meridian entsprechende Scalenpunkt ist also 497,2. In dem Augenblicke, wo dieser Punkt unter dem Faden des Fernrohres wieder vorbeigeht, wird der Strom geschlossen, und bleibt es, bis er vom Muskel wieder unterbrochen wird. Der Magnet ist nun in stärkere Schwingungen versetzt, und es werden nacheinander abgelesen 597,7; 397,3; 596,9. Während eines Hin- und Herganges hat sich also der obere Ausschlag vermindert um 0,8. Während des Hinganges von 597,7 nach 397,3 wird er also um 0,4 abgenommen haben, sodass dem unteren Ausschlag 397,3 der obere 597,3 entspricht. Das Mittel beider giebt uns als Lage des Meridians 497,3, hinreichend übereinstimmend mit dem vorher gefundenen Werthe. Auf dem Wege zwischen der Einwirkung des Stromes bei 497,3 bis zum ersten Ausschlag 597,7, also während einer Viertel-
301 schwingung, wird $^1/_4$ von 0,8 verloren gegangen sein; es entspricht also dem Augenblick der Stromwirkung der obere Ausschlag 597,9 und $h_{,,} - h_{,}$ wird sein 597,9 – 497,7 = 100,2. Bezeichnen wir die drei aufeinander folgenden oberen Ausschläge mit $a_{,}$, $a_{,,}$ und $a_{,,,}$, so ist also:

$$h_{,,} - h_{,} = a_{,,} - a_{,} + \tfrac{1}{4}(a_{,,} - a_{,,,}).$$

1) Gauss und Weber, Result. aus den Beob. d. magnet. Vereins im Jahre 1837. S. 67.

Ich will zum Schluss der Auseinandersetzung der Methode noch einen Controlversuch beschreiben, den ich anstellte, um die Ausführbarkeit unserer Messungen an einer anderen Kraft zu prüfen, die sehr viel schneller als die Muskelkraft eintritt und verschwindet. Ich substituirte nämlich für den Muskel eine Spiralfeder aus Messingdraht und für das Gewicht einen Magnetstab, dessen unteres Ende in den inneren Hohlraum einer Drahtspirale hineinhing. Wurde durch diese Spirale ein Strom geleitet, so wurde der Magnet herabgezogen, die Goldkuppe *m* berührte das Plättchen *n* und stellte die Leitung des zeitmessenden Stromes her; in dem Augenblicke aber, wo der Strom in der Spirale aufhörte, schwand die elektromagnetische Kraft derselben und der Magnet wurde durch die Spannung der Spiralfeder emporgezogen. Wurde der Strom der Spirale mittels der Wippe genau in demselben Augenblicke unterbrochen, in welchem der zeitmessende geschlossen wurde, so konnte durch den letzteren die Zeit gemessen werden, welche bis zum Abheben der Goldkuppe vom Plättchen verfloss. Diese Zeit muss = 0 sein, wenn das Princip unserer Versuche richtig ist; sie war es in der That, so oft nicht seitliche Pendelschwankungen der aufgehängten Theile stattfanden, selbst nur so kleine, wie sie ein in der Ferne vorüberfahrender Wagen erregt. Fand Letzteres statt, so erfolgten kleine unregelmässige Ausschläge des Magneten, die bis zu 12, auch 20 Scalentheilen stiegen. Abgesehen von diesen Störungen kann also auch eine so geringe Kraft, wie die hier angewendete elektromagnetische, welche gleich der Schwere von 3 bis 5 gr. war, und auf eine Masse von 100 gr. wirkte, die mechanische Wirkung, auf welcher unsere Messung 302
beruht, mit einer grösseren Präcision ausführen, als wir durch unseren Apparat ermessen können. Die Kraft der Muskeln ist, wie wir sehen werden, sehr viel grösser, deshalb werden die Messungen auch durch Pendelschwankungen viel weniger beeinträchtigt.

§ 3.

Das Anwachsen der Energie im Muskel bei der einfachen Zuckung.

Ich habe auseinandergesetzt, auf welche Weise es möglich ist die Zeit zu messen, die von dem Augenblicke der Reizung an bis zu dem vergeht, wo die elastische Kraft des Muskels einen bestimmten, durch die aufgelegte Ueberlastung gemessenen Werth erreicht hat. Wir wollen zunächst vergleichende Messungen über die verschiedenen Ueberlastungen anstellen.

Ich setze zu diesem Zwecke die folgenden drei Versuchsreihen I, II und III hierher. Die Schläge sind dabei durch den Muskel selbst geleitet und so stark gemacht worden, dass durch eine Verstärkung derselben ihre Wirkung auf den Muskel nicht mehr gesteigert wurde, dass also die Erregung desselben ihr Maximum erreichte. Die erste Rubrik mit der Bezeichnung No. giebt die Reihenfolge der einzelnen Beobachtungen, die zweite die Ueberlastung in Grammen, die dritte den Unterschied der Ausschläge vor und nach der Zuckung an, an welchem ich schon die beiden nöthigen Correctionen angebracht habe, sodass diese Zahlen der Zeitdauer proportional sind. Die Tabellen sind so geordnet, dass in derselben Horizontalreihe Versuche mit gleichen Ueberlastungen nebeneinander stehen. Die Belastung bestand in allen Fällen nur in den wesentlichen Stücken des Apparates; die Einstellung des Muskels, d. h. diejenige Hebung oder Senkung seines Aufhängungspunktes, bei wel-
303 cher die Goldkuppe m das Goldplättchen n nach Entfernung der Ueberlastung gerade berührte, erneute ich so oft, als ich mit der letzteren wechselte.

Reihe I.

Angestellt mit dem Wadenmuskel eines im Frühling frisch gefangenen, sehr kräftigen Frosches. Ablenkung des Magneten durch den getheilten Strom zu Anfang des Ver-

suches 119,42 Scalentheile. Die Inductionsspiralen sind so weit voneinander entfernt, dass die Schliessungsschläge keine Wirkung mehr geben, sondern nur noch die Oeffnungsschläge.

No.	Ueber-lastung	Differenz der Ausschläge	No.	Ueber-lastung	Differenz der Ausschläge	No.	Ueber-lastung	Differenz der Ausschläge
1	0	46,87	17	0	35,25	18	0	38,50
2	40	55,77	16	40	55,74	19	40	61,44
3	80	68,46	15	80	65,92	20	80	81,45
4	120	79,50	14	120	82,85	21	120	96,76
5	160	93,90	13	160	88,85	22	140	119,83
6	200	104,50	12	200	103,03			
7	240	116,60	11	240	120,16			
8	280	140,08	10	280	135,88			
9	300	148,35						

Nach Beendigung dieser Messungen hob der Muskel 160 gr. nicht mehr hoch genug, um die amalgamirte Spitze des stromleitenden Zwichsenstückes vom Quecksilber loszureissen; bei kleineren Ueberlastungen trat dagegen eine Erscheinung ein, welche ich häufig kurz vor dem Erlöschen der Reizbarkeit bemerkt habe, und wodurch fernere Beobachtungen unmöglich gemacht wurden. Dies waren lang anhaltende, krampfhafte Zusammenziehungen, die jeder elektrischen Reizung oder mechanischen Erschütterung folgten. Die Bedingung 304
ihres Eintrittes kenne ich noch nicht; vielleicht ist es eine Modification der Reizbarkeit durch die hindurchgegangenen Ströme. — Ablenkung des Magneten zum Schluss 119,61.

Reihe II.

Der andere Schenkel desselben Frosches. Ablenkung zu Anfang 119,75. Die gebrauchten Schläge sind stärker, indem die Spiralen ganz ineinander geschoben sind.

No.	Ueber-lastung	Differenz der Ausschläge	No.	Ueber-lastung	Differenz der Ausschläge	No.	Ueber-lastung	Differenz der Ausschläge
1	250	140,80						
2	250	140,00						
3	200	111,62						
4	200	111,37						
5	150	90,30	18	150	132,75			
6	150	93,23	17	150	122,01			
7	100	73,10	16	100	90,86	19	100	99,91
8	100	73,50	15	100	91,58	20	100	108,16
9	50	57,21	14	50	64,93	21	50	72,20
10	50	54,14	13	50	58,76	22	50	70,96
11	0	31,15				23	0	46,81
12	0	32,43				24	0	39,60

Nach Versuch 18 hob der Muskel nicht mehr 200 gr.; es wurden deshalb die Ueberlastungen wieder verringert. Ablenkung zum Schluss: 120,57.

Reihe III.

Muskel eines Frosches, der den Winter über ohne Nahrung aufbewahrt worden war. Ablenkung vor den Versuchen: 119,94.

No.	Ueber-lastung	Differenz der Ausschläge	No.	Ueber-lastung	Differenz der Ausschläge
1	80	185,3			
2	80	183,3			
3	60	123,7			
4	60	131,1			
5	40	87,3	14	40	111,9
6	40	87,1	13	40	106,2
7	20	66,6	12	20	72,7
8	20	65,1	11	20	76,0
9	0	38,7	10	0	38,9

Zum Schluss wurden 60 gr. nicht mehr hoch genug gehoben, um den Quecksilberfaden zu zerreissen. Ablenkung: 120,32.

Das allgemeine Resultat dieser Reihen, welches wir auch in allen folgenden Versuchen immer wieder finden werden, ist, dass bei gleicher Belastung und gleichem Ermüdungszustande die Differenzen der Ausschläge des Magneten desto grösser sind, je grösser die Ueberlastung. Diese Differenzen sind aber der Dauer des zeitmessenden Stromes proportional, d. h. derjenigen Zeit, welche zwischen der Reizung des Muskels durch den elektrischen Schlag und dem Augenblicke vergeht, wo er das Gewicht erhebt. Um Letzteres zu bewirken, muss die Energie des Muskels desto höher gestiegen sein, je grösser die Ueberlastung ist. Es ergiebt sich also aus diesen Versuchen, dass sich die höheren Grade der Energie später als die niederen entwickeln; sie entsteht nicht plötzlich unmittelbar nach der Reizung, sondern steigt erst allmählig an, ein 306
Resultat übereinstimmend mit dem, was wir schon in den vorläufigen Versuchen nach einer ganz anderen Methode gefunden hatten.

Die Form der Ansteigung der Energie im nicht ermüdeten Muskel ergiebt sich am besten aus Reihe I No. 1 bis 18, da hier die Zahlen der später angestellten Beobachtungen 10 bis 18 nur kleine Unterschiede von wechselndem Sinne gegen die von 1 bis 9 zeigen. Ich stelle sie nebst ihren Mittelwerthen und der aus diesen berechneten Zeit in der folgenden Tafel zusammen.

Reihe	Ueberlastung	Beobachtete Differenz der Ausschläge	Mittel derselben	Zeit in $^1/_{100}$ Secunden	Differenzen der Zeit für 40 gr.
I	0	46,87 35,25 38,50	40,21	0,93	0,36
	40	55,77 55,74	55,76	1,29	0,26
	80	68,46 65,92	67,19	1,55	0,32
	120	79,50 82,85	81,17	1,87	0,24
	160	93,90 88,85	91,37	2,11	0,28
	200	104,50 103,03	103,76	2,39	0,34
	240	116,60 120,16	118,38	2,73	0,45
	280	140,08 135,88	137,98	3,18	0,48
	300	148,35	148,35	3,42	

In der letzten Rubrik sind die Zeiträume berechnet, in welchen die elastische Spannung des Muskels um gleiche

Grössen gewachsen ist. Dieselben sind von 40 bis 200 oder 240 gr. nahehin gleich, am Anfang und Ende aber grösser. Die elastische Kraft des Muskels ist also anfangs mit steigender, dann mit ziemlich gleichförmiger, endlich mit abnehmender Geschwindigkeit bis zu ihrem Maximum gewachsen. Dasselbe Verhältniss stellt sich auch trotz des Einflusses der zunehmen-
307 den Erschöpfung in den beiden anderen Versuchsreihen heraus, so lange die Ermüdung nicht zu schnell zunimmt.

Reihe	No.	Ueber-lastung	Mittel der Differenz der Ausschläge	Zeit in $^1/_{100}$ Secunden	Differenzen der Zeit
II.	1. 2.	250	140,39	3,22	0,66
	3. 4.	200	111,50	2,56	0,46
	5. 6.	150	91,76	2,10	0,42
	7. 8.	100	73,30	1,68	0,40
	9. 10.	50	55,67	1,28	0,55
	11. 12.	0	31,79	0,73	0,69
	13. 14.	50	61,84	1,42	0,67
	15. 16.	100	91,21	2,09	0,83
	17. 18.	150	127,38	2,92	0,53
	19. 20.	100	104,03	2,39	0,75
	21. 22.	50	71,58	1,64	0,65
	23. 24.	0	43,20	0,99	
III.	1. 2.	80	184,3	4,23	1,31
	3. 4.	60	127,4	2,92	0,92
	5. 6.	40	87,2	2,00	0,49
	7. 8.	20	65,8	1,51	0,62
	9. 10.	0	38,8	0,89	0,81
	11. 12.	20	74,3	1,70	0,80
	13. 14.	40	109,0	2,50	

Nur bei den letzten acht Versuchen der Reihe II bringt die schnell zunehmende Erschöpfung eine entgegengesetzte Vertheilung der Differenzen hervor, wo die grössere in der Mitte steht.

In so weit haben unsere jetzigen Versuche nur die Thatsachen bestätigt, welche wir aus den von zuckenden Muskeln
308 gezeichneten Curven abgeleitet hatten. Ausserdem stellt sich aber noch ein neues, sehr bedeutsames Resultat heraus, welches aus den früheren Versuchen nicht entnommen werden konnte.

Aus den Zahlen, die wir gewonnen haben, wenn keine Ueberlastung aufgelegt war, ergiebt sich nämlich, *dass erst eine Zeit nach der Reizung vergeht, ehe die Energie des Muskels überhaupt zu steigen anfängt.* Der zeitmessende Strom wird in diesem Falle unterbrochen, sobald die erste merkliche Spur der Energie eingetreten ist; das geschah in unseren Versuchen erst um fast $^{1}/_{100}$ Secunde später als die Reizung. Dadurch wird eine vollständige Analogie des Verlaufes der Zuckung zwischen den animalischen und organischen Muskeln hergestellt. Nach einer verhältnissmässig schnell vorübergehenden Reizung des Darmes oder anderer Organe mit organischen Muskelfasern treten die ersten Spuren der Contraction erst eine merkliche Zeit nach Beendigung der Reizung ein, sie nimmt langsam zu, und lässt dann ebenso langsam wieder nach.

Die Zeitdauer dieses Vorganges und seiner einzelnen Stadien ist bei verschiedenen mit solchen Fasern versehenen Organen äusserst verschieden, am grössten wohl in den contractilen Fasern der Gefässwandungen. Ganz dasselbe findet, wie wir jetzt erfahren haben, auch bei den animalischen Muskeln statt; es vergeht zuerst nach der Reizung eine Zeit, in der sie kein sichtbares Zeichen ihrer Thätigkeit geben, dann steigert sich ihre Energie allmählig bis zu ihren Maximum, um nachher wieder zu sinken, nur dass diese Zeiträume bei ihnen nach Hunderttheilen einer Secunde zu messen sind, wenn sie bei den organischen nach ganzen Secunden oder nach Minuten gemessen werden.

Wir können uns den Vorgang durch eine Curve graphisch darstellen, deren Abscissen der Zeit, deren Ordinaten dagegen der Spannung des Muskels bei unveränderter Länge proportional sind. Aus unseren Messungen lässt sich allerdings erst der Anfang derselben nicht ganz bis zum Maximum hin construiren, wie es in Fig. 4 nach den Zahlen der Reihe I 309
geschehen ist[1]), wir können uns aber wenigstens die Art ihres weiteren Verlaufes aus den zeichnenden Versuchen ergänzen.

1) Die Zahlen an der Abscissenlinie bezeichnen $^{1}/_{100}$ Secunden, die an den Verticalen die Vermehrung der Spannung in Grammen.

Das Stück *ab* der Curve fällt mit der Abscissenlinie zusammen, sie steigt dann anfangs concav nach oben, später convex bis zu ihrem Gipfel, wird dann zunächst convex bleiben, später concav wieder sinken, und sich endlich asymptotisch der Abscissenlinie anschliessen. Sie muss in der allgemeinen Form viel Aehnlichkeit mit der Curve der Höhen des Gleichgewichtes haben, von welcher wir in Fig. 3 einige Punkte bestimmten, doch können ihre Ordinaten nicht genau denen der letzteren proportional sein. Jene giebt die Spannungen bei gleicher Muskellänge, diese die Verkürzungen der Muskellänge bei gleicher Spannung. Da aber der Elasticitätscoefficient sich durch die Verkürzung und durch die Thätigkeit nach Ed. Weber beträchtlich ändert, sind die Verkürzungen den Kräften nicht proportional. Es werden vielmehr die grösseren Ordinaten in der Curve der Gleichgewichtshöhen verhältnissmässig höher sein als in der der Spannungen, die nach oben gewendeten Concavitäten stärker concav, die Convexitäten schwächer convex. Eine Vergleichung der Curve in Fig. 4 mit dem Anfang der anderen, so weit wir aus Fig. 3 deren Gestalt ungefähr entnehmen können, scheint dem nicht zu widersprechen.

Ich habe den Nachweis, dass die gemachten Messungen nicht mit beträchtlicheren Fehlern behaftet sein können, bis hierher verspart, und will ihn jetzt im Zusammenhange geben. Wir können die möglichen Fehlerquellen in zwei Classen theilen, nämlich erstlich in solche, welche die Messung der Zeit zwischen Reizung und Trennung der Goldkuppe *m* vom Plättchen *n* beeinträchtigen, und zweitens in solche, welche verhindern, dass diese Trennung genau in dem Augenblicke geschehe,
310 wo der Muskel den verlangten Grad der Energie erreicht hat. Zu den ersteren gehören Störungen in der Bewegung des Magneten durch Luftströme, Fehler der Ablesung, Dauer des Inductionsstromes, Aenderungen in der elektromotorischen Kraft und dem Widerstande der Daniell'schen Elemente u. s. w. Unter ihnen ist nur eine einzige Fehlerquelle, welche das Resultat um mehr als einen kleinen Bruch eines Scalentheiles verändern kann, das ist die nicht immer ganz vollkommene Schliessung des Stromes an der Unterbrechungsstelle. Es kommen einzelne Versuche vor, bei welchen entweder gar

keine oder eine viel kleinere Wirkung auf den Magnet stattfindet, als in den entsprechenden benachbarten Beobachtungen, weil sich ein oft unsichtbares Stäubchen zwischen Goldkuppe und Goldplatte eingelegt hat. Ein Strich mit einem Pinsel dazwischen hindurch beseitigt die Störung. Sehr viel wichtiger ist diese Fehlerquelle, wenn vermöge der Bedingungen des Versuches der Druck an der Unterbrechungsstelle sehr gering und die Berührung der Kuppe und des Plättchens nicht innig genug ist, um nicht dem Strom einen merklichen Widerstand entgegenzusetzen. Das ist der Fall in den Versuchen, wo keine Ueberlastung aufgelegt ist. Hier kommt es, wie in allen anderen Fällen darauf an, den Muskel so einzustellen, dass sich die Metalltheile an der Unterbrechungsstelle möglichst zart berühren, und durch diese Art der Berührung muss auch der Strom hergestellt werden. Ich habe gefunden, dass der Widerstand der Unterbrechungsstelle verschwindend klein ist gegen den der ganzen Leitung, sobald eine ganz geringe Ueberlastung z. B. 1 gr. aufliegt, und dass demgemäss die Intensität des Stromes nicht verändert wird, mag man viel oder wenig Gewichte noch dazu legen. Dagegen gelang es mir durch möglichst zarte Einstellung bei mangelnder Ueberlastung den Strom etwa um $^1/_{100}$ seiner ganzen Grösse zu schwächen, weiter konnte ich die Schwächung nicht treiben, ohne ihn gleichzeitig ganz zu unterbrechen. Indessen ist die Möglichkeit nicht zu leugnen, dass der Widerstand der Unter- 311
brechungsstelle jeden beliebigen Werth erreiche, auch kommen einzelne Zuckungsversuche ohne Ueberlastung vor, bei denen die Ausschläge nur $^1/_3$ oder $^1/_2$ so gross sind, als sämmtliche andere entsprechende der Reihe, was vielleicht in dem angegebenen Umstande seinen Grund findet, vielleicht auch in einem später zu erwähnenden. Eine ähnliche Schwächung des Stromes muss auch bei aufgelegter Ueberlastung in den letzten Augenblicken eintreten, ehe das Gewicht gehoben wird, weil sich nämlich der Druck an der Unterbrechungsstelle um ebenso viel schwächt, als die Kraft des Muskels steigt, bis er endlich im Augenblicke der Trennung ganz aufhört. Nehmen wir an, der Strom höre von dem Zeitpunkte an, wo der Druck an der Unterbrechungsstelle nur noch 1 gr. beträgt, ganz auf.

Die Spannung des Muskels steigt in der ersten Versuchsreihe in einer 12 Scalentheilen entsprechenden Zeit um 40 gr., um 1 gr. also in der von 0,3 eines solchen Theiles. Um soviel höchstens würde also auch die besprochene Fehlerquelle den Ausschlag bei kräftigen Muskeln verringern können; um mehr, wenn die Energie langsamer ansteigt.

Folgende mechanische Bedingungen müssen erfüllt sein, damit der zeitmessende Strom genau in dem Augenblicke unterbrochen werde, wo die Muskelspannung der Schwere der Belastung und Ueberlastung gleich wird:

1) Genaue Einstellung des Muskels, sodass bei Wegnahme der Ueberlastung die Theile an der Unterbrechungsstelle sich eben nur berühren.

2) Vollständige Unbiegsamkeit und Unausdehnsamkeit der Theile, zwischen welchen der Muskel gespannt ist.

3) Der Zug des Muskels muss in einer Verticallinie geschehen, welche durch sämmtliche Schwerpunkte der zu hebenden Stücke hindurchgeht.

4) Die zu hebenden Stücke dürfen zur Zeit der Hebung in keiner anderen Bewegung begriffen sein.

Ich habe mit möglichster Sorgfalt diese Bedingungen zu
312 erfüllen gesucht; da uns indessen für so kleine Fehler der Zeit, wie sie hier in Betracht kommen, die sonst gemachten mechanischen Erfahrungen ganz im Stich lassen, müssen wir die Grenzen ihrer möglichen Grösse genau zu bestimmen suchen.

Die Einstellung des Muskels wäre mit der ausreichendsten Genauigkeit bis auf etwa $^2/_{100}$ mm. zu vollführen, wenn er nicht die sogenannte elastische Nachwirkung in bedeutendem Grade zeigte. Diese besteht bekanntlich darin, dass der betreffende elastische Körper, wenn er durch angehängte Gewichte gedehnt wird, nicht gleich im Anfang seine volle Ausdehnung erreicht, sondern noch längere Zeit hindurch sich merklich verlängert, umgekehrt, wenn seine Spannung vermindert wird, sich ebenso allmählig verkürzt. Diese elastische Nachwirkung ist in den Muskeln sehr nachhaltig, wie es schon aus den Versuchen von Ed. Weber hervorgeht. Daher geschieht es, dass der Muskel, der durch eine bestimmte Belastung gespannt, und um ein gewisses verlängert worden ist,

entweder, wenn er sich weiter frei verlängern kann, es allmählig immer mehr und mehr thut, oder, wenn er wie in unseren Versuchen es nicht kann, einen Theil seiner Spannung wieder verliert. Er verhält sich daher nach einiger Zeit so, als wäre er mit geringerer Belastung eingestellt worden, oder es ist nach der vor mir angenommenen Ausdrucksweise ein Theil seiner Belastung zur Ueberlastung geworden. Dadurch wird die Unterbrechung des zeitmessenden Stromes verspätet, und zwar um so mehr, je langsamer die Kraft des Muskels steigt. Man schützt sich vor dieser Art der Fehler dadurch, dass man vor dem Beginne der Versuche den Muskel eine Zeit lang durch eine viel grössere Belastung dehnt, als man nachher gebrauchen will. Es ist ausserdem zu beachten, dass zwei Zuckungen nicht zu schnell aufeinander folgen dürfen, weil nach der ersteren derselben die Spannung des Muskels noch eine Zeit lang, mitunter 30 bis 40 Secunden, merklich erhöht bleibt, und deshalb bei der zweiten das Gewicht früher 313
erhoben wird, als es ohne jenen Einfluss geschehen sein würde.

Auch abgesehen von der elastischen Nachwirkung kommen Fehler der Einstellung besonders bei den Versuchen ohne Ueberlastung in Betracht. Will man dem zeitmessenden Strome eine hinreichende Leitung herstellen, so muss man nothwendig den Muskel ein wenig tiefer einstellen, als es zur ersten zarten Berührung an der Unterbrechungsstelle nöthig ist. Seine Spannung wird unter diesen Umständen etwas kleiner sein als die Schwere der Belastung, der Ueberschuss der letzteren würde also wie eine Ueberlastung wirken. Die gebrauchten Wadenmuskeln werden durch 10 gr um $^1/_4$ bis $^1/_2$ mm gedehnt; die kleinste wahrnehmbare Distanz zwischen Plättchen und Goldkuppe ist $^1/_{200}$ mm; nehmen wir an, man habe absichtlich zur Herstellung der Berührung den Muskel um das 5fache dieses kleinsten wahrnehmbaren Fehlers, also um $^1/_{40}$ mm zu tief eingestellt, so entspräche dem eine Verminderung der Spannung von $^1/_2$ bis 1 gr. Der Einfluss dieses Fehlers würde bei Versuchen mit Ueberlastung das Resultat nicht merklich ändern, wie vorher bei den Fehlern aus Schwächung des Stromes gezeigt worden ist; er wird in unserem Falle wegen der langsamen Ansteigung der Spannung ein viel

grösserer sein. Aus diesen Gründen ist es auf dem eingeschlagenen Wege unmöglich mit grösserer Genauigkeit zu erfahren, wann die erste Steigerung der Energie eintritt; zwei nicht zu beseitigende Fehlerquellen, Schwächung des Stromes und Ungenauigkeit der Einstellung streben das Resultat in entgegengesetztem Sinne zu verändern. Es wäre sogar möglich, dass die Energie gleich vom Augenblicke der Reizung an stiege, aber so langsam, dass sie z. B. in der Reihe I während des ersten Zeitraumes von 0,0093 Secunden sich nur um etwa 1 gr. vermehrt hätte. Jedenfalls würde diese Ansteigung ganz unbeträchtlich sein im Vergleich zu der von 40 gr. in den folgenden 0,0036 Secunden.

314 Wir dürfen uns daher über die Unregelmässigkeit der Zahlen bei Versuchen ohne Ueberlastung nicht wundern. Wir fanden folgende in Reihe I: 46,87; 35,25; 38,50; in Reihe II: 31,15; 32,43; 46,81; 39,60; in Reihe III: 38,7; 38,9. Ich will noch zwei Reihen hierhersetzen, in denen nur Versuche ohne Ueberlastung angestellt wurden.

Reihe IV.

Muskel von einem Frosche, der den Winter hindurch aufbewahrt worden war, und den ich vor dem Versuche durch 100 gr. gedehnt hatte. Ablenkung vorher 117,68, nachher 119,24. Die Sternchen zwischen den Zahlen bedeuten erneuerte Einstellung.

A. Keine Belastung ausser den Theilen des Apparates. Differenz der Ausschläge: 50,82. * 45,92. 54,94.

B. Mit 50 gr. auf der Schaale eingestellt: 66,06. 67,15. * 51,34. 53,62. * 54,06.

Einige Versuche mit 100 gr. Belastung misslingen wegen Schwäche des Muskels.

C. Ohne Gewichte auf der Schaale: 44,47. 25,17. 45,91. * 39,27. 45,02.

D. Mit 50 gr. Belastung: 53,9. * 51,3. 44,7.

Als Folge der elastischen Nachwirkung ist hier zunächst die Höhe der ersten beiden Ziffern unter B zu bemerken,

indem die Spannung gleich nach der neuen Dehnung des Muskels noch schnell nachlässt, ferner der Umstand, dass anfangs nach jeder neuen Einstellung erst eine kleinere, dann eine grössere Zahl folgt. Nachdem der Muskel eine Zeit lang durch 50, dann durch 100 gr. gedehnt gewesen ist, verschwindet beides unter C und D. Die Zahl 25,17 unter C gehört zu denen, welche vermuthlich durch bedeutende Schwächung des Stromes so klein geworden sind; oder es ist hier zufällig gelungen, einen ungewöhnlich frühen Augenblick des Ansteigens der Kraft zu erhaschen.

Reihe V. 315

Muskel von einem während der Begattungszeit frisch gefangenen Frosche, sehr reizbar, aber verhältnissmässig schnell erschöpft, vor dem Versuche gedehnt durch 100 gr. Ablenkung vorher 118,23, nachher 119,77.

A. Ohne Belastung auf der Schaale: 34,1. * 39,3. * 48,2. * 41,7.

B. Mit 100 gr. Belastung. Der Muskel ist kurze Zeit durch 200 gr. gedehnt worden. 53,5. * 46,6. * 57,3. * 57,8.

C. Ohne Belastung: 42,5. * 20,9. * 63,4. * 56,5. * 56,0. * 59,1. * 66,1. Der Muskel ist erschöpft.

Der Ausschlag des Magneten wächst in beiden Reihen bei der Erschöpfung des Muskels und bei höherer Belastung; ob dies nur wegen des grösseren Einflusses der Fehler der Einstellung geschieht, oder weil sich die zu messende Zeit wirklich verlängert, ist durch die Versuche nicht entschieden.

Wir fahren in der Erörterung der mechanischen Fehler fort, zunächst derer wegen Nachgiebigkeit der Theile des Apparates. Absolute Festigkeit besitzt kein irdischer Stoff; als feste bezeichnen wir vielmehr Körper von so grosser elastischer Kraft, dass ihre Gestalt nur durch Einwirkung sehr beträchtlicher fremder Kräfte merklich verändert werden kann. Diese Fehlerquelle erfordert deshalb besondere Aufmerksamkeit, weil sie, auch wenn die ganze Energie des Muskels im Augenblicke der Reizung sich entwickelte, bewirken könnte, dass der zeitmessende Strom erst nach einer gewissen

kleinen Zeit unterbrochen würde, und zwar ganz wie in unseren Versuchsreihen um so später, je grösser die Ueberlastung. Indessen lässt sich beweisen, dass wir in unseren Schlüssen hierdurch nicht getäuscht worden sind. Um das zu thun, müssen wir zunächst untersuchen, wie und wie stark die Theile unseres Apparates durch die angehängten Gewichte gedehnt und ge-
316 bogen werden. Die Kraft, welche vor der Zuckung den Aufhängungspunkt des Muskels herabzieht, und die oberen Zwischenstücke bis zur Goldkuppe herab dehnt, ist der ursprünglichen Spannung des Muskels d. h. der Belastung gleich, diejenige aber, welche es während der Zuckung thut, der Summe der Belastung und Ueberlastung. Während der Thätigkeit des Muskels wird also sein oberer Aufhängungspunkt sinken, und die oberen Zwischenstücke werden sich verlängern. Der Querbalken *MM* dagegen mit dem Goldplättchen, der vor der Zuckung durch die Schwere der Ueberlastung nach unten gebogen wurde, wird steigen, sobald er dieselbe nicht mehr zu tragen braucht. Die Grösse dieser Verschiebungen habe ich bei verschiedenen Belastungen der Metalltheile zu ermitteln gesucht; durch mikroskopische Beobachtung hätte ich solche von 0,01 mm. noch entdecken müssen, konnte aber bei 250 gr. Belastung keine wahrnehmen. Falls nun die Muskelkraft nicht langsam anstiege, wie wir es aus unseren Versuchen geschlossen haben, sondern sich im Moment der Reizung plötzlich änderte, würde das Gewicht von da an mit zunehmender Geschwindigkeit aufsteigen, die Metalltheile aber würden sich mit zunehmender Geschwindigkeit bis in ihre Gleichgewichtslage begeben, und über diese mit abnehmender hinausschwingen, könnten also, bis sie diese Lage erreicht haben, mit den vom Muskel gehobenen Stücken in Berührung bleiben, von da ab aber nicht mehr. Hierüber würde höchstens so viel Zeit vergehen, als der Muskel braucht, das Gewicht so hoch zu erheben, wie die Metalltheile nachgegeben haben. Wenn nun in der That auch der obere Befestigungspunkt des Muskels und das Goldplättchen auf dem Querbalken *MM* bei der Zuckung mit einer Ueberlastung von 240 gr. sich um 0,01 mm. näherten, so würde der Muskel unserer ersten Reihe, der mehr als 300 gr. heben konnte,

nach der gestellten Annahme 240 gr. mit der Ueberkraft von wenigstens 60 gr., also auf die Höhe von 0,01 mm. in 0,0028 Secunden erhoben haben, wie sich aus den bekannten Gesetzen des Falles berechnen lässt. Höchstens so gross hätte nach 317
der gestellten Annahme die Dauer des zeitmessenden Stromes sein können; sie war aber in der That fast zehnmal grösser, nämlich 0,0273 Secunden. Für kleinere Ueberlastungen werden die Unterschiede noch bedeutender, so sind die beiden entsprechenden Zahlen in demselben Beispiel für 120 gr.: 0,0008 und 0,0187 Secunden. Daraus geht hervor, dass wir in der That berechtigt waren aus unseren Versuchen zu schliessen, die Energie des Muskels entwickele sich erst allmählig; es lässt sich aber auch nachweisen, dass die in unseren Messungen erhaltenen Zahlen durch die Nachgiebigkeit der Metalle nicht wesentlich gefälscht sind. Ich glaube die Annahme machen zu dürfen, dass im allgemeinen die Zeit, während welcher die Muskelkraft ansteigt, für die Metalltheile hinreichend gross sein wird, um allmählig in ihre der Zusammenziehung des Muskels entsprechende neue Gleichgewichtslage überzugehen, da so starke an beiden Enden eingeklemmte Stäbe bei Schallschwingungen, wo sie äusserst hohe Töne geben, in sehr viel kürzerer Zeit aus der Lage der stärksten Abweichung in die des Gleichgewichtes zurückkommen. Der Muskel wird sich dann im Moment des Abhebens ganz so verhalten, als wäre er um ebenso viel zu tief eingestellt, wie die Metalltheile nachgegeben haben. Der hieraus entstehende Fehler würde gegen die übrigen unvermeidlichen Unregelmässigkeiten der Einstellung nicht in Betracht kommen.

Wir haben bis jetzt nur den Einfluss der Nachgiebigkeit der metallischen Theile besprochen, durch die der thierischen könnten ähnliche Fehler entstehen. Die Ausdehnsamkeit der kurzen Sehnenstücke ist zu gering, um in Betracht zu kommen; wenigstens konnte ich bei den angewendeten Belastungen keine Ausdehnung des gespannten Theiles der Achillessehne um 0,01 mm. bemerken. Dagegen treten im Muskel selbst sichtbare Lagenveränderungen seiner Fasern ein, wenn seine Spannung wächst. Ist derselbe mit einer Belastung aufgehängt, so 318

können nicht sämmtliche Fasern parallel und vertical verlaufen. Sie entspringen bekanntlich divergirend von der oberen in der Axe des Muskels verlaufenden Sehne, und steigen mehr oder weniger gekrümmt und mit den unteren Enden nach aussen gewendet zu der Achillessehne herab, von deren Ausbreitung das Muskelfleisch mantelartig umfasst wird.[1]) Die Form des Muskels wird sowohl durch die Spannung der Fasern ihrer Länge nach, als durch den Widerstand, den sie der Queere nach darbieten, bestimmt. Im natürlichen Zustande ist diejenige Seite desselben, welche dem fast geraden Unterschenkelknochen anliegt, ebenfalls fast gerade, die äussere Seite dagegen stark gekrümmt. Je grössere Gewichte man anhängt, und je mehr man dadurch die Längsspannung der Fasern vermehrt, desto mehr streben sich die gekrümmteren der äusseren Seite zu strecken, und drängen die Substanz des Muskels nach der inneren Seite hinüber. Dasselbe geschieht, wenn seine Spannung durch Reizung vermehrt wird unter Umständen, wo er seine Länge nicht verändern kann; die Zuckung giebt sich dann dadurch zu erkennen, dass sich sein Mittelstück ein wenig nach der inneren Seite hin verschiebt. Da diese Bewegung durch die vermehrte Längsspannung der Fasern verursacht wird, muss ihr Erfolg sein, dass sie die Summe sämmtlicher Faserlängen, also auch die sämmtlicher Spannungen verringert. Dadurch wird die Abhebung des Gewichtes ganz in derselben Weise verzögert, als wäre der Muskel um ein entsprechendes zu tief eingestellt worden. Um wieviel dieser Fehler die von uns gewonnenen Zahlen verändert hat, lässt sich schwer beurtheilen, bedeutend kann es deshalb nicht sein, weil die Verschiebungen des Muskels nach der Seite nur
319 wenige Zehntheile eines Millimeters betragen, und die dadurch bedingten Längenveränderungen der fast vertical verlaufenden Fasern nothwendig sehr viele Male kleiner sein müssen; daneben wird immer ein Theil der Fasern verlängert, wenn sich der andere verkürzt. Ausserdem fragt es sich noch, ob bis zu dem Moment, wo das Gewicht abgehoben wird, die vor-

1) Vergl. bei E. du Bois-Reymond die Abbildung des Längsschnittes eines Gastrocnemius des Frosches a. a. O. Bd. I. Taf. IV. Fig. 33.

handenen Kräfte die Zeit gehabt haben werden, den Muskel in die neue Gleichgewichtslage überzuführen. Der Sinn, in welchem unsere Zahlen abgeändert worden sein können, ist offenbar der, dass die längeren Zeiträume im Verhältniss zu den kürzeren etwas zu lang gefunden sind.

Ich will in Bezug auf den besprochenen Umstand nur noch bemerken, dass wir auch durch ihn keineswegs in die Irre geführt worden sind, als wir behaupteten, die Energie des Muskels steige allmählig an, wie es vielleicht scheinen könnte, wenn man bei der gebogenen Muskelfaser an einen schlaffen Faden denkt, der erst gestreckt werden muss, ehe er ein Gewicht in die Höhe ziehen kann. Die Fasern sind von Anfang an gespannt; ihre Spannung vergrössert sich nicht durch eine äussere Ursache wie die des Fadens, dem keine grössere Spannung mitgetheilt werden kann, ehe er nicht gestreckt ist, sondern durch innere Molecularwirkungen, und ist während der Beugung nothwendig grösser als während der Streckung, wenn die Endpunkte unverändert bleiben. Es muss also auch der ganze Muskel, wie ich schon vorher auseinandergesetzt habe, vor der Aenderung seiner Gestalt eine grössere Zugkraft ausüben als nachher, und deshalb Gewichte, die er nachher noch heben kann, vorher um so viel eher heben. Gesetzten Falles also die Energie des Muskels entwickele sich plötzlich, so würde durch die besprochene Verschiebung der Fasern die Erhebung des Gewichtes keinen Augenblick verzögert werden.

Wir kommen zu denjenigen Fehlern, welche dadurch entstanden sein könnten, dass die Aufhängungs- und Schwerpunkte der metallischen Zwischenstücke nicht ganz strenge in
einer Verticallinie liegen. Wenn der Schwerpunkt eines die- 320
ser Stücke nicht in der Verbindungslinie seiner beiden Aufhängungspunkte liegt, so wird sich im allgemeinen weder diese Verbindungslinie noch die des oberen Aufhängungspunktes mit dem Schwerpunkte vertical richten, sondern die Verticale wird zwischen beide fallen, sich aber der ersteren desto mehr nähern, je mehr Gewichte am unteren Aufhängungspunkte hängen. Es würde also eines der oberen Zwischenstücke, welches einen solchen Fehler darböte, während es vom Muskel vertical nach oben gezogen wird, und die Summe der Belastung

und Ueberlastung zu tragen hat, eine andere Neigung gegen den Horizont annehmen müssen, als es vorher hatte, wo es nur durch eine der Belastung gleiche Kraft gespannt wurde. Neben der verticalen würden also seitliche Bewegungen eintreten, durch welche die Unterbrechung des zeitmessenden Stromes verzögert werden müsste. Namentlich ist in dieser Beziehung das stromführende Zwischenstück zu beachten, weil dasselbe zwei verschiedene obere Aufhängungspunkte hat, nämlich die Goldkuppe *m* und die obere Stahlspitze *g*, und weil es wegen seiner beträchtlicheren Masse auch die grösseren Fehler hervorbringen würde. Während demnach alle aufgehängten Zwischenstücke möglichst genau symmetrisch gearbeitet werden mussten, habe ich diesem Stücke noch ausserdem die beiden auf festsitzenden Schrauben beweglichen Muttern *xx* gegeben, wodurch die kleinsten merklichen Abweichungen des Schwerpunktes von der Verbindungslinie der Aufhängungspunkte ausgeglichen werden konnten. Die Prüfung geschah auf folgende Weise: Ich liess zunächst das Stück auf seiner oberen Stahlspitze *g* ohne Belastung der unteren hängen; dabei stellt sich die Verbindungslinie der Spitze *g* mit dem Schwerpunkte vertical. Dann wurde ein Mikroskop mit Fadenkreuz auf die Spitze *i* eingestellt. Wenn ich dagegen an der unteren Stahlspitze *l* eine beträchtliche Belastung aufhing, musste sich die Verbindungslinie der beiden Stahlspitzen nahe-
321 hin vertical stellen. Lag der Schwerpunkt nicht auch in dieser Linie, so musste sich dabei die Spitze *i* verschieben. Es war keine solche Verschiebung sichtbar. Ebenso fand ich, dass der Schwerpunkt in der Verbindungslinie des Mittelpunktes der Goldkuppe *m* mit der unteren Stahlspitze lag. Eine Verschiebung des Stückes um 3 Winkelminuten hätte bemerkt werden müssen. Nehmen wir auch an, es fände wirklich bei den Zeitmessungen eine Verstellung von dieser Grösse statt, so können dadurch die Resultate derselben nicht merklich verändert sein. Um wie in den früheren Fällen diesen Einfluss auf einen entsprechenden Fehler der Gewichte zurückzuführen, habe ich nach den bekannten Regeln der Statik fester Körper den Druck berechnet, welcher bei der angenommenen Grösse der Asymmetrie in dem Augenblicke an der Unterbrechungs-

stelle stattfinden würde, wo die Spannung des Muskels der Summe der Belastung und Ueberlastung gleich geworden ist. Dieser Druck würde in dem bezeichneten Augenblicke natürlich Null sein müssen, wenn keine Asymmetrie stattfände. Da die Rechnung weitläufig ist und keine principiellen Schwierigkeiten darbietet, genüge es, hier ihr Resultat anzugeben. Es ergiebt sich, dass der höchste Werth jenes Druckes einem sehr kleinen Bruchtheile eines Grammes gleich ist; der Einfluss der besprochenen Fehlerquelle verschwindet also gegen die unvermeidlichen Unregelmässigkeiten der Einstellung des Muskels.

Was schliesslich die Pendelschwankungen der aufgehängten Theile betrifft, welche uns bei dem am Ende von § 2 beschriebenen Controllversuche schwer zu beseitigende Störungen verursachten, so können sie die Erhebung des Gewichtes ebenso gut beschleunigen als verzögern, also die Beobachtungen unregelmässig machen, aber ihre Mittelwerthe nicht verändern. Dass ihr Einfluss bei der Muskelzuckung ein viel geringerer ist als in den genannten Controllversuchen, hauptsächlich wohl wegen der im Verhältniss zu den Massen grösseren Kräfte, 322
ergiebt sich aus der viel grösseren Regelmässigkeit der gefundenen Zahlen.

Stellen wir die besprochenen Fehlerquellen noch einmal nach der Art ihres Einflusses zusammen. Wir haben:

1) Fehler, welche die Resultate unregelmässig machen, ohne die Mittelwerthe derselben zu verändern. Dazu gehören in den mit Ueberlastung angestellten Versuchen die Unregelmässigkeiten der Einstellung und die Pendelschwankungen der aufgehängten Theile.

2) Fehler, welche die Resultate unregelmässig machen und dabei die Mittelwerthe entweder nur vergrössern, oder nur verkleinern. Zu ersteren gehören die der elastischen Nachwirkung, zu letzteren die der Stromleitung in der Unterbrechungsstelle. Beide afficiren sehr beträchtlich die Versuche ohne Ueberlastung, solche mit Ueberlastung wenig, und zwar alle um fast gleiche Grössen, nur die mit den grössten und mit den kleinsten Ueberlastungen etwas mehr. Wie man sich gegen den Einfluss der elastischen Nachwirkung schützen könne, ist angegeben worden; dass er bei gehöriger Sorgfalt unmerklich werde,

ergiebt sich aus der Vergleichung von je zwei untereinander stehenden mit ungeänderter Einstellung und Ueberlastung ausgeführten Versuchen der Reihe II No. 1 bis 12, wo er bewirken würde, dass die zweite Zahl jedesmal grösser sein müsste, als die erste. Das ist aber nicht der Fall.

3) Fehler, welche die bei höheren Ueberlastungen gewonnenen Zahlen mehr vergrössern als die bei niedrigeren, und sich nicht in Unregelmässigkeiten der Einzelresultate zu erkennen geben. Das sind die wegen mangelnder Festigkeit der metallischen Theile und die wegen der Formveränderung des Muskels. Dass ihr Einfluss von unbeträchtlicher Grösse sei, habe ich zu zeigen versucht.

Die Unregelmässigkeit von Beobachtungen pflegt man durch den wahrscheinlichen Fehler derselben zu messen, d. h. durch diejenige Grösse, welche die Abweichungen der ein-
323 zelnen Beobachtungen vom Mittel bei einer hinreichend grossen Zahl derselben ebenso oft übertreffen, als nicht erreichen. Die bisher gegebenen Versuchsreihen sind dazu nicht ausgedehnt genug; weiter unten finden sich aber solche wie z. B. Reihe IX, X, XI, in denen auch der wahrscheinliche Fehler jeder einzelnen Beobachtung nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung ermittelt und angegeben ist. Wir finden dort in Reihe X und XI A, wo nach je zwei Beobachtungen die Einstellung erneuert wurde, folgende Werthe dieser Grösse: 2,42, 1,61, 3,26, 3,10, 3,96, 1,84; Mittel: 2,70 in Scalentheilen; in Reihe XI B und IX, wo die Einstellung unverändert blieb, die durch sie bewirkten Unregelmässigkeiten also wegfielen: 2,23, 2,61, 1,31, 1,93; Mittel: 1,88. In der am besten gelungenen Reihe IX beträgt dieser Fehler in Secunden ausgedrückt 0,00030 und 0,00033, während die ganzen gemessenen Zeiträume eben daselbst 0,04394 und 0,04219 Secunden sind; eine Regelmässigkeit, wie sie nur irgend bei organischen Vorgängen zu erwarten ist.

§ 4.

Umstände, durch welche die Ansteigung der Energie verändert wird.

Wir haben bisher nur die Verhältnisse bei unveränderter ursprünglicher Belastung, bei möglichst unveränderter Reizbarkeit des Präparates und bei Anwendung kräftiger Reizmittel untersucht. Wenn der Muskel vor der Zuckung durch eine grössere Belastung gespannt und mit derselben im Apparate eingestellt ist, so hebt er nicht mehr ganz so grosse Ueberlastungen von der Unterlage ab; seine Spannung wird also nach der Reizung weniger vermehrt, als bei geringerer Belastung. Wird die Vermehrung der Spannung, 324
wie wir es mit unseren bisherigen Versuchen gethan haben, durch eine Curve ausgedrückt, so liegt der Gipfel derselben demgemäss niedriger. Gleichzeitig ist die Höhe aller anderen Ordinaten entsprechend vermindert; es dauert daher länger, ehe die gleiche Ueberlastung gehoben wird, weil dazu ein späteres Stadium der gesteigerten Energie nöthig ist. Ich führe dies als Resultate meiner Untersuchung an, ohne ausführlicher darauf einzugehen, weil für das Folgende nichts Weiteres darüber nöthig ist.

Ganz ähnlich wird die Curve durch die Erschöpfung der Reizbarkeit verändert; es sinken alle Ordinaten derselben, und zwar so weit es sich aus den Versuchen beurtheilen lässt, ungefähr proportional ihrer Grösse. In den Versuchen äussert sich das Sinken der Reizbarkeit dadurch, dass nicht mehr ganz so grosse Ueberlastungen gehoben werden, und dass es mit denen, welche noch gehoben werden, später geschieht, und zwar um ein desto Bedeutenderes später, je grösser sie sind. In den obigen Versuchsreihen sind diese Verhältnisse aus den späteren Versuchen einer jeden Reihe zu ersehen. Um Zeitwerthe zu erhalten, welche verschiedenen Ueberlastungen und einem gleichen Grade der Ermüdung entsprechen, kann man dasselbe Verfahren gebrauchen, wie Ed. Weber es für die Erhebungshöhen verschiedener Be-

lastungen ausgeführt hat, nämlich das Mittel nehmen aus je zwei solchen Beobachtungen, welche gleichweit vor und hinter einem und demselben Zeitpunkte angestellt sind. So habe ich hier eine Tafel zusammengestellt aus den Beobachtungen der Versuchsreihe II; die obere Horizontalreihe enthält die Zeiträume für den unermüdeten Muskel aus No. 5 bis 12; die zweite die Mittelwerthe der Versuche 5 bis 18 dem Ermüdungsgrade von No. 11 und 12 entsprechend; die dritte dieselben von 11 bis 24, entsprechend der Ermüdung von 17 und 18. Leider lassen sich bei unseren jetzigen Versuchen
325 nicht so ausgedehnte Zahlenreihen für verschiedene Ermüdungsgrade herstellen, wie es Ed. Weber für die Erhebungshöhen konnte, weil jede einzelne Beobachtung eine längere Zeit wegnimmt.

No. der Versuche	Zeitdauer in $^1/_{100}$ Secunden für die Ueberlastung			
	0 gr.	50 gr.	100 gr.	150 gr.
5—12	0,73	1,28	1,68	2,10
5—18	0,73	1,35	1,88	2,51
17—24	0,86	1,53	2,24	2,92

Die diesen drei Ermüdungsstufen entsprechenden Ansteigungscurven sind in Fig. 5 construirt; der Anblick derselben scheint zu lehren, was schon oben erwähnt ist, dass die Ordinaten der ganzen Curve sich ungefähr im Verhältniss ihrer Grösse verringern.

Ganz ähnlich ist der Erfolg, wenn man die Intensität des erregenden Stromes so weit schwächt, dass die Energie des Muskels merklich vermindert wird. Beginnt man mit sehr schwachen Strömen zu reizen, und nimmt dann immer stärkere und stärkere, so überzeugt man sich, dass mit der Verstärkung der Schläge anfangs auch das Gewicht, welches der Muskel von der Unterlage abheben kann, und die Höhen, bis zu welchen er gleiche Gewichte erhebt, sich vergrössern, dass aber bald ein Maximum in beiden Beziehungen eintritt, über welches hinaus die Wirkung auch durch die heftigsten momentanen Schläge nicht mehr gesteigert werden kann. Wir haben bisher immer mit Schlägen gearbeitet, welche

hinreichend gross waren das Maximum der Reizung hervorzubringen. So lange sie diese Bedingung erfüllen, kann man ihre Intensität beliebig ändern, ohne dass dadurch die Ergebnisse der Zeitmessungen verändert würden. Wenn wir aber Schläge anwenden, welche das Maximum der Wirkung nicht erreichen lassen, so sinken die Ordinaten unserer Kräftecurve ganz in derselben Weise, als wenn sie durch grössere Belastung oder durch Ermüdung des Muskels vermindert worden wären. Es sind demgemäss die Ausschläge des Magneten 326
für gleiche Ueberlastungen desto grösser, je geringer die Intensität dieser Schläge ist.

Ich will statt der vielen einzelnen hierher gehörigen Erfahrungen, welche sich im Laufe meiner Messungen eingestellt haben, hier nur eine Reihe derselben anführen, die ich absichtlich zur Erörterung dieses Verhältnisses angestellt habe.

Reihe VII.

Angestellt mit einem Muskel, der schon zu anderen Versuchen gedient hatte. Ueberlastung 100 gr.; Reizung vom Nerven aus. In der zweiten Rubrik der folgenden Tafel ist die Entfernung der einander zugewendeten Flächen der inducirenden Spiralen in Centimetern angegeben. Je grösser diese Entfernung, desto schwächer sind die Ströme, und zwar nehmen diese in einem viel stärkeren Verhältnisse ab, als jene wächst. In der dritten Rubrik sind die Höhen angegeben, bis zu welchen der Muskel das Gewicht gehoben hat, um zu zeigen, wie diese Höhen abzunehmen anfangen, sobald die Zeitdauer oder die ihr proportionale Differenz der Ausschläge zunimmt. Wie die Höhen gemessen sind, wird im nächsten Paragraphen beschrieben werden. — Ablenkung durch den getheilten Strom: 115,7.

327

No.	Entfernung der Spiralen	Erhebungs-höhe	Differenz der Ausschläge
1	4	2,1	66,17
2	4	2,1	64,07
3	5	2,1	61,10
4	5	2,1	65,27
5	6	2,1	61,25
6	7	1,5	67,72
7	7	1,6	83,42
8	7	0,6	80,00
9	6,5	2,2	60,30
10	6,5	2,2	58,75
11	2	2,2	59,05
12	2	2,2	67,67

Bei Fortsetzung des Versuches nahmen die Ausschläge wegen eintretender Ermüdung schnell zu. Während die Spiralen von 6,5 Centimeter Entfernung auf 2 genähert wurden, veränderten sich, wie man sieht, weder die Erhebungshöhen noch die Differenzen der Ausschläge merklich; dagegen sinken die ersteren und steigen die letzteren bei 7 Centimeter Entfernung. Die Wirkung der schwachen Schläge ist bald grösser, bald kleiner, weil die von der Schnelligkeit der Unterbrechung des primären Stromes abhängigen elektrischen Processe sehr unregelmässig verlaufen. Diese Schnelligkeit variirt nämlich, weil sie theils von der Stärke, mit der der Schliessungsstab auf die Wippe aufgesetzt wird, theils von der Form der Metalle an der Unterbrechungsstelle der Wippe abhängt, und letztere sich bei jeder einzelnen Unterbrechung dadurch ändert, dass metallische Theilchen durch den Funken fortgeführt werden. Uebrigens sind die Ströme, welche das Maximum hervorzurufen genügen, so schwach, dass sie schwerlich durch ein anderes physikalisches Hülfsmittel, als eben durch ihre Wirkung auf den Nerven, zu entdecken sein würden.

§ 5. 328

Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Nervenreizung.

Wir haben bis jetzt die Muskeln durch elektrische Strömungen zur Zusammenziehung gebracht, welche durch ihre eigene Substanz hindurchgingen. Wir werden nun den Muskel vom Nerven aus erregen. Die Art, auf welche ich den erregenden Strom zum Nerven hingeleitet habe, ist oben beschrieben und in Fig. 2 dargestellt worden. Wenn man Messungen über die Zeit anstellt, welche zwischen der Reizung des Nerven und der Erhebung der Ueberlastung durch den Muskel vergeht, stellt sich heraus, dass sie von der Stelle des Nerven abhängig ist, auf welche man den elektrischen Schlag einwirken lässt, und zwar desto grösser, ein je grösseres Stück des Nerven sich zwischen der gereizten Stelle und dem Muskel befindet. Der Versuch kann, ohne die Glocke abzuheben, beliebig oft hintereinander angestellt werden, wenn man von den vier Leitungsdrähten zwei etwa 2 bis 3 Linien voneinander entfernt an den Nerven dicht bei seinem Eintritt in den Muskel anlegt, die zwei anderen dagegen ebenso weit voneinander entfernt an den Beckentheil des Nerven. Ich habe es vortheilhaft gefunden, diese zweite Stelle nicht ganz bis an das abgeschnittene Ende des Hüftgeflechtes hin zu verlegen, sondern nur ungefähr bis zu dem Orte, wo sich die Fäden dieses Geflechtes zum Stamme des Hüftnerven vereinigen, weil die äussersten abgeschnittenen Enden verhältnissmässig schnell leistungsunfähig werden. Je nachdem man nun das erste oder zweite Paar der Leitungsdrähte mit der inducirten Spirale in Verbindung setzt, wird die dem Muskel nähere oder entferntere Nervenstelle vom Strome getroffen. Vergleichende Messungen, welche übrigens wie die bisher besprochenen ausgeführt werden, ergeben, dass die Ausschläge des Magneten durch den zeit- 329
messenden Strom im Durchschnitt 5 bis 7 Scalentheile grösser sind, wenn man die entferntere Stelle des Nerven reizt, als wenn es mit der dem Muskel näheren geschieht.

Offenbar kann dieser Unterschied nicht bedingt sein durch irgend eine der früher besprochenen Fehlerquellen, welche in den mechanischen und elektrischen Vorgängen unserer Messungsmethode ihren Grund haben, weil alle diese die Versuche

mit Reizung der entfernteren und der näheren Nervenstelle ganz gleichmässig afficiren. Den Grund müssen vielmehr die Vorgänge innerhalb des Nerven selbst abgeben. So weit die bisherigen physiologischen Erfahrungen reichen, sind die Wirkungen auf den Muskel ganz die gleichen, welche Stelle des Nerven man auch reizen möge, höchstens findet man unter gewissen Bedingungen, dass Reizung der entfernteren Stelle schwächer wirkt als die der näheren, indem das Absterben der Muskelnerven nach der schon von Valli und Ritter ausgesprochenen Erfahrung vom centralen Ende anfängt und gegen den Muskel hin fortschreitet.[1]) Nach den Zeitmessungen, welche wir an ermüdeten Muskeln angestellt und in dem vorigen Abschnitt dargelegt haben, würde in der That die schwächere Reizung von der entfernteren Stelle des Nerven her den gleichen Grad der Energie des Muskels später zur Entwickelung bringen, als die stärkere von der näheren aus. Wir werden daher auf diesen Umstand besondere Aufmerksamkeit verwenden und uns versichern müssen, dass der Grad der Reizung von beiden Stellen her der gleiche sei. Wenn dies der Fall ist, werden die Versuche ergeben, dass, welche Stelle des Nerven man auch reizen möge, sich die entsprechenden Stadien der Energie einander in genau den gleichen Zeiträumen folgen, dass aber
830 die Zwischenzeit zwischen einem jeden dieser Stadien und der Reizung um ein bestimmtes grösser ist, wenn die gereizte Stelle weiter vom Muskel entfernt ist. Wenn wir also das Steigen und Sinken der Energie für zwei verschiedene Nervenstellen durch eine Curve ausdrücken, so ist diejenige, welche der Reizung der entfernteren Stelle entspricht, der anderen congruent, aber zwischen ihrem Anfang und dem dem Moment der Reizung entsprechenden Punkte liegt ein grösseres Stück der Abscissenlinie. Aus der Art des zeitlichen Verlaufes, den uns die Wirkungen der Reizung im Muskel darbieten, können wir aber einen Rückschluss auf den Verlauf der entsprechenden meist noch unbekannten Vorgänge im Nerven machen. Es ist klar, dass die Wirkungen der Reizung in den Verzweigungen des Nerven innerhalb des Muskels ebenfalls nach Reizung der ent-

1) E. du Bois-Reymond, Unters. u. s. w. Bd. I. S. 321 ff.

fernteren Stelle zwar später eintreten, aber ganz ebenso verlaufen müssen, wie nach der näheren. Da nun Dauer und Stärke der erregenden elektrischen Strömung in beiden gereizten Stellen ganz die nämlichen sind, so kann die Verzögerung der Wirkung nur darauf beruhen, dass eine Zeit vergeht, ehe sich dieselbe von der entfernteren Stelle bis zum Muskel hin fortpflanzt. Wir sind also durch diese Versuche in den Stand gesetzt, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reizung in den motorischen Nerven des Frosches zu ermitteln, wenn man dabei unter Reizung diejenigen Vorgänge im Nerven versteht, die sich in Folge einer erregenden äusseren Einwirkung in ihm entwickeln.

So lange die Physiologen die Nervenwirkungen auf die Verbreitung eines imponderablen oder psychischen Princips zurückführen zu müssen meinten, mochte es unglaublich erscheinen, dass die Geschwindigkeit dieses Stromes innerhalb der kurzen Entfernungen des thierischen Körpers messbar sein sollte. Gegenwärtig wissen wir aus den Untersuchungen über die elektromotorischen Eigenschaften der Nerven von du Bois-Reymond, dass diejenige Thätigkeit derselben, durch welche die Fortleitung einer Reizung vermittelt wird, mit einer ver- 331
änderten Anordnung ihrer materiellen Molecüle mindestens eng verbunden, vielleicht sogar wesentlich durch sie bedingt ist. Danach würde die Leitung im Nerven in die Reihe sich fortpflanzender Molecularwirkungen der ponderablen Körper gehören, zu denen z. B. die Schalleitung in der Luft und in elastischen Stoffen oder das Abbrennen einer mit explodirender Mischung gefüllten Röhre zu rechnen ist. Bei dieser Sachlage kann es nicht mehr so überraschend sein, dass die Geschwindigkeit der Leitung nicht nur messbar, sondern wie sich ergeben wird, sogar sehr mässig ist. Uebrigens darf die Unmöglichkeit, bei den täglichen Sinneswahrnehmungen unseres eigenen Körpers oder bei physiologischen Versuchen über Muskelzuckungen einen hierher gehörigen Zeitunterschied wahrzunehmen, uns nicht befremden, da die Unterschiede, welche wir zwischen Empfindungen verschiedener Nervenfasern unserer Sinnesorgane mit Sicherheit beobachten können, nicht viel kleiner sind als eine Secunde. Ich erinnere nur daran, dass die geübtesten Astronomen in

der vergleichenden Beobachtung von Gesichts- und Gehörwahrnehmungen um eine ganze Secunde differiren.

Nach diesen Bemerkungen gehen wir zur thatsächlichen Beweisführung über. Zunächst stösst uns die schon berührte Schwierigkeit auf zu controlliren, dass die mechanische Wirkung der Reizung von der entfernteren Stelle des Nerven her mit der von der näheren gleich gross sei. Die Grösse der Spannung, welche sich nach der Reizung im Muskel entwickelt, würde unserem bisherigen Verfahren gemäss durch die höchste Ueberlastung zu messen sein, welche der Muskel von der Unterlage abheben kann. Indessen würden zu diesem Zwecke viele besondere Zuckungsversuche zwischen die zeitmessenden eingeschaltet werden müssen, wobei Kraft des Muskels und Zeit unnöthig verloren ginge. Ein anderes Mittel bietet sich dar, welches bei jeder einzelnen Zuckung neben der Zeitmessung
332 ausgeführt werden kann, nämlich die Messung der Höhe, bis zu welcher das angehängte Gewicht erhoben wird. Bei verminderter Reizbarkeit oder nach einer schwächeren Reizung, hebt nämlich, wie wir schon früher erwähnt haben, der Muskel im allgemeinen dasselbe Gewicht zu einer geringeren Höhe. Diese Art, die gleichbleibende Stärke der Reizung zu controlliren, hat sich als ausreichend erwiesen. Wenn wir in einer der folgenden Versuchsreihen solche Beobachtungen nacheinander durchsehen, bei denen dieselbe Nervenstelle gereizt wurde, so finden wir namentlich bei höheren Ueberlastungen sogar merkliches Abnehmen der Erhebungshöhen wegen allmähliger Ermüdung des Präparates, ohne dass sich die Resultate der Zeitmessungen merklich verändern. Nur bei krampfhaften andauernden Zusammenziehungen, wie sie in Reihe I beschrieben sind, lässt sich der Grad der Reizung nicht durch die Erhebungshöhen controlliren, dabei kann man aber überhaupt keine guten Versuche anstellen. Die Messung der Höhe wurde in folgender Weise ausgeführt. An der unteren Seite des Querbalken *MM*, welcher das Goldplättchen trägt, wurde ein sehr leichtes zweiarmiges 72 mm langes Hebelchen von Holz mittels einer Nähnadel als Axe befestigt. Das eine Ende des Hebelchens lag auf der Spitze *i* des stromführenden Zwischenstückes auf, das andere trug eine feine Drahtspitze, deren verticale Erhebung durch ein kleines

Mikroskop bis auf $^1/_{20}$ mm gemessen werden konnte. Die Axe des Hebelchens lag mit leichter Reibung zwischen zwei Brettchen in entsprechenden Rinnen derselben. Der Grad der Reibung konnte durch das Anziehen oder Nachlassen von vulkanisirten Kautschukstreifen, welche die Brettchen aneinander hielten, verändert werden. Er musste gerade gross genug sein, um zu verhindern, dass das Hebelchen, wenn es angestossen wurde, vermöge seines Beharrungsvermögens sich weiter bewegte, als es unmittelbar durch die berührende Spitze verschoben war. Bei der grossen Leichtigkeit desselben konnte übrigens die Reibung so gering sein, dass sie der Kraft des Muskels keinen 333
merklichen Widerstand entgegensetzte. Wird das stromführende Zwischenstück mit den Gewichten durch den Muskel gehoben, so steigt gleichzeitig das die Spitze *i* berührende Ende des Hebelchens und bleibt in der Stellung stehen, in welche es durch die höchste Erhebung der Spitze *i* versetzt worden ist. Die Grösse der Verschiebung wird am anderen Ende beobachtet und gemessen. Letzteres geschah bei den nun folgenden Zuckungsversuchen durch einen Gehülfen, während ich selbst die Bewegung des Magneten behufs der Zeitmessung mit dem Fernrohr beobachtete.

Allerdings würde das angegebene Verfahren mancherlei Einwürfe erleiden können, wenn es sich darum handelte die absoluten Werthe der Erhebungshöhen zu erfahren; für unseren Zweck stören seine Mängel nicht, da sie jedenfalls die Versuche für beide Nervenstellen gleich beeinträchtigen.

Theils aus denjenigen Versuchsreihen, welche zum Zwecke der Zeitmessung angestellt wurden, theils aus anderen, in denen ich nur die Reizungsverhältnisse der beiden Nervenstellen untersuchte, ergab sich Folgendes. Im Anfang sind letztere beide gleich empfindlich, d. h. gleiche elektrische Strömungen bedingen von beiden aus gleich kräftige mechanische Wirkungen; es sind sowohl die Erhebungshöhen gleicher Gewichte, als die höchste zu hebende Ueberlastung gleich. Namentlich ist also auch diejenige Stromstärke für beide gleich, welche genügt, um das Maximum der Erregung hervorzubringen. Sobald eine grössere Anzahl von Reizversuchen angestellt worden ist, pflegt die dem centralen Ende des Nerven zunächst liegende Stelle unempfind-

licher zu werden, d. h. es werden kräftigere Ströme nöthig, um das Maximum der Erregung herbeizuführen, aber *die mechanischen Wirkungen der Reizung, sowohl die Erhebungshöhen beliebiger gleicher Gewichte, als auch die höchste zu hebende Ueberlastung sind für dieses Maximum der Erregung beider Stellen voll-*
334 *kommen gleich.* Es ist also die mechanische Wirkung für gleiche erregende Ströme unter diesen Umständen gleich, wenn sie stark genug sind, das Maximum der Erregung auch in der entfernteren Nervenstelle zu bedingen, ungleich, wenn dies nicht der Fall ist. Je mehr die Reizbarkeit sinkt, desto grösser pflegt der Unterschied zwischen den Strömen zu werden, welche genügen, in der näheren das Maximum hervorzurufen, und denen, welche es in der ferneren thun. Nur bei den Präparaten sehr entkräfteter Thiere oder in den letzten Stadien der Erschöpfung der Nerven kommt es dahin, dass das Maximum der Erregung von der ferneren Stelle aus kleiner wird als das von der näheren, sodass man, um gleiche mechanische Wirkungen hervorzubringen, die letztere mit Strömen behandeln muss, welche das Maximum nicht erreichen lassen. Als ich im Winter meinen vorläufigen Bericht an die Akademien abschickte, hatte ich mit Thieren experimentirt, die durch viermonatliche Gefangenschaft und Hunger entkräftet waren, und damals war mir der zuletzt bezeichnete Fall häufiger vorgekommen, sodass ich die Vorschrift gab erforderlichenfalls auf beide Stellen ungleiche Ströme einwirken zu lassen. Ich habe mich seitdem an frisch gefangenen Fröschen überzeugt, dass man in der Regel nicht genöthigt ist, sich auf diese Weise zu behelfen, und dass man wohl thut, überhaupt nur mit solchen Präparaten zu experimentiren, bei denen die Maxima der Erregung von beiden Stellen her gleich sind, weil die Versuche mit Strömen, welche nicht das Maximum erreichen lassen, aus den schon früher angeführten Gründen viel unregelmässiger ausfallen, als diejenigen, in denen es eintritt. Wohl aber ist es zur Erhaltung der Reizbarkeit von Vortheil, auf jede der beiden Stellen keinen stärkeren Strom einwirken zu lassen, als für das Maximum der Reizung gerade nöthig ist, welche Ströme nach dem oben Gesagten oft verschieden sind. Das ist in einigen der folgenden Versuchsreihen geschehen.

Dass die Nerven gegen gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete Ströme ungleich empfindlich sind, ist bekannt. Auch 335
dieser Unterschied beschränkt sich darauf, dass zur Erreichung des Maximums der Reizung verschieden starke Ströme nöthig sind, übrigens sind die mechanischen Wirkungen vollkommen gleich, sobald nur die Maxima erreicht werden. Ich habe zweimal bei Präparaten, welche schon eine Zeitlang gearbeitet hatten, den Fall beobachtet, dass für die eine Stromesrichtung die entferntere Stelle des Nerven zur Erreichung des Maximums der Reizung einen schwächeren Strom erforderte, als die nähere, für die andere einen stärkeren, was vielleicht durch die vorausgegangenen Reizungen der näheren Stelle bedingt war. Den einen dieser Fälle habe ich zu einigen Zeitmessungen benutzt, welche unten angeführt werden sollen. Wir entnehmen daraus den augenscheinlichsten Beweis, dass die Verzögerung der mechanischen Wirkung von der entfernteren Stelle aus nicht durch die geringere Empfindlichkeit derselben bedingt ist; die letztere war ja hier für die angewendete Stromesrichtung im Gegentheil grösser. Den anderen Fall benutzte ich zu weiteren Versuchen über die Reizungsverhältnisse, und will ihn hier anführen.

Versuchsreihe VIII.

Der Wadenmuskel eines frisch gefangenen Frosches hatte im Anfang bei absteigender Stromesrichtung und 5,5 Centimeter Entfernung zwischen den inducirenden Spiralen das Maximum erreicht und als höchstes Gewicht 490 gr. gehoben, war dann zu einigen Zeitmessungsversuchen gebraucht worden, welche wegen schnell abnehmender Reizbarkeit kein genaues Resultat gaben.

Bei 300 gr. Belastung und Reizung durch absteigende Ströme trat das Maximum von der entfernteren Stelle aus bei einer Entfernung von 5 Ctm. ein, die Erhebungshöhe war 0,3 mm.; bei 6 Ctm. Entfernung hob der Muskel noch, aber so wenig, dass die Erhebung nicht mehr gemessen werden konnte. Darauf von der näheren Nervenstelle aus gereizt, er- 336
langte der Muskel erst bei einer Annäherung der Spiralen auf 4 Ctm. das Maximum, bei 5 Ctm. hob er jetzt gar nicht mehr. Die Erhebungshöhe war gesunken auf 0,2 mm. Schliesslich ergab sich, dass von der entfernteren Stelle aus

auch jetzt noch bei 5 Ctm. Entfernung das Maximum eintrat, die Erhebungshöhe aber auf 0,15 mm. gesunken war. Darauf wurde untersucht, ob bei einer viel geringeren Belastung von 20 gr. die Verhältnisse ebenso seien. Das Maximum wurde erreicht bei Reizung von der entfernteren Stelle zwischen 5 und 6 Ctm. bei etwa 5,5 Entfernung, bei Reizung der näheren erst zwischen 4 und 5 Ctm. Jede Wirkung verschwand im ersten Falle bei 6,5, im zweiten bei 6 Ctm. Zwischen der letzteren Entfernung und derjenigen, wo das Maximum der Reizung erreicht wurde, nahm die Erhebungshöhe, die 2,25 bis 2,50 mm. betrug, allmählig zu.

Hierauf wurde untersucht, ob sich während dieser Versuche mit 20 gr. Belastung die Verhältnisse für hohe Belastungen nicht geändert hätten. Es wurden 200 gr. aufgelegt.

1) Bei absteigendem Strom Reizung von der entfernteren Nervenstelle.

Maximum der Wirkung bei 5,5.
Verschwinden derselben bei 6,5.

2) Bei Reizung von der näheren Stelle.

Maximum der Wirkung bei 4,5.
Verschwinden derselben bei 6,0.

3) Bei aufsteigendem Strom von der entfernteren Stelle wie vorher.

Maximum der Wirkung bei 5,5.
Verschwinden derselben bei 6,5.

4) Dagegen von der näheren Stelle.

Maximum zwischen 5,5 und 6,0.
Verschwinden bei 10,2.

Nach Beendigung dieser Versuche war das höchste zu hebende Gewicht für alle Combinationen 292 gr.

337 In diesem Falle war also die entferntere Nervenstelle gegen beide Stromesrichtungen gleich empfindlich, die nähere gegen den aufsteigenden Strom empfindlicher als jene, gegen den absteigenden unempfindlicher. Sonderbarerweise war in dem anderen, später noch anzuführenden Falle die nähere Nervenstelle gegen beide Richtungen gleich empfindlich, die entferntere für den absteigenden empfindlicher als jene, für den aufsteigenden unempfindlicher. Worauf dieser Unterschied beruhe, weiss ich nicht.

Ich lasse nun hier aus der grösseren Zahl meiner Versuchsreihen, welche alle dasselbe Resultat mit grösserer oder geringerer Genauigkeit gegeben haben, diejenigen folgen, welche wegen ihrer Ausdehnung oder wegen der Uebereinstimmung der einzelnen Beobachtungen am zuverlässigsten zu sein scheinen. Zur Reizung sind stets Ströme gebraucht worden, welche das Maximum der Erregung herbeiführten. Dass dies der Fall war, wird durch die gleichzeitig beobachteten Erhebungshöhen, welche in Millimetern angegeben sind, controllirt.

Die Reihen sind nach verschiedenem Plane angelegt. In einigen sind sämmtliche Beobachtungen mit derselben oder nur zwei verschiedenen Ueberlastungen angestellt, um möglichst ausgedehnte Zahlenreihen zur Berechnung des Werthes desjenigen Zeitunterschiedes zu erhalten, auf welchen es hier ankommt. Für diese habe ich die Mittelwerthe der Zeitdauer zwischen Reizung und Wirkung des Muskels für beide Nervenstellen, deren Unterschied, welcher der Zeit der Fortpflanzung durch den Nerven entspricht, und ausserdem zur Beurtheilung der Genauigkeit die wahrscheinlichen Fehler aller dieser Grössen nach den Regeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung berechnet.[1])

Bei anderen Versuchsreihen sind die Ueberlastungen mög- 338
lichst oft gewechselt, um nachzuweisen, dass die verschiedenen Stadien der Energie des Muskels gleichmässig verzögert ein-

---

1) Für diejenigen meiner Leser, welchen die Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung nicht geläufig sind, bemerke ich hier, dass z. B. die Angabe in der neunten Versuchsreihe, der Werth des Zeitunterschiedes wegen der Fortpflanzung sei 0,00175 Secunden mit dem wahrscheinlichen Fehler ± 0,00014, nach einem populären Ausdrucke bezeichne, es sei 1 gegen 1 zu wetten, dass der wahre Werth dieser Differenz zwischen 0,00189 und 0,00161 Secunden liege. Es ist ferner 10 gegen 1 zu wetten, dass die Abweichung höchstens 2,5 mal, 100 gegen 1, dass sie höchstens 3,8 mal, 1000 gegen 1, dass sie 4,8 mal so gross sei als der wahrscheinliche Fehler. Der Werth liegt also mit der Wahrscheinlichkeit

1	gegen	1	zwischen	0,00189	und	0,00161
10	„	1	„	0,00210	„	0,00140
100	„	1	„	0,00228	„	0,00122
1000	„	1	„	0,00242	„	0,00108

treten, wenn man von der entfernteren Nervenstelle aus den Reiz wirken lässt, die Form der Ansteigung der Energie aber nicht geändert wird. Die wenigen Versuche, welche bei jeder Ueberlastung angestellt worden sind, können natürlich nicht so genaue Werthe der von der Nervenleitung herrührenden Unterschiede geben, als längere Reihen; deshalb sind die einzelnen Mittel der Differenz oft ziemlich abweichend voneinander. Doch sind ihre grösseren und kleineren Werthe ganz unregelmässig vertheilt, und die für verschiedene Ueberlastungen weichen nicht mehr voneinander ab, als die bei derselben Ueberlastung in wiederholter Beobachtung gefundenen. Daraus geht hervor, dass die Grösse der Differenz nicht merklich von der Grösse der Ueberlastung abhängt, wie dies so entschieden der Fall ist, wenn die Ausschläge des Magneten durch Abnahme der Reizung grösser werden.

Endlich ist noch nach jeder Versuchsreihe die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reizung in den Nerven berechnet. Dazu muss man die Länge der durchlaufenen Nervenstrecke kennen, d. h. die Entfernung der dem Muskel zugewendeten
339 Endpunkte der beiden gereizten Nervenstellen voneinander. Diese Länge ist leider wegen der grossen Dehnbarkeit des Nerven eine sehr unsichere. Ist der Nerv gar nicht gedehnt, so sind seine Fasern wellenförmig gebogen; um die Länge zu messen, habe ich ihn stets so weit gespannt, bis die queren atlasartigen Streifen seiner Oberfläche verschwanden, in der Voraussetzung, dass die Fasern dann ungefähr gerade verlaufen würden. Es bleiben dabei aber immer einige Millimeter dem Gutdünken überlassen. Uebrigens würde es auch noch nicht lohnen eine bessere Messungsmethode auszumitteln, da die Unsicherheiten der Zeitmessung verhältnissmässig viel grösser sind als die der Längenmessung. Es darf deshalb nicht befremden, wenn die gefundenen Werthe der Fortpflanzungsgeschwindigkeit noch ziemlich beträchtlich voneinander abweichen.

Reihe IX.

Am 6. Januar mit dem Muskel eines vier Monate aufbewahrten Frosches angestellt. Durch beide Stellen des Nerven wird der gleiche Strom geleitet, die Entfernung derselben ist 43 mm. Einstellung des Muskels ungeändert; Ablenkung vorher 121,24, nachher 118,61, im Mittel 119,97.

No.	Ueberlastung	Erhebungshöhe	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	Differenz der Ausschläge bei Reizung der näheren Nervenstelle	
1	180	0,88	186,83		
2	—	0,87	189,71		
3	—	0,83		180,66	
4	—	0,82		181,83	
5	—	0,80	190,79		
6	—	0,80	189,99		
7	—	0,80		186,62	
8	—	0,80		182,09	
9	—	0,78	193,06		340
10	—	0,78	193,94		
11	—	0,77	191,85		
12	—	0,72		186,38	
13	—	0,70		182,43	
14	—	0,70		184,20	
15	—	0,68	192,80		
16	—	0,65	190,64		
17	—	0,65		186,27	
18	—	0,65		181,87	
19	—	0,65	190,89		
20	—	0,65	191,14		
21	—	0,65		181,58	
22	—	0,65		183,96	
Mittel			191,13	183,44	
Wahrscheinlicher Fehler des Mittels			± 0,39	± 0,42	
Derselbe der einzelnen Beobachtung			± 1,31	± 1,39	
Zeitdauer zwischen Reizung und Erhebung des Gewichtes			0,04394	0,04219	
Wahrscheinlicher Fehler derselben			± 0,00009	± 0,00010	

Daraus bestimmt sich endlich
der Zeitunterschied wegen der Fortpflanzung: 0,00175 ± 0,00014
die Fortpflanzungsgeschwindigkeit: 24,6 ± 2,0 Meter in der Secunde.

341 Reihe X.

Am 29. December mit den Muskeln eines seit vier Monaten aufbewahrten Frosches angestellt. Durch die entferntere Nervenstelle wird ein stärkerer Strom geleitet, der durch die sich berührenden Spiralen erzeugt wird, durch die nähere ein schwächerer bei $2^1/_2$ Ctm. Abstand der Spiralen. Nach je zwei Beobachtungen wird der Muskel neu eingestellt.

A. Rechter Muskel. Nervenstrecke 40 mm. Ablenkung vorher 116,09, nachher 112,45, im Mittel 114,27.

No.	Ueberlastung	Erhebungshöhe	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	näheren Nervenstelle
1	20 gr.	1,19	100,69	
2	—	1,22	96,15	
3	—	1,22		93,92
4	—	1,15		97,19
5	—	1,10	97,70	
6	—	1,10	104,33	
7	—	1,17		93,87
8	—	1,12		92,27
9	—	1,15	106,43	
10	—	1,15	101,74	
11	—	1,12		98,00
12	—	1,17		98,60
13	—	1,12	96,81	
14	—	1,10	103,99	
Mittel			100,98	95,64
Wahrscheinlicher Fehler des Mittels			± 0,86	± 0,66
Derselbe der einzelnen Beobachtung			± 2,42	± 1,61
Zeitdauer in Secunden von der Reizung bis zur Erhebung			0,02437	0,02307
Wahrscheinlicher Fehler derselben			± 0,00020	± 0,00016

Zeitunterschied wegen der Fortpflanzung: 0,00130 ± 0,00027

Fortpflanzungsgeschwindigkeit: 30,8 ± 6,4 Meter.

B. Linker Muskel. Nervenstrecke 40 mm. Ablenkung 342
vorher 113,05, nachher 112,20, im Mittel 112,62.

No.	Ueberlastung	Erhebungshöhe	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	Differenz der Ausschläge bei Reizung der näheren Nervenstelle
15	100	0,65	128,14	
16	—	0,70	133,40	
17	—	0,72		132,06
18	—	0,70		118,19
19	—	0,68	125,75	
20	—	0,68	119,80	
21	—	0,70		119,84
22	—	0,68		120,71
23	—	0,68	127,77	
24	—	0,68	133,53	
25	—	0,68		130,35
26	—	0,70		123,21
27	—	0,70	136,89	
28	—	0,75	129,28	
29	—	0,72		123,58
30	—	0,77		125,29
		Mittel	129,25	124,15
Wahrscheinlicher Fehler des Mittels			± 1,15	± 1,09
Derselbe der einzelnen Beobachtung			± 3,258	± 3,097
Zeitdauer zwischen Reizung und Erhebung des Gewichtes			0,03164	0,03039
Wahrscheinlicher Fehler derselben			± 0,00027	± 0,00026

Zeitunterschied wegen der Fortpflanzung: 0,00125 ± 0,00038
Fortpflanzungsgeschwindigkeit: 32,0 ± 9,7 Meter.

Reihe XI.

Am 4. Januar mit einem Muskel eines vier Monate aufbewahrten Frosches angestellt. Durch die entferntere Nervenstelle ein stärkerer Strom. Länge der Nervenstrecke: 343
43 mm.

A. Bei jedem Wechsel der Nervenstelle wird neu eingestellt. Ablenkung vorher 121,04, nachher 119,13, im Mittel 120,08.

No.	Ueber-lastung	Erhebungs-höhe	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	Differenz der Ausschläge bei Reizung der näheren Nervenstelle
1	100	1,83	116,89	
2	—	1,83	118,97	
3	—	1,88		105,82
4	—	1,81		108,63
5	—	1,78	109,37	
6	—	1,73	108,87	
7	—	1,80		103,34
8	—	1,77		102,45
9	—	1,80	107,02	
10	—	1,73	107,58	
11	—	1,70		109,17
12	—	1,68		106,24
13	—	1,68		106,79
14	—	1,66	114,98	
15	—	1,66	115,05	
16	—	1,66		110,26
17	—	1,66		109,02
18	—	1,62	101,44	
19	—	1,55	117,49	
20	—	1,62	121,07	
21	—	1,55		102,39
22	—	1,55		108,68
		Mittel	112,61	106,62
Wahrscheinlicher Fehler des Mittels			± 1,19	± 0,55
Derselbe der einzelnen Beobachtung			± 3,96	± 1,84
Zeitdauer zwischen Reizung und Erhebung des Gewichtes			0,02585	0,02448
Wahrscheinlicher Fehler derselben			± 0,00028	± 0,00013

Zeitunterschied wegen der Fortpflanzung: 0,00137 ± 0,00031
Fortpflanzungsgeschwindigkeit: 3,14 ± 7,1 Meter.

344 B. Sogleich fortgefahren mit demselben Muskel, dessen Einstellung jetzt ungeändert blieb. Ablenkung vorher 119,13, nachher 119,92, im Mittel 119,52.

No.	Ueberlastung	Erhebungshöhe	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	näheren Nervenstelle
23	20 gr.	2,53	70,77	
24	—	2,50	72,27	
25	—	2,52		70,27
26	—	2,50		69,47
27	—	2,43	75,11	
28	—	2,42	77,65	
29	—	2,38		62,68
30	—	2,37		74,71
31	—	2,33	74,01	
32	—	2,32	74,21	
33	—	2,20		71,91
34	—	2,17		75,30
35	—	2,22		70,57
36	—	2,17	79,59	
37	—	2,10	81,01	
Mittel			75,58	70,70
Wahrscheinlicher Fehler des Mittels			± 0,79	± 0,99
Derselbe der einzelnen Beobachtung			± 2,23	± 2,61
Zeitdauer zwischen Reizung und Erhebung des Gewichtes			0,01743	0,01631
Wahrscheinlicher Fehler derselben			± 0,00019	± 0,00023

Zeitunterschied wegen der Fortpflanzung: 0,00112 ± 0,00031
Fortpflanzungsgeschwindigkeit: 38,4 ± 10,6 Mt.

Für die Reihen IX bis XI habe ich es versäumt, die Temperatur des Zimmers zu bestimmen, weil ich erst später auf deren Einfluss aufmerksam wurde. Dieselbe hatte zu jener 314
Zeit zwischen 11 und 15° C. betragen, und war in den Tagen, wo IX ausgeführt wurde, niedriger gewesen als bei den beiden anderen; daher rührt möglicherweise der niedrigere Werth der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in IX.

Reihe XII.

Angestellt am 20. Mai mit wechselnden Gewichten und gleichbleibender Intensität der Schläge. Temperatur des Zimmers 20° C. Länge der Nervenstrecke 38 mm. Ablenkung vorher 118,64, nachher 116,72, im Mittel 117,68.

	No.	Erhebungs-höhe	Ueber-lastung	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	Differenz der Ausschläge bei Reizung der näheren Nervenstelle	Unterschied wegen der Fortpflanzung
	1	1,65	50	65,12		
	2	1,70	—		59,77	65,38 — 61,12
	3	1,75	—		62,47	= 4,26
	4	1,70	—	65,65		
	5	?	100		73,70	
	6	1,45	—		75,10	
	7	1,45	—	80,42		
	8	1,45	—	85,27		83,0 — 76,2
	9	1,45	—		79,45	= 6,80
	10	1,50	—		76,57	
	11	1,45	—	83,30		
	12	1,75	70	77,10		
	13	1,70	—		73,20	77,10 — 71,67
	14	1,70	—		70,15	= 5,43
	15	1,65	—	78,97		
	16	1,65	—	75,22		
	17	1,80	20	56,82		
	18	1,85	—		51,75	56,81 — 50,60
	19	?	—		49,45	= 6,21
	20	2,05	—	56,81		
346	21	1,80	50		62,67	
	22	1,80	—		64,95	
	23	1,80	—	65,57		
	24	1,80	—	82,02		
	25	1,75	—	62,50		
	26	1,75	—		64,41	68,93 — 63,73
	27	1,75	—		62,10	= 5,20
	28	1,75	—	69,27		
	29	1,75	—	65,90		
	30	1,75	—	70,57		
	31	1,75	—	66,72		
	32	1,70	—		64,52	

Mittel: 5,58.
Werth desselben in Secunden: 0,00131
Fortpflanzungsgeschwindigkeit: 29,1 Meter.

Reihe XIII.

Angestellt mit dem Muskel eines frisch gefangenen Frosches den 24. Mai. Temperatur 20°. Nervenstrecke 43 mm, Intensität der Schläge ungeändert. Ablenkung vorher 113,28, nachher 113,34, im Mittel 113,31.

Die Versuche wurden mit 250 gr. Ueberlastung begonnen, indessen sank die Reizbarkeit des Muskels anfangs so schnell, dass er bald auch 150 gr. nicht mehr regelmässig genug hob; diese ersten Versuche sind nicht hergesetzt, weil die einzelnen Zahlen sich zu schnell veränderten, um ein Resultat zu geben. Von da an blieb der Zustand des Muskels gleichmässiger.

347

No.	Erhebungshöhe	Ueberlastung	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	Differenz der Ausschläge bei Reizung der näheren Nervenstelle	Unterschied wegen der Fortpflanzung
1	1,35	50	69,75		
2	1,30	—		62,80	71,07 — 61,55
3	1,30	—		60,30	= 9,52
4	1,30	—	72,40		
5	1,70	20	60,75		
6	1,55	—	61,07		
7	1,65	—		51,10	58,60 — 51,87
8	1,65	—		52,65	= 6,73
9	1,65	—	55,67		
10	1,60	—	56,90		
11	0,80	100		89,45	
12	0,80	—		92,95	
13	0,80	—	95,25		96,12 — 90,14
14	0,80	—	97,00		= 5,98
15	0,80	—		89,65	
16	0,90	—		88,52	
17	1,35	50	72,75		
18	1,35	—		68,22	74,13 — 69,11
19	1,35	—		70,00	= 5,02
20	1,35	—	75,52		

No.	Erhebungshöhe	Ueberlastung	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	näheren Nervenstelle	Unterschied wegen der Fortpflanzung
21	1,15	70	84,85		
22	1,15	—		82,12	
23	1,15	—		71,05	
24	1,15	—		71,15	84,25 — 74,94
25	1,15	—	82,60		= 9,31
26	1,10	—	85,30		
27	1,10	—		74,20	
28	1,10	—		76,20	
348 29	1,60	20	61,57		
30	1,65	—		51,65	
31	1,65	—		50,40	
32	1,65	—		53,12	57,58 — 51,88
33	1,65	—	53,25		= 5,70
34	1,62	—	58,87		
35	1,55	—	56,65		
36	1,60	—		52,37	

Mittel: 7,04
Werth desselben in Secunden: 0,00171
Fortpflanzungsgeschwindigkeit: 25,1 Meter.

Reihe XIV.

Angestellt am 25. Mai mit dem Muskel eines frisch gefangenen Frosches, mit gleichbleibenden elektrischen Schlägen. Temperatur 21° C. Nervenstrecke 38 mm. Ablenkung vorher 116,52, nachher 115,81, im Mittel 116,16. Die einzelnen Zahlen sind in dieser Reihe weniger regelmässig als in den beiden vorhergehenden; ich habe sie aber hergesetzt, weil sie von allen ähnlichen die grösste Ausdehnung hat.

No.	Erhebungs-höhe	Ueber-lastung	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	näheren Nervenstelle	Unterschied wegen der Fortpflanzung	
1	2,55	200	65,10			
2	2,50	—		62,27	67,23 — 61,84	
3	2,55	—		61,42	= 5,39	
4	2,40	—	70,77			
5	2,35	—	65,82			
6	2,40	150	64,52			349
7	2,40	—		61,20		
8	2,25	—		59,60		
9	2,05	—	59,77			
10	2,00	—	78,17		69,74 — 62,02	
11	1,95	—	62,65		= 7,72	
12	1,85	—		61,67		
13	1,80	—		65,60		
14	1,80	—	83,57			
15	2,00	100	61,62			
16	2,05	—		57,50	62,26 — 56,56	
17	2,05	—		55,62	= 5,70	
18	2,05	—	62,90			
19	2,20	75	51,45			
20	2,30	—		48,70	52,05 — 48,60	
21	2,30	—		48,50	= 3,45	
22	2,30	—	52,65			
23	2,35	50	50,97			
24	2,35	—		49,60		
25	2,35	—		39,72	52,34 — 43,27	
26	2,35	—		40,50	= 9,07	
27	2,35	—	50,47			
28	2,35	—	55,57			
29	2,55	25	43,80			
30	2,55	—		42,47	44,31 — 39,58	
31	2,60	—		37,45	= 4,73	
32	2,55	—		38,82		
33	2,55	—	44,82			
34	2,30	50		50,12		350
35	2,30	—	51,15			
36	2,30	—	50,92		51,04 — 47,46	
37	2,30	—		44,20	= 3,58	
38	2,30	—		45,52		
39	2,30	—		50,00		

No.	Erhebungshöhe	Ueberlastung	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	Differenz der Ausschläge bei Reizung der näheren Nervenstelle	Unterschied wegen der Fortpflanzung
40	2,00	75		52,47	
41	1,95	—	57,30		
42	1,95	—	64,42		
43	?	—	52,25		65,91 — 57,97
44	1,90	—		57,57	= 7,97
45	1,80	—		61,42	
46	1,75	—	89,32		
47	1,75	—	66,40		
48	1,75	—		60,40	

Mittel: 5,95
Werth desselben in Secunden: 0,00141
Fortpflanzungsgeschwindigkeit: 26,9 Meter.

Reihe XV.

Angestellt mit dem Muskel, welcher vorher zur Versuchsreihe VII gedient hatte. An demselben zeigte sich die entferntere Nervenstelle nachher empfindlicher gegen den absteigenden Strom als die nähere. Es trat nämlich das Maximum der Reizung bei der genannten Stromesrichtung für die erstere bei 7 Ctm. Entfernung der Spiralen, für die letztere bei 6 Ctm. ein. Bei der entgegengesetzten Stromesrichtung dagegen für die erstere bei 5 Ctm., während es für die letztere unverändert blieb. Es wurden die folgenden vier Versuche angestellt mit absteigenden Strömen.

351

No.	Erhebungshöhe	Ueberlastung	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	Differenz der Ausschläge bei Reizung der näheren Nervenstelle
1	1,05	100		66,72
2	1,05	—	70,70	
3	1,00	—		67,40
4	0,95	—	70,62	
		Mittel	70,66	67,06
		Differenz	3,6	

Nach Vollendung dieser vier Versuche war die Enpfindlichkeit beider Stellen für absteigende Ströme gleich geworden. Die Versuche sind hier angeführt, um zu zeigen, dass auch bei grösserer Empfindlichkeit der entfernteren Nervenstelle die Reizung derselben später die Muskelwirkung herbeiführe als die der näheren.

Die für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit zwischen 11 und 21° C. gefundenen Werthe sind demnach

a) aus Reihe IX, X und XI:

24,6 ± 2,0
30,8 ± 6,4
32,0 ± 9,7
31,4 ± 7,1
38,4 ± 10,6.

Aus diesen findet sich nach der Methode der kleinsten Quadrate als wahrscheinlichster Mittelwerth: 26,4.

b) aus Reihe XII, XIII und XIV:

29,1
25,1
26,9

Mittel: 27,0.

Um den Beweis noch zu vervollständigen, dass der zeitliche Verlauf der Zuckung bei Reizung beider Nervenstellen 352
ganz derselbe sei, müssten die Messungen auch auf den absteigenden Theil der Curve der Energie ausgedehnt werden. Das lässt sich mittels des bis jetzt gebrauchten Apparates direct nicht ausführen, wohl aber indirect. Wir können nämlich bei einer leichten Abänderung der Stromleitungen diejenige Zeitdauer messen, während welcher das Gewicht vom zuckenden Muskel erhoben, somit die Goldkuppe *m* von dem Plättchen *n* getrennt ist. Der Augenblick, in welchem sich die letzteren Theile wieder berühren, wird im allgemeinen nicht genau derselbe sein, in welchem die elastische Spannung des Muskels wieder gleich der Summe der Belastung und Ueberlastung geworden ist, weil nach dem früher Gesagten die Erhebungshöhen nicht nothwendig den Höhen des Gleichgewichtes entsprechen; es wird also auch die Zeitdauer, welche wir messen können, nämlich die, während welcher die Metalltheile der Unterbrechungsstelle getrennt sind, nicht diejenige

sein, um welche es sich eigentlich in unserer Beweisführung handelt, nämlich die Zwischenzeit derjenigen beiden Zeitpunkte, in welchem einmal die steigende, dann die sinkende Muskelspannung den durch die Gewichte gemessenen Werth hat. Es ist indessen klar: wenn die Werthe der letzteren für beide Nervenstellen bei allen Graden der Muskelspannung gleich, also die beiden Spannungscurven sowohl in ihrem aufsteigenden wie absteigenden Theile congruent sind, müssen auch die Unterbrechungszeiten des Stromes für alle Ueberlastungen und alle Ermüdungsgrade gleich sein; wenn jenes aber nicht der Fall ist, kann auch das Letztere im allgemeinen nicht der Fall sein. Wir sind deshalb berechtigt bei unseren Versuchen rückwärts zu schliessen: wenn wir die Unterbrechungszeiten des Stromes bei verschiedenen Ueberlastungen und Ermüdungszuständen gleich finden, so müssen auch die beiden Spannungscurven vollständig congruent, und die einzelnen Punkte in dem absteigenden Theile der Curve der entfernteren Nervenstelle um
353 ebenso viel verzögert sein, als die ihres aufsteigenden Theiles. So kann also unser Beweis für die gleichmässige Verzögerung sämmtlicher Stadien der Energie bei Reizung von der ferneren Nervenstelle vervollständigt werden.

Die Messungen sind folgendermaassen ausgeführt worden. Es werden die Enden der Leitung des Multiplicators und ebenso die Pole der Batterie mit dem Goldplättchen *n* und dem Quecksilbernäpfchen *o* in leitende Verbindung gesetzt. So lange das stromführende Zwischenstück beide verbindet, geht der ganze Strom durch dasselbe hin, und nur ein kaum merklicher Theil desselben durchkreist das Galvanometer, weil dieses einen ungeheuer grossen Leitungswiderstand im Vergleich zu jenem Stücke hat. Während aber die Goldkuppe *m* von *n* getrennt ist, muss der ganze Strom durch das Galvanometer gehen, und wirkt gerade so lange auf den Magnet, als die Trennung dauert. Die Ausschläge des Magneten messen also die Dauer der Trennung. Die Reizung der beiden Nervenstellen geschah ganz auf dieselbe Weise und mit denselben Vorsichtsmaassregeln wie sonst.

Versuchsreihe XVI.

Muskel eines vier Wochen gefangenen Frosches, gleiche Stromstärke in beiden Nervenstellen. Einstellung nicht geändert.

A. Ueberlastung 200 gr. Ablenkung vorher 114,11, nachher 112,82.

354

No.	Ueber-lastung	Erhebungs-höhe	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	Differenz der Ausschläge bei Reizung der näheren Nervenstelle
1	200	1,05	369,39	
2	—	1,02	354,46	
3	—	1,00		345,94
4	—	1,00		344,35
5	—	1,00	344,40	
6	—	1,00	329,24	
7	—	0,95		340,21
8	—	0,95		328,09
9	—	0,95	324,72	
10	—	0,90	317,33	
11	—	0,85		313,44
12	—	0,80		308,00
13	—	0,75	299,04	
14	—	0,70	295,17	
15	—	0,65		290,41
16	—	0,65		284,52
17	—	0,60	281,17	
18	—	0,55	278,91	
		Mittel:	319,38	319,37

B. Ueberlastung 100. Ablenkung vorher 112,82, nachher 112,99.

No.	Ueber-lastung	Erhebungs-höhe	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	Differenz der Ausschläge bei Reizung der näheren Nervenstelle
19	100	1,30		464,59
20	—	1,35		452,62

	No.	Ueberlastung	Erhebungshöhe	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	Differenz der Ausschläge bei Reizung der näheren Nervenstelle
	21	100	?	438,37	
	22	—	1,35	431,00	
355	23	—	1,35		419,97
	24	—	1,35		417,50
	25	—	1,35	406,27	
	26	—	1,30	415,63	
	27	—	1,25		399,44
	28	—	1,20		385,97
	29	—	1,10	375,55	
	30	—	1,05	373,04	
	31	—	1,00		366,07
	32	—	0,90		358,43
			Mittel:	406,64	408,07

Versuchsreihe XVII.

Muskel eines 4 Wochen aufbewahrten Frosches. Gleiche Stromstärke in beiden Nervenstellen. Einstellung während des Versuches nicht geändert; Ablenkung vorher 114,87, nachher unverändert 114,87.

	No.	Ueberlastung	Erhebungshöhe	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	Differenz der Ausschläge bei Reizung der näheren Nervenstelle
	1	100	0,50	371,44	
	2	—	0,55		375,13
	3	—	0,55	370,98	
	4	—	0,50		366,53
	5	—	0,45	362,24	
	6	—	0,45		356,15
	7	—	0,45	353,26	
356	8	—	0,45		348,04
	9	—	0,50	348,94	
	10	—	0,47		340,33

No.	Ueber-lastung	Erhebungs-höhe	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	Differenz der Ausschläge bei Reizung der näheren Nervenstelle
11	100	0,45	335,92	
12	—	0,45		336,04
13	—	0,45	326,13	
		Mittel:	352,70	353,70

In allen diesen Reihen nehmen die Ausschläge mit der zunehmenden Ermüdung des Präparates sehr merklich ab. Die arithmetischen Mittel der gefundenen Zahlen dürfen wir nur dann als die demselben mittleren Ermüdungszustande des Muskels zukommenden Werthe der zu messenden Grösse betrachten, wenn sich die Ausschläge während der Dauer der Beobachtungen in gleichen Zeitabschnitten nahehin um gleiche Differenzen vermindert haben. Dass dies der Fall sei, werden wir daraus erkennen, dass die Mittel aus allen beliebigen Combinationen gleich weit von den mittelsten in der Reihenfolge abstehender Zahlen gleich sind, oder wenigstens regellose Unterschiede zeigen; ist es nicht der Fall, so werden die der weiter abstehenden Zahlen regelmässig entweder alle grösser oder alle kleiner sein müssen als die der weniger abstehenden. Die obige Forderung trifft bei den angeführten Versuchsreihen zu; bei einer anderen nicht mit abgedruckten traf sie nicht zu; dieselbe war deshalb für unseren Zweck nicht zu gebrauchen. Um die Erfüllung der bezeichneten Bedingung nachzuweisen und zugleich zu zeigen, dass die Unterschiede, welche zwischen den Mittelwerthen für Reizung verschiedener Nervenstellen vorkommen, kleiner sind als diejenigen für Reizung derselben Stelle, habe ich folgende Zusammenstellung berechnet.

357 Mittelwerthe der Differenzen der Ausschläge.

1) für die Reihe XVI A.

No. der Versuche	Von der entfernteren Nervenstelle	No. der Versuche	Von der näheren Nervenstelle
1 bis 18	319,38	3 bis 16	319,37
2 — 17	315,69	4 — 15	320,75
5 — 14	318,31	7 — 12	322,43
6 — 13	317,58	8 — 11	320,76
9 und 10	321,01		
Mittel:	318,39		320,76
	2) für die Reihe XVI B.		
21 bis 30	406,64	19 bis 32	408,07
22 — 29	407,11	20 — 31	406,92
25 und 26	410,95	23 — 28	405,71
		24 — 27	408,45
Mittel:	407,29		406,17
	3) für die Reihe XVII.		
1 bis 13	352,70	2 bis 12	353,70
3 — 11	354,27	4 — 10	352,76
5 — 9	354,61	6 und 8	352,09
7	353,26		
Mittel:	353,71		352,65

Da uns die hier gebildeten Versuchscombinationen schliesslich Mittel mit gerade entgegengesetzt liegenden Differenzen geben als die aus der einfachen Addition aller Beobachtungen vorher gefundenen, dürfen wir wohl schliessen, dass die kleinen Differenzen der letzteren, deren höchste in XVI B nur 1,43 Scalentheile, also etwa $^1/_{300}$ der gemessenen Grösse beträgt, zufällige seien. Es sind also die gemessenen Zeiträume für beide Nervenstellen innerhalb der Grenzen der zu erreichenden Genauigkeit gleich, daraus folgt nach dem oben Gesagten,
358 dass die einzelnen Stadien der sinkenden Energie durch die Fortpflanzung im Nerven um ebenso viel verspätet werden, wie wir es für die der steigenden Energie nachgewiesen haben.

Ich bemerke schliesslich noch, dass die zu unseren vorläufigen Versuchen gebrauchte Methode, die zeitlichen Vorgänge aufzuzeichnen, welche für die Untersuchung der Muskelzuckung nicht brauchbar war, wahrscheinlich zu einer bequemeren und schnelleren Darlegung unserer Resultate über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in den Nerven wird dienen können als die bisher befolgte. Man braucht den Mechanismus nur so anzuordnen, dass sich zwei der Reizung verschiedener Nervenstellen entsprechende Erhebungscurven vollständig decken müssten, wenn die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eine unendlich grosse wäre. Da das Letztere nicht der Fall ist, werden sie in der That auseinanderfallen, und der Unterschied der Abscissen von je zwei entsprechenden Punkten derselben wird der Fortpflanzungszeit entsprechen. Wenn es meine Mittel erlauben, behalte ich mir vor den Versuch in dieser Weise auszuführen.

§ 3.

Veränderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in den Nerven durch die Temperatur.

Ich habe in meiner vorläufigen Mittheilung angegeben, dass ich für den Zeitunterschied, der der Nervenleitung entspricht, an kälteren Tagen grössere Zahlenwerthe erhalten habe, und schloss daraus, dass wahrscheinlich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit der Temperatur abnehme. Das hat sich in sehr auffälliger Weise bestätigt bei einigen Versuchen, wobei ich die Nerven auf Eis legte. Das Resultat derselben wird aber durch eine andere höchst auffallende Erscheinung complicirt, für welche ich noch keine Erklärung zu geben weiss. Wird nämlich ein Theil des Nerven auf Eis gelegt, 359
so wird die Zeitdauer zwischen der Reizung und der mechanischen Wirkung des Muskels sehr beträchtlich erhöht, zuweilen auf das zehnfache und zwar sonderbarerweise nicht blos dann, wenn die Reizung sich durch die erkältete Stelle des Nerven hindurch fortpflanzen muss, sondern auch, wenn der Nerv zwischen dem Eis und dem Muskel oder der Muskel

selbst von dem elektrischen Strom getroffen wird. Dabei ist an eine unmittelbare Einwirkung der Kälte auf den Muskel nicht zu denken, weil die Wirkung aufhört, wenn man das Eis an seinem Platze lässt, den Nerven aber vom Muskel trennt.

Ich führe zunächst als Beleg hier eine Versuchsreihe an, bei welcher die elektrischen Schläge durch den Muskel selbst gingen.

Reihe XVIII.

A. Ablenkung vorher 113,67. Der Nerv liegt noch nicht auf dem Eise.

No.	Ueber-lastung	Differenz der Ausschläge
1	50	99,52
2	—	100,50
3	20	68,20
4	—	68,95
5	50	99,85
6	—	98,85

B. Der Nerv wird auf Eis gelegt. Das Eis ist in einem kleinen Glühtiegelchen von Porzellan enthalten, welches mit Wasser gefüllt im Freien gestanden hatte, bis das Wasser gefroren war. Zwischen Nerv und Eis legte ich ein Streifchen Froschhaut, um die Reizbarkeit des Nerven nicht durch das sich bildende Wasser zu beeinträchtigen.

360

No.	Ueber-lastung	Differenz der Ausschläge
7	50	143,37
8	—	155,55
9	20	96,85
10	—	98,95
11	50	155,17
12	—	156,35

Nun wurde der Nerv durchschnitten, während das Tiegelchen mit Eis stehen blieb.

No.	Ueber-lastung	Differenz der Ausschläge
13	50	110,77
14	—	111,65
15	20	67,17
16	—	67,70
17	50	100,20
18	—	94,10

Ich lasse hier die Versuchsreihen folgen, welche ich über die Fortpflanzung der Reizung in erkalteten Nerven angestellt habe.

Reihe XIX.

Der Nerv lag von Anfang an auf Eis, von diesem durch ein mit Kautschuk gefirnisstes Stanniolblättchen getrennt, und wurde deshalb stärker erkältet als in der vorhergehenden Reihe; das Eis war zu Ende des Versuches noch nicht ganz geschmolzen. Ablenkung 123,13. Ueberlastung 50 gr. Da die Ausschläge fortdauernd steigen, sind die der Fortpflanzungszeit entsprechenden Unterschiede aus dem Mittelwerthe von denjenigen Ziffern berechnet worden, welche hintereinander bei Reizung der einen Nervenstelle gefunden wurden, und aus dem Mittel von 2 nächst vorhergehenden und 2 nächstfolgenden, auf die andere Stelle bezüglichen.

361

No.	Er-hebungs-höhe	Ueber-lastung	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	Differenz der Ausschläge bei Reizung der näheren Nervenstelle	Mittel für Reizung der entfernteren Nervenstelle	Mittel für Reizung der näheren Nervenstelle	Differenz wegen der Leitung
1	1,25	50	235,63				
2	1,35	—	238,15				
3	1,30	—		238,97	255,84	248,40	7,44
4	1,20	—		257,84			

No.	Erhebungshöhe	Ueberlastung	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	Differenz der Ausschläge bei Reizung der näheren Nervenstelle	Mittel für Reizung der entfernteren Nervenstelle	Mittel für Reizung der näheren Nervenstelle	Differenz wegen der Leitung
5	1,15	50	262,50				
6	1,05	—	287,08		279,93	268,27	11,66
7	1,15	—	290,21				
8	1,10	—		290,23	303,15	288,14	15,01
9	1,05	—		286,05			
10	1,00	—	314,95		317,66	300,81	16,85
11	0,90	—	320,38				
12	0,90	—		309,31	339,52	313,47	26,05
13	0,85	—		317,64			
14	0,85	—	354,67		361,37	332,20	29,17
15	0,85	—	368,08				
16	0,80	—		350,05	406,36	350,93	55,43
17	0,80	—		351,81			
18	0,70	—	412,72		451,34	375,24	76,10
19	0,70	—	489,97				
20	0,70	—		391,26			
21	0,65	—		397,84			

Es steigt also die Zeit, welche für die Leitung des Reizes im Nerven nöthig ist, in diesem Beispiel auf das Zehnfache, die Versuchsreihe musste abgebrochen werden, weil die Ausschläge zu gross wurden, um noch auf der Scala beobachtet zu werden. Zugleich ergiebt sich, dass die Intensität der Reizung nicht verringert wird, wenn dieselbe sich
362 durch die erkaltete Stelle fortpflanzt, denn die Erhebungshöhen bleiben unverändert, welche Stelle des Nerven auch erregt werden mag.

Ich konnte keine so ausgedehnte Versuchsreihe in diesem Winter mehr gewinnen, weil die Temperatur der Luft höher wurde, und die kleinen Eismassen, welche ich wegen der Dimensionen meines Apparates allein anwenden konnte, schnell hinwegschmolzen. Ich will aus einer der anderen Reihen nur noch die folgenden Versuche anführen, aus welchen hervorzugehen scheint, dass die Verzögerung wegen der Nervenleitung bei hohen und niedrigen Ueberlastungen gleich ist.

Reihe XX.

Der Nerv lag auf Eis, von ihm getrennt durch Froschhaut. Ablenkung 123,2.

No.	Erhebungs-höhe	Ueber-lastung	Differenz der Ausschläge bei Reizung der entfernteren Nervenstelle	Differenz der Ausschläge bei Reizung der näheren Nervenstelle
1	1,40	20	115,47	
2	1,35	—		116,57
3	1,35	—	124,89	
4	0,40	100	217,89	
5	0,45	—		210,06
6	0,40	—	225,40	
7	1,30	20	116,19	
8	1,25	—		101,97
9	1,25	—	124,89	
10	0,25	100	228,96	
11	0,30	—		202,55
12	0,25	—	221,70	

Aus den Versuchen 4 bis 6 findet sich für 100 gr 363
Ueberlastung die Differenz wegen der Fortleitung = 11,58 als Mittel, aus den Versuchen 1, 2, 3, 7, 8, 9 dieselbe für 20 gr Ueberlastung = 11,09. Auf dieselbe Weise findet sich aus 7, 8, 9 für 20 gr dieser Werth = 18,57 und derselbe aus 4, 5, 6, 10, 11, 12 für 100 gr = 17,18. Diese Werthe entsprechen sich hinreichend gut.

Ich stelle schliesslich die Resultate der vorliegenden Untersuchungen noch einmal zusammen:

1) Wenn ein animalischer Muskel oder sein Nerv durch einen momentanen elektrischen Schlag gereizt wird, vergeht erst eine kurze Zeit, während welcher die elastische Span-

nung desselben sich nicht merklich ändert, dann steigt sie allmählig zu einem Maximum, um ebenso allmählig wieder zu sinken. Die Zusammenziehung des animalischen Muskels unterscheidet sich also von der, welche in organischen, nicht rhythmisch wirkenden Muskeln nach verhältnissmässig kurzer Reizung eintritt, nur dadurch, dass ihre einzelnen Stadien viel schneller vorübergehen.

2) Wenn zwei verschiedene Stellen eines motorischen Nerven von einem momentanen Reiz getroffen werden, und die Grösse der Reizung für beide gleich ist, so ist es auch der zeitliche Verlauf der darauf erfolgenden Muskelzuckung, nur treten sämmtliche Stadien derselben um ein Gleiches später ein, wenn der Reiz die entferntere Stelle des Nerven getroffen hat. Wir schliessen daraus, dass die Fortpflanzung der Reizung durch den Nerven bis zum Muskel hin, einer messbaren Zeit bedürfe.

3) Wenn eine Stelle des Nerven stark abgekühlt wird, ist die Dauer sämmtlicher Stadien der Muskelzuckung eine viel grössere, selbst dann, wenn die Reizung gar nicht durch die erkältete Stelle hindurch zu dringen braucht. Die Fort-
364 pflanzungsgeschwindigkeit der Reizung in der erkalteten Stelle ist beträchtlich vermindert.

Die Art der Fortpflanzung der Reizung ist noch folgendermaassen näher zu bestimmen. Wir wissen nicht, ob die Veränderungen im Zustande des motorischen Nerven, welche sich durch Einwirkung eines Reizes einstellen es augenblicklich thun, und auch ebenso schnell wieder verschwinden wie der erregende Vorgang, oder ob sie sich, wie wir es von denen des Muskels wissen, erst allmählig einstellen, und später als der Reiz verschwinden. Das Letztere dürfte vielleicht wahrscheinlicher sein, nach Analogie des Verweilens der Eindrücke in den Sinnesnerven. Wenn dies der Fall ist, so folgt aus unserem Nachweis über den bis auf die Verzögerung wegen der Fortpflanzung unveränderten Verlauf der Muskelzuckung bei Reizung der entfernteren Nervenstelle, dass auch der zeitliche Verlauf der Reizungserscheinungen in jeder einzelnen Nervenstelle, gleichviel ob nah oder fern von der gereizten Stelle, derselbe sein muss, dass also die Er-

regung der primär erregten Stelle wie eine Welle von unveränderter Form durch den Nerven hin bis zum Muskel abläuft. Ist die Dauer der Vorgänge in jeder einzelnen Nervenstelle aber verschwindend klein gegen die im Muskel, so dürfen wir einen solchen Schluss nicht machen; es könnte sich dann bei der Fortleitung die relative Dauer der einzelnen Stadien der Welle verändern, wenn nur die des ganzen Vorganges gegen die Dauer der Muskelzuckung verschwindend klein bleibt.

LXXXVI.

Messungen über Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reizung in den Nerven. Zweite Reihe.

Aus Joh. Müller's Archiv für Anatomie und Physiologie. Jahrg. 1852. Seite 199—216. (Hierzu Taf.)

---

199 Ich habe in der ersten Reihe[1]) meiner Untersuchungen über die Zeitverhältnisse der Muskel- und Nerventhätigkeit durch die elektromagnetische Zeitmessungsmethode nachgewiesen, dass die mechanischen Wirkungen der Muskeln in Folge einer Nervenreizung später eintreten, wenn die Reizung ein längeres Stück des Nerven zu durchlaufen hat, ehe sie zum Muskel hingelangt. Die genannte Methode bietet allerdings die besten Garantien dar, wo es sich um sichere Ausführung genauer Messungen handelt, hat aber den grossen Nachtheil, das angeführte Resultat nur durch ausgedehnte und mühsame Reihen von Versuchen heraustreten zu lassen, welche wegen ihrer langen Dauer auch eine besonders günstige Beschaffenheit des Froschpräparates verlangen. Die andere graphische Zeitmessungsmethode, deren Anwendung in jener Abhandlung ebenfalls schon erwähnt ist, und deren Wesen darin besteht, dass der Muskel während der Zuckung die Grössen seiner Verkürzung auf einer bewegten Fläche aufzeichnet, liess dagegen eine viel einfachere und leichter auszuführende Nachweisung der Fortpflanzungszeit in den Nerven hoffen, und da mir dies wichtig genug erschien, unternahm ich es die Sache

---

1) S. den vorausgehenden Aufsatz.

in dieser Weise durchzuführen, und hatte einen vollkommen 200
günstigen Erfolg.

Die Art, wie die Versuche anzustellen sind, habe ich schon in der vorausgehenden Abhandlung, S. 837, kurz angedeutet. Ein Stift, der durch den zuckenden Muskel gehoben wird, zeichnet auf einer mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegten Fläche eine Curve, deren verticale Coordinaten den Verkürzungen des Muskels, deren horizontale der Zeit proportional sind. Als Anfangspunkt dieser Curve wollen wir denjenigen ihrer Punkte festsetzen, welcher dem Augenblicke der Reizung des Muskels oder seines Nerven entspricht. Lassen wir nun zwei Curven nacheinander zeichnen, und sorgen wir dafür, dass zur Zeit der Reizung der Zeichenstift immer genau dieselbe Stelle auf der Fläche einnimmt, so werden beide Curven denselben Anfangspunkt haben, und es wird sich aus der Congruenz oder Nichtcongruenz ihrer einzelnen Theile beobachten lassen, ob die verschiedenen Stadien der mechanischen Wirkung des Muskels in beiden Fällen gleich oder ungleich spät nach der Reizung eingetreten sind.

Den Apparat, welchen ich zu diesen Versuchen gebraucht habe, theile ich für die Beschreibung in drei Theile, deren jeder ziemlich unabhängig vom anderen ist. Diese sind:

1. Die Verbindungsstücke des zeichnenden Stiftes mit dem Muskel.

2. Das Uhrwerk, welches den Zeichencylinder in gleichmässige Umdrehung versetzt.

3. Die Vorrichtung zur rechtzeitigen Auslösung des elektrischen Schlages, welcher den Nerven durchfährt.

Ein Durchschnitt des Apparates ist in Fig. 1 dargestellt, die Figuren 2 und 3 stellen einzelne Theile desselben dar.

Ich habe zu diesen Versuchen wiederum den Wadenmuskel des Frosches mit dem dazu gehörigen Hüftnerven gebraucht. Der Muskel wurde in demselben von Glaswänden eingeschlossenen und mit Feuchtigkeit gesättigtem Raume aufgehängt, wie bei den früheren Versuchen.[1]) Sein Nerv wurde ebenfalls

1) S. oben S. 773 und Abbildung Taf. V Fig. 1 und 2.

201 wieder über die vier dort befindlichen Drähte gelegt, durch welche es möglich war, bald der einen, bald der anderen Nervenstelle von aussen her einen elektrischen Schlag zuzusenden. In unserer Taf. VI Fig. 1 sind von den Theilen des früheren Apparates abgebildet: das Brett *BB*, die Säule *CD*, welche mit einer anderen ihr gleichen die Glasglocke trägt, in welcher der Muskel aufgehängt ist, der Haken *e* und der viereckige Rahmen *f*, Alles entsprechend den gleichnamigen Theilen der Taf. V Fig. 1.

Der Zweck des Apparates fordert, dass die zeichnende Spitze nur verticale Bewegungen machen könne, in horizontaler Richtung aber unverrückbar sei. Das hätte ich dadurch erreichen können, dass ich sie an einem Schlitten befestigte. Wenn ein solcher aber sicher gehen soll, bietet er stets eine ziemlich beträchtliche Reibung dar, und es schien mir rathsam diese so viel wie möglich zu beseitigen, weil ihre Grösse zu veränderlich ist und störende Unregelmässigkeiten in der Bewegung der Spitze hätte hervorbringen können. Ich habe deshalb vorgezogen, die letztere an einem zusammengesetzten Hebel zu befestigen. Zwei Säulen *EF*, von denen nur eine in der Zeichnung sichtbar ist, tragen den bei *F* um eine horizontale Axe beweglichen Hebel *FG*. Bei *G* ist an diesem, wiederum um eine horizontale Axe drehbar, der Hebel *GH* befestigt, welcher mittels der Klemmschraube *d* die zeichnende Spitze trägt. Da beide Hebel um horizontale Axen drehbar sind, können sich ihre Theile und so auch die zeichnende Spitze *h* nur in Verticalebenen auf und nieder bewegen. Um alle seitliche Schwankungen der Drehungsaxen möglichst zu verhindern, geschieht die Drehung in Spitzen, und diesen ist eine ziemlich grosse Entfernung voneinander gegeben. Der grössere Hebel *FG* ist in Fig. 2 von oben gesehen dargestellt. *FF* sind die Köpfe der ihn tragenden Säulen; sie sind von Stahlschrauben, welche in Spitzen auslaufen und durch Gegenmuttern festgestellt werden können, durchbohrt. Die Spitzen greifen in kegelförmige Vertiefungen des Hebels ein. Auf dieselbe Weise ist bei *GG* die Axe des kleineren Hebels in dem grösseren befestigt. Durch die Mitte des Hebels *GF* bei *a* geht eine Stahlschraube, deren

untere Spitze in einer kegelförmigen Vertiefung des Rahmens *f* 202
ruht. Letzterer wird durch zwei ineinander greifende Häkchen, deren oberstes in die Achillessehne eingehakt ist, vom Muskel getragen. Wenn sich dieser zusammenzieht, hebt er also den Hebel *GF*, und mit ihm die zeichnende Spitze. Der Druck, mit dem sich diese gegen den kreisenden Cylinder legt, kann durch das Gewichtchen *c* regulirt werden, welches an dem horizontalen Querarme *bb* verschiebbar ist. Je näher es dem Hebel *GH* steht, desto weniger, je weiter, desto stärker drückt es die Spitze an.

Diese Befestigungsweise der zeichnenden Spitze entspricht sehr vollständig den Erfordernissen des Versuches. Da die Berührungsfläche der reibenden Theile sehr klein ist, und sie sich nur wenig gegeneinander verschieben, so ist die Reibung an den Befestigungsstellen sehr gering, und kann selbst kleiner als die der zeichnenden Spitze werden. Allerdings ist bei dieser Befestigungsweise die verticale Erhebung des Zeichenstiftes nicht ganz genau proportional den Verkürzungen des Muskels, aber das kommt bei unseren jetzigen Versuchen nicht in Betracht. Dagegen haben wir den Vortheil, dass in der Zeichnung die verticalen Höhen auf das Doppelte vergrössert erscheinen.

Den zweiten Theil des Apparates bildet das Uhrwerk, welches den Zeichencylinder in eine Umdrehung mit gleichförmiger Geschwindigkeit versetzen soll. Diese Aufgabe streng zu lösen, ist der praktischen Mechanik bisher noch nicht gelungen. So vollkommen man die Uhrwerke mit springendem Gange herzustellen weiss, so wenig ist das bei denen der Fall, welche sich ununterbrochen gleichförmig drehen sollen. Das Kegelpendel, welches man gewöhnlich als Regulator des Ganges gebraucht, lässt sich allerdings so herstellen, dass die Dauer seiner ganzen Umlaufszeit mit der grössten Regelmässigkeit ihren constanten Werth behält. Man braucht es nur so schwer zu machen, dass es bei der Drehung durch das Uhrwerk nur sehr kleine Kreise um die Verticallinie beschreibt. Aber leider lässt sich die Gleichförmigkeit der Bewegung innerhalb eines jeden einzelnen Umlaufes durch kein Mittel gewährleisten. Das Pendel kann nämlich je nach der Grösse und Richtung des
ersten Anstosses bald Kreise, bald Ellipsen um die Verticale 203

beschreiben, und wenn dies letztere der Fall ist, so dreht es
sich, und mit ihm das ganze Uhrwerk, schneller in den Punkten
der Bahn, wo es der Verticale näher, als in denen, wo es ihr
ferner ist. Da sich die Drehungsgeschwindigkeiten an verschiedenen
Punkten der Bahn umgekehrt verhalten wie die
Quadrate der Abstände von der Verticale, so können jene
schon bei geringen Graden der Ellipticität sehr verschieden
sein. Verhalten sich z. B. die Axen der Ellipse zu einander
wie 7 zu 5, so wird die Drehungsgeschwindigkeit an den Endpunkten
der kleinen Axe fast doppelt so gross sein als an
denen der grossen. Wo nun, wie im Kymographion, ein Umgang
des Zeichencylinders vielen Umgängen des Pendels entspricht,
wird eine kleine periodische Ab- und Zunahme der
Drehungsgeschwindigkeit des Cylinders nicht sehr stören. Bei
unseren Versuchen treten aber strengere Anforderungen ein.
Der Cylinder in dem zu beschreibenden Apparate macht sechs
Umdrehungen in der Secunde. Bei einem elliptisch schwingenden
Kegelpendel von einer Secunde Umlauf würden also
die ganzen Umlaufszeiten des Cylinders abwechselnd grösser
und kleiner werden. Unsere Versuche bedingen aber, dass
die Drehungsgeschwindigkeit des Cylinders nicht um $^1/_{100}$
ihres ganzen Werthes variire. Ein solcher Fehler würde bei
einer elliptischen Bahn des Pendels entstehen, wo die grosse
zur kleinen Axe sich wie 201 zu 200 verhält. So kleine Abweichungen
von der Kreisform können wir beim Kegelpendel
weder erkennen noch verhindern. Allerdings muss
der vereinigte Einfluss der Reibung und des Gewichtes ein
elliptisch schwingendes Pendel allmählig in eine Kreisbahn
überführen, falls das Räderwerk und die Befestigungsweise
des Pendels nicht an einer Stelle seiner Bahn regelmässig
wiederkehrende Ungleichmässigkeiten darbietet. Das Letztere
scheint aber kaum zu vermeiden, besonders bei der gewöhnlichen
Aufhängung des Pendels auf zwei senkrecht gegeneinander
gestellten Schneiden. Hier müssten namentlich die
Drehungsmomente und die Reibung für die Drehung des
201 Pendels um beide Schneiden gleich sein. Das Erstere würde
sich wohl durch besondere Hülfsmittel erreichen lassen, das
Letztere kaum.

Bei dieser Lage der Sachen möchte es misslich mit unserem Versuche ausgesehen haben, wenn nicht glücklicherweise die Zeitdauer, während welcher wir die Umdrehungsgeschwindigkeit von genau bestimmter Grösse brauchen, sehr klein wäre, $^1/_6$—$^1/_3$ Secunde. Wenn also auch die Drehungsgeschwindigkeit des Uhrwerkes langsame Schwankungen ihrer Grösse zeigt, so brauchen wir das nicht zu fürchten, falls wir nur die Zeitpunkte erkennen können, wo sie genau den geforderten Werth hat. Ich habe deshalb das Kegelpendel als Regulator des Uhrwerkes aufgegeben, es aber in abgeänderter Form beibehalten, als Mittel, die Grösse der Umdrehungsgeschwindigkeit zu erkennen. Ausserdem habe ich das Uhrwerk so eingerichtet, dass die Schwankungen seines Ganges nur sehr langsam vor sich gehen können. Um den letzteren Zweck zu erreichen, ist an der Axe *ik* Fig. 1, welche den Zeichencylinder *J* trägt, eine schwere, mit Blei ausgegossene Schwungscheibe befestigt, von einem Pfunde Gewicht. Bei dem grossen Beharrungsvermögen dieser Scheibe ändert sich die Geschwindigkeit ihrer Drehung nur sehr langsam, wenn die treibenden Kräfte des Uhrwerkes etwas grösser oder kleiner werden. Von den Pfannenlagern der Axe *ik* befindet sich das obere zwischen Zeichencylinder und Schwungscheibe in einem starken Messingbalken, von dem in der Zeichnung Fig. 1 nur der Querschnitt *uu* erscheint. Unten endet die Axe in der Spitze *k*, welche in einer kegelförmigen Vertiefung des oberen Endes der Schraube *v* ruht. An der unteren Seite der Schwungscheibe *K* sind zwei Flügel *mm* angebracht, welche in einer kreisförmigen zum Theil mit Oel gefüllten Rinne *LMML* laufen. Die Flügel können um eine senkrechte Axe gedreht werden, welche durch die Schwungscheibe hindurchgeht und oberhalb bei *n* mittels eines besonderen Schlüssels gestellt werden kann. Die Rinne *LMML* kann höher und niedriger gestellt werden; im Mittelpunkte der Scheibe nämlich, welche ihren Boden bildet, ist die Schraubenmutter *oo* angebracht, welche auf den äusserlich der Röhre *NN* eingeschnittenen Schraubengängen läuft. Durch die verschiedene 205
Stellung der Flügel *m* und der Rinne kann der Widerstand, welchen das Oel der Bewegung der Flügel entgegensetzt, und

dadurch auch die Geschwindigkeit des Uhrwerkes innerhalb ziemlich weiter Grenzen beliebig geändert und regulirt werden. Ich habe die in Oel laufenden Flügel den sonst als Hemmung gebräuchlichen Windflügeln vorgezogen, weil sie bei viel kleineren Dimensionen dasselbe leisten.

Die Axe *ik* trägt an ihrem unteren Ende das Getriebe *l* von 12 Zähnen, in welche das Rad *O* von 48 Zähnen eingreift. In der nach unten verlängerten Axe dieses Rades ist eine horizontale Queraxe *r* angebracht, an welcher die Schwungkugeln *AA* hängen. Letztere bilden das Kegelpendel, welches zur Messung der Geschwindigkeit dienen soll. Sie hängen, während der Apparat ruht, nebeneinander herab; wird er aber in Bewegung gesetzt und erreicht eine gewisse Geschwindigkeit, so entfernen sie sich von einander, und zwar desto mehr, je schneller er sich dreht. Wir können annähernd voraussetzen, dass die ganze Masse der Kugeln in ihrem Schwerpunkte concentrirt sei, dass also eine jede in ihrer Bewegung einem einfachen Pendel entspreche, dessen Länge l gleich der Entfernung ihres Schwerpunktes vom Aufhängungspunkte wäre. Nennen wir ferner die Schwerkraft g, die Umdrehungszeit t, und α den Winkel, welchen die Verbindungslinien der Kugelcentra und ihres Aufhängungspunktes mit der Verticale machen, so ist:

$$t^2 = \frac{4\pi^2 l \cos\alpha}{g}.$$

Bei ruhigem Herabhängen der Kugeln ist der Winkel α gleich $4^0\ 50'$. Aus der Formel ergiebt sich, dass, wenn sich die Kugeln bei $1\frac{1}{2}$ maliger Umdrehung in der Secunde voneinander lösen sollen, die Länge des einfachen Pendels l gleich 111 mm. sein muss. Die entsprechende Entfernung der Kugelmittelpunkte vom Aufhängungspunkte wurde dem ungefähr gleich gemacht und dann mittels der Schraubenmuttern *ss* so lange abgeändert, bis das Uhrwerk, wenn es bei sehr geringer Entfernung der Kugeln voneinander ging,
206 die verlangte Anzahl von Rotationen machte. Dazu mussten die Kugeln um einige Millimeter gesenkt werden.

Es ergiebt sich ferner aus obiger Formel, dass, wenn die Drehungsgeschwindigkeit nur um $^1/_{400}$ ihres Werthes diejenige

übertrifft, bei welcher sich die Kugeln voneinander lösen, der Winkel α auf 7° 26′ wachsen muss, sodass schon dann die Kugeln mehr Distanz zwischen sich lassen, als die Länge ihres Halbmessers beträgt. Wählt man nun zur Anstellung der Versuche solche Zeiträume, wo die Kugeln weniger als ihren Halbmesser Distanz zwischen sich lassen, so ist man sicher, dass die Drehungsgeschwindigkeit bei den verschiedenen Versuchen nicht um $^1/_{100}$ ihres Werthes variirt hat.

Der übrige Theil des Uhrwerkes, welcher nicht mitgezeichnet ist, enthält nur noch ein Räderwerk zur Vervielfachung der Bewegung und das treibende Gewicht. Obgleich das Räderwerk sehr gut und genau gearbeitet ist, und alle Umstände, welche einen gleichförmigen Gang sichern können, berücksichtigt wurden, schwankt die Geschwindigkeit des Ganges fortdauernd langsam auf und nieder, und zwar um etwa $^1/_{50}$ des ganzen Werthes, wie man aus den Bewegungen der Kugeln schliessen kann.

Der Zeichencylinder befindet sich auf dem oberen Theile der Axe *ik*. Er ist von dem hiesigen Mechanikus Hrn. Rekoss, der auch die übrigen Theile des Apparates gebaut hat, äusserst genau cylindrisch aus Glas geschliffen worden. Ein passend abgeschnittenes Stück aus einem dicken, nahe cylindrischen Champagnerglase wurde in die Metallfassung eingesetzt, welche später den Cylinder halten sollte, mittels dieser auf der Axe *ik* befestigt, so auf die Drehbank gesetzt, geschliffen und polirt. Dadurch wurde eine Cylinderfläche erhalten, welche ohne das geringste Schwanken sich auf ihrer Axe dreht.

Die Fassung besteht aus zwei Messingscheiben *xx* und *yy*, welche die Grundflächen des Cylinders bilden und in der Mitte durch ein röhrenförmiges Stück vereinigt sind. In die Röhre passt die Axe *ik* genau hinein. Ein Vorsprung in ihrem Inneren entspricht dem Ausschnitt der letzteren, den man am oberen Ende sieht, und verhindert die Drehung um 207
die Axe. Mittels der Schraubenmutter *i*, deren unteres scheibenförmiges Ende zwischen die beiden Platten *xx* und *tt* eingeschlossen ist, kann der Cylinder fest gegen die Axe angezogen werden. Um ihn mit Russ anlaufen zu lassen, löst

man die Schraube *i*, nimmt ihn ab und befestigt ihn auf einer ähnlich geformten Axe, welche sich zwischen den Armen einer Gabel dreht. Indem man ihn dort mit der Hand in Rotation versetzt, hält man ihn über eine Lichtflamme und lässt ihn ganz dünn mit Russ anlaufen. Wenn die Russschicht zu dick ist, werden die Striche in ihr zu breit. Nachher überträgt man ihn wieder auf die Axe *ik*, indem man ihn nur bei dem Knopfe *i* anfasst, um den Russüberzug nicht zu verwischen.

Der Theil des Apparates, welcher dazu dient die elektrischen Schläge rechtzeitig auszulösen, ist theilweise in Fig. 1 sichtbar, und ausserdem von oben gesehen mit dem anstossenden Theile des Randes der Schwungscheibe *K* in Fig. 3 dargestellt worden. Er ruht auf einem Messingkreuz, dessen längeres Stück (*RR* Fig. 3) an den Enden mit Ringen und Klemmschrauben versehen, von den Säulen *CD* getragen und an diesen auf- und abgeschoben werden kann. Das kürzere Kreuzstück *QQ* Fig. 1 dient nur dazu, die Schrauben α_1 und α_2 aufzunehmen. Auf den längeren Schenkeln des Kreuzes sind vertical hervortretende Stücke $\varrho\varrho$ befestigt; diese sind in ihrem oberen Theile von Schrauben $\gamma\gamma$ durchbohrt, zwischen deren Spitzen sich das Brettchen *PP* dreht. In Fig. 1 ist mit γ der Punkt der Durchschnittsfläche bezeichnet, welcher der Drehungsaxe angehört. Durch die Schrauben α_1 und α_2 wird der Spielraum der Drehung soweit, als zulässig ist, beschränkt. Auf der oberen Seite des Brettchens *PP* nehmen zwei senkrechte Metallplatten die in Spitzen drehbare Axe $\vartheta_1 \vartheta_2$ zwischen sich. Am Ende ϑ_1 derselben, welches der Schwungscheibe *K* zugewendet ist, befindet sich ein senkrecht stehender Hebelarm, dessen oberes Ende u sich zu dem oberen Rande der Scheibe *K* hinüberbiegt und von einem Vorsprunge *z* dieses Randes getroffen werden kann, wenn das entsprechende Ende des Brettchens *P* sich
208 bis zur Kuppe der Schraube α_1 gesenkt hat. Wird dagegen das hintere Ende des Brettchens bis zur Berührung der Schraube α_2 herabgedrückt, so geht der Daumen *z* an dem Hebel μ vorbei, ohne ihn zu berühren. Eine Feder $\beta\beta$ zwischen dem Querstück des Kreuzes *QQ* und dem Brettchen *P* strebt die erste jener Stellungen herbeizuführen.

In der Axe $\vartheta_1 \vartheta_2$ befinden sich zwei Drahtklemmen $\varkappa$ und λ. Die letztere enthält einen Kupferdraht, dessen amalgamirtes Ende in das Quecksilbernäpfchen η eingetaucht, die andere $\varkappa$ dagegen enthält eben solchen Draht, dessen Spitze aus Platina besteht und auf dem Platinaplättchen ζ ruht. Letzteres steht unterhalb des Brettchens mit der Drahtklemme ε, und durch den darin befestigten Draht mit dem Quecksilbernäpfchen δ in leitender Verbindung. Die Axe $\vartheta_1 \vartheta_2$ hat in der hier gezeichneten Stellung ein geringes Uebergewicht nach der Seite der Drähte $\varkappa\zeta$ und $\lambda\eta$, und deshalb stützt sich die Platinaspitze des ersteren mit gelindem Drucke auf das Plättchen ζ. So lange dies geschieht, sind demnach die Näpfe δ und η leitend verbunden, sowie aber der Daumen z gegen den Hebel μ stösst, wird die Leitung bei ζ unterbrochen. Durch die Näpfe δ und η hindurch wird der Strom eines Daniell'schen Elementes geleitet, in dessen Kreis gleichzeitig eine Drahtspirale No. 1 eingeschaltet ist. Diese liegt in einer zweiten solchen Spirale No. 2, deren Enden mit dem Nerven in Verbindung gesetzt sind. In dem Moment also, wo der Daumen z gegen den Hebel μ stösst, wird der Strom in No. 1 unterbrochen, und dadurch in No. 2 ein inducirter Strom erregt, welcher den Nerven durchfährt. Dass zwischen dem Moment der Unterbrechung des inducirenden und der Entwickelung des inducirten Stromes keine messbare Zeit vergeht, habe ich nachgewiesen in einer Abhandlung: „Ueber die Dauer und den Verlauf der durch Stromesschwankungen inducirten elektrischen Ströme (Bd. I. S. 429 dieser Sammlung). Der Moment des Stosses fällt also mit dem Moment der Nervenreizung zusammen. Es ist ferner klar, dass bei unveränderter Stellung des Zeichenstiftes dieser bei Ausführung einer zweiten Zeichnung im Augenblicke des Stosses, also auch der Reizung, genau dieselbe Stelle des Cylinders berühren wird wie das erste Mal, dass also auf dem 209
Cylinder der Anfangspunkt der zweiten Zeichnung genau mit dem Anfangspunkte der ersten zusammenfalllen wird.

Der Faden, welcher von d über den cylindrischen Querbalken g nach π hingespannt ist, dient dazu, den Zeichenstift so lange von dem Cylinder entfernt zu halten, bis die Zeichnung

ausgeführt werden soll. Sein unteres Ende ist um den runden Stahlstab $\nu\xi$ herumgelegt, sodass es sich bei Drehungen des letzteren entweder auf- oder abwickelt. Zwei Klemmschrauben ν und π halten den Stab in seiner Lage. Man wickelt den Faden gerade so weit auf, dass sich die Zeichenspitze vom Cylinder entfernt, wenn sich das Ende P_2 des Brettchens senkt, sich dagegen anlegt, wenn sich P_1 senkt.

Die Axe $\vartheta_1 \vartheta_2$ muss so viel Reibung haben, dass bei den Bewegungen des Brettchens $P_1 P_2$ kein Klirren zwischen den Platinatheilen der Unterbrechungsstelle eintreten kann; denn die kleinste und kürzeste Lösung ihrer Berührung würde sogleich eine Zuckung zur Folge haben. Die Reibung kann durch Anziehen der Schraube bei ϑ_2 regulirt werden, auf deren Spitze die Axe hier sich dreht. Um das Brettchen möglichst sanft fallen zu lassen, sind die oberen Enden der Schrauben α_1 und α_2 mit Leder überzogen. Da der Daumen z den Hebel μ wohl mitunter noch, während das Brettchen fällt, ergreifen könnte, muss gesorgt werden, dass dies nur bei derselben Stellung der Scheibe K geschieht, bei der es nach vollendetem Falle geschehen würde. Zu dem Ende muss die Stossfläche des Hebels bei μ eine auf der Axe $\gamma\gamma$ senkrechte Ebene bilden, und die des Daumens muss solche Gestalt haben, dass sich entweder diese ganze Fläche auf einmal anlegt, oder doch keiner ihrer Theile eher als die Spitze. Sind diese Bedingungen erfüllt, so kommt es nicht darauf an, welche Lage das Brettchen zur Zeit des Stosses hat.

Die Versuche werden in folgender Weise ausgeführt. Zunächst bezeichnet man den Punkt des Cylinders, welcher dem Augenblicke der Reizung entspricht. Zu dem Ende lässt man den Zeichenstift sich an den Cylinder anlegen und dreht die Schwungscheibe ganz langsam, bis ihr Daumen den Hebel μ
210 berührt. So lange hat der Stift eine horizontale Linie gezeichnet; in dem Augenblicke der Berührung aber löst sich der inducirte Strom aus, der Muskel zuckt, und dieser Zuckung entspricht auf dem Cylinder eine einfache Verticallinie, vorausgesetzt, dass man den Cylinder langsam genug verschiebt, um seine Stellung während der Dauer der Zuckung nicht merklich zu verändern. Es ist klar, dass diese Verticallinie

an der Stelle gezeichnet wird, wo der Stift in dem Augenblicke des Zusammenstosses von Hebel und Daumen, d. h. im Augenblicke der Reizung steht.

Der Hebel μ, welcher durch das Anstossen des Daumens aus seiner verticalen Stellung etwas entfernt worden ist, wird in diese zurückgeführt, sodass sich der inducirende Strom wiederum schliesst. Die Enden der inducirten Spirale No. 2 verbindet man mit dem Ende des Nerven, von welchem zunächst die Reizung ausgehen soll. Den Knopf ξ drückt man herunter, um den Zeichenstift vom Cylinder zu entfernen und den Hebel μ vor der Berührung des Daumens zu schützen, und lässt dann das Uhrwerk sich in Bewegung setzen. Sobald man bemerkt, dass die Schwungkugeln sich zu trennen anfangen, kann die Zeichnung ausgeführt werden. Zu dem Ende lässt man das Brettchen $P_1 P_2$ sich senken, wobei sich auch der Zeichenstift anlegt. Nun geht der Daumen nicht mehr an dem Hebel vorüber, sondern trifft ihn, wirft ihn um und bewirkt dadurch die Zuckung, deren Verlauf auf dem Cylinder sich aufzeichnet. Gleich nachher entfernt man den Zeichenstift vom Cylinder, indem man den Knopf ξ wieder herabdrückt, und hält das Uhrwerk an, natürlich nicht plötzlich, weil sonst die heftig bewegte Schwungscheibe die Axen zerbrechen würde, sondern langsam, z. B. durch Andrücken des Fingers gegen den cylindrischen Umfang der Scheibe. Man findet nun auf dem Cylinder die erste Curve gezeichnet. Ich pflegte mit einer Staarnadel zwei gekrümmte, sie berührende Häkchen in die Russschicht einzuzeichnen, um sie später sicher von der zweiten, noch erst auszuführenden Curve unterscheiden zu können. Und zwar setzte ich diese Häkchen so an den auf- und absteigenden Theil der ersten Curve, dass
sie von der zweiten abgewendet standen. Hatte ich also zu- 211
erst das dem Muskel entferntere Nervenstück gereizt, so setzte ich die Häkchen an die Rückseite, wie in Fig. 7, hatte ich das nähere gereizt, an die Vorderseite der gezogenen Linie, wie in Fig. 6.

Um die zweite Curve zu zeichnen, bringt man das andere Nervenstück in die Leitung des inducirten Stromes, stellt den Hebel μ wieder vertical und verfährt ganz wie vorher.

Je schneller man die betreffenden Handgriffe ausführen lernt, desto sicherer ist man das zweite Mal die Reizbarkeit des Muskels nicht merklich verändert zu finden, was für das Gelingen des Versuches eine wesentliche Bedingung ist.

Die so angefertigten Zeichnungen kann man aufbewahren. Zu dem Ende befestigt man den Cylinder wieder in der Gabel, auf der man ihn angerusst hat, und rollt ihn auf einer angehauchten Fischleimplatte ab von der Art, wie sie die Kupferstecher zum Copiren der Zeichnungen gebrauchen. Durch das Anhauchen wird die Leimplatte etwas klebrig und hält den Russ des Cylinders fest, sodass sich die Zeichnung von der cylindrischen auf die ebene Fläche abwickelt. Das Leimblatt kann man mit der berussten Seite gegen ein nasses weisses Papier legen, wo es anklebt. Die Curven erscheinen dann weiss auf schwarzem Grunde und sind sehr deutlich sichtbar.

Die Curven haben im allgemeinen die Gestalt, welche ich schon in der zur ersten Abhandlung gehörigen Tafel V Fig. 3 dargestellt habe. Wenn ich die Hebel, welche den Zeichenstift tragen, durch möglichst zarte Einstellung der Spitzen, um welche sie sich drehen, sehr leicht beweglich machte, erschien auch derselbe häufige Wechsel convexer und concaver Stellen wie an jener abgebildeten Curve, bedingt, wie man sich entsinnen wird, durch die senkrechten Schwankungen, welche die angehängten Metallmassen unter dem Einflusse der Elasticität des Muskels vollführen. Bei den Versuchen, wo die Curven zur Darstellung der Fortpflanzungszeit im Nerven gebraucht werden sollten, zog ich es aber vor, die Schrauben, um welche die Hebel sich drehen, etwas fester zu ziehen, um mich gegen kleine seitliche Schwankungen der Zeichenspitze möglichst
212 sicher zu stellen. Dadurch wurde die Reibung an den Axen grösser und die Wechsel von Convexitäten und Concavitäten demgemäss seltener, weil die Schwankungen des Gewichtes durch die stärkere Reibung schneller vernichtet wurden.

Ehe wir die Curven gebrauchen, um daraus Schlüsse auf die Fortpflanzungszeit in den Nerven zu machen, ist es nöthig die Veränderungen zu kennen, welche durch die allmählige Abnahme der Reizbarkeit des Präparates an ihnen hervor-

gebracht werden. Vergleicht man Curven, welche derselbe Muskel bei Reizung derselben Nervenstelle hintereinander gezeichnet hat, so findet man anfangs nur eine geringe Abnahme der Höhe der Zuckung, es werden sämmtliche verticale Ordinaten proportional verringert, während Länge und Gestalt der Curve unverändert bleiben. Erst in den späteren Stadien der abnehmenden Reizbarkeit wird auch die Dauer der Zusammenziehung geändert, und zwar, was man vielleicht nicht vermuthet haben möchte, sie wird nicht kürzer, sondern länger. In Fig. 4 sind zwei solche Curven copirt und passend aufeinander gelegt. Die horizontale Abscissenaxe *ab* entspricht in dieser und den folgenden Figuren der Linie, welche der Muskel ohne Zuckung gezeichnet haben würde; die senkrechte *ac* bezeichnet den Zeitpunkt der Nervenreizung. Die verticalen Höhen der Originalzeichnung sind der Deutlichkeit wegen verdoppelt worden, betragen also das Vierfache der wirklichen Zusammenziehung des Muskels. Auf der Abscissenaxe bezeichnet *ah* die Länge des Cylinderumfanges, und entspricht einem Zeitwerthe von $^1/_6$ Secunde. Die Theile zwischen *h* und *b* fallen deshalb in den Originalen wieder mit dem Anfang der Zeichnung zusammen. Die ausgezogene Curve der Figur 4 war die erste einer längeren Reihe, welche einer der angewandten Muskeln gezeichnet hatte, die punktirte dagegen die letzte. Wir bemerken zunächst, dass die höchste Erhebung der ersten Curve bei k_1 grösser ist als die der zweiten bei k_2; ferner, dass das Maximum k_2 später nach der Reizung eingetreten ist als k_1. Noch auffallender wird der Unterschied beider Curven beim Sinken; die zweite nähert sich der Abscissenaxe viel langsamer als die erste. Während die Einbiegung der ersten bei m_1 sich fast an die Abscissenaxe anschliesst, in anderen Fällen sogar unter sie hinabsinkt, 213
bleibt die entsprechende der zweiten bei m_2 ziemlich hoch darüber. Ebenso liegt auch das ganze hintere Ende der ersten Curve unter der zweiten, bis sich endlich beide bei fortgesetzter Zeichnung asymptotisch der Abscissenaxe anschliessen würden. Je weiter die Reizbarkeit sinkt, desto mehr verschwindet die Einbiegung bei m_2, desto langsamer und gleichmässiger sinkt die Curve von ihrem Gipfelpunkte ab. Schliesslich bemerke

ich noch, dass diese Veränderungen in allen Fällen, wo ich eine grössere Reihe von Versuchen mit demselben Muskel ausführte, in ganz ähnlicher Weise eingetreten sind wie in dem abgebildeten Beispiele.

Wir entnehmen aus dem eben Gesagten eine Vorsichtsmaassregel. Gesetzt, wir hätten zuerst die Eintrittsstelle des Nerven gereizt, und es wäre die ausgezogene erste Curve der Fig. 4 gezeichnet worden, dann hätten wir eine weiter vom Muskel entfernte Nervenstelle gereizt, und es wäre eine Linie ähnlich der punktirten Curve entstanden, so würden wir nicht wissen, ob die Verspätung der zweiten Curve gegen die erste von der längeren Fortpflanzungszeit im Nerven oder von der verminderten Reizbarkeit herrührt. Wir müssen also bei unseren Versuchen entweder stets die entferntere Stelle des Nerven zuerst reizen, sodass die Fortpflanzungsdifferenz in den Nerven und die Aenderung der Reizbarkeit in entgegengesetztem Sinne einwirken, oder besser nacheinander mehrere Curvenpaare zeichnen lassen, bei denen abwechselnd die Reizung der näheren und der ferneren Nervenstelle vorangeht.

Sind die thierischen Theile recht kräftig und frisch, so ist die Gestalt der Doppelcurven ganz gleich, bei welcher Nervenstelle man auch mit der Reizung beginnen mag. Jede Zeichnung besteht dann aus zwei Curven von congruenter Gestalt, die in horizontaler Richtung um ein gewisses Stück gegeneinander verschoben sind, wie in Fig. 5, und zwar so, dass diejenige Curve, welche bei Reizung der näheren Nervenstelle gezeichnet worden ist, auch dem Zeitpunkte der Reizung näher liegt als die andere. In Fig. 5 entspricht die Curve *adefg* der Reizung der näheren, $\alpha\delta\varepsilon\varphi\gamma$ der ferneren Nervenstelle. Die Bedeutung der übrigen Buchstaben und die
214 Grössenverhältnisse sind in dieser und den folgenden Figuren ganz wie in Fig. 4. Beide Curven haben genau gleiche Höhen, Längen, kurz genau congruente Gestalt, und unterscheiden sich nur dadurch, dass alle Theile der einen um ein gleiches Zeittheilchen später ausgeführt worden sind als die entsprechenden Theile der anderen.

Hat man es mit thierischen Präparaten zu thun, deren Reizbarkeit von einer Zuckung zur folgenden sich merklich

verringert, so werden die beiden Curven nicht mehr ganz genau congruent. Im Anfang besteht diese Aenderung, wie ich angeführt habe, nur darin, dass die senkrechten Ordinaten kleiner werden, ohne dass sich die horizontalen verlängern. Wird nun zuerst die nähere Nervenstelle gereizt, also die Curve *adefg* Fig. 5 zuerst gezeichnet, dann die zweite $\alpha\delta\varepsilon\varphi\gamma$, und sind deren sämmtliche Ordinaten etwas kleiner geworden, so entfernt sich dadurch das Stück δ von *d* und φ von *f*, während sich ε dem *e* nähert. Es bekommt dann die Doppelcurve das Ansehen von Fig. 6, worin die Häkchen bei *d*, *e* und *f* die zuerst gezeichnete Curve bezeichnen. Fängt man dagegen mit der Reizung der entfernteren Stelle an, so senkt sich *d* zu δ und *f* zu φ, während sich *e* von ε entfernt, wie in Fig. 7. Die Häkchen bei δ, ε und φ bezeichnen hier durch ihre Stellung die Curve der entfernteren Nervenstelle als die erstgezeichnete. Lässt man also eine Reihe von Doppelcurven zeichnen, während man die Reihenfolge der beiden Nervenstellen in Bezug auf die Reizung stets wechselt, so bekommt man Zeichnungen, welche abwechselnd der Fig. 6 und 7 ähnlich sehen. Sinkt die Reizbarkeit noch weiter, sodass sich die Curven auch immer mehr zu verlängern anfangen, so werden die Abweichungen ihrer Gestalt meist zu bedeutend, als dass es noch lohnte Doppelcurven zeichnen zu lassen.

Wenn wir die Doppelcurve Fig. 5 betrachten, so geht aus ihr hervor, dass die beiden in ihr verzeichneten Muskelzuckungen in Bezug auf Stärke, Dauer und Verlauf der einzelnen Stadien der Zusammenziehung ganz gleich gewesen sind. Nur ist die eine später nach der Reizung eingetreten als die andere. Da nun in beiden Fällen die Einrichtung des Apparates und die mechanischen Kräfte des Muskels ganz dieselben 215
gewesen sind, so kann die Verspätung der Wirkung in dem einen Falle nur von der längeren Fortpflanzung im Nerven hergerührt haben. Ganz dasselbe sehen wir in den Curven Fig. 6 und 7. Obgleich hier die Abnahme der Reizbarkeit merklich wird, ist deren Einfluss doch noch nicht im Stande, den Zeitunterschied, welcher von der Fortpflanzung im Nerven herrührt, zu verdecken, es sind auch hier noch alle Stadien der Zuckung bei Reizung der entfernteren Stelle später ein-

getreten als bei der der näheren. Ein besonderes Interesse bieten namentlich die der Fig. 7 ähnlichen Curven, weil sie nachweisen, dass auch in solchen Fällen die Zuckung von der entfernteren Stelle aus später eintritt als die von der näheren, wo sie bei einem höheren Grade von Reizbarkeit ausgeführt ist als die letztere. Es wird dadurch der Einwand widerlegt, dass die Abweichung der Curven in Fig. 5 auch nur wie die in Fig. 4 von einer Verschiedenheit der Reizbarkeit herrühren möchte, indem vielleicht die entferntere Nervenstelle stets weniger reizbar sei als die nähere. In Fig. 7 hat gerade die Zuckung, welche von der entfernteren Stelle aus erregt ist, eine grössere Höhe (s. den Gipfel bei *k*), entspricht also einem höheren Grade der Reizbarkeit, und doch behält der Unterschied in der Lage beider Curven denselben Sinn.

Der grosse Vortheil der beschriebenen Methode besteht darin, dass man in jeder einzelnen Zeichnung zweier zusammengehörigen Curven unmittelbar aus ihrer Gestalt erkennen kann, ob der Muskel in beiden Fällen gleichmässig gearbeitet habe, während wir dasselbe bei der elektromagnetischen Zeitmessungsmethode nur aus einer langen Reihe von Einzelversuchen entnehmen konnten. Was den absoluten Werth der Fortpflanzungsgeschwindigkeit betrifft, so lassen sich die horizontalen Abstände der beiden Curven nicht mit sehr grosser Genauigkeit messen; doch finden sich die Werthe jener Geschwindigkeit ungefähr ebenso gross wie nach der früheren Methode. In Fig. 5 z. B. ist der horizontale Abstand ungefähr 1 mm, die Länge des Cylinderumfanges, entsprechend $^1/_6$ Secunde, ist 85,7 mm, also die Abscissenlänge für 1 Se-
216 cunde 514,2 mm. Die Länge von 1 mm entspricht also $^1/_{514,2}$ Secunde. Die Länge der Nervenleitung war 53 mm; daraus folgt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 27,25 Metern in der Secunde. Der wahrscheinlichste Werth aus den früheren Versuchen war 26,4 Meter.

Am Schlusse meiner früheren Abhandlung habe ich durch die elektromagnetische Messungsmethode die Veränderungen der Zuckungsdauer und der Fortpflanzungszeit der Reizung untersucht, welche eintreten, wenn man den Nerven auf Eis legt, und habe gefunden, dass beide Zeitgrössen dabei beträcht-

lich zunehmen. Dasselbe lässt sich leicht durch die zeichnende Methode nachweisen. Die Zuckungscurven behalten dieselbe verticale Höhe, welche sie hatten, ehe der Nerv auf Eis lag, bekommen aber eine viel grössere horizontale Ausdehnung. Ohne besondere neue Einrichtungen des Apparates kann man allerdings die Temperaturunterschiede nicht so constant machen, dass Doppelcurven von übereinstimmender Gestalt erhalten werden könnten. Der Zeitunterschied für die Fortleitung im Nerven wird aber gleichzeitig so vergrössert, dass die beiden Curven trotz ihres Mangels an Congruenz doch immer im richtigen Sinne voneinander abweichen.

LXXXVII.

Ueber die Methoden, kleinste Zeittheile zu messen, und ihre Anwendung für physiologische Zwecke.

Gelesen in der physikalisch-ökonomischen Gesellschaft zu Königsberg am 13. December 1850. — Abgedruckt in den Königsberger naturwissensch. Unterhaltungen. Bd. II. Heft 2. S. 1—24.

1 Ich beabsichtige heute die Aufmerksamkeit der geehrten Versammlung für eine Reihe von Versuchen in Anspruch zu nehmen, mit denen ich mich in letzter Zeit beschäftigt habe, Versuchen, deren Zweck es ist, die Dauer verschiedener schnell vorübergehender Vorgänge des lebenden Körpers mittels der verfeinerten Zeitmessungsmethoden der neueren Physik kennen zu lernen. Zuvörderst sei es mir erlaubt, soweit es das Verständniss des Folgenden erfordert, und soweit es ohne Demonstration an den Apparaten selbst geschehen kann, das Wesen der Methoden auseinander zu setzen, durch welche es möglich geworden ist, ebenso kleine Theile einer Zeitsecunde nicht blos bemerkbar zu machen, sondern sogar zu messen, als die sind, in welche wir nur durch die mächtigsten Mikroskope unser kleinstes Längenmaass, die Linie, zerlegen können.

2 Die Wahrnehmung von Zeitunterschieden mittels unserer Sinne ohne Anwendung künstlicher Hülfsmittel ist keine sehr feine, namentlich dann nicht, wenn die beiden Vorgänge, deren Zeitunterschied bestimmt werden soll, von verschiedenen Sinnesorganen, also z. B. der eine vom Auge, der andere vom Ohr, oder selbst nur von verschiedenen Partien desselben Organes, z. B. im Auge an verschiedenen Stellen des Gesichtsfeldes, auf-

gefasst werden. Bekannt ist in dieser Hinsicht die von Bessel
entdeckte merkwürdige Differenz verschiedener Individuen in
Bezug auf die astronomische Zeitbestimmung der Sterndurch-
gänge. Der beobachtende Astronom vernimmt mit dem Ohre
den Pendelschlag der Uhr, gleichzeitig sieht er den zu be-
obachtenden Stern durch das Gesichtsfeld des Fernrohres
gegen den Faden rücken; er sucht sich zu merken, welche
Stelle der Stern beim letzten Pendelschlage vor seinem Durch-
gange hinter dem Faden hatte, welche beim ersten nachher,
um danach zu bestimmen, in welchem Zehntheil der durch die
beiden Schallempfindungen begrenzten Zeitsecunde der Stern
am Faden vorübergegangen sei. Jeder Beobachter, welcher
sich auf diese Art zu messen einübt, liefert Reihen von Mes-
sungen, die unter sich sehr wohl übereinstimmen, aber um
einen mehr oder weniger grossen constanten Unterschied von
denen jedes anderen Beobachters abweichen, und die Erfahrung
lehrt, dass eine Abweichung von mehr als einer ganzen Secunde
zwischen verschiedenen Individuen möglich ist. Nehmen wir
an, diese beiden wichen um gleich viel in entgegengesetztem
Sinne von der Wahrheit ab, so folgt daraus, dass auch bei der
sorgfältigsten Einübung und der grössten Aufmerksamkeit, der
Mensch sich in der Bestimmung der Gleichzeitigkeit einer Ge-
sichts- und einer Gehörwahrnehmung mindestens um eine halbe
Secunde irren kann. Genauer unterrichten uns unsere Sinne,
wenn wir Wahrnehmungen derselben Nervenfasern zu ver-
gleichen haben. Sehen wir an einer und derselben Stelle des
Gesichtsfeldes zweimal hintereinander dieselbe Lichterscheinung
aufblitzen, so erkennen wir sie noch als doppelt, wenn die Zeit
der Unterbrechung $^1/_{10}$ Secunde beträgt; ist diese aber kleiner, 3
so verschmelzen beide Erscheinungen in eine, das beweisen uns,
um an ein vulgäres Experiment zu erinnern, der continuirliche
Feuerkreis, den eine glühende Kohle rasch im Kreise geführt
hervorbringt, die Erscheinungen der schnell rotirenden Farben-
kreisel und andere. Das Ohr vernimmt aufeinander folgende
Stösse entweder als getrennte Geräusche oder, wenn die Zeit-
unterschiede kleiner werden als ein Schwirren, endlich wenn
mehr als 32 auf die Secunde kommen, als einen gleichmässig
anhaltenden Ton, diesen desto höher, je schneller die Stösse

sich folgen. Allerdings können wir aus der Höhe eines solchen Tones mit grösster Genauigkeit die Zahl der Stösse in der Secunde, also auch die Zwischenzeit von je zweien derselben berechnen; indessen dürfen wir diese Art der Wahrnehmung von Zeitunterschieden in der Qualität einer bestimmten Tonempfindung nicht mit hierherziehen, da die Grösse der Zeitunterschiede dabei nicht unmittelbar wahrgenommen, sondern erst durch das wissenschaftliche Verständniss des Vorganges erschlossen wird. Wir können dem Ohre nur soweit das Vermögen, Zeitunterschiede als solche wahrzunehmen, zuerkennen, als es fähig ist, die Zahl von etwa 3, 4, 5 oder 6 schnell hintereinander folgenden Stössen aufzufassen; das ist aber nur möglich, wenn die Zwischenzeiten nicht unter $^1/_{10}$ Secunde betragen. Wir finden hier also ungefähr dieselbe Grenze wieder wie beim Auge.

Die Unvollkommenheit in der zeitlichen Vergleichung von Wahrnehmungen verschiedener empfindender Fasern scheint darauf zu beruhen, dass zwischen ihnen der Gedanke zum Bewusstsein kommen muss: „Jetzt habe ich das erste empfunden, aber noch nicht das zweite. — Jetzt auch das zweite.“ Die Schnelligkeit des Besinnens ist aber keineswegs eine so grosse, wie es das Sprichwort: „Schnell wie der Gedanke“ vorauszusetzen scheint. Der grosse Unterschied in dem oben angeführten Beispiele betreffs der astronomischen Beobachtungen möchte sich dann darauf zurückführen, dass der eine Beobachter zunächst auf die Schallempfindung reflectirt, und nachdem er sich diese zum Bewusstsein gebracht hat, seine Aufmerksamkeit auf das Gesichtsbild wendet, der andere aber erst sieht und dann hört, d. h. diejenige Gesichtserscheinung als die zusammentreffende nimmt, welche er sich zum Bewusstsein gebracht hatte, als er durch den Schall gestört wurde. Fallen dagegen beide Wahrnehmungen auf dieselben empfindenden Nervenfasern, so verschmelzen sie zu einem Gesammtbilde einer sinnlichen Wahrnehmung, welches wir im Gedächtniss behalten und durch nachträgliches Besinnen in seine einzelnen Momente zerlegen. So machen wir es, wenn wir drei- oder viermaliges Aufblitzen eines Lichtes an ein und demselben Orte, oder ebensoviel Schallstösse vernehmen, die $^1/_{10}$ bis $^1/_2$ Secunde von-

einander entfernt sind. Wir können sie nicht, während wir sie wahrnehmen, zählen, aber wohl in ihrem ruhenden Gedächtnissbilde.

Dadurch möchten die Grenzen bezeichnet sein, bis wie weit die Unterscheidung von Zeittheilen ohne künstliche Hülfsmittel gehen kann. Sobald $^1/_{10}$ Secunde oder noch kleinere Theile mit Sicherheit beobachtet oder gar gemessen werden sollen, müssen wir künstliche Hülfsmittel anwenden. Den hierhergehörigen Methoden liegen zwei wesentlich voneinander verschiedene Principien zu Grunde; bei den einen verwandelt man die Zeitunterschiede in Raumunterschiede, bei den anderen misst man die mechanische Wirkung, welche während der zu messenden Zeit eine Kraft von bestimmter Intensität hervorgebracht hat, und berechnet aus dieser die Zeit. Die Erfindung oder wenigstens die fehlerfreie Ausführung dieser Methoden fällt fast ganz in die letzten 12 Jahre. Hauptsächlich war es das Bedürfniss der Artillerie, welches dergleichen zu suchen trieb. Um den Lauf der Geschützkugeln berechnen zu können, ist es wesentlich ihre Geschwindigkeit und die Zeit, welche die Pulvermasse zur Entzündung braucht, zu kennen. Die unvollkommenen Apparate, mit denen man früher diesen Zweck zu erreichen suchte, sind neuerdings bis zu einem solchen Grade von Genauigkeit gebracht worden, wie dieselbe 5
nur irgend bei dieser Art von Versuchen erfordert wird. Es liegt ihnen meistens das erste der vorher bezeichneten Principien zu Grunde, sie machen die Zeitunterschiede dadurch messbar, dass sie dieselben in Raumunterschiede verwandeln. Werner Siemens, damals Lieutenant der preussischen Artillerie, derselbe, welcher die gegenwärtig auf den elektrischen Telegraphenlinien des preussischen Staates und neuerlich auch von England für die ostindischen Linien angenommenen Constructionen ersonnen hat, ist auch der Erfinder eines zeitmessenden Instrumentes für artilleristische Zwecke, welches ich als geeignetstes Beispiel zur Erläuterung des Princips derartiger Instrumente hier seinen wesentlichen Theilen nach beschreiben will.

Denken wir uns einen sehr genau gearbeiteten stählernen Cylinder, der um seine Axe rotire (es braucht auch nur ein einzelner ringförmiger Streifen eines solchen Cylinders zu sein).

Die Oberfläche desselben sei in irgend eine Zahl gleicher Theile, etwa in Winkelgrade, also in 360 getheilt. Eine feine feststehende Spitze werde ihr genähert. Wenn der Cylinder in einer Secunde sich einmal umdreht, so gehen während dieser Zeit die 360 Theile in gleichmässiger Geschwindigkeit bei der Spitze vorüber, also jeder einzelne im 360sten Theile einer Secunde. Siemens hat seinem Cylinder durch ein Uhrwerk mit Kegelpendel eine Geschwindigkeit von 60 Umdrehungen in der Secunde gegeben, etwas, was durch ein sorgfältig gearbeitetes Triebwerk nicht allzuschwer zu erreichen ist, da übrigens der cylindrische Streifen so leicht als möglich gearbeitet werden kann. Es gehen also dann 60mal 360 d. h. 21600 Gradtheile in der Secunde an der Spitze vorüber, oder doppelt so viele, in runder Zahl 40000 halbe Gradtheile, wie er sie auf den Cylinder hat abtheilen lassen, also jeder einzelne in dem vierzigtausendsten Theile einer Secunde. Sie sehen nun ein, wenn die Spitze zweimal hintereinander eine Marke auf dem Cylinder macht, so wird sich der Cylinder in der Zeit zwischen beiden Markirungen um so viel Theilstriche fortbewegt haben, als
6 Vierzigtausendtheile einer Secunde inzwischen verflossen sind; die zweite Marke wird also eine andere Stelle des Cylinders treffen, und der Abstand der beiden Marken, längs der Cylinderfläche nach Theilstrichen gezählt, wird unmittelbar die Zahl dieser Zeittheilchen angeben. Bis so weit hatte man das Princip dieser Messungen schon früher auszuführen verstanden, die Hauptschwierigkeit aber, welche man lange vergebens zu lösen versucht hatte, war, zu bewirken, dass die Augenblicke der Markirungen auch genau mit Anfang und Ende desjenigen Vorganges zusammenfielen, dessen Zeitdauer gemessen werden sollte, also etwa mit denjenigen Augenblicken, wo die Kugel zwei in ihrer Bahn aufgestellte Körper trifft. Man liess die Spitze sich an den Cylinder anlegen, ihn ritzen; das geschah zuerst durch einen Beobachter, der einen Hebel bewegte, sobald er das Treffen der Kugel vernommen hatte. Wie unvollkommen dieses Mittel war, ergiebt sich aus dem, was ich vorher über die Ungenauigkeit unserer Sinne gesagt habe. Mechanische Uebertragung des Stosses der Kugel gegen den getroffenen Körper ohne Vermittelung eines Beobachters, erfordert auf

weitere Entfernungen hin ebenfalls Zeit, da der Stoss durch einen festen Körper sich nur mit messbarer Geschwindigkeit fortpflanzt. Breguet und Wheatstone kamen sehr viel weiter, indem sie zur Uebertragung der Wirkung den galvanischen Strom anwendeten, der sich mit einer unmessbar grossen Geschwindigkeit durch die hier in Betracht kommenden Strecken fortpflanzt. Der Stift, welcher auf dem Cylinder die Marken macht, ist an einem Hebelchen befestigt, welches von einem Elektromagneten so lange gehalten wird, als dieser durch den ihn umkreisenden Strom magnetisirt wird. Sowie die Leitung des Stromes an irgend einer Stelle unterbrochen wird, fällt die markirende Spitze auf die Cylinderoberfläche und zeichnet eine Linie. Die Unterbrechung des magnetisirenden Stromes geschieht dadurch, dass die Kugel ein Netz von dünnen Drähten zerreisst, welches in ihrer Bahn aufgestellt ist und mit zur Leitung gehört. Die Einrichtungen waren meist so getroffen, dass gleich nach der Unterbrechung des Stromes derselbe wieder geschlossen, 7
die Spitze vom Cylinder wieder abgehoben wurde. Bei der Zerreissung eines zweiten Drahtnetzes wurde eine zweite Marke gezeichnet. So sinnreich diese Instrumente construirt waren, erlaubten sie keine Messungen genauer als $^1/_{60}$ Secunde, weil die zeichnende Spitze, nachdem sie vom Elektromagneten losgelassen wurde, eine Zeit braucht, um bis auf den Cylinder zu fallen, und ihre Fallgeschwindigkeit bei ungleicher Stärke des Magnetismus nicht, wie die Erfinder dieser Apparate vorausgesetzt hatten, constant, sondern veränderlich ist. Dadurch wurde die Genauigkeit, welche sonst das Princip des rotirenden Cylinders zugelassen haben würde, durchaus vereitelt.

Siemens hatte die glückliche Idee, sämmtliche mechanische Vermittlungsstücke ganz zu beseitigen und die Elektricität selbst zeichnen zu lassen. Wenn ein elektrischer Funke, selbst ein ganz schwacher, aus einer Spitze auf eine fein polirte Stahlplatte überschlägt, lässt er auf derselben einen feinen dunklen Fleck zurück, der erst durch erneutes Poliren weggeschafft werden kann. Der elektrische Funke dauert aber nur einen unmessbaren Augenblick, die Verbreitung der Elektricität durch einen Draht von der Länge, welche zur Ausmessung des Laufes einer Kugel in Betracht kommt, ebenfalls einen verschwindend kleinen

Zeittheil. Ist also in der Bahn der Kugel ein Drahtgitter mit isolirten Drähten aufgestellt, die abwechselnd mit der äusseren und inneren Belegung einer Leidener Flasche in Verbindung stehen, und ist der rotirende Cylinder mit der zugehörigen Spitze in den Entladungskreis mit eingefügt, so wird die Entladung in dem Augenblicke erfolgen, wo die Kugel durch das Drahtgitter hindurchschlagend die metallische Leitung zwischen den verschiedenen Drähten desselben herstellt. In demselben Augenblicke entsteht auch die Marke auf der betreffenden Stelle der Cylinderoberfläche. Für ein und dieselbe Kugel können beliebig viele Drahtgitter aufgestellt und Marken gemacht werden. Diese Methode erlaubt es, die ganze Genauigkeit, welche der rotirende Cylinder zulässt, nutzbar zu machen, also die Zeit bis
8 auf Vierzigtausendtheile einer Secunde zu bestimmen. Dürfte man von der Verschiebung der Gitter durch die der Kugel vorauseilende comprimirte Luft absehen, so würde die Zeit zu messen sein, während welcher die Kugel um eine halbe Linie im Raume vorrückt.

Uebrigens sind durch die gemachten Angaben über die Drehungsgeschwindigkeit und die Theilung des Cylinders durchaus noch nicht die Grenzen bezeichnet, bis zu welchen die Genauigkeit dieses Verfahrens zu treiben sein würde; wo sich diese Grenzen finden werden, ist noch gar nicht zu beurtheilen. In der That hat ein anderes Verfahren, welches auf einer anderen Anwendung desselben Princips beruht, schon zu viel erstaunenswertheren Resultaten geführt. Bei Lichtphänomenen nämlich, deren Zeitdauer bestimmt werden soll, erleichtern sich die Schwierigkeiten der Ausführung bedeutend, wenn man statt des rotirenden Cylinders einen rotirenden Spiegel anwendet. Wenn man in einen Spiegel sieht und die Neigung seiner Fläche langsam ändert, so scheinen sich zugleich die von ihm entworfenen Spiegelbilder äusserer Gegenstände zu bewegen, und zwar mit einer doppelt so grossen Winkelgeschwindigkeit als der Spiegel. Sie bewegen sich dabei in einem Kreise, dessen Mittelpunkt die Drehungsaxe des Spiegels und dessen Radius gleich dem Abstande des Gegenstandes von dieser Axe ist. Für die Zeitmessung vertritt uns nun das im Kreise herumlaufende Spiegelbild die Stelle der rotirenden Cylinderfläche. Seine augenblick-

liche Stellung ist durch ein Fernrohr ebenso genau zu be-
stimmen als die der Marke auf der Cylinderfläche durch das
Mikroskop. Da es aber auf einem Kreise von viel grösserem
Radius sich bewegt, wächst bei derselben Zahl von Rotationen
in der Secunde und hinreichender Güte des Fernrohres die
Genauigkeit der Messung in demselben Verhältnisse, als der
Radius des scheinbaren Weges des Spiegelbildes den Radius
des kleinen Stahlcylinders übertrifft. Der Vortheil liegt darin,
dass, ohne die Masse des bewegten Körpers zu vermehren, wo-
durch die mechanischen Schwierigkeiten der Ausführung des
Apparates unverhältnissmässig wachsen, die Geschwindigkeit, 9
vermittelst deren wir die Zeit in eine scheinbare Raumdistanz
verwandeln, so mächtig wächst. Nehmen wir an, zwei Licht-
blitze, z. B. zwei elektrische Funken, folgten sich sehr schnell
an derselben Stelle, so werden sie im rotirenden Spiegel ge-
sehen nicht mehr an derselben Stelle erscheinen, falls der
Spiegel in der Zwischenzeit seine Lage merklich ändern konnte;
durch Messung des Winkels, unter dem die Bilder nun er-
scheinen, wird sich berechnen lassen, wie gross die Zwischenzeit
ihrer Erscheinung war. Die Erfindung des rotirenden Spiegels
rührt von Wheatstone her, welcher damit einen Versuch ge-
macht hat, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen
Entladung einer Leidener Batterie zu bestimmen. Die kühnste
Vollendung hat aber dieses Verfahren in diesem Jahre durch
Foucault's und Fizeau's Ausführung eines von Arago gleich
nach der Erfindung Wheatstone's vorgeschlagenen Versuches
empfangen, welcher nichts weniger leistet, als die Fortpflanzungs-
geschwindigkeit des Lichtes, bekanntlich etwa 40000 Meilen in
der Secunde, auf einer Strecke von 12 Fuss entsprechend dem
77 milliontesten Theile einer Secunde zu bestimmen. Zweck
dieser Messungen war die Geschwindigkeit des Lichtes in der
Luft mit der im Wasser vergleichen zu können, welches auf
grössere Strecken nicht durchsichtig genug ist. Es mussten
dazu die vollendetsten optischen und mechanischen Hülfsmittel
aufgeboten werden, namentlich um eine Rotation des Spiegels
bei Foucault's Apparat von 6 bis 800, in Fizeau's von 12 bis
1500 Umläufen in der Secunde zu erreichen. Durch Anwendung
einiger sinnreichen Kunstgriffe, auf welche näher einzugehen

hier nicht der Ort ist, ist in der That die Ausführung solcher Messungen möglich geworden. Sie sehen, dass die Mikroskopie der Zeit die des Raumes bei weitem überflügelt hat.

Endlich habe ich noch eine Methode der Zeitmessung zu erwähnen, der ein ganz anderes Princip zu Grunde liegt. Ich habe dasselbe vorher so bezeichnet: die zu messende Zeit soll berechnet werden aus der Wirkung, welche eine während derselben wirkende Kraft von bekannter Grösse hervorgebracht hat. In der Ausführung ist nun diese Kraft die elektromagnetische Einwirkung einer Kupferdrahtspirale auf einen an einem Faden schwebenden Magneten. Ich erinnere daran, dass jede Spirale, aus übersponnenem Kupferdraht gewickelt, sich so lange wie ein Magnet, dessen Nordpol an einem ihrer Enden, dessen Südpol am anderen liegt, verhält, als sie von einem elektrischen Strome durchflossen wird. In der Nähe dieser Spirale hänge an einem Coconfaden ein Magnet. So lange kein Strom vorhanden ist, macht derselbe unter dem Einfluss der richtenden Kraft der Erde grössere oder kleinere Schwingungen, die nur äusserst langsam kleiner werden und nie ganz aufhören, weil kleine Luftströme und Veränderungen in der Richtung der erdmagnetischen Kraft immer neue Anstösse geben. Jetzt gehe ein Strom durch die Spirale. So lange dies geschieht, zieht ihr zugewandtes Ende den einen Pol des Magneten an, stösst den anderen ab. Dessen Bewegung wird dadurch jedenfalls verändert, und je nachdem ihre Richtung mit der der elektromagnetischen Kraft übereinstimmt oder nicht, entweder beschleunigt oder verlangsamt, oder auch umgewendet. Nachdem der Strom beendigt ist, macht der Magnet wiederum regelmässige Schwingungen, deren Grösse sich nur äusserst langsam ändert und daher mit voller Musse bestimmt werden kann. Diese Schwingungen werden aber wegen der Aenderung, die der elektrische Strom in der Geschwindigkeit des Magneten hervorgebracht hat, nicht mehr dieselbe Grösse haben wie die früheren. Da die Gesetze der Bewegung eines solchen Magneten ganz genau bekannt sind, lässt sich genau berechnen, um wie viel der Strom die Geschwindigkeit des Magneten in der Stellung, wo er ihn traf, verändern musste, um die beobachtete Aenderung in den Schwingungsbögen hervorzubringen, und daraus wieder,

wie lange er einwirken musste, um die betreffende Aenderung der Geschwindigkeit zu erzeugen. Die beste Art zu beobachten ist die, dass man den Strom einwirken lässt, wenn der Magnet gerade durch den Meridian geht und die Richtung seiner Bewegung der der elektromagnetischen Kraft gleichgerichtet ist. 11
Dann wird die Berechnung der Zeit sogar sehr einfach; man braucht nur den Unterschied der Schwingungsbögen vor und nach Einwirkung des Stromes mit einem constanten Factor zu multipliciren. Die Grösse des letzteren hängt nur von der Stromstärke und der Schwingungsdauer des Magneten ab. Da man übrigens die elektromagnetische Kraft durch Vermehrung der Drahtwindungen der Spirale und der Elemente der galvanischen Batterie beliebig vermehren kann, so ist es auch möglich, in jedem beliebig kurzen Zeitraume eine merkliche Wirkung auf den Magneten hervorzubringen.

Bei den Anwendungen dieser Methode ist es nun nöthig zu bewirken, dass Anfang und Ende des erwähnten elektrischen Stromes, des *zeitmessenden* Stromes, wie wir ihn nennen wollen, genau mit Anfang und Ende des zu messenden Vorganges zusammentreffen, was bei verschiedenen Zwecken der Messung natürlich auf sehr verschiedene Weise zu bewerkstelligen ist. Diese Methode hat den grossen Vortheil, dass sie der Uhrwerke mit constanter Rotation nicht bedarf. Eigentlich ist bis jetzt die Aufgabe, solche Werke zu construiren, nur annähernd gelöst, und alle bedürfen einer fortdauernden Controlle ihrer Geschwindigkeit. Ueberhaupt sind verhältnissmässig einfachere und sicherer zu beherrschende Apparate dazu nöthig. Die erste Erfindung rührt von *Pouillet* her aus dem Jahre 1844, sie wurde von ihm für artilleristische Zwecke vorgeschlagen und auch in einigen Anwendungen durchgeführt, ist aber nicht weiter gebraucht worden, weil einige Specialitäten in *Pouillet*'s Ausführung die Genauigkeit erheblich beeinträchtigen. Nach ihm habe ich sie zuerst wieder für physiologische Zwecke in Gebrauch gezogen. Dadurch, dass ich die elektromagnetischen Messungen mittels eines am Magneten befestigten Spiegels in der höchst bequemen und feinen Weise anstellte, wie sie von *Gauss* und *W. Weber* in Deutschland eingeführt ist, und den constanten Factor zur Verwandlung der Differenzen

12 der Schwingungsbögen in die entsprechenden Zeitunterschiede in genauerer Weise als Pouillet ermittelte, konnte ich mit verhältnissmässig einfachen Apparaten genaue Bestimmungen bis zu $^1/_{10000}$ Secunde ausführen. Die Feinheit der Messung weiter zu treiben, lag nicht in meinem Interesse, würde im Gegentheile die Schwierigkeiten unnütz erhöht haben; übrigens lässt sich die Tragweite der Methode noch gar nicht ermessen.

Ich komme jetzt zu meinen Messungen über physiologische Vorgänge.[1]) Sie sehen, die Methoden sind da, um unendlich viel feinere Bestimmungen auszuführen, als wir vor der Hand gebrauchen können. Die Schwierigkeit bleibt aber, die Methoden für den speciellen Zweck anwendbar zu machen, die Verbindungsglieder zwischen dem Ereignisse, dessen Zeit bestimmt werden soll, mit dem zeitmessenden Apparate zu construiren. Nach den verschiedenen Zwecken der Messung müssen sogar verschiedene Methoden gebraucht werden. Im allgemeinen hat mir Pouillet's elektromagnetische Methode die besten Dienste geleistet; für einzelne Fälle ist aber der rotirende Cylinder vortheilhafter.

Meine bisherigen Messungen beziehen sich theils auf die Dauer und den Verlauf der Muskelzuckungen, theils auf die Geschwindigkeit, mit der sich ein auf die Nervenfasern gemachter Eindruck durch dieselben hin fortpflanzt. Die lebenden Muskeln des menschlichen und thierischen Körpers haben Sie sich vorzustellen als starke elastische Bänder, welche zwischen den einzelnen Theilen des Knochengerüstes ausgespannt, bei ruhender Lage der Glieder entweder vollständig erschlafft sind, oder sich gegenseitig mit ihren Spannungen im Gleichgewichte halten. Die elastischen Kräfte dieser Bänder haben aber die eigenthümliche Eigenschaft, durch den Einfluss der Nerven sich sehr plötzlich ändern zu können. Man bezeichnet diesen durch Einfluss der Nerven, durch Innervation, geänderten Zustand der Muskeln als den der Thätigkeit. Der
13 thätige Muskel verhält sich ebenfalls wie ein elastisches Band, aber er strebt sich viel kräftiger und bis zu viel höherem Grade

1) Ausführlich dargestellt in den beiden vorausgehenden Aufsätzen.

zu verkürzen als der unthätige. Die Folge dieser Veränderung am lebenden Körper ist nun, dass die Kraft des thätig gewordenen Muskels die der unthätig gebliebenen überwiegt, dass er so das bestehende Gleichgewicht der Glieder stört und seine knöchernen Ansatzpunkte sich zu nähern zwingt. Im lebenden Körper empfängt der Muskel die Anregung zu seiner Thätigkeit von den in ihm verbreiteten Nervenfäden, diese wieder die ihrige vom Gehirn; hier ertheilt ihnen der geheimnissvolle Einfluss des Willens einen Anstoss unbekannter Art, welcher längs der ganzen Länge der Faser sich fortpflanzt, und im Muskel angekommen, seine Thätigkeit erregt. Modernisiren wir das Bild des Menenius Agrippa, der die hungernden Plebejer durch eine kluge Vergleichung des Staates mit dem menschlichen Körper zu beschwichtigen wusste, so dürfen wir die Nervenfäden nicht unpassend mit den elektrischen Telegraphendrähten vergleichen, welche einmal augenblicklich jede Nachricht von den äussersten Grenzen her dem regierenden Centrum zuführen, und dann ebenso dessen Willensmeinung nach jedem einzelnen Theile des Ganzen zurückbringen, um daselbst in Ausführung zu kommen. Die Hauptfrage, welche ich zu entscheiden bemüht gewesen bin, ist die: Vergeht eine angebbare Zeit bei der Beförderung einer solchen Nachricht, welche von den entfernten Enden der empfindenden Hautnerven oder den Nervenausbreitungen in den Sinnesorganen nach dem Gehirne hineilt, oder einer solchen, welche der Wille vom Gehirn durch die motorischen Nervenfäden zu den Muskeln hinsendet?

Das erscheint vielleicht unwahrscheinlich. Wir haben nie etwas der Art an uns selbst wahrgenommen. Wenn wir aber bedenken, welche geringe Genauigkeit unsere Zeitwahrnehmungen haben, und dass wir natürlich nicht schneller wahrnehmen können, als unsere Empfindungsnerven, die nothwendigen Vermittler aller unserer Wahrnehmungen, diese uns zukommen lassen, so werden Sie leicht einsehen, dass uns die Aussagen unserer eigenen Erfahrung keine Richtschnur abgeben können. Frühere 14
physiologische Theorien waren geneigt, als das in den Nerven sich verbreitende Agens die Elektricität oder ein ihr ähnliches Imponderabile anzusehen, und glaubten demselben demgemäss auch eine ungeheuer grosse Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu-

schreiben zu müssen. Die neuesten bewunderungswürdigen Untersuchungen von *du Bois-Reymond* über die elektromotorischen Wirkungen der Muskeln und Nerven haben aber Thatsachen nachgewiesen, welche gar nicht zu verstehen sind, als unter der Annahme, es sei die Leitung eines solchen Reizungszustandes von den Enden der Empfindungsnerven zum Gehirn oder vom Gehirn zum Muskel durchaus immer mit einer Umlagerung der wägbaren Theilchen des Inhaltes der Nervenfasern verbunden; es beruhe also diese Leitung auf der Wirkung wägbarer Theilchen aufeinander. Sie gehört folglich etwa in *die* Ordnung der physikalischen Ereignisse, zu denen die Fortpflanzung des Schalles gehört, und dadurch schon würde eine so extravagante Geschwindigkeit der Fortpflanzung unwahrscheinlich.

Ich musste mit den einfachsten Verhältnissen die Untersuchung anfangen. Ich wählte dazu einen Froschmuskel, der nur noch mit seinem motorischen Nervenstrange, aber nicht mehr mit dem Thiere und den Centralorganen des Nervensystems zusammenhing. Ein solches Präparat behält lange genug ohne beträchtliche Veränderung seine Lebenseigenschaften, sodass man bei passender Anordnung 2 bis 3 Stunden hintereinander Versuche mit constantem Erfolg an ihm wiederholen kann, was bei den abgetrennten Theilen warmblütiger Thiere nicht der Fall ist. Wenn man irgend eine Stelle des Nervenstranges zerrt, schneidet, anätzt, am leichtesten aber, wenn man einen elektrischen Strom hindurchgehen lässt, d. h. wenn man nach dem technischen Ausdrucke der Physiologie eine Stelle *reizt*, erregt diese Reizung dasselbe, was sonst nur vom Gehirn durch den Willen erregt wird. Der Muskel zuckt, d. h. er geht auf einen Augenblick in Thätigkeit über; die Zuckung geht so schnell vorüber, dass man die einzelnen Stadien ihres Verlaufes nicht erkennen kann. Es kommt also jetzt darauf an, zu entscheiden, ob die Zuckung später eintritt, wenn eine entferntere Stelle gereizt wird, die Reizung also eine grössere Strecke des Nerven zu durchlaufen hat. Wir müssen demnach die Zeit messen, welche zwischen der Reizung einer bestimmten Nervenstelle und der Zuckung vergeht. Aus den Versuchen ergab sich aber, dass die Thätigkeit des Muskels

keineswegs momentan fertig da ist, sondern erst einige Zeit nach der Reizung eintritt, allmählig ansteigt, endlich erst schneller, dann langsamer wieder sinkt, sodass der grösste Theil derselben nach $^1/_3$ Secunde, der letzte Rest aber erst nach mehreren ganzen Secunden verschwunden ist. Wir konnten das bisher an den Muskeln, welche den willkürlichen Bewegungen dienen, wegen der Schnelligkeit der Zuckung nicht erkennen; wir wussten es aber schon von denen, welche die unwillkürlichen Bewegungen ausführen, z. B. denen des Darmes, der Iris, den Fäserchen, welche in den Gefässwandungen, an den Drüsen etc. vorkommen. Bei diesen geht dasselbe nämlich in 100 oder 1000-mal längeren Zeiträumen vor sich, sodass wir die einzelnen Stadien sehr gemächlich unterscheiden können. Da demnach der Eintritt der Zuckung nicht scharf abgegrenzt ist, so können wir ihn nicht als Endpunkt der zu messenden Zeit anwenden, sondern wir müssen dazu den Eintritt einzelner bestimmter Stufen der Zuckung benutzen, d. h. also die Augenblicke, wo die Thätigkeit des Muskels bestimmte, genau zu messende Werthe erreicht. Dabei müssen wir uns aber zugleich versichern, dass die Zeitunterschiede, welche wir etwa finden sollten, nicht von einer ungleichmässigen Thätigkeit des Muskels herrühren, dass vielmehr die Stärke und der zeitliche Verlauf seiner Zuckung genau dieselben sind, welche Stelle des Nerven auch gereizt werden möge. Es ist deshalb unser Zweck, nur durch *Reihen* von Beobachtungen zu erreichen, welche ergeben müssen, dass *sämmtliche* einzelne Stufen der Thätigkeit um ein *Gleiches* später eintreten, wenn die Reizung durch eine längere Nervenstrecke hinablaufen muss. Das findet sich aber in der That so.

Die Messungen wurden nach der elektromagnetischen Me- 16
thode ausgeführt. Die Bedingungen derselben erfordern, dass der zeitmessende Strom beginne im Augenblicke einer momentanen Reizung des Nerven, diese wurde durch einen anderen elektrischen Strom von verschwindend kleiner Dauer bewirkt, — dass er endige in dem Augenblicke, wo ein bestimmtes Stadium der Zuckung des Muskels, d. h. eine bestimmte genau gemessene Vermehrung seiner Spannung eingetreten war. Der Muskel öffnete zu dem Behufe selbst durch seine Zusammen-

ziehung die Leitung des Stromes, musste aber dabei den Widerstand eines gewissen Gewichtes überwinden, und konnte den Strom erst in dem Augenblicke unterbrechen, wo seine Spannung die Schwere dieses Gewichtes zu übertreffen anfing. Die Unterbrechungsstelle wird durch zwei Metallstücke gebildet, welche mit den beiden Enden der galvanischen Batterie leitend verbunden sind. So lange sie sich berühren, kreist der Strom ungehindert, sowie sie aber um den kleinsten denkbaren Zwischenraum getrennt werden, hört der Strom augenblicklich in der ganzen Leitung ganz auf. Es ist also dazu nicht nöthig, eine Bewegung von einer messbaren Ausdehnung auszuführen, wobei Zeit verloren gehen würde, sondern der zeitmessende Strom wird beendet, sowie der Muskel eines der Metallstücke nur zu bewegen anfängt, und das geschieht, sowie seine Spannung den bezeichneten Grad erreicht hat. Dass die Wirklichkeit dieser theoretischen Ableitung entspreche, davon habe ich mich durch besondere Controlversuche überzeugt.

Die Messungsreihen des Zeitraumes zwischen Reizung und Anfang der Zusammenziehung zeigten so viel Regelmässigkeit als nur irgend zu erwarten war; der wahrscheinliche Fehler der Mittelzahl gut gelungener Reihen betrug nur $^{1}/_{100}$ des ganzen Werthes. Der Unterschied zwischen den Messungen, bei welchen verschiedene Nervenstellen gereizt wurden, war allerdings wegen der geringen Länge des Nerven sehr klein, 1 bis 2 Tausendtheile einer Secunde, aber doch noch 10mal so gross als der wahr-
17 scheinliche Fehler der Messungsresultate. Es ergab sich daraus als wahrscheinlichster Werth der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in den motorischen Nerven des Frosches 26,4 Meter, d. h. etwa 80 Fuss in der Secunde. Diese Grösse ist allerdings unerwartet gering, mehr als 10mal kleiner als die Schallgeschwindigkeit in der Luft.

Für warmblütige Thiere liess sich diese Methode nicht anwenden, weil sie ausgedehnte Messungsreihen von 2 bis 3 Stunden Dauer forderte, in denen sich der Zustand des Präparates nicht merklich ändern durfte. Ich habe deshalb gegenwärtig einen Apparat mit rotirendem Cylinder durch Herrn E. Rekoss erbauen lassen, mit dem ich die ersten Probeversuche an Fröschen angestellt habe, und der vielleicht

auch für warmblütige Thiere zu brauchen sein wird. Das Princip des Gebrauches ist nicht ganz dasselbe wie bei dem Apparate von Siemens. Der Cylinder, ausserordentlich genau von Glas ausgeführt, steht senkrecht; zum Versuch wird seine Oberfläche dünn berusst, auf ihr zeichnet eine Spitze, welche mittels einer Hebelverbindung vom Muskel getragen wird und in die Höhe steigt, wenn er sich zusammenzieht. So lange die Spitze unbewegt in gleicher Höhe bleibt, zeichnet sie also eine horizontale Kreislinie auf der rotirenden Cylinderfläche. Stände der Cylinder still und zuckte der Muskel, so würde sie einen einfachen, senkrechten Strich machen. Rotirt aber der Cylinder, während der Muskel zuckt, so zeichnet sie eine an- und dann wieder absteigende Curve. Reizt man nacheinander zwei verschiedene Nervenstellen und fällt dabei der Augenblick der Reizung genau mit derselben Stellung der Spitze auf dem Cylinder zusammen, so entstehen zwei congruente Curven, die aber in horizontaler Richtung gegeneinander verschoben sind, die Grösse der Verschiebung entspricht der Fortpflanzungszeit der Reizung in der Nervenstrecke. Dabei controllirt jeder einzelne Versuch, ob der zeitliche Verlauf und die Stärke der Zuckung im Muskel bei beiden Reizungen gleich waren. Wenn das der Fall ist, sind nämlich die beiden Curven congruent, wenn nicht, incongruent. So vertritt jeder einzelne Versuch 18
die Stelle einer ganzen Versuchsreihe des früheren Verfahrens, aber freilich habe ich bisher noch nicht denselben Grad von Genauigkeit und Uebereinstimmung wie bei jenem erreicht.

Wie verhält sich nun die Sache beim Menschen? Wir müssen am Menschen unter sehr viel complicirteren Verhältnissen experimentiren als am Froschpräparat, wir können den noch nicht speciell gekannten Einfluss der Nervenleitungen im Gehirn und Rückenmark nicht nur nicht beseitigen, sondern müssen ihn sogar nothwendig mitbenutzen. Nachdem sich aber durch strenge Versuche feststellen liess, dass in den Froschnerven eine merkliche Zeit zur Fortpflanzung der Reizung nöthig ist, glaube ich nicht Anstand nehmen zu dürfen, meine bis jetzt ausgeführten Versuche am Menschen so zu deuten:

Die Nachricht von einem Eindruck, der auf das Hautende empfindender Nerven gemacht ist, pflanzt sich mit einer zu

verschiedenen Zeiten und bei verschiedenen Individuen nicht merklich variirenden Geschwindigkeit von etwa 60 Meter (180 Fuss) nach dem Gehirn zu fort. Im Gehirn angekommen, vergeht eine Zeit von etwa $^1/_{10}$ Secunde, ehe der Wille auch bei der angespanntesten Aufmerksamkeit die Botschaft an die Muskelnerven abzugeben im Stande ist, vermöge welcher gewisse Muskeln eine bestimmte Bewegung ausführen sollen. Diese Zeit variirt besonders nach dem Grade der Aufmerksamkeit bei verschiedenen Personen und zu verschiedenen Zeiten bei derselben Person, und ist bei laxer Aufmerksamkeit sehr unregelmässig und lang, bei gespannter dagegen sehr regelmässig. Nun läuft die Botschaft wahrscheinlich mit derselben Geschwindigkeit nach den Muskeln hin, und endlich vergeht noch etwa $^1/_{100}$ Secunde, ehe der Muskel sich nach ihrer Empfangnahme in Thätigkeit setzt. Im Ganzen vergehen also von der Reizung der sensiblen Nervenenden bis zur Bewegung des Muskels $1^1/_4$ bis 2 Zehntheile einer Secunde. Die
10 Messungen werden ähnlich ausgeführt wie die an Fröschen die Zwischenzeit der Reizung und der Muskelwirkung betreffenden. Es wird einem Menschen ein ganz leichter elektrischer Schlag an irgend einer beschränkten Hautstelle beigebracht, und derselbe ist angewiesen, wenn er den Schlag fühlt, so schnell es ihm möglich ist, eine bestimmte Bewegung mit der Hand oder den Zähnen auszuführen, durch welche der zeitmessende Strom unterbrochen wird. Es kann also nur immer die Summe der vorher bezeichneten einzelnen Zeiträume gemessen werden. Wenn wir aber den Eindruck auf die Empfindungsnerven von verschiedenen Hautstellen, dem Gehirn bald nahe, bald entfernt, ausgehen lassen, so ändern wir von der ganzen Summe nur das erste Glied, die Fortpflanzungszeit in den empfindenden Nerven. Wenigstens dürfen wir wohl annehmen, dass die Vorgänge des Wahrnehmens und des Wollens im Gehirn in ihrer Dauer nicht wesentlich von dem Ort der getroffenen Hautstelle abhängen werden. Ich muss aber dies als eine nicht vollständig erwiesene Annahme anerkennen; erweisen lässt sich nur, dass sie nicht von der Empfindlichkeit der Hautstelle, oder etwa von bestimmten besonderen physiologischen Beziehungen derselben zu den zu bewegenden Muskeln abhängen. Der Ver-

lauf in den motorischen Nerven und im Muskel ist schliesslich natürlich gleich. Wahrscheinlich gemacht wird unsere Deutung dadurch, dass der Zahlenwerth der Fortpflanzungsgeschwindigkeit, wie er sich aus den verschiedenen Combinationen der Beobachtungen ergiebt, bei denen die Empfindung durch das Gehör, durch die Haut des Gesichtes, des Nackens, der Hände, des Kreuzbeines, der Füsse, aufgenommen ist, hinreichend gut übereinstimmt. Es ergiebt sich z. B., dass eine Nachricht vom grossen Zehen etwa $^1/_{30}$ Secunde später ankommt als eine vom Ohr oder Gesicht. Wenn man nun von der gemessenen Summe der einzelnen Zeiträume das abzieht, was den Nervenleitungen in den empfindenden und bewegenden Fasern angehört, und die aus anderen Versuchen bekannte Zeit, während welcher der Muskel sich in Bewegung setzt, so bleibt die Zeit übrig, welche im Gehirn vergeht, um die von den Empfindungsnerven empfangene Depesche an die motorischen abzugeben.

Andere Versuche am Menschen, die ganz denen am Frosche entsprachen, indem auch die motorischen Nerven direct gereizt wurden, gaben bis jetzt keine genauen Zahlenresultate, wiesen aber auf andere hierher gehörende interessante Verhältnisse hin. Man kann nämlich durch die Haut hindurch die motorischen Nerven der Vorderarmmuskeln mittels schwacher, ganz leicht erträglicher elektrischer Schläge in Zuckung versetzen, wie den Muskel des Froschpräparates. Dabei werden Hand und Finger gebeugt und es stellt sich heraus, dass diese Bewegungen vom Willenseinfluss deshalb ganz unabhängig sind, weil der Wille, durch die sensiblen Nerven von dem erfolgten elektrischen Schlage benachrichtigt, nicht zeitig genug seine Wirkung auf die Muskeln ausüben kann. Eine solche Versuchsreihe, wo die Hand sehr schnell wieder zurückfiel und es gerade darauf ankam, sie in der gebogenen Lage zu erhalten, in welche sie durch die Zuckung der Vorderarmmuskeln versetzt war, misslang deshalb gänzlich, weil der Willenseinfluss auf den Muskel immer erst anlangte, nachdem die Hand schon wieder zurückgefallen war und sie dann nur zum zweiten Male erhob.

Wir sehen also in der That, wenn wir an das zurückdenken, was ich im Anfange meiner Vorlesung über die Grenze der Ungenauigkeit unserer Zeitwahrnehmungen erwähnt habe,

dass die wirklich vorhandenen Zeitunterschiede in solchen
Nervenvorgängen, welche wir als gleichzeitig vorauszusetzen
gewöhnt sind, ganz nahe an jene Grenze heranstreifen, und
dass uns wohl deshalb eben nicht feinere Unterscheidungen
möglich sind, weil unsere Nerven nicht schneller arbeiten
können. Die Astronomie lehrt uns, dass wir wegen der Fort-
pflanzungszeit des Lichtes jetzt sehen, was sich in der Fix-
sternwelt vor Reihen von Jahren zugetragen hat; dass wir
wegen der Fortpflanzungszeit des Schalles später hören als
21 sehen, lehrt uns die tägliche Erfahrung. Glücklicherweise
sind die Strecken kurz, welche unsere Sinneswahrnehmungen
zu durchlaufen haben, ehe sie zum Gehirn kommen, sonst
würden wir mit unserem Bewusstsein weit hinter der Gegen-
wart und selbst hinter den Schallwahrnehmungen herhinken;
glücklicherweise sind sie so kurz, dass wir die Verzögerung
nicht bemerken und in unserem praktischen Interesse nicht
dadurch berührt werden. Für einen ordentlichen Wallfisch
ist es vielleicht schlimmer; denn aller Wahrscheinlichkeit nach
erfährt er vielleicht erst nach einer Secunde die Verletzung
seines Schwanzes und braucht eine zweite Secunde um dem
Schwanz zu befehlen, er solle sich wehren.

LXXXVIII.

Ueber die Geschwindigkeit einiger Vorgänge in Muskeln und Nerven.

Monatsberichte der Akademie der Wissenschaften zu Berlin.
15. Juni 1855.

Ich erlaube mir, der Akademie folgende Resultate weiterer 328
Untersuchungen über die Zeitverhältnisse bei der Thätigkeit der Muskeln und Nerven mitzutheilen, welche ich mittels der in J. Müller's Archiv für Anat. und Physiol. 1852. S. 199 beschriebenen Methode gewonnen habe, wobei der zuckende Muskel auf einem rotirenden Cylinder Curven verzeichnet, deren senkrechte Ordinaten der Grösse der Zusammenziehung proportional sind.

Ich erinnere daran, dass nach einer momentanen elektrischen Reizung des Muskels oder seines Nerven zunächst ein Zeitraum folgt, während dessen die mechanischen Eigenschaften des Muskels keine Veränderung zeigen, ein *Zeitraum der latenten Reizung.* Dann wächst die Spannung des Muskels eine Zeit lang, bis sie ein Maximum erreicht (*Zeitraum der steigenden Energie*) und sinkt wieder, erst schnell, später sehr allmählig, bis schliesslich der frühere Zustand der Ruhe wieder eingetreten ist. (*Zeitraum der sinkenden Energie.*)

1) *Eintritt der secundären Zuckung vom Muskel* 329
aus. Der Hüftnerv eines Frosches wurde gereizt; an dem zugehörigen Wadenmuskel war ein künstlicher Querschnitt angelegt. Ueber diesen und den natürlichen Längsschnitt des Muskels war ein zweiter Nerv hingebreitet, dessen Muskel

secundär mitzuckte, und seine Zuckung auf dem Cylinder verzeichnete. Eine zweite Zuckung desselben Muskels wurde von seinem eigenen Nerven aus erregt. Dabei fielen vermöge einer schon früher beschriebenen Einrichtung des Apparates in den beiden gezeichneten Zuckungscurven die Punkte, welche den beiden Augenblicken der Reizung entsprechen, genau zusammen. Zu einem gelungenen Versuche gehört, dass beide Curven von gleicher Grösse und Form seien. Der horizontale Abstand zwischen beiden Curven entspricht dann dem Zeitraume, um welchen die secundäre Zuckung des Muskels später eintrat als die primäre. Dieser Zeitraum war in allen Fällen viel grösser als der Unterschied, der von der verschieden langen, von der Reizung durchlaufenen Nervenlänge abhängen würde; er war aber kleiner, etwa halb so gross als der der latenten Reizung des Muskels. Diese Grösse überstieg er übrigens in keinem Falle beträchtlich, auch dann nicht, wenn die secundäre Zuckung anfing schwächer zu werden als die primäre. Daraus folgt, dass *die negative Schwankung des Muskelstromes früher eintritt als die Zusammenziehung des Muskels.* Am schnellsten scheint der Muskelstrom seine Stärke zu ändern etwa während der Mitte der Periode der latenten Reizung. Ueber Anfang und Ende der negativen Stromesschwankung lässt sich aber aus meinen Versuchen nichts bestimmen.

2) *Eintritt der secundären Zuckung vom Nerven aus.* Es gelang mir nur in wenigen Fällen, diese Art der secundären Zuckung bei einmaliger Reizung in gleicher Stärke zu erhalten wie die primäre. Um die Unterschiede in der Länge der Nervenleitung zu eliminiren, wurde die dem zeichnenden Muskel nähere Hälfte seines Nerven in Berührung mit der entsprechenden Hälfte eines zweiten Nerven gebracht, und dann wurden nacheinander die peripherischen Enden beider Nerven gereizt und zwar, um unipolare Zuckungen zu vermeiden, durch den Strom einer kleinen *Daniell*'schen Batterie, für
330 deren Strom die stromunterbrechenden Theile des Apparates bis zum Augenblicke der Reizung eine Nebenschliessung bildeten.

Die Versuche ergaben, dass die secundäre Zuckung vom Nerven aus nicht merklich später eintritt als die primäre. Daraus folgt, dass *der elektrotonische Zustand des*

Nerven nicht merklich später eintritt als der ihn erregende elektrische Strom.

3) Reizung durch zwei schnell aufeinander folgende elektrische Schläge. Zwei inducirende Drahtspiralen waren einer und derselben dritten inducirten Spirale genähert, deren Enden mit dem Nerven des zeichnenden Muskels verbunden waren. Die beiden Leitungen der inducirenden Spiralen wurden kurz nacheinander durch den zeichnenden Apparat und einen besonderen Hülfsapparat unterbrochen, welcher letztere die zweite Unterbrechung um eine genau bestimmte Zeit später als die erste ausführte. Die Dauer dieser Zwischenzeit konnte aber von einer Versuchsreihe zur anderen verändert werden. Ich liess den Muskel in der Regel drei Curven auf gleicher Abscissenlinie zeichnen, eine, wo nur die erste inducirende Spirale von einem Strome durchflossen war, Curve der ersten Reizung, eine, wo dies nur mit der zweiten der Fall war, Curve der zweiten Reizung, und eine, wo beide wirkten, Curve der doppelten Reizung.

Wenn beide elektrische Schläge stark genug sind, um jeder allein das Maximum momentaner Reizung im Muskel hervorzubringen, so sind die Curven der ersten und zweiten Reizung von congruenter Form und liegen nur über verschiedenen Theilen der Abscissenlinie. Die senkrechten Ordinaten der Curve der doppelten Reizung sind keineswegs, wie man vielleicht erwarten möchte, nahe gleich der Summe der betreffenden Ordinaten der Curven der einfachen Reizungen. Im Anfange fällt natürlich die Curve der doppelten Reizung mit der der ersten Reizung zusammen, bis die Periode der Latenz auch für die zweite Reizung vorübergegangen ist; dann erhebt sich die Curve der doppelten Reizung über die der ersten Reizung und verläuft von nun ab ziemlich parallel mit der sich unter ihr von der Abscissenlinie erhebenden Curve der zweiten Reizung bis zum Maximum, und kehrt dann erst im Stadium der 331
sinkenden Energie zur Curve der zweiten Reizung und zur Abscissenlinie zurück.

So lange also die zweite Reizung latent ist, stören sich die beiden Vorgänge im Muskel nicht. Von da an aber, wo die zweite Reizung wirksam wird, verläuft die Zuckung nahehin

so, als wäre der in diesem Augenblicke stattfindende Contractionszustand des Muskels sein natürlicher Zustand, und die zweite Zuckung allein eingeleitet worden, bis im Stadium der sinkenden Energie der Muskel zu seinem früheren Ruhestande zurückkehrt.

Aus dieser Regel ergiebt sich in Uebereinstimmung mit den Versuchen, dass zwei momentane Reizungen die stärkste Zusammenziehung eines Muskels dann hervorbringen, wenn ihre Zwischenzeit gleich ist der Länge des Zeitraumes der steigenden Energie. Dann geht natürlich die zweite Zusammenziehung vom Maximum der ersten aus, und die stärkste Verkürzung des Muskels wird fast doppelt so gross als die Verkürzung nach einer einfachen Reizung. Auffallend ist dabei, was übrigens auch aus der aufgestellten Regel hervorgeht, dass diese stärkste Verkürzung zu einer Zeit eintritt, wo die Wirkung der ersten Reizung, wenn ihr keine zweite gefolgt wäre, fast ganz wieder verschwunden gewesen wäre.

Dagegen wirken zwei Reizungen nicht stärker als eine einzige Reizung, wenn ihre Zwischenzeit so klein ist, dass beim Anfange der zweiten Zuckung die erste noch keine merkliche Höhe erreicht hat. Dies findet statt, wenn die Zwischenzeit beider Schläge kleiner ist als ungefähr $^1/_{600}$ Secunde.

Sind die Schläge aber so schwach, dass jeder einzelne nicht das Maximum der Reizung hervorzubringen vermag, so verstärken sie sich auch bei der kleinsten Zwischenzeit.

Die Verkürzung des Muskels bei diesen zusammengesetzten Zuckungen kann, wie schon Ed. Weber gezeigt hat, nur ein gewisses Maximum erreichen, und wenn sie sich diesem nähert, fällt sie stets etwas kleiner aus, als die aufgestellte Regel fordern würde.

Uebrigens sah ich auch bei Hrn. Prof. Volkmann im vorigen Sommer Zeichnungen von Doppelzuckungen, die derselbe, ohne von meinen Untersuchungen zu wissen, hatte ausführen lassen.

332 4) Eintritt der reflectirten Zuckungen. Ich reizte Gefühlsnerven geköpfter oder strychninisirter Frösche und liess die Zuckung des Wadenmuskels aufzeichnen. Als vorläufiges Resultat hebe ich hervor, dass im Vergleich zur Fortpflanzungs-

geschwindigkeit in den Nerven die reflectirten Zuckungen erst nach verhältnissmässig langen Zwischenzeiten eintreten. Der Unterschied zwischen dem Eintritte durch Reizung des Hüftnerven direct erregter und reflectirter Zuckungen pflegt $^1/_{30}$ bis $^1/_{10}$ Secunde und mehr zu betragen, sodass auch bei den scheinbar blitzschnell eintretenden Strychninreflexen die Uebertragung der Reizung im Rückenmark eine mehr als 12mal so grosse Zeit in Anspruch nimmt als die Leitung in den betreffenden sensiblen und motorischen Nerven.

Dadurch wird es möglich, direct erregte und reflectirte Zuckungen zu unterscheiden, was für die Mechanik des Rückenmarkes von grosser Wichtigkeit zu werden verspricht. Ja, selbst wenn die Reizung des Hüftnerven gleichzeitig, insofern sie motorische Fasern trifft, eine directe Zuckung, und insofern sie sensible trifft, eine reflectirte auslöst, erkennt man in der Zeichnung der Zuckung sehr deutlich die Stelle, wo zu der directen sich die reflectirte hinzugesellt.

LXXXIX.

Die Resultate der neueren Forschungen über thierische Elektricität.

Aus der Allgemeinen Monatsschrift für Wissenschaft und Literatur.
Kiel, April 1852. S. 294—309 und 366—377.

---

294 Die Grundlage der äusseren Körpergestalt des Menschen und der Wirbelthiere bilden die ineinander gelenkten knöchernen Theile des Skeletts. An den Knochen sind zunächst die Muskeln befestigt, starke elastische Fleischbänder, welche die Hauptmasse der Gliedmaassen und der Rumpfwände bilden. Deren wichtigste Eigenschaft ist die Veränderlichkeit ihrer elastischen Spannung, weil sie dadurch in den Stand gesetzt werden, den knöchernen Stützen des Körpers die verschiedensten Stellungen gegeneinander zu geben. Denn letztere folgen jedesmal, soweit es die Construction ihrer Gelenke erlaubt, dem Zuge derjenigen sie umgebenden Muskeln, deren Spannung zur Zeit überwiegt. In der Tiefe der Glieder, wohl geschützt vor allen äusseren Eingriffen und Verletzungen, verlaufen von jedem Muskel aus verhältnissmässig winzige weisse Fädchen, die Nerven, bis zum Gehirn, dem Sitz des bewussten Willens. Aber trotz ihrer unscheinbaren Grösse sind sie es, welche die mächtigen mechanischen Wirkungen der Muskeln vermitteln, sie bilden den Weg, auf welchem der geheimnissvolle Einfluss des Willens vom Gehirn zu den Muskeln sich hin erstreckt, diese spannt oder abspannt, stark oder schwach, blitzschnell oder dauernd, einzeln oder in Gruppen, und dadurch die unendlich mannigfaltigen, stets wechselnden Stellungen und Be-

wegungen des Körpers zu Stande bringt. Den vorläufig noch unbekannten Einfluss, vermöge dessen die Nerven die Spannung der zugehörigen Muskeln hervorrufen, nennen wir die Innervation. Um eine Anschauung von der Grösse der dadurch erregten mechanischen Kräfte zu geben, führe ich als Beispiel an, dass der Wadenmuskel eines Mannes während seiner Innervation einen Zug von nicht weniger als drei Centnern auf das Fersenbein ausübt. Durchschneiden wir aber die Nervenfädchen eines solchen Muskels, pressen wir sie oder schnüren sie mit einem Faden zusammen, so verfällt der mächtige Bewegungsapparat in Unthätigkeit, keine Anstrengung des Willens kann ihn mehr aus seiner Erschlaffung erwecken, er ist zu ewiger Ruhe verdammt, wenn nicht etwa ein günstig verlaufender Heilungsprocess die Integrität des leitenden Nervenfädchens wieder herstellt. Wir nennen die Nervenfäden, welche den Einfluss des Willens zu den Muskeln hinleiten, *motorische* oder *Bewegungsnerven*. Es giebt noch eine andere Classe derselben mit nicht weniger wunder-
baren und wichtigen Verrichtungen, die *sensiblen* oder *Em-* 295
pfindungsnerven. Sie bringen die Nachricht von jeder äusseren Einwirkung, welche irgend einen Körpertheil getroffen hat, zum Gehirn, und hier wird diese Nachricht als Empfindung wahrgenommen. Drückt man die sensiblen Nerven eines Theiles, so wird seine Empfindung zeitweise, zerstört man sie, so wird sie für immer aufgehoben. Man mag dann einen solchen Theil stechen, brennen, schneiden, Martern aller Art und Grösse unterwerfen, sein Inhaber fühlt davon nicht mehr, als wenn das Glied einem anderen Menschen angehörte und er die Rolle des müssigen Zuschauers zu spielen hätte. Solche Schmerzensfreiheit darf uns aber nicht als ein wünschenswerther Vorzug erscheinen; denn der Schmerz ist es, der alle Kräfte zum Schutz jedes einzelnen Theiles aufzubieten zwingt, er bildet die unmittelbarste Verknüpfung der Interessen aller, und der schmerzfreie Theil wird das Spiel äusserer schädlicher Einflüsse, falls nicht bewusste Einsicht es übernimmt, den natürlichen Schutz des Schmerzes zu ersetzen.

Fasern, welche Empfindungen, und solche, welche Be-

wegungsantriebe fortleiten, sind an den meisten Nervenstämmen des Körpers gemischt und nur in den Wurzeln dieser Stämme, welche aus dem Rückenmark, und einigen, die aus dem Gehirn hervortreten, gesondert. Uebrigens ist das Aussehen und die Structur beider Classen von Fasern vollkommen gleich. sodass an ausgeschnittenen Nervenstücken durchaus nicht mehr ermittelt werden kann, welcher Classe sie angehören.

Nach dem bisher Gesagten leiten die Nerven gewisse Veränderungen oder Thätigkeiten fort, welche, auf einen Muskel übertragen, Bewegung, im Gehirn aber Empfindung hervorbringen. Sie vermögen aber noch mehr; sie sind nicht bloss passive Leiter, sondern sie können auch an jeder Stelle ihres Verlaufes active Erreger dieser selben Thätigkeiten werden. Jede hinreichend kräftige und plötzliche Einwirkung auf einen motorischen Nerven, möge er nun vom Gehirn getrennt sein oder mit ihm zusammenhängen, erregt eine Zusammenziehung des zugehörigen Muskels, jede Einwirkung auf den Stamm eines Empfindungsnerven bringt darin eine Veränderung hervor, welche nach dem Gehirn fortgeleitet ähnliche Empfindungen erregt, wie sie sonst von dem Organe aus erregt zu werden pflegen, in dem sich der Nerv verbreitet. Die Einwirkungen der verschiedensten Art, Schneiden, Quetschen, Brennen, Aetzen, elektrische Entladungen u. s. w. haben im Nerven immer denselben Erfolg. Die Physiologie pflegt sie deshalb unter dem gemeinschaftlichen Namen der *Reize* zusammenzufassen. Die unbekannte Veränderung, welche durch ihre Einwirkung im Nerven hervorgebracht und zum Gehirn oder Muskel fortgeleitet wird, bezeichnen wir demgemäss als Zustand der *Reizung*, und die Fähigkeit, bei der Reizung Empfindung und Bewegung hervorzurufen, als *Reizbarkeit*.

Ich bemerke hier noch für das Verständniss der später beschriebenen Versuche, dass die Reizbarkeit der Muskeln
296 und Nerven eines thierischen Theiles nicht gleich aufhört, wenn man ihn vom Ganzen abtrennt oder das Thier plötzlich tödtet. Die Lebensthätigkeiten der verschiedenen Organe des Körpers sind allerdings mehr oder weniger voneinander abhängig, und wenn eine der wesentlicheren Verrichtungen gestört wird, hören allmählig auch alle übrigen auf. Als Augen-

blick des Todes bezeichnen wir gewöhnlich den Augenblick, wo sämmtliche Functionen des Gehirns aufhören; aber der Tod des Gehirns greift erst durch mehrere Zwischenglieder die Verrichtungen der übrigen Organe an. Zunächst hören die Athmungsbewegungen auf, mit ihnen die Aufnahme von neuem Sauerstoff in das Blut, und da sämmtliche Organe zur dauernden Ausführung ihrer eigenthümlichen Thätigkeiten der Zufuhr sauerstoffhaltigen Blutes bedürfen, so sterben sie allmählig alle ab. Aber es kann ein ziemlich langer Zeitraum vergehen, ehe dies geschieht. So überdauert denn auch die Reizbarkeit der Muskeln und Nerven bei warmblütigen Thieren meist nur wenige Minuten, bei kaltblütigen viele Stunden, bei Fröschen wohl selbst $1^1/_2$ Tage die Abtrennung des Gliedes oder den Tod des Gehirns, namentlich dann, wenn die Theile Gelegenheit haben, Sauerstoff aus der Luft aufzunehmen. Während dieser Zeit behalten die genannten Gebilde ihre wesentlichen Lebenseigenschaften fast ungestört, und nur die Energie derselben sinkt allmählig. Daher sind abgetrennte Muskeln und Nerven namentlich der kaltblütigen Thiere noch zu den meisten Versuchen über Fortpflanzung der Reizung und Zusammenziehung brauchbar, und sogar brauchbarer, als wenn sie noch dem lebenden Körper angehören, in welchem die Bedingungen des Versuches nicht von einer Menge anderweitiger störender Einflüsse getrennt werden können.

Man begreift, wieviel unter solchen Umständen der Physiologie daran gelegen sein muss zu ermitteln, was dieses geheimnissvolle Agens sei, welches in unscheinbaren Fäden hin und her wirkend die zartesten Abstufungen, die mächtigsten Energien und mannigfaltigsten Wechsel der Empfindung und Bewegung hervorruft, dieses Agens, das erste Glied in der Kette von Vorgängen, durch welche die empfindende und wollende Seele mit der materiellen Aussenwelt, Einwirkungen empfangend und wiedergebend, in Verbindung tritt. Die Antworten auf diese grosse Frage waren ebenso verschieden als die philosophischen Ideen und physikalischen Kenntnisse der Physiologen. Bald soll es ein Pneuma sein, ein mehr oder weniger geistig gedachtes Wesen, welches in den Nerven wohnt und wirkt; bald waren es Vibrationen, die den Nerven

entlang, wie an einer gespannten Saite ablaufen, bald ein
Nervenfluidum, abgesondert vom Gehirn, tropfbar flüssig oder
den Imponderabilien ähnlich; endlich wurde die Meinung auf-
gestellt, und sie ist es, die wir in Folgendem besonders zu
berücksichtigen haben, es könnte identisch sein mit der Elek-
tricität. Mit dieser bietet es allerdings viel Uebereinstimmen-
des. Wie sie ist es im Stande, durch die feinsten leitenden
Fäden seine mächtigsten Wirkungen an weit entfernte Orte
hinzutragen, und zwar mit einer Geschwindigkeit, welche un-
ermesslich gross zu sein schien, während in dem leitenden
397 Faden selbst keine Veränderung sichtbar wurde. Seit der
Mitte des vorigen Jahrhunderts wurde diese Frage von Phy-
sikern und Physiologen verhandelt, wenn auch anfangs nur
auf Scheingründe unbestimmter Analogien gestützt. Ein Leip-
ziger Mathematiker August Hausen scheint die Ansicht zu-
erst 1743 ausgesprochen zu haben; im Jahre 1751 stellte die
Berliner Akademie der Wissenschaften darüber eine Preis-
frage und krönte die Abhandlung von Lecat aus Rouen,
welcher die Identität verneinte. Seinen rechten, auf That-
sachen gestellten Boden bekam der Streit aber erst 50 Jahre
später durch die berühmten Entdeckungen des Galvani.
Dieser lehrte in der Elektricität das mächtigste Reizmittel
der Nerven kennen und im Nerven das feinste Instrument
zur Auffindung schwacher Spuren von Elektricität. Mit Hülfe
der ausserordentlichen Empfindlichkeit thierischer Präparate
entdeckte er eine Reihe von Thatsachen, welche in zwei neue
Gebiete der Elektricitätslehre und Physiologie einführten,
nämlich in das des später nach ihm genannten Galvanismus,
d. h. der Elektricitätserregung, welche bei Berührung ver-
schiedenartiger Leiter stattfindet, und in das der eigentlich
thierischen Elektricität, welche wir zu besprechen vorhaben.
Leider überwog bei ihm und seinem ungleich berühmteren
Gegner Volta das natürliche Streben, die Gesammtheit der
neu entdeckten Erscheinungen auf ein einziges Princip zurück-
zuführen, und während Galvani in allen seinen Versuchen
die thierischen Theile als Quellen der Elektricität angesehen
wissen wollte, entwickelte Volta mit bewunderungswürdigem
Scharfsinne und meisterhafter Consequenz die Theorie der

Contactelektricität, krönte sie durch die glänzendsten und einflussreichsten Entdeckungen und stellte dadurch bald nicht bloss die falschen Theorien seines Gegners, sondern leider auch die wirklich der thierischen Elektricität angehörenden Versuche so in Schatten, dass dieselben trotz ihrer wohlbegründeten Bestätigung und Vertheidigung durch A. v. Humboldt fast unbeachtet liegen blieben. Erst 27 Jahre nach Galvani's Tode 1825 machte Nobili, berühmt durch die feinste Vervollkommnung des galvanischen Multiplicators, die erste dahin gehörige weitere Entdeckung, ohne aber ihre Bedeutung zu verstehen. Er hatte die Versuche Galvani's wiederholt, Zuckungen durch Ketten hervorzubringen, welche ausser Nerv und Muskel eines Frosches nur Flüssigkeiten enthalten. Er versuchte die Ströme, welche hier wirksam sind, durch den Multiplicator anzeigen zu lassen; die Nadel blieb unbewegt. Eifersüchtig darauf, sein Instrument an Empfindlichkeit durch die thierischen Theile übertroffen zu sehen, bot er allen Fleiss und Scharfsinn auf, ein noch vollkommneres herzustellen, und es gelang; der in den Muskeln und Nerven circulirende Strom lenkte die Magnetnadel ab. Nobili selbst verfolgte seine Entdeckung nicht weiter, weil er die Ströme durch unwesentliche Umstände entstanden glaubte; es geschah aber zunächst durch seinen Landsmann Matteucci, welcher mit anerkennenswerthem Fleisse eine grosse Anzahl mühevoller Versuche anstellte und mehrere nicht unwichtige hierher gehörige Thatsachen fand. Leider gelang es ihm nicht, durch
eines der schwierigsten und verwickeltsten Gebiete der Wissen- 298
schaft den richtigen Pfad zu finden, und seine theoretischen Vorstellungen sind voll von Widersprüchen und unlöslicher Verwirrung.

Einem Deutschen Forscher, E. du Bois-Reymond, war es vorbehalten, nicht bloss eine viel ausgedehntere Reihe der bedeutendsten Entdeckungen zu machen, sondern auch zuerst Ordnung und Licht in diesem dunklen Felde zu schaffen, und seine Arbeiten sind es daher fast allein, welche den Stoff meiner Berichterstattung zu bilden haben. Diese Arbeiten, mit denen er seine wissenschaftliche Laufbahn eröffnete, Früchte des angestrengten Studiums und der unablässig auf

ein Ziel gerichteten Consequenz von zehn Jahren, in denen „der Frosch und die Multiplicatortheilung seine Welt waren“, sind ein seltenes Beispiel methodischer Beobachtung, reicher Kenntnisse und derjenigen Schärfe und Klarheit der Begriffe, deren Schule die Mathematik ist, Eigenschaften, welche auch eine öffentliche Anerkennung durch seine, für einen so jugendlichen Gelehrten doppelt ehrenvolle Aufnahme in die Akademie der Wissenschaften seiner Vaterstadt gefunden haben. Seine Arbeiten sind hauptsächlich enthalten in einem grösseren Werke: „Untersuchungen über thierische Elektricität“, von dem bis jetzt zwei Bände erschienen sind, der dritte aber noch fehlt. Ausserdem sind Einzelheiten, welche in jenen Bänden noch nicht enthalten sind, in den Sitzungsberichten der Berliner und Pariser Akademie zu finden. Trotz der mangelnden Vollendung des Hauptwerkes glaube ich doch denen, welche sich für die Sache interessiren, ohne die Zeit und die Lust zu dem allerdings Mühe erfordernden Studium des Originals zu haben, durch eine übersichtliche Darstellung des Hauptinhaltes einen Dienst leisten zu können, weil schon in den bis jetzt veröffentlichten Theilen einige Resultate von weit ausgedehnter physiologischer Wichtigkeit sich darbieten. Das Hauptwerk musste die neu hingestellte Thatsache vollständig wissenschaftlich begründen, der Verfasser war daher einerseits zu einer sehr detaillirten Beschreibung und Besprechung der Versuche, andererseits zu einer sehr ausgedehnten Polemik, namentlich gegen die irrthümlichen Behauptungen seines Gegners Matteucci genöthigt. Da nun derjenige, welcher die wissenschaftlich gesicherte Ueberzeugung von der Wahrheit der Thatsachen sucht, und derjenige, welcher die Versuche nachmachen will, doch immer zum Studium des Originals genöthigt sein werden, so will ich hier die Thatsachen ganz dogmatisch darstellen, wodurch ich dem Leser die Auffassung zu erleichtern hoffe. Ich bemerke übrigens noch, dass die Hauptversuche nach einer scrupulösen Prüfung einer dazu eingesetzten Commission der Pariser Akademie die volle Anerkennung ihrer Richtigkeit gefunden haben. Ich selbst habe die grössere Zahl der Versuche von du Bois ausführen sehen, viele selbst angestellt, und kann daher als Augenzeuge berichten.

Die Hauptthatsache dieses ganzen Gebietes ist die, dass alle thierischen Muskeln und Nerven, so lange sie noch reizbar sind, elektromotorische Kräfte besitzen. Ich rufe meinen Lesern deshalb noch kurz folgende Thatsachen und Begriffe 209
aus der Lehre vom Galvanismus zurück. Wenn zwei verschiedenartige Metallmassen, welche vorher keine elektrische Ladung besassen, in Berührung gebracht werden, so wird das eine negativ, das andere positiv elektrisch. Die Stärke dieser Elektricität ist allerdings äusserst gering, kann aber doch durch feine Hülfsmittel sicher nachgewiesen werden. Sind es nur metallische Elektricitätsleiter, welche wir in Berührung gebracht haben, so tritt eine dauernd beständige Vertheilung der elektrischen Ladungen, ein Gleichgewichtszustand für dieselben ein, der sich weiter nicht ändert. Wir erklären uns das vielleicht am besten durch die Annahme, dass die verschiedenen Stoffe verschiedene Anziehungskräfte für die elektrischen Fluida haben und deshalb im Falle der Berührung von zwei Metallen dasjenige, welches die stärkere Anziehung zur positiven Elektricität hat, sich positiv ladet, während das andere negativ wird. Anders verhält es sich, wenn zwei Metalle, die sich untereinander berühren, auch noch beide mit einer zusammengesetzten Flüssigkeit, welche die Elektricität leitet, in Berührung kommen. Hier tritt nämlich kein Gleichgewicht der elektrischen Vertheilung ein, wahrscheinlich deshalb nicht, weil die Flüssigkeit unter dem Einfluss der verschiedenartigen elektrischen Anziehungen der sie berührenden Metalle selbst in ihre einfacheren Bestandtheile zersetzt wird, und durch die innere Bewegung, in welche sie dadurch geräth, die Herstellung eines dauernden elektrischen Gleichgewichts fortdauernd hindert. Es tritt in einem solchen Falle vielmehr ein anhaltendes Strömen der Elektricität durch den leitenden Ring ein, der von den zwei Metallen und der Flüssigkeit gebildet wird. Setzen wir z. B. ein Stück Kupfer mit einem Stücke Zink in Berührung, so ladet sich das Zink positiv, das Kupfer negativ elektrisch. Dieser Unterschied der Ladungen erneuert sich immer wieder in derselben Stärke, wenn wir auf irgend eine Weise den beiden Metallen Theile ihrer Ladung wegnehmen. Tauchen wir die so verbundenen

Metalle in Wasser oder verdünnte Schwefelsäure oder eine Salzlösung, so setzt sich diese Flüssigkeit mit ihnen nicht in ein Gleichgewicht elektrischer Vertheilung, sondern durch sie hindurch strömt fortdauernd die positive Elektricität des Zinkes mit dem Wasserstoff der Flüssigkeit an das Kupfer über, und die negative des Kupfers mit dem Sauerstoff und der Säure an das Zink, während sich die Ladungen beider Metalle an ihrer Berührungsstelle immer wieder erneuern. Als Richtung des elektrischen Stromes bezeichnen wir stets die Strömungsrichtung der positiven Elektricität. Sie geht in diesem Falle vom Zink zur Flüssigkeit, von da zum Kupfer, von dem wieder zum Zink u. s. w. Die negative Elektricität dagegen strömt in entgegengesetzter Richtung. Die Fähigkeit einer solchen Anordnung einen fortdauernden elektrischen Strom zu unterhalten, nennen wir *elektromotorische Kraft*. Die Richtung des Stromes wird hier durch den elektrischen Gegensatz zwischen Kupfer und Zink bestimmt, und wir bezeichnen das Zink in diesem Falle als das positive Element, weil es sich im leitenden Kreise positiv geladen findet, das Kupfer als das negative.

300 Nun lassen sich auch elektromotorische Elemente aus drei oder mehr feuchten Leitern anordnen. Bilden wir einen leitenden Ring aus Schwefelsäure, Kalilösung und Wasser, so entsteht ein Strom, der vom Wasser zum Kali, von diesem zur Schwefelsäure und wieder zum Wasser zurückgeht. Mit solchen Strömen eines Systems feuchter Leiter haben wir es in den Muskeln und Nerven zu thun. Da wir die Vertheilung der Ladung in feuchten Leitern noch nicht genügend kennen, sind wir eigentlich ausser Stande zu bestimmen, welches das positive und negative elektromotorische Element sei. Es kommt bei der Ertheilung dieser Benennungen darauf an, an welcher Stelle wir die Strömungsrichtung untersuchen. Wir bezeichnen im Folgenden mit *du Bois* dasjenige Element als das positive, von dem aus die positive Elektricität in den Schliessungsbogen eintritt. In der obigen Kette aus Schwefelsäure, Kali, Wasser scheint es angemessen, die beiden ersteren Stoffe als die wirksamen Elemente, das Wasser als den indifferenten verbindenden Leiter zu betrachten.

Die positive Elektricität tritt aus der Schwefelsäure an das Wasser, wie in der oben beschriebenen Metallkette aus dem Zink, die negative dagegen aus dem Kali, wie dort aus dem Kupfer. Demgemäss würden wir die Schwefelsäure als das positive elektromotorische Element bezeichnen, das Kali als das negative. So viel über den Sinn dieser Ausdrücke.

Soll ein elektrischer Strom zu Stande kommen, so muss ihm immer ein ringförmiger in sich geschlossener Weg aus Stoffen, welche die Elektricität leiten, geboten sein. Sind ihm mehrere Wege geboten, so schlägt er sie alle gleichzeitig ein und theilt sich zwischen sie so, dass auf dem, welcher die beste Leitung darbietet, der grösste Theil des Stromes kreiset, auf den Wegen von schlechterer Leitung dagegen kleinere Theile. Man nennt solche Ströme, denen mehrere gleichzeitige Bahnen freistehen, verzweigte Ströme. Geht ein Strom durch einen Körper von drei Dimensionen, so könnte er unendlich viele Wege von beliebiger Gestalt einschlagen. Die Grundsätze, aus denen bestimmt werden kann, auf welchen Linien die Elektricität wirklich einen solchen durchfliesst, sind von G. Kirchhoff und Smaasen bestimmt worden, meist ist aber ihre Anwendung zu schwierig, um in den einzelnen Fällen die Rechnung durchzuführen. Die Vertheilung der Ströme im Muskel bietet einen solchen Fall dar, doch ist es du Bois gelungen Betrachtungsweisen aufzufinden, durch welche die Vertheilung der Ströme wenigstens so weit zu bestimmen ist, als man für das Verständniss der Versuche braucht.

Von den vielen wunderbaren Wirkungen, durch welche die galvanischen Ströme in der Physik und Industrie einen so ausgedehnten Einfluss gewonnen haben, ist namentlich eine für unseren jetzigen Zweck von Bedeutung, weil sie uns dazu dient, die kleinsten Spuren elektrischer Strömung aufzufinden; das ist ihre Wirkung auf die Magnetnadel. Eine Drahtspirale, welche von einem elektrischen Strome durchflossen wird, hat vermöge einer bisher noch unverstandenen Verkettung der magnetischen und elektrischen Kräfte vollständig die Wirkungen eines Magneten. Der Einwirkung einer solchen
Drahtspirale, welche wenigstens bei den thierisch elektrischen 301

Versuchen im möglichst engstem Raume möglichst viel Windungen darbieten muss, ist im galvanischen Multiplicator eine astatische Verbindung zweier Magnetnadeln ausgesetzt. Eine solche besteht bekanntlich aus zwei parallelen gleich starken Magnetnadeln, deren Pole nach entgegengesetzter Richtung zeigen, und welche daher der Erdmagnetismus auch entgegengesetzt zu richten strebt. Könnte man die Nadeln ganz genau parallel und ganz genau gleich stark machen, so würde die Erde auf das astatische System gar keine Richtkraft ausüben; in Wirklichkeit bleibt immer ein geringer Rest dieser Kraft übrig, den man aber fast beliebig klein machen kann. Die beiden Nadeln hängen an einem Coconfaden, die eine innerhalb, die andere oberhalb der Drahtwindungen, sodass der galvanische Strom beide in demselben Sinne ablenkt. Diese Nadeln, an dem dünnsten Faden hängend, fast jeder anderen Kraft entzogen, folgen mit der grössten Leichtigkeit der Einwirkung der geringsten Spur elektrischer Strömung im Drahte; aber natürlich wächst die Menge der möglichen anderweitigen Störungen in demselben Verhältnisse wie ihre Empfindlichkeit, und erfordert die grösste Aufmerksamkeit und Vorsicht im Gebrauch des Instrumentes. Man hat nicht mit Unrecht gesagt, dass ein empfindlicher Multiplicator ein gefährlicher Schatz für einen jungen Gelehrten sei; es ist nicht schwer mit einem solchen elektrische Strömungen da zu finden, wo sie sind, wohl aber schwer, sie da nicht zu finden, wo sie nicht sind. Du Bois-Reymond hat die Empfindlichkeit des Multiplicators weiter getrieben als alle seine Vorgänger. Zu den Versuchen über die Nervenströme hat er sich ein solches Instrument von 24160 Windungen gebaut — er hat es gebaut, sage ich, denn um die praktischen Schwierigkeiten einer so ungewöhnlichen Aufgabe zu lösen, musste er selbst hülfreiche Hand an das Werk legen. Er hat ausserdem die Theorie und praktische Ausführung dieser empfindlichsten Instrumente in mehreren wesentlichen Punkten vervollkommnet, sodass man sich ihrer jetzt mit grösserer Sicherheit bedienen kann.

Ich muss hier noch kurz die Art erwähnen, wie die Enden des Multiplicatordrahtes mit den thierischen Theilen in

Verbindung gesetzt werden. Man darf die letzteren nicht unmittelbar mit den metallischen Enden dieses Drahtes berühren wollen, denn kaum sind je zwei Stücke desselben Metalles so gleichartig, dass sie nicht, mit einem feuchten Leiter in Berührung gebracht, einen elektrischen Strom erregten. Der Multiplicatordraht endet in zwei Platinbleche, deren jedes in ein Gefäss mit Kochsalzlösung eingetaucht ist. In diesen Gefässen befinden sich über ihren Rand hervorragend, und mit derselben Lösung durchtränkt, Bäusche aus dicht zusammengelegten Fliesspapierblättern; diese erst bringt man an die thierischen Theile heran, wenn man deren Ströme prüfen will. Wenn nun auch die Platinplatten ganz gleichartig sind, so bringt doch jeder Strom, welcher durch einen Muskel in dem Kreise erregt wird, neue Ungleichartigkeiten hervor, indem er die Kochsalzlösung in ihre Bestandtheile zersetzt und die Zersetzungsproducte an den Platten ablagert. Man nennt 302
diesen Zustand die galvanische Polarisation der Platten. Verbinden wir hinterher die beiden Gefässe durch ein ebenfalls mit Kochsalzlösung gefülltes heberartiges Rohr, sodass keinerlei elektromotorische Kraft innerhalb des flüssigen Leiters mehr vorkommt, so sind die galvanisch polarisirten Platinplatten doch noch im Stande, einen Strom zu erregen, dessen Richtung der des ersten entgegengesetzt ist. Dieser Strom vereinigt die vorher getrennten Bestandtheile der Flüssigkeit wieder und fährt so lange fort, bis alle Zersetzungsproducte verschwunden und die Platten wieder gleichartig sind. Dadurch ergiebt sich zugleich das Verfahren, die Gleichartigkeit der Platten zu controlliren und herzustellen. Man verbindet die Kochsalzgefässe, in welche die Multiplicatorplatten tauchen, durch ein Rohr voll Kochsalzlösung und wartet, bis die Nadel keinen Strom mehr anzeigt, entfernt alsdann das Rohr und schliesst den Kreis dadurch, dass man die thierischen Theile auf die Bäusche legt. Ströme, welche sich dann zeigen, können nur von den elektromotorischen Kräften der letzteren herrühren.

Um die Richtung und Vertheilung der elektrischen Kräfte in den Muskeln und Nerven zu beschreiben, muss ich einiges über ihre Structur vorausschicken. Beide bestehen aus Fasern

eigenthümlicher Art. Die Muskelfasern (Primitivfasern) sind so fein, dass sie mit blossem Auge eben noch gesehen werden können, von röthlicher Farbe, liegen in der Regel parallel nebeneinander und sind meist mit ihren Enden zunächst an Sehnen und durch diese an Knochen geheftet. Die der willkürlich bewegten Muskeln, mit denen wir es hier hauptsächlich zu thun haben, erscheinen, frisch unter dem Mikroskope untersucht, auf ihrer Oberfläche fein quergestreift, im Inneren ganz homogen, durchscheinend. Bald tritt aber eine Art Gerinnung in ihnen ein, wobei sie trüb werden. Zu dieser Zeit gelingt es noch nicht, irgend eine Theilung ihres Inhaltes zu erkennen. Ueberlässt man sie aber längere Zeit der anfangenden Zersetzung durch die Luft, oder der Einwirkung auflösender Flüssigkeiten, so zerfällt der Inhalt in der Regel in ein Bündel feiner perlschnurartiger Fäserchen, Fibrillen genannt, deren abwechselnd dickere und dünnere Stellen der Querstreifung an der Oberfläche der Primitivfasern zu entsprechen scheinen. In selteneren Fällen dagegen zerfällt er in Scheiben, welche durch quere Theilung nach der Richtung der Querstreifen entstehen. Die meisten mikroskopischen Forscher glauben, dass diese Abtheilungen des Inhaltes schon während des Lebens vorhanden seien, und nehmen deshalb entweder Fibrillen oder Scheiben als Bestandtheile der Primitivfasern an. Vielleicht sind auch beide Arten der Abtheilung präformirt, d. h. es sind im Muskelinhalt Körperchen in regelmässiger Anordnung enthalten, sodass sie Längs- und Querreihen bilden, und nach dem Tode je nach der Art des lösenden Medium bald der Länge, bald der Quere nach verkittet bleiben.

Die Nervenfasern sind viel feiner als die Muskelfasern und verlaufen ohne Unterbrchung, selten sich theilend, vom Gehirn bis zu den Muskeln oder anderen Körpertheilen hin.
303 Frisch sind sie glashelle Cylinder, in denen man nichts weiter erkennt; es ist aber schwer, sie in dieser Beschaffenheit zu Gesicht zu bekommen, weil sich nach ihrer Trennung von den übrigen lebenden Theilen sehr schnell eine Gerinnung in ihnen einstellt, wobei eine anscheinend ölartige Masse an ihrer Oberfläche in einer unregelmässigen Schicht sich ausscheidet; im

Innern findet man dann ein nicht ganz regelmässig contourirtes Band, den sogenannten Axencylinder. Ob letzterer aber in den frischen Fasern schon vorhanden ist, bleibt durchaus zweifelhaft, da seine Entstehung sich auch erklären liesse, wenn in den Nervenfasern wie im Blute gelöster Faserstoff vorhanden wäre, der nach dem Tode gerönne, und sich zu einem Strang zusammenziehend, wie der geronnene Blutfaserstoff, sich von den übrigen flüssigen Theilen des Inhaltes sonderte.

Muskeln und Nerven sind nun Elektromotoren, und zwar von höchst eigenthümlicher Art, wie sie bisher in der Physik der unorganischen Körper nicht gefunden worden sind. Die elektrischen Gegensätze an ihnen finden sich nämlich nicht zwischen grösseren Massen ihrer Substanz vor, wie an unseren hydroelektrischen Ketten zwischen dem Zink, dem Kupfer und der Flüssigkeit, sondern sie finden sich in jedem kleinsten Theilchen ihrer Masse, welches wir mechanisch abtrennen können, wieder vor. Wie ein Magnet mit einem Nord- und einem Südpole, so vielfach wir ihn auch zersplittern mögen, nur Theile giebt, an deren jedem wieder ein Nord- und ein Südpol vorkommt, so bietet auch jedes Stückchen eines elektromotorisch wirksamen Muskels wieder die elektrischen Gegensätze dar, welche zur Erzeugung eines Stromes nöthig sind. Wir können an jeder Stelle des Innern Schnittflächen ausführen, die ein entgegengesetztes elektromotorisches Verhalten zeigen, je nachdem sie den Fasern parallel oder darauf senkrecht sind. Um diesen Gegensatz auszudrücken, hat du Bois jede Begrenzungsfläche eines Muskel- oder Nervenstückes, welche den Fasern parallel gelegt ist, und in der also die Fasern der Länge nach verlaufen, Längsschnitt benannt, eine jede aber, welche senkrecht gegen die Faserrichtungen ist, und in der also die durchschnittenen Enden der Fasern zu Tage liegen, Querschnitt. Um die Vertheilung der elektromotorischen Kräfte in ihrer regelmässigsten Form kennen zu lernen, thut man am besten, ein cylindrisches Bündel von Muskel- oder Nervenfasern zu untersuchen, in welchem die Fasern alle unter sich und der Axe des Bündels parallel sind. Man kann dazu ein Stück ge-

brauchen, was man aus einem Nervenstamme oder aus einem Muskel, dessen Fasern der Länge nach verlaufen, durch zwei Querschnitte herausgetrennt hat. Aus anderen Muskeln, deren Fasern, wie es meistens der Fall ist, schief gegen die Axe des Muskels liegen, ähnlich den Fasern eines Federbartes, gewinnt man solche Stücke, wenn man sie in Richtung der Fasern zerreisst, und aus den Bündeln, welche man so gewonnen hat, passende Stücke herausschneidet. Die cylindrische Oberfläche des Bündels ist also *Längsschnitt*, die Grundflächen sind *Querschnitte*. Die Mittelpunkte der Querschnitte, da wo sie von der Axe des Ganzen getroffen
304 werden, mögen die *Pole*, der Umfang eines angenommenen mittleren Querschnittes, der das ganze Bündel halbirt, der *Aequator* des Bündels heissen.

Die Regel der Wirksamkeit eines solchen Muskel- oder Nervenstückes ist nun folgende. Sobald man die Enden der Multiplicatorleitung mit zwei Punkten seiner Oberfläche in Berührung bringt, entsteht ein Strom, der im Multiplicator stets von der dem Aequator des Bündels näheren Berührungsstelle nach derjenigen hinfliesst, welche einem der Pole am nächsten ist. Die stärksten Ströme erhält man, wenn man das eine Ende des leitenden Bogens an den Aequator selbst, das andere an einen der Pole ansetzt, schwächere, wenn man einen vom Pole entfernteren Theil des Querschnittes mit einem vom Aequator entfernteren Theile des Längsschnittes, viel schwächere, wenn man zwei Punkte des Querschnittes unter sich, oder zwei des Längsschnittes unter sich durch den leitenden Bogen verbindet, gar keine, wenn die berührten Punkte des Cylinders entweder beide demselben oder einer dem einen, der andere dem anderen Pole gleich nahe liegen.

Die meisten Muskeln bieten nun nicht eine so einfache Anordnung der Fasern dar, wie sie das besprochene cylindrische Schema voraussetzt, ihre Fasern liegen in der Regel nicht ihrer Längsaxe parallel, sondern sind schief zwischen Sehnensträngen ausgespannt. Ich habe schon oben bemerkt, dass die Muskeln meist durch zwei Sehnen an Knochen festgeheftet sind. Von diesen tritt die eine häufig in das eine Ende des Muskels ein und setzt sich noch eine Strecke in

das Innere hinein fort, während die andere mantelartig das andere Ende des Muskels umfasst. Hier heften sich dann die Muskelfasern mit ihrem einen Ende nach innen gewendet an die innere, mit dem anderen nach aussen an die äussere Sehnenmasse an. So ist es z. B. bei dem Wadenmuskel des Frosches der Fall, welcher ein besonders passendes Object für viele Untersuchungen abgiebt. Die obere Sehne, welche sich an das untere Ende des Oberschenkelbeines anheftet, tritt in das Innere des Muskels, die untere, Achillessehne, bildet dagegen auf der äusseren Fläche des Muskels eine weissglänzende sehnige Ausbreitung. In anderen Fällen liegen beide Sehnen aussen, aber an den entgegengesetzten Seiten des Muskels; es finden sich überhaupt höchst mannigfaltige Abänderungen in der Anordnung dieser Theile vor. Die Enden der Muskelfasern also, welche in unserem cylindrischen Schema in den Querschnitten zusammenlagen, sind im unverletzten Muskel an die Sehnen geheftet. Letztere haben keine elektromotorischen Kräfte, sondern bilden einen unwirksamen leitenden Ueberzug der Querschnitte der Fasern. E. du Bois bezeichnet deshalb die Sehnen als die natürlichen Querschnitte der Muskeln, im Gegensatz zu den mit dem Messer angelegten künstlichen Querschnitten, und nennt ferner die Stellen der Muskeloberfläche, wo die rothe cylindrische Oberfläche der Fasern zu Tage liegt, den natürlichen Längsschnitt, im Gegensatz zum künstlichen Längsschnitt, der durch Zerreissung des Muskels in Richtung der Fasern entsteht. Man findet nun am unverletzten Muskel denselben elektromotorischen Gegensatz zwischen 305
natürlichem Längsschnitt und Querschnitt wieder, wie an unserem Schema die künstlichen Schnitte darboten. Nur ist natürlich die Vertheilung der elektromotorischen Kräfte bei der unregelmässigen Form und Structur solcher unverletzter Muskeln nicht auf einen so einfachen Plan zurückzuführen wie das unseres cylindrischen Schemas. Der natürliche Längsschnitt pflegt dem künstlichen elektromotorisch das Gleichgewicht zu halten, während der natürliche Querschnitt gegen den künstlichen zurücksteht, sodass bei leitender Verbindung derselben im Bogen ein Strom vom natürlichen zum künstlichen

Querschnitt entsteht. Das beruht zum Theil wohl darauf, dass die Fasern sich nicht senkrecht gegen die Sehnenausbreitungen ansetzen, und daher am natürlichen Querschnitte nicht blos die Querschnitte, sondern auch Theile ihrer Längsschnitte zu Tage liegen; ausserdem kommt hier noch ein anderes, später zu besprechendes Verhältniss in Betracht.

Wenn die Muskeln eines Körpertheiles alle, oder doch die meisten und grössten von ihnen, vermöge der Anordnung ihrer Fleisch- und Sehnenmasse in derselben Richtung elektromotorisch wirksam sind, so erscheint der ganze Körpertheil mit elektromotorischen Kräften begabt zu sein, die eine bestimmte Richtung an ihm einhalten. Dieser Fall kommt beim Frosche vor. Enthäutet man einen noch reizbaren Frosch, und legt den leitenden Bogen so an, dass entweder das ganze Thier oder ein Theil von ihm in den Leitungskreis aufgenommen wird, so entsteht ein Strom, der im Thiere die Richtung von den Füssen zum Kopfe einhält. Dieser sogenannte Froschstrom ist es, der zuerst von Nobili am Multiplicator erkannt und von Matteucci weiter untersucht wurde. Beim Frosche ist die Beständigkeit in der Richtung dieses Stromes von den Füssen zum Rückenmark und Gehirn hin auffallend, aber sie ist nur zufällig und findet sich bei den meisten Thieren nicht wieder. Sie schien eine geheimnissvolle Beziehung dieses Stromes zu den Functionen der Centraltheile des Nervensystems zu verrathen; dadurch wahrscheinlich liess sich Matteucci verleiten, den Froschstrom von dem der einzelnen Muskeln, dem sogenannten Muskelstrom, trennen zu wollen. Die ersten Zeichen des letzteren fand er ungefähr gleichzeitig mit du Bois; aber diesem bleibt jedenfalls das nicht zu bestreitende Verdienst, sogleich die Identität von Frosch- und Muskelstrom erkannt und die Gesetze gefunden zu haben, von denen die Stromesrichtung abhängt, während sie seinem Gegner erst sehr viel später klar zu werden anfingen, zu einer Zeit, wo er erweislich die betreffende Abhandlung von du Bois schon kannte. Dass die Nerven nach demselben Gesetze wie die Muskeln elektromotorisch sind, wurde ebenfalls von du Bois gefunden.

Die beschriebenen elektromotorischen Kräfte finden sich

in allen Muskeln und Nerven aller Thiere, so lange sie ihre
Reizbarkeit bewahren, und sind im allgemeinen desto stärker,
je frischer und reizbarer die Theile sind. Sobald die Muskeln
todtenstarr werden, was von der schon oben erwähnten Ge-
rinnung ihres Inhaltes abhängt, verschwindet die letzte Spur
ihrer elektrischen Wirkungen, um nie wiederzukehren. Eigen- 306
thümlich verhält sich aber die Sache während des unverletzten
Lebens.[1]) Der natürliche und künstliche Längsschnitt und
der künstliche Querschnitt zeigen dieselben Wirkungen wie
an ausgeschnittenen Muskeln; nur der natürliche Querschnitt
befindet sich in einem abweichenden Zustande und erweist
sich als unwirksam. Deshalb geben die unverletzten von der
Haut überzogenen Glieder keinen Strom, weil gegen die Haut
hin nur natürlicher Quer- und Längsschnitt frei liegt. Die
Deutung dieses Umstandes scheint sich daraus zu ergeben,
dass eine jede äussere Einwirkung, welche die oberflächlichste
unter der Sehnenausbreitung gelegene Schicht der Muskel-
substanz ihrer Reizbarkeit beraubt, sogleich den Muskelstrom
in voller Wirksamkeit herstellt. Man braucht die Sehnen-
ausbreitung nur mit irgend einer fremdartigen Flüssigkeit,
welcher Art sie auch sei, einer Säure, einer Lösung von Al-
kali, Salz, Zucker u. s. w., mit Alkohol, Aether, Kreosot,
Terpentinöl, fetten Oelen, ja selbst mit reinem Wasser zu
benetzen, oder sie mit einem heissen Körper zu berühren, so
entwickelt sich der Muskelstrom mehr oder minder schnell, je
nachdem diese Mittel schneller oder langsamer auf die thie-
rische Substanz einwirken. Die elektromotorischen Eigen-
schaften der gebrauchten Flüssigkeiten können hier nicht in
Betracht kommen, da diese, z. B. die der Alkalien und Säu-
ren, einander ganz entgegengesetzte Wirkungen hervorbringen
müssten, während sie in der That immer nur die eine Wirkung
haben, den Muskelstrom zu entwickeln. Es giebt nach den
bisherigen Versuchen überhaupt nur zwei Flüssigkeiten, welche
den Strom gar nicht entwickeln, nämlich Blut und Lymphe.
Während also die unverletzten Glieder eines Thieres keinen

1) S. E. du Bois-Reymond in den Sitzungsberichten der Akademie d. Wissensch. zu Berlin. 30. Juni 1851.

Strom geben, und sich der Strom auch nicht nach ihrer Abtrennung vom Körper zu entwickeln pflegt, so lange sie von der Haut bedeckt bleiben, entwickelt er sich auch am lebenden Thiere, wenn man zwischen Haut und Muskeln eine elektrisch indifferente und selbst nicht leitende Flüssigkeit wie Alkohol oder Kreosot einspritzt. Du Bois schliesst daraus, dass unter der Sehnenausbreitung eine Muskelschicht eigenthümlicher Art existire, die er parelektronomische Schicht nennt, deren elektromotorische Kräfte denen der übrigen Muskelsubstanz entgegengesetzt sind und verhindern, dass die Muskelströme im lebenden Thiere auf die benachbarten Theile übergehen. Sobald diese Schicht aber durch irgend eine äussere Einwirkung zerstört wird, tritt die Wirksamkeit der übrigen elektromotorischen Anordnungen des Muskels ungeschwächt ein. Im Innern der Muskeln sind dagegen die elektromotorischen Gegensätze stets vollständig entwickelt, denn den künstlichen Querschnitt findet man stets wirksam, selbst wenn man ihn durch einen Einschnitt in die Muskeln eines lebenden Thieres bildet.

Wir kommen jetzt zu der Untersuchung darüber, wie wir uns die Vertheilung der elektromotorischen Kräfte, von denen
307 der Muskelstrom abhängt, zu denken haben. Zuvörderst ist klar, dass wir es hier nicht allein mit einem elektromotorischen Gegensatze zwischen der Oberfläche des Muskels und seinem Innern zu thun haben, wie Matteucci anfangs die Sache ansah. Je nachdem wir die Richtung eines Schnittes durch das Innere wählen, ob den Fasern parallel oder quer gegen die Fasern, bekommen wir eine Schnittfläche, welche sich elektrisch entweder positiv oder negativ verhält. Die kleinsten Bruchstücke der Muskelsubstanz, welche man isoliren kann, zeigen noch elektromotorische Kräfte, ja, du Bois giebt an, einmal durch eine einzelne Primitivfaser noch Zeichen des Stromes erhalten zu haben. Aber selbst, wenn das letztere nicht gelungen wäre, könnte nicht bezweifelt werden, dass noch innerhalb jeder Primitivfaser elektromotorische Gegensätze sich finden. Denn der künstliche Längsschnitt unterscheidet sich durch nichts anderes vom künstlichen Querschnitte, als dass im ersteren die cylindrischen Oberflächen

der Primitivfasern, im letzteren der Inhalt derselben zu Tage liegt. Man könnte nun vielleicht einen elektrischen Gegensatz zwischen Inhalt und Hülle der Primitivfasern annehmen, wie er stattfinden würde, wenn jener alkalisch, diese sauer wäre, und die Kochsalzlösung der Bäusche, welche an die thierischen Theile angelegt werden, als den dritten indifferenten Leiter betrachten. Doch hat du Bois gezeigt, dass auch das nicht genügt. Denn wenn man an die Bäusche zwei verschiedene Muskelbündel, entweder beide mit Längsschnitt oder beide mit Querschnitt anlegt, und dann die Leitung dadurch schliesst, dass man den Längsschnitt des einen gegen den Querschnitt des anderen legt, erhält man ebenfalls einen Strom. Das würde aber nicht der Fall sein können, wenn nur zwei differente Elemente in der Muskelsubstanz vorkämen. Zur Erregung eines hydroelektrischen Stromes sind mindestens drei Elemente nöthig, von denen jedes jedes andere berühren muss. Bei dem beschriebenen Versuche ist aber die Kochsalzlösung entweder nur mit Längsschnitt oder nur mit Querschnitt des Muskels in Berührung. Daraus folgt mit Sicherheit, dass innerhalb einer jeden Primitivfaser mindestens drei solche Elemente vorkommen müssen, wie sie zur Erregung eines Stromes nöthig sind; dass also schon innerhalb jeder Primitivfaser alle Bedingungen zur Erzeugung des Stromes gegeben sein müssen.

Jedenfalls ist also im Muskel ein höchst complicirtes System elektromotorisch wirksamer Theile vorhanden, und wir müssen daraus schliessen, dass der Muskelstrom, der die Multiplicatornadel ablenkt, nur ein abgezweigter Theil der Ströme ist, die im Innern des Muskels und der angelegten Bäusche kreisen, und die ihn jedenfalls sehr bedeutend an Intensität übertreffen. Wir können auf die Anordnung der elektromotorischen Kräfte im Innern des Muskels nur aus diesen abgezweigten Strömen schliessen, und aus den mathematischen Untersuchungen über die Stromvertheilung in leitenden Körpern geht hervor, dass unendlich viele verschiedene Anordnungen elektromotorischer Kräfte im Innern eines Leiters ganz dieselben abgeleiteten Ströme geben. Können wir einen solchen Leiter nicht theilen, und auch die Wirksamkeit

308 seiner Theile untersuchen, so haben wir bis jetzt kein weiteres experimentelles Mittel, etwas über das Innere zu erfahren. So hat z. B. du Bois die Wirkungen des Muskels nachgebildet durch einen Kupfercylinder, der am Mantel verzinkt, an den Grundflächen aber roth geblieben war, und mit einer dünnen Schicht eines feuchten Leiters überzogen wurde. Ebenso lassen sie sich aber auch nachbilden durch ein Bündel solcher Cylinder, entsprechend den Primitivfasern des Muskels. Dass nun die elektromotorischen Kräfte des Muskels nicht blos an oder dicht unter seiner Oberfläche ihren Sitz haben, wie an jenem einfachen Kupfercylinder, erfahren wir, wenn wir den Muskel theilen; die zweite Nachbildung durch ein Bündel solcher Cylinder scheint deshalb entsprechender. Die Primitivfaser des Muskels können wir aber nicht mehr theilen, wenigstens nicht in ihrer Längsrichtung, deshalb ist auch über die Vertheilung der Kräfte in ihrem Inneren nichts mehr zu ermitteln. Sie könnte z. B. jenem Kupfercylinder entsprechen. Wenn ihre Hülle indifferent wäre, darunter eine saure Schicht, endlich ein alkalischer Inhalt folgte, würden alle Erscheinungen des Muskelstromes erklärt sein. Andere Erscheinungen machen es aber sehr unwahrscheinlich, dass die Vertheilung so einfach sei. Wir werden später hören, dass der Strom der Muskeln und Nerven die allerschnellsten periodischen Wechsel seiner Stärke und Richtung zeigen kann, in einer Secunde mehr als hundertmal. Es ist im höchsten Grade unwahrscheinlich, dass ganze Schichten des Inhaltes so schnell ihre elektromotorische Rolle wechseln und wieder einnehmen sollten. Du Bois hat deshalb die Hypothese aufgestellt, dass es im Inhalt der Muskel- und Nervenfasern sehr kleine, regelmässig gestellte elektromotorisch wirksame Theilchen gebe, welche durch Aenderung ihrer Richtung die bezeichneten Schwankungen des Muskel- und Nervenstromes hervorbrächten. Er nimmt an, dass ihre nach den beiden Enden der Faser hingewendeten Flächen oder Pole sich elektrisch negativ, ihr nach der cylindrischen Oberfläche der Faser hingewendeter Umfang oder Aequator dagegen positiv verhält, und sie von einem indifferenten Medium umgeben werden. Jedes dieser hypothetischen Theilchen, die er peripolar elektromotorische Molekeln

nennt, wäre in Bezug auf elektromotorische Wirksamkeit ein Abbild des ganzen Muskels oder der Primitivfaser im Kleinen; es würde Ströme geben, die in einem angelegten leitenden Bogen vom Aequator aus nach den Polen kreisen, und ähnlich würde auch jedes regelmässig geordnete Aggregat solcher Theile, als welches wir den ganzen Muskel oder Nerven zu betrachten hätten, wirken. Ich erinnere hier daran, dass das Mikroskop in der That regelmässig in Längs- und Querreihen geordnete Theilchen im Inhalte der Muskelfasern nachzuweisen scheint, nämlich jene, welche, wenn sie der Länge nach zusammenhaften, als perlschnurartige Auftreibungen der Fibrillen sich darstellen, in anderen Fällen aber, wo sie der Quere nach verklebt sind, als Scheiben sich sondern.

Ich habe in der bisherigen Darstellung mich immer hauptsächlich auf die Muskeln bezogen. In den Nerven sind alle diese Verhältnisse ganz dieselben, auch scheint die Intensität 309
der elektromotorischen Kraft etwa ebenso gross zu sein wie in gleich grossen Muskeln, aber wegen der viel geringeren Dimensionen dieser Gebilde ist der Strom, den sie im Multiplicator erregen, viel schwächer. Namentlich zur Erforschung der feineren Verhältnisse des Nervenstromes hat denn auch du Bois den vorhin erwähnten Multiplicator von 24160 Windungen angewendet.

Das Nervensystem bietet uns keinen natürlichen Querschnitt, alle seine natürlichen Oberflächen verhalten sich dem natürlichen Längsschnitt gleich. Die Centraltheile verhalten sich in ihrer elektromotorischen Wirksamkeit ganz wie die Nervenstämme, wenn man ihre äussere Oberfläche als natürlichen Längsschnitt ansieht. Im Rückenmark, dessen Fasern meistens der Länge nach verlaufen, lässt sich die Wirkung von künstlichem Längs- und Querschnitt unterscheiden. Im Gehirn, wo die Faserungen sehr unregelmässig verflochten sind, ist ein solcher Unterschied nicht durchzuführen. Durchschnitte verhalten sich hier gegen die Oberfläche immer wie künstliche Querschnitte zum Längsschnitt.

363 Veränderungen der Muskel- und Nervenströme.

Ich habe bisher die Ströme so beschrieben, wie sie am ruhenden Muskel und Nerven vorkommen. Es giebt nun namentlich zwei Vorgänge, bei denen theils die Stromesstärken, theils die Stromesrichtungen sich wesentlich ändern, nämlich die Innervation und die elektrische Durchströmung der thierischen Gebilde. Beide Aenderungen sind durch du Bois gefunden worden, nur eine hierher gehörige Thatsache, aber nicht ihre Deutung von Matteucci. Ich beginne mit der Aenderung, welche durch elektrische Durchströmung hervorgerufen wird, weil daraus sich zunächst eine wichtige Folgerung für die Zusammensetzung der elektromotorischen Molekeln ergiebt. Bisher lagen am vollständigsten die Untersuchungen über den dahin gehörigen Vorgang am Nerven vor.

Lässt man irgend eine Stelle eines Nerven von einem elektrischen Strome durchfliessen, den wir den erregenden nennen wollen, so entwickelt sich neben dem Nervenstrome, den wir früher beschrieben haben, noch eine zweite Art elektromotorischer Wirksamkeit, vermöge deren jedes Stück des Nerven in einem angelegten leitenden Bogen einen Strom erregt, der es in derselben Richtung wie der erregende Strom durchfliesst. Du Bois nennt den auf diese Weise hervorgebrachten Zustand des Nerven den elektrotonischen. Während also sonst der Nerv Ströme erregt, die an seinen beiden Enden im Bogen vom Längs- zum Querschnitt oder von den der Mitte näheren Theilen des Längsschnittes zu den den Enden näheren gehen, erregt er während des elektrotonischen Zustandes noch ein anderes System von Strömen, welche je nach der Richtung der Durchströmung entweder im ganzen Nerven von oben nach unten, oder im ganzen Nerven von unten nach oben gehen und sich mit den gewöhnlichen Nervenströmen zusammensetzen, d. h. diese da, wo sie mit ihnen gleiche Richtung haben, verstärken, wo entgegengesetzte, schwächen. Es wirkt also hierbei der Nerv seiner ganzen Länge nach ähnlich einer Voltaischen Säule, die in regelmässiger Abwechselung aus Kupfer, Zink und feuchten Papp-

scheiben aufgeschichtet in jedem beliebig angelegten leitenden Bogen einen Strom immer in derselben Richtung entwickelt. 367
Auch der elektrotonische Zustand kann sich nur ausbilden, so lange die Nerven ihre Reizbarkeit bewahren, und seine Ausbreitung wird durch alle Umstände, welche die Fortleitung der Reize hindern, z. B. durch Unterbindung gehemmt. Die Möglichkeit dieses Zustandes ist also eine Eigenschaft, die nur den lebendigen Nerven zukommt. So lange die elektrischen Schläge nicht zu heftig sind und zu schnell vorübergehen, ist die Stärke des elektrotonischen Zustandes der jederzeitigen Stromstärke proportional, und er kann, wie aus einem später zu beschreibenden Versuche folgt, innerhalb einer Secunde mehr als hundertmal seine Richtung wechseln, wenn es der erregende Strom thut. Er ist übrigens in der nächsten Nachbarschaft der durchströmten Nervenstelle stärker als an entfernteren Stellen, und auf der Seite des Nerven, wo er den Nervenstrom verstärkt, etwas stärker als auf der entgegengesetzten auch an solchen Stellen des natürlichen Längsschnittes, die keinen Nervenstrom in den Multiplicator hinein abgeben. Will man den elektrotonischen Zustand ohne Einmischung des normalen Nervenstromes untersuchen, so braucht man den Nerven nur mit zwei symmetrischen Theilen seines Längsschnittes auf die Bäusche zu legen, sodass er im Multiplicator keinen Strom erregt. Dann sind die bei Durchströmung eines der äusseren Enden des Nerven erscheinenden Ströme nur Wirkungen des elektrotonischen Zustandes. Man muss sich dabei natürlich dagegen sichern, dass kein Theil des Stromes, den man zur Erregung des elektrotonischen Zustandes gebraucht, sich in den Multiplicator hinein abzweige. Die Mittel, das zu verhüten und zu controlliren, sind von du Bois angegeben; sie hier zu besprechen, würde uns zu sehr in das Einzelne führen.

Auch im Muskel hat du Bois einen elektrotonischen Zustand gefunden, doch die Einzelheiten seiner Untersuchung darüber noch nicht veröffentlicht. Er giebt an, dass sich derselbe nicht wie beim Nerven über die durchströmte Strecke hinaus verbreite, wohl aber in dieser selbst auch noch nach der Durchströmung anhalte, sodass man ihn nach Entfernung

des erregenden Batteriestromes hier nachweisen könne. Die besprochenen Erscheinungen sind uns vorläufig wichtig wegen der Folgerungen, welche wir daraus auf die Zusammensetzung der kleinsten wirksamen Theile zu ziehen haben. Wir sahen oben, dass die elektromotorischen Gegensätze des normalen Muskel- und Nervenstromes sich innerhalb der Fasern vorfinden müssten, und die wahrscheinlichste Annahme erschien, dass sie äusserst kleinen beweglichen Theilen des Inhaltes der Fasern zukämen, elektromotorischen Molekeln, welche nach Analogie des ganzen Muskels negative Pole und eine positive Aequatorialzone hätten. Versuchen wir aber die Ströme des elektrotonischen Zustandes auf die Wirkung der kleinsten Theile des Muskels zurückzuführen, so müssen wir Theilchen annehmen mit einem positiven und einem negativen Pole, die im ganzen Muskel gleichmässig gerichtet sind. Im Gegensatze zu der ersteren Art der Molekeln, den peripolaren Elektromotoren des Muskelstromes, bezeichnet du Bois die zweiten
368 des elektrotonischen Zustandes als dipolare, und vereinigt beide durch die einfache Annahme, die peripolaren seien aus je zwei dipolaren zusammengesetzt, welche sich die gleichnamigen Pole zukehren. Gehe ein fremder Strom durch den thierischen Theil, so kehre er einen Theil der ihm entgegengesetzt wirkenden dipolaren Molekeln um, sodass sie mit ihm in gleicher Richtung wirken. Die eigenthümliche Beschaffenheit des natürlichen Querschnittes unter dem sehnigen Ueberzuge bei frischen Muskeln, welche ich oben erwähnt habe, erklärt sich dann sehr leicht durch die Annahme, dass hier eine Schicht dipolarer Molekeln vorhanden sei, welche dem Muskelstrom entgegenwirken und so die Wirkung der übrigen peripolaren Molekeln neutralisiren. Wird diese Schicht durch einen fremdartigen chemischen Einfluss oder Erwärmung unwirksam gemacht, oder wird sie durch das Messer abgetragen, so kommt die Wirkung der übrigen elektromotorischen Theile ungeschwächt zum Vorschein.

Es bleibt mir noch übrig, diejenige Veränderung des Muskel- und Nervenstromes zu schildern, welche eintritt, während diese Theile einer Reizung ausgesetzt werden. Ich habe schon oben angeführt, was man unter Reizung versteht,

und dass jede äussere Einwirkung von hinreichender Energie im Nerven den Empfindung und Bewegung vermittelnden Zustand hervorbringt. Bei den jetzt zu besprechenden Versuchen kommt es darauf an, diesen Zustand der Reizung so lange zu unterhalten, dass das astatische Nadelpaar des Multiplicators, dessen Bewegungen ziemlich träge sind, Zeit habe, die Veränderung der Stärke des elektrischen Stromes anzugeben. Eine solche anhaltende Reizung lässt sich bewirken durch fortschreitendes Zerquetschen, Verbrennen oder Anätzen des Nerven von seinem oberen Ende an bis zum Muskel hin, ferner durch Vergiftung des Thieres mit Strychnin, einem vegetabilischen Alkali, welches vom Rückenmark aus ziemlich anhaltende Anfälle von Starrkrampf in sämmtlichen Muskeln des Körpers hervorbringt; endlich durch Elektricität. Was das letztere Mittel betrifft, so entsteht durch einen anhaltenden elektrischen Strom, der einen motorischen Nerven durchläuft, nur im Moment seines Anfanges und seines Endes eine Reizung; oder allgemeiner gesagt, nicht die Durchströmung des Nerven an und für sich, sondern nur Schwankungen in der Stärke der Durchströmung reizen. Um also anhaltend zu reizen, muss man elektrische Ströme gebrauchen, deren Stärke fortdauernden Schwankungen ausgesetzt ist, am besten Ströme, deren Richtung zugleich möglichst schnell wechselt, wie sie z. B. durch die verschiedenen magnetelektrischen Apparate erzeugt werden. So lange solche den Nerven oder Muskel durchströmen, bleibt der letztere in anhaltender krampfartiger Spannung. Gleichzeitig haben die hin und hergehenden Ströme von stets wechselnder Richtung für unsere Versuche den Vortheil, dass sie die Magnetnadel des Multiplicators nicht in Bewegung setzen; sie geben ihr nämlich fortdauernd Anstösse in entgegengesetzter Richtung, die sich gegenseitig aufheben. Wenn also beim Gebrauche solcher Ströme zur Reizung des Nerven sich wirklich ein kleiner Theil durch die leitenden thierischen Gebilde hindurch in den Multiplicator ab- 369
zweigte, so würde derselbe die Nadel unberührt lassen.

Man lege einen Muskel so auf die Bäusche des Multiplicators, dass er Muskelstrom giebt, und reize anhaltend seinen Nerven mechanisch, caustisch, durch Aetzmittel, Strychnin-

vergiftung oder Elektricität, so zeigt der Multiplicator so lange eine beträchtliche Verminderung des Muskelstromes an, als der Muskel contrahirt bleibt. Man lege ferner einen Nerven mit einem Ende auf die Bäusche, sodass er Nervenstrom giebt, und reize sein anderes Ende nach einer der bezeichneten Weisen anhaltend, so zeigt sich eine beträchtliche Verminderung des Nervenstromes, so lange die Reizung dauert. Hat man aber Muskel oder Nerv so aufgelegt, dass sie keinen Strom geben, so entsteht auch keiner während der Reizung. Die Art der Vertheilung der elektromotorischen Gegensätze, ihre peripolare Anordnung, bleibt also auch während der Reizung bestehen, nur die Intensität der Ströme erleidet eine Veränderung. Der Multiplicator giebt uns zunächst darüber nichts weiter an, als dass diese Intensität sich verringert; nachher werden wir durch ein anderes Hülfsmittel noch mehr darüber erfahren.

Ich gab eben an, dass bei allen denjenigen Anordnungen, wo der Muskel so aufgelegt ist, dass er keinen Muskelstrom giebt, auch während der Reizung keiner erscheine. Diese Regel erleidet eine Ausnahme. Der natürliche Querschnitt unterscheidet sich im ganz frischen, unverletzten Zustande in seinen elektromotorischen Wirkungen vom künstlichen. Er giebt mit dem Längsschnitt des Muskels keinen Strom; du Bois-Reymond erklärt das, wie ich oben angegeben, durch die Annahme einer dipolaren Schicht unter dem natürlichen Querschnitte, welche die Wirkungen der übrigen elektromotorischen Theilchen nach aussen hin aufhebe. Legt man nun einen Muskel mit natürlichem Längs- und Querschnitt so auf die Bäusche, dass sein Querschnitt vor allen fremdartigen Flüssigkeiten geschützt bleibt, z. B. eingehüllt in seinen natürlichen Hautüberzug, so giebt er vor der Reizung keinen Strom, wohl aber während derselben, und dieser Strom ist dann entgegengesetzt gerichtet, als es der normale Muskelstrom sein würde, wenn er existirte. Die Erscheinung erklärt sich, wenn wir annehmen, dass die hypothetische Schicht dipolarer Moleceln am natürlichen Querschnitte bei der Reizung unverändert bleibt; dann muss nämlich der Strom derselben, welcher vorher dem Muskelstrom das Gleichgewicht hielt, nach der Verminderung des

letzteren überwiegend werden, und in einer Richtung erscheinen, welche der des Muskelstromes entgegengesetzt ist.

Durch diesen Umstand wird es möglich, die Schwankung
des Muskelstromes während der Reizung — *du Bois* nennt
sie *negative Schwankung*, um die Verminderung des Stromes
durch diesen Namen auszudrücken — diese Schwankung auch
an unversehrten Gliedmaassen nicht bloss lebender Thiere,
sondern selbst des Menschen zu zeigen. Da der Versuch am
letzteren für uns von besonderem Interesse ist, beschreibe ich
ihn kurz. Die Platinplatten, welche an die Enden der Mul- 370
tiplicatordrähte befestigt sind, tauchen wie gewöhnlich in Gefässe mit Kochsalzlösung gefüllt. In eines dieser Gefässe taucht der Experimentirende einige Finger der einen, in das andere dieselben der anderen Hand, während er die Hände selbst auf eine hölzerne Unterlage aufstützt, um ihnen eine sichere Stellung zu geben. Ungleichmässigkeiten in der Haut der eingetauchten Finger bedingen gewöhnlich vorübergehende leichte Bewegungen der Nadel; endlich kommt sie zur Ruhe. Jetzt spannt der Experimentirende sämmtliche Muskeln des einen Armes, während die des anderen erschlafft bleiben. Sogleich setzt sich die Nadel in Bewegung und zeigt einen Strom an, welcher in dem gespannten Arme von der Hand zur Schulter geht und so lange anhält wie die Spannung des Armes. Es geht daraus hervor, dass auch der Mensch in jedem seiner Muskeln einen elektromotorischen Apparat besitzt, den er in jedem Augenblicke nach aussen wirksam machen kann. Freilich sind diese Wirkungen sehr schwach, weil eben nur ein äusserst geringer Theil dieser Ströme nach aussen abgeleitet werden kann.

Eine viel vollständigere Idee von der negativen Stromesschwankung bekommen wir durch ein zweites Hülfsmittel zur Auffindung sehr schwacher elektrischer Ströme, nämlich durch den *stromprüfenden Froschschenkel*. Man versteht darunter einen enthäuteten Unterschenkel nebst Fuss eines Frosches, den man so vom Thiere getrennt hat, dass der ganze Hüftnerv damit in Verbindung bleibt. Der schwächste und flüchtigste elektrische Strom, welchen man durch den Nerven fliessen lässt, erregt eine Zuckung. Ich habe schon erwähnt, dass erst die

höchste Vervollkommnung des Multiplicators nöthig war, um ihm dieselbe Empfindlichkeit für elektrische Ströme zu geben, wie sie der Nerv besitzt. Diese beiden Stromprüfer gehen sich aber in ihren Anzeigen keineswegs parallel. Der Multiplicator giebt das dauernde Vorhandensein eines Stromes zu erkennen, das thierische Präparat antwortet nur auf Stromesschwankungen. Jener kann sehr schnell vorübergehende schwache Ströme nicht angeben, welche hier die heftigste Zuckung hervorrufen, und wiederum bleibt der Nerv unempfindlich gegen langsam ansteigende, gleichmässig andauernde und langsam sinkende selbst recht heftige Ströme, welche auch durch einen unempfindlichen Multiplicator leicht angegeben werden. So lange ein Strom gleichmässig andauert, wird wohl der Multiplicator, nicht aber das thierische Präparat afficirt, aber jener kann einen gleichmässig andauernden Strom nicht von einem solchen unterscheiden, welcher sehr schnellen periodischen Schwankungen seiner Grösse oder Unterbrechungen unterworfen ist, während der Muskel durch letzteren in anhaltenden Krampf versetzt wird. Wir können also durch den stromprüfenden Froschschenkel einiges ermitteln, wobei uns der Multiplicator seine Dienste versagt.

Der normale Muskelstrom kann durch den stromprüfenden Schenkel angegeben werden; man braucht nur den Nerven des letzteren als leitenden Bogen so mit einem Muskel in Ver-
371 bindung zu setzen, dass er dessen Längs- und Querschnitt berührt. So oft man diese Verbindung herstellt und unterbricht, erfolgt Zuckung des stromprüfenden Schenkels. Diese Versuche lassen uns nicht mehr, und noch nicht einmal so viel erkennen wie die am Multiplicator, und gelingen nur bei ausgesucht reizbaren Präparaten. Sie sind nur deshalb wichtig, weil es die ersten sind, welche die Kenntniss der thierischen Elektricität unter Galvani's und A. v. Humboldt's Händen eröffneten.

Wenn man nun den Nerven des stromprüfenden Schenkels so auf einen Muskel gelegt hat, dass er vom Muskelstrom durchflossen wird, und diesen Muskel zucken lässt, so wird man finden, dass bei jeder seiner Zuckungen auch der stromprüfende Schenkel zuckt. Bringt man jenen Muskel in anhaltende Zusammenziehung, so bleibt auch der stromprüfende

Schenkel ebenso lange in krampfhafter Spannung wie jener. Diese Erscheinung ist von Matteucci entdeckt und inducirte Zuckung, von du Bois aber erst erklärt und secundäre Zuckung genannt worden. Legt man auf den secundär zuckenden Muskel wieder den Nerven eines dritten Muskels und auf diesen den eines vierten, so zucken sämmtliche Muskeln, so oft der erste zuckt.

Du Bois hat zunächst gegen Matteucci nachgewiesen, dass es elektrische Strömungen sind, welche die secundäre Zuckung hervorrufen, und dass diese nur dann eintritt, wenn der Nerv so mit dem Muskel entweder unmittelbar oder durch andere elektrische Leiter verbunden ist, dass er vom Muskelstrom durchflossen wird. Die secundäre Zuckung entsteht also während der negativen Schwankung des Muskelstromes, und da der stromprüfende Froschschenkel während der ganzen Dauer der negativen Stromesschwankung in der Zusammenziehung beharrt, so folgt nach dem, was wir oben über die Eigenthümlichkeit seines Verhaltens gegen elektrische Ströme gesagt haben, dass wir es hier nicht mit einer gleichmässigen Verringerung des Muskelstromes, sondern mit einer sehr schnellen periodischen Ab- und Zunahme desselben zu thun haben. Wie weit seine Abnahme geht, ob er gleich Null wird, oder selbst für Augenblicke seine Richtung umkehrt, darüber hat noch nichts ermittelt werden können.

Der Versuch gelingt übrigens auch, wenn man den Nerven des stromprüfenden Präparates theilweis in eine Muskelwunde eines beliebigen lebenden Thieres hineinlegt und nun Zusammenziehungen hervorruft. Bei jeder Zuckung des verwundeten Muskels zuckt der Froschschenkel mit. Es findet hier eine merkwürdige Aehnlichkeit zwischen diesen Vorgängen an Muskeln und den wunderbaren Wirkungen der elektrischen Organe einiger Fische statt. Jeder Muskel bildet gleichsam ein elektrisches Organ im Kleinen. Am meisten bekannt sind die Wirkungen der Zitterrochen des mittelländischen Meeres und der Zitteraale Südamerikas. Diese Fische sind fähig, mittels ihrer an den Seiten ihres Körpers liegenden eigenthümlichen Organe von verhältnissmässig beträchtlicher Grösse elektrische Entladungen hervorzubringen, welche sich durch die umgebende

Wassermasse ausbreiten und die darin befindlichen Thiere
tödten, oder doch durch wiederholte heftige Zuckungen er-
372 matten. Sehr lebhaft hat A. v. Humboldt den Kampf der Zitteraale gegen Pferde beschrieben, welche in das Wasser hineingetrieben sind. Die elektrischen Entladungen können ganz wie die Zusammenziehungen der Muskeln durch den Willen des Fisches und durch jede künstliche Reizung der Nerven des elektrischen Organs hervorgerufen werden. Ganz wie der Muskel versetzt das elektrische Organ während der Innervation einen seinem Strome ausgesetzten Nerven in dauernde Reizung, und bei beiden müssen wir aus der Art ihrer physiologischen Wirkungen auf Ströme mit sehr schnellen Schwankungen oder Unterbrechungen schliessen. Sie unterscheiden sich nur bedeutend durch die Stärke ihrer elektrischen Wirkungen und durch die Zusammenziehung, welche dem elektrischen Organe fehlt.

Auch vom Nerven aus kann man secundäre Zuckungen hervorbringen, wenn man den Nerven des stromprüfenden Schenkels der Länge nach an eine Strecke eines zweiten elektrisch gereizten Nerven anlegt. Dabei zuckt der Schenkel, als wäre es sein eigener Nerv, der von den elektrischen Strömen getroffen würde. Aber es ist hier nicht die negative Stromesschwankung des zweiten Nerven, welche den ersten erregt, sondern es sind die Ströme seines elektrotonischen Zustandes. Daher entsteht diese Art der secundären Zuckung nur bei elektrischer Reizung, und es ist nicht nöthig, dass der stromprüfende Nerv vom normalen Nervenstrome des anderen getroffen werde, sondern es genügt, dass beide mit einer kleinen Strecke ihrer Länge nebeneinander liegen. Die negative Stromesschwankung im Nerven bei mechanischer, chemischer, caustischer Reizung oder Vergiftung durch Strychnin scheint den angelegten Nerven nicht kräftig genug zu afficiren, um Zuckungen hervorzubringen.

Die inducirte Zuckung vom Nerven aus lehrt uns übrigens die Schnelligkeit kennen, mit welcher der Nerv im elektrotonischen Zustande die Richtung seiner Wirksamkeit ändern kann. Wir besitzen eine Art von magnetelektrischen Inductionsapparaten, erfunden von Neef, in denen ein hydroelektrischer

Strom durch eine schwingende Feder, deren Bewegung er selbst unterhält, fortdauernd geöffnet und wieder geschlossen wird. Eisenmassen, welche durch diesen Strom magnetisirt werden, erzeugen in einer zweiten Stromleitung bei jeder Oeffnung jenes ersten Stromes einen inducirten elektrischen Schlag in der einen, bei jeder Schliessung einen in der entgegengesetzten Richtung, welche Schläge durch einen thierischen Theil geleitet, eine mächtige physiologische Wirkung hervorbringen. Durch den Ton, welchen die schwingende Feder giebt, kann man die Zahl ihrer Schwingungen in der Secunde, also auch die Zahl der hin und hergehenden Inductionsschläge ermitteln. Die gewöhnlichen Apparate geben einen Ton von 100 bis 300 Schwingungen in der Secunde und doppelt so viel Wechsel in der Richtung der inducirten Ströme. Leitet man die letzteren durch einen Nerven, so kann dieser nur dann secundäre Zuckungen bewirken, wenn sein elektrotonischer Zustand ebenso schnelle Schwankungen macht wie der erregende Strom. Bei der Ausführung des Versuches findet man in der That sehr leb- 373
hafte secundäre Zuckungen. Doch beweisen gewisse Erscheinungen am Multiplicator, deren Erörterung hier nicht wohl auszuführen ist, dass man bei so flüchtigen Strömen schon der Grenze nahe kommt, wo die Nervenmoleceln dem erregenden Strome nicht mehr zu folgen vermögen.

Neben den bisher besprochenen Bewegungserscheinungen des Muskel- und Nervenstromes ist noch zu bemerken, dass beiderlei Ströme zuweilen im letzten Stadium des Absterbens namentlich der zarteren thierischen Theile eine umgekehrte Richtung zeigen. Das ist bei den Muskeln warmblütiger Thiere, an den centralen Theilen des Nervensystems und den Nervenwurzeln auch der Frösche nicht ganz selten. Dieselbe Umkehr in der Richtung fand du Bois häufig bei Muskeln und Nerven, die einen Augenblick in siedendes Wasser getaucht waren. Wenn die Ströme von kleinen beweglichen elektromotorischen Theilchen erregt werden, so hat auch diese Aenderung ihrer Richtung nichts auffallendes.

Ich habe jetzt die Uebersicht der wesentlichsten Thatsachen, welche in dem besprochenen Gebiete aufgefunden sind, gegeben. Fassen wir sie noch einmal mit Weglassung aller

theoretischen Zusätze und mit besonderer Berücksichtigung des physiologischen Interesse zusammen.

1) Die unverletzten ruhenden Muskeln und Nerven wirken nach aussen hin gar nicht elektromotorisch.

2) Sie thun dies aber, sobald ihre Fasern quer durchschnitten werden, oder eine äusserst dünne Schicht Muskelsubstanz unter der Sehnenausbreitung (dem natürlichen Querschnitte) unwirksam gemacht wird.

3) Innerhalb einer jeden Primitivfaser sind sämmtliche Bedingungen für elektromotorische Wirksamkeit vorhanden. Ob dadurch innerhalb der unverletzten Fasern schon Ströme erzeugt werden, wie es die Hypothese der peripolaren Molekeln von du Bois voraussetzt, kann allerdings aus den Thatsachen bis jetzt noch nicht geschlossen werden. Es wäre möglich, dass den Strömen erst durch die Verletzung und Anlegung eines Bogens Wege gegeben würden. Jedenfalls sind die Ströme im Multiplicator nur schwache abgezweigte Theile der Strömungen, welche in den thierischen Theilen und an der Grenzfläche zwischen ihnen und dem ableitenden Bogen kreisen.

4) Im angelegten leitenden Bogen gehen die Ströme von demjenigen seiner Endpunkte, welcher der Mitte des Längsschnittes zu dem, welcher der Mitte eines der Querschnitte am nächsten ist, nur bei absterbenden Muskeln und Nerven findet man zuweilen das Gegentheil. Liegen beide Enden des Bogens am Querschnitte oder beide am Längsschnitte, so sind die Ströme sehr viel schwächer, als wenn eines am Längsschnitte und eines am Querschnitte liegt.

5) Die elektromotorische Wirksamkeit verschwindet mit dem Eintritt der Todtenstarre und dem Verlust der Reizbarkeit.

374 6) Die elektromotorische Wirksamkeit der Muskeln und Nerven ist sehr schnellen Wechseln ihrer Stärke und Richtung ausgesetzt, sowohl im elektrotonischen Zustande als während der Innervation.

7) Am unwirksamen unverletzten Muskel ist die Innervation begleitet von Strömen im leitenden Bogen, deren Vertheilung dem normalen Muskelstrom entspricht, deren Richtung ihm aber entgegengesetzt ist. Am verletzten wirksam gewordenen Muskel zeigt sich eine Verminderung des

normalen Stromes. Die Stromstärke ist aber während der Dauer der Innervation nicht constant, sondern in sehr schnellen Schwankungen begriffen.

8) Wirksame Nervenstücke zeigen, während sie eine Innervation fortleiten, ebenso eine Verminderung des Nervenstromes. Bei ihnen wie bei den Muskeln ist die Stromesschwankung, welche jede Innervation begleitet, zwar zunächst nur im leitenden Bogen wahrgenommen worden, lässt aber mit Sicherheit auf eine gleichzeitige Veränderung der elektromotorischen Anordnungen im Innern der thierischen Theile zurückschliessen.

9) Die Fähigkeit des Nerven, bei Durchströmung eines seiner Theile in elektrotonischen Zustand zu gerathen, kommt ihm ebenfalls nur zu, so lange er noch reizbar ist. Er wirkt in diesem Zustande seiner ganzen Länge nach in gleichem Sinne elektromotorisch.

Ich füge noch einige Bemerkungen über die physiologische Bedeutsamkeit dieser Thatsachen an. Was zunächst den normalen Muskel- und Nervenstrom betrifft, so verrathen sie uns eine sehr eigenthümliche Beschaffenheit des Innern dieser Gebilde, wie wir sie bisher noch an keinem unorganischen Körper gefunden haben, eine Beschaffenheit, welche auch offenbar mit den wesentlichen Lebenseigenschaften dieser Theile im engsten Zusammenhange steht, da sie immer nur mit diesen verbunden vorkommt. Eine nähere Einsicht in die Verbindung zwischen der elektromotorischen Wirkungsfähigkeit und der Reizbarkeit ist uns allerdings noch nicht verstattet. Wir wissen nicht einmal mit Bestimmtheit, ob Ströme im unverletzten Muskel vorkommen. Chemische Zersetzungen, wie sie durch solche Ströme bedingt werden müssten, scheinen allerdings vorhanden zu sein, da auch der ruhende Muskel nach G. Liebig's Versuchen der Absorption von Sauerstoff zur längeren Unterhaltung seiner Reizbarkeit bedarf. Jedenfalls werden die elektromotorischen Anordnungen im Innern des Muskels wirksam und geben auch nach aussen hin Ströme ab, sowie der Muskel in Thätigkeit gesetzt wird.

Viel mehr Erkenntniss versprechen die Gesichtspunkte, welche die Kenntniss der negativen Stromesschwankung bei der Innervationsthätigkeit im Muskel und Nerven eröffnet.

Während eine Nervenstrecke eine Reizung fortleitet, geht in ihr selbst eine physikalisch wahrnehmbare Veränderung vor. in welche jedenfalls — und das ist eine Thatsache von höchster Wichtigkeit — auch die materiellen Theile des Nerveninhalts mit hineingezogen werden. Denn elektrische Ströme, welche flüssige Leiter durchfliessen, bringen chemische Zersetzungen derselben hervor, welche letzteren wiederum auf die Stärke
375 jener Ströme zurückwirken. Also selbst abgesehen von der Hypothese der elektromotorischen Molekeln, lässt die negative Stromesschwankung schliessen, dass jede Thätigkeitsäusserung der Muskeln und Nerven von Veränderungen in den elektrochemischen Processen begleitet sei. Eine bestimmtere Vorstellung über die Art, wie die materiellen Theile afficirt werden, bietet die theoretische Ansicht von du Bois. Wir werden uns in Erwägung der ungemein schnellen Wechsel, welche Richtung und Stärke der elektromotorischen Kräfte darbieten, kaum der Ansicht entziehen können, dass diese Kräfte sehr beweglichen kleinen Theilchen des Inhalts zukommen, wie diese auch übrigens gestaltet und geordnet sein mögen, und dass durch die Reizung die Richtung dieser Theilchen vorübergehend von der gereizten Stelle des Nerven ab bis zum Muskel und in diesem selbst geändert werde. Die Lagenänderung der elektromotorischen Molekeln würde danach also mindestens ein Glied in dem Mechanismus der Reizung bilden. Hier drängt sich natürlich die Frage auf: sollte diese Bewegung der Molekeln vielleicht mehr sein als ein unwesentlicher Nebenvorgang, welcher das Spiel immaterieller Agentien begleitet? Die Physiologie wird diese neue Thatsache darauf prüfen müssen, ob sie nicht den Schlüssel zur Erklärung der Fortpflanzung der Nervenwirkungen bietet. Ich habe vorher schon angeführt, dass einige Physiologen annehmen, was sich bei der Reizung durch die Nerven hin fortpflanze, sei eine Schwingung, ein Stoss, oder irgend eine bestimmte Bewegungsform, ähnlich den Wellen, wie sie sich an einer Saite, an der Oberfläche des Wassers, oder als Schallwellen in der Luft, als Lichtwellen im Aether fortpflanzen. Jetzt sind wir auf die Vorstellung einer solchen Bewegung auch durch die elektrischen Erscheinungen geführt worden. Ich bemerke, dass das Re-

sultat meiner eigenen Untersuchungen über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Nervenreizung, aus denen sich ein unerwartet niedriger Werth derselben ergiebt, so unverträglich es mit der älteren Ansicht vom Nervenagens als einem immateriellen oder imponderablen Principe ist, ebenso gut dagegen mit der eben bezeichneten Ansicht übereinstimmt. Denn von einer Bewegung der materiellen Theile des Nerveninhalts brauchen wir eine so überaus grosse Fortpflanzungsgeschwindigkeit nicht zu erwarten.

Du Bois verspricht eine positive, auf Thatsachen gestützte Theorie des Nervenagens und der motorischen Kraft der Muskeln zu geben.[1]) Aus dem eben Gesagten erhellt nun in der That, dass schon seine bis jetzt veröffentlichten Untersuchungen neue, bisher fehlende Anhaltpunkte gewähren; wir können seinen weiteren Veröffentlichungen hier natürlich nicht vorgreifen. Nur gegen ein häufig vorgekommenes Missverständniss seiner darauf bezüglichen Aeusserungen kann ich ihn hier verwahren, weil die Widerlegung sich aus den bisher vorgetragenen Thatsachen leicht ergiebt. Es betrifft dies seine Aeusserung, er habe vor, die Identität der Elektricität und des Nervenagens nachzuweisen.[2]) Man glaubt vielfach, er wolle im alten Sinne 376
der Identitätslehre Elektricität durch die Nerven wie durch leitende Drähte strömen lassen. Dass dies nicht der Fall ist, ergiebt sich am besten daraus, dass er einen Abschnitt seines Werkes der Widerlegung der Annahme isolirender Hüllen um die Nervenfasern gewidmet hat.[3]) Dass dagegen die elektrischen Kräfte der stromumflossenen Molekeln in einer Theorie ihrer Bewegungen mit in Betracht gezogen werden müssen, versteht sich von selbst. Es wird also der Elektricität eine Rolle in der Theorie der Nervenreizung bei den vorliegenden Thatsachen nicht mehr versagt werden können.

Ausser dieser Frage über die Natur des Nervenagens sind es aber noch einige andere wichtige physiologische Punkte, über welche uns die negative Stromesschwankung Aufschluss giebt

1) Comptes rendus. 25 Mars 1850.

2) Unters. über th. Elektr. Bd. I. Vorrede XV und Sitzungsbericht der Berl. Akad. 3. Juli 1851.

3) Unters. über th. Elektr. Bd. II. S. 275.

oder verspricht. Bisher hatten wir kein anderes Mittel zu erfahren, ob ein Nerv im Reizungszustand sei, oder eine Reizung leite, als die daraus resultirende Thätigkeit anderer organischer Theile, entweder die Bewegung des Muskels oder die Empfindung im Gehirne. Die negative Stromesschwankung giebt ein neues Mittel in die Hand, wodurch wir, unabhängig von der Wirksamkeit jedes anderen Theiles, durch eine physikalische Thätigkeit des Nervenstammes selbst darüber Auskunft erhalten können. So z. B. war bisher nicht zu ermitteln, ob die Reizung einer Stelle im Stamme eines motorischen Nerven sich nur nach den Muskeln hin oder auch nach dem Gehirn zu, die eines sensiblen sich nur nach dem Gehirn oder auch nach der Peripherie hin fortpflanze. Wahrgenommen wurde ein Erfolg der Reizung des motorischen Nerven nur am Muskel, eines sensiblen nur im Gehirn. Das konnte aber sehr wohl auch bei doppelsinniger Leitung in beiderlei Arten der Nerven davon abhängen, dass die Wurzeln der motorischen Nerven mit keinen empfindungsfähigen Hirntheilen, und die peripherischen Enden der sensiblen Nerven in der Haut mit keinen contractilen Organen in Verbindung standen, sodass ihre Reizung immer nur an einem ihrer Enden einen Erfolg haben konnte. Es war daher wichtig zu entscheiden, ob die negative Schwankung des Nervenstromes bei der Reizung sich auch in rein motorischen und rein sensiblen Nervenstämmen doppelsinnig fortpflanze. Die meisten Nervenstämme des Körpers enthalten beiderlei Arten von Fasern; aber jeder Nerv, welcher aus dem Rückenmark der Wirbelthiere hervorkommt, entspringt mit zwei Wurzeln, einer vorderen rein motorischen und einer hinteren rein sensiblen, deren Fasern sich bei der Vereinigung zu einem Nervenstamme vermischen. Du Bois hat die Fortleitung der negativen Stromesschwankung an diesen Wurzeln untersucht, und gefunden, dass sie sich in beiderlei Arten von Fasern nach beiden Richtungen, sowohl nach dem Gehirn als nach den peripherischen Theilen hin fortpflanze.

377 Ob der elektrotonische Zustand der Nerven, diese eigenthümliche Art elektrischer Polarisation, welche bei der Durchleitung eines elektrischen Stromes entsteht, eine physiologische Bedeutung habe, lässt sich noch nicht entscheiden. Es scheint

unwahrscheinlich, weil dieser Zustand sich in einiger Entfernung von der durchströmten Stelle merklich schwächt, und weil im Organismus, so viel uns bekannt ist, keinerlei Gelegenheit zur Erzeugung eines elektrischen Stromes gegeben ist, der die Nerven der Länge nach durchströmte. Von den motorischen Nerven wissen wir ausserdem mit Bestimmtheit, dass eine anhaltende elektrische Durchströmung von constanter Stärke, also auch ein constant unterhaltener elektrotonischer Zustand nicht als Reiz auf sie einwirkt. Anders ist es freilich mit den sensiblen. Auch in ihnen erregen Schwankungen der Stromesstärke heftigere Empfindungen als ein gleichmässig andauernder Strom, aber letzterer ist nicht ganz ohne Wirkung. Bei schwacher aufsteigender Durchströmung des Sehnerven, d. h. einer solchen vom Auge zum Gehirn, empfinden wir ein hellviolettes Licht, bei absteigender ein dunkleres rothgelbes. Bei aufsteigender Durchströmung der Zungennerven empfinden wir einen lebhafteren sauren, bei absteigender einen schwächeren unbestimmt bitteren oder alkalischen Geschmack. Hier wäre es nun allerdings möglich, dass der elektrotonische Zustand des Nerven das ist, was die Empfindung vermittelt.

Dies möge genügen, um die physiologische Wichtigkeit dieser Untersuchungen an das Licht zu stellen, welche früher manchem Physiologen als müssige Kleinigkeitskrämerei erschienen sein mögen. Ich übergehe manche andere wichtige Folgerungen aus ihnen, welche mehr den experimentirenden Physiologen als den Physiker oder Arzt interessiren.

XC.

Versuche über das Muskelgeräusch.

Aus den Monatsberichten der Akademie der Wissenschaften zu Berlin vom 23. Mai 1864. S. 307—310. — Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. Bd. III. S. 155—157. 27. Mai 1864.

---

307 1. Das bekannte und oft bezweifelte Muskelgeräusch hört man sehr deutlich und unter Umständen, wo Reibung des Ohres oder des Stethoskops an der den Muskel bedeckenden Haut ganz ausgeschlossen sind, wenn man sich an einem stillen Orte, am besten des Nachts, die Ohren mit Pfropfen aus Siegellack oder aus nassem Papier dicht verstopft, und dann Muskeln des Kopfes z. B. die Masseteren in kräftige Zusammenziehung bringt. So lange die Muskeln in gleichmässiger Spannung bleiben, hört man ein dumpfes, brausendes Geräusch, dessen Grundton durch vermehrte Spannung nicht wesentlich verändert wird, während das damit vermischte Brausen stärker und höher wird.

Nicht bloss die Spannung der kräftigen Kaumuskeln, der Masseteres, Pterygoidei und Temporales, sondern auch die der viel schwächeren Gesichtsmuskeln, der Orbiculares oris und palpebrarum, des Platysma myoides, des Levator labii superioris alaeque nasi, der Zunge u. s. w. giebt hörbare Geräusche, die alle im Wesentlichen von demselben Charakter sind, nur lauter, deutlicher und reiner, wie die bekannten Geräusche, welche man hört, wenn man das Stethoskop auf die zusammengezogenen Muskeln des Armes setzt.

Die Höhe des Grundtones des musikalischen Theiles dieser Geräusche zu bestimmen ist sehr schwer, weil er an der unteren

Grenze der wahrnehmbaren Töne liegt. Herr S. Haughton[1]) 308
hat ihn kürzlich durch mehrere Personen bestimmen lassen, er entsprach bald dem C von 32 Schwingungen, bald dem D von 36; 35 bis 36 war auch die höchste Zahl, welche Wollaston dafür gefunden hat. Ich finde dasselbe für meine Kaumuskeln, dagegen ist der Ton für die schwächeren Gesichtsmuskeln etwas tiefer.

2. Ich wiederholte diese Beobachtungen, aber so, dass ich die Zusammenziehung der Muskeln nicht durch meinen Willen, sondern durch einen Inductionsapparat mit schwingender Feder hervorbrachte, der bei passender Einstellung bis 130 Schwingungen der Feder und ebenso viel Oeffnungsschläge geben konnte. Der Inductionsapparat stand in einem durch zwei geschlossene Thüren getrennten Zimmer, sodass unmittelbar durchaus nichts von seinem Tone gehört werden konnte. Sowie ich aber die Elektroden an meinen Masseter ansetzte und ihn dadurch in kräftige Contraction brachte, hörte ich den Ton der Feder des Inductionsapparates. Wurde derselbe von einem Gehülfen durch andere Einstellung der Schraube verändert, so hörte ich die Veränderung.

Dass der Ton aus dem zusammengezogenen Muskel gehört wurde, und nicht durch eine directe Wirkung der elektrischen Ströme auf das Ohr, ging namentlich daraus hervor, dass der Ton erst dann hörbar wurde, wenn die Stromstärke genug gesteigert wurde, um eine Zusammenziehung des Muskels zu geben.

3. Ebenso gelang es, wenn auch weniger stark, den Ton mittels des Stethoskops zu hören aus den Armmuskeln eines jungen Mannes, welche durch die sie durchfliessenden Inductionsströme in Zusammenziehung gebracht waren. In diesem Falle wurde das Ohr und der Gehörnerv des Beobachters selbst gar nicht von den elektrischen Strömen getroffen. Man hätte aber daran denken können, dass der elektrische Strom den gespannten Muskel direct, wie einen gespannten Draht, in Erschütterung setzte. Um auch diese Möglichkeit auszuschliessen, liess ich endlich den Strom durch den Nervus medianus am Oberarm

1) Outlines of a new theory of muscular action, being a thesis read for the degree of Doctor in Medicine etc. London 1863.

gehen und schwächte seine Stärke so, dass er direct auf die
309 Muskeln applicirt, diese nicht in Zusammenziehung brachte. Sowie der Strom den Nerven kräftig genug traf, dass starke Contractionen der Vorderarmmuskeln entstanden, hörte ich aus diesen den Ton der stromunterbrechenden Feder deutlich heraustönen. Wenn ich dagegen die Elektroden am Oberarm ganz wenig zur Seite schob, dass die Wirkung auf die Vorderarmmuskeln aufhörte, so verschwand auch der Ton.

Daraus geht hervor, dass die periodische Bewegung, welche der Draht dem Nerven zuleitete in Form von elektrischen Stössen, vom lebenden Nerven mit unveränderter Periode zum Muskel geleitet wurde, und in diesem endlich wieder in eine mechanische Erschütterung, in Schallschwingungen, umgesetzt wurde. Die Zahl der Schwingungen betrug hierbei 130 in der Secunde.

Diese Versuche scheinen mir erstens jeden Zweifel an der Existenz eines eigenthümlichen, von dem Zustande der Contraction abhängigen Muskelgeräusches und jede Erklärung desselben aus einer Reibung des Muskels an den umliegenden Theilen oder dieser aneinander zu beseitigen.

Dass ein scheinbar gleichmässig zusammengezogener Muskel in der That in einem schnellen Wechsel entgegengesetzter Moleculanordnungen begriffen sei, war von Hrn. E. du Bois-Reymond schon aus der Erscheinung des sogenannten secundären Tetanus gefolgert worden. Die Geschwindigkeit dieses Wechsels ist einer der wesentlichsten Gründe, dass die elektrischen Wirkungen der Muskeln auf die Existenz sehr kleiner elektromotorischer Molekeln zurückgeführt werden müssen. Aber der Beweis eines solchen Wechsels beruhte hauptsächlich nur auf dem Umstande, dass der Muskelstrom eines tetanisirten Muskels, durch einen anderen Nerven geleitet, dessen Muskel ebenfalls tetanisirt. Dazu würden etwa zehn Wechsel in der Secunde ausreichen. Wenn es nun auch schon äusserst wahrscheinlich erscheinen mochte, dass die Zahl der inneren Veränderungen eines durch eine Reihe von Inductionsschlägen tetanisirten Muskels der Zahl der elektrischen Schläge gleich käme, so glaube ich doch, dass ein directer Beweis dafür, wie er durch den Ton des Muskels geliefert wird, unter diesen Verhältnissen von Wichtigkeit ist.

Ich bemerke, dass ich auch in meinen Untersuchungen 310
über die Tonempfindungen genöthigt war, die Möglichkeit von etwa 130 getrennten Erregungen in der Secunde für den Gehörnerven anzunehmen.

Im Augenblicke hatte ich keine Apparate, um mit Sicherheit mehr als 130 Oeffnungsschläge in regelmässiger Periodicität zu geben, doch zweifle ich nicht, dass sich viel höhere Töne in den Muskeln werden erzeugen lassen. Als ich eine Stimmgabel von 120 Schwingungen den Strom unterbrechen liess, hörte ich im Muskel verhältnissmässig stark auch den Ton von 240 Schwingungen, die höhere Octave des Tones der Gabel, welcher durch die gleichzeitig wirkenden 120 Oeffnungsschläge und die etwas schwächeren 120 Schliessungsschläge hervorgerufen zu sein schien. Der Unterschied in der Stärke beider Arten von Schlägen war in diesem Falle weniger gross, weil die Unterbrechung des Stromes aus Quecksilber geschah.

Andererseits habe ich durch Stimmgabeln, die zwischen den Schenkeln von Elektromagneten stehen, und welche mit dem Bogen gestrichen durch ihre Bewegung elektrische Ströme von der Form regelmässiger Sinuswellen in der Drahtumwickelung der Elektromagneten erzeugten, Froschschenkel in Tetanus gesetzt, und gefunden, dass selbst 600 ganze Schwingungen in der Secunde noch Tetanus geben; indessen war ich bisher noch nicht im Stande, Schallschwingungen der Froschmuskeln wahrnehmbar zu machen.

XCI.

Ueber den Muskelton.

Aus den Verhandlungen des naturhistorisch-medicinischen Vereins zu Heidelberg. Bd. IV. S. 88—90. Vom 20. Juli 1866.

---

88 Der Vortragende hat schon früher über denselben Gegenstand gesprochen und damals gezeigt, dass, wenn Muskeln von Menschen oder Kaninchen von ihren Nerven her in Tetanus versetzt werden mittels der Ströme eines Inductionsapparates, dessen Feder regelmässige Schwingungen ausführt, man statt des normalen Muskeltones einen Ton von der Höhe desjenigen hört, den die schwingende Feder des Inductionsapparates giebt. Die gewöhnlichen Apparate dieser Art geben nur 40 bis 60 Schwingungen in der Secunde; von dem blossgelegten Hüftnerven eines Kaninchens aus hatte ich schon früher Tetanus erzeugt durch einen Inductionsapparat, in welchem eine Stimmgabel von 120 Schwingungen den Strom unterbrach, und aus den Muskeln des Thieres den entsprechenden Ton von 120 Schwingungen und daneben auch, wenn auch nicht ganz so sicher, dessen ersten Oberton von 240 Schwingungen gehört. Es ist schwer, die so schnell unterbrochenen Inductionsströme so stark zu machen, dass sie menschliche Nerven durch die Haut hindurch afficiren, weil sie das Quecksilber, was man an der Unterbrechungsstelle anwenden muss, schnell verbrennen und in Staub zerstreuen. Durch eine sorgfältige Abgleichung aber von passend angebrachten Nebenschliessungen (theils metallische für die Elektromagneten, theils Wasserzersetzungs-

zellen für die Funkenstrecke) gelang es mir mit einer Gabel von 240 Schwingungen hinreichend kräftige Schläge herzustellen, dass vom Nervus medianus aus Tetanus der Vorderarmmuskeln beim Menschen erreicht wurde, und in diesen der Ton von 240 Schwingungen deutlich hörbar wurde, was jedenfalls einen ausserordentlich hohen Grad von Beweglichkeit in den Molecularapparaten des Muskels anzeigt.

Da der Muskelton in dieser Weise beobachtet ein Phä-
nomen von geringer Intensität ist, und ziemliche Aufmerk-
samkeit bei der Beobachtung fordert, habe ich mich vielfach
bemüht, Resonanzapparate zu bauen, um ihn deutlicher hör-
bar zu machen, namentlich auch, weil es mir darauf ankam,
den natürlichen Muskelton, der an der Grenze der tiefsten 89
hörbaren Töne liegt, deutlicher zu hören und seiner Natur
nach zu bestimmen. Auf akustischem Wege gelang dies nur
sehr unvollkommen, dagegen fand ich es eher möglich, die
Schwingungen der Muskeln, namentlich bei ihren tieferen
Tönen, dem Auge sichtbar zu machen.

Zu dem Ende benutze ich stählerne Federn (Uhrfedern), die so lang gemacht werden, dass ihre Schwingungsperiode derjenigen des wahrzunehmenden Tones gleich wird. Dieselben sind zu dem Ende zwischen vier Drahtstiften eingeklemmt, die an den Enden eines durch Längsschnitte unvollkommen getheilten elastischen Brettchens befestigt sind. Legt man das Brettchen so an die Muskeln an, dass einer seiner federnden Abschnitte die Erschüttterungen des Muskels empfängt, so werden diese auf die Uhrfeder übertragen, und diese kommt in starkes, leicht sichtbares Mitschwingen. Mittels eines Apparates der 19,5 Unterbrechungen in der Secunde gab, brachte man von den menschlichen Muskeln aus starkes Mitschwingen der Feder hervor, wenn die Feder auf 19,5, schwächeres auch, wenn sie auf 39 oder 58,5, ganz schwach endlich, wenn sie auf 78 Schwingungen eingestellt war.

Sucht man diejenige Länge der Feder, bei welcher sie durch die natürliche Zusammenziehung der Muskeln am besten in Schwingung versetzt wird, so findet man diese bei 18 bis 20 Schwingungen in der Secunde. Die Schwingungen

hierbei sind aber nicht so regelmässig, und daher auch nicht so stark, wie sie bei dem künstlichen Tetanus sind. Da eine Stahlfeder zu lange nachschwingt, und eben deshalb auch nicht schnell genug die übertragene Schwingungsweise annimmt, fand ich zur Beobachtung der natürlichen Muskelschwingungen ähnliche Apparate mit zugespitzten schwingungsfähigen Papierstreifchen besser. Deren Schwingungsperiode ist am besten zu ermitteln, wenn man sie an die schwingende Feder eines passend abgestimmten Inductionsapparates hält, und ermittelt, bei welcher Schwingungsperiode sie am stärksten mitschwingen.

Diese Versuche lehren nun, dass die Schwingungszahl der natürlichen Muskelvibration des Menschen nicht, wie *Wollaston* und *Haughton* glaubten beobachtet zu haben, 36 bis 40, sondern dass sie nur 18 bis 20 ist. Was man als Muskelton hört, ist also nur der erste Oberton der wahren Muskelvibration, deren Grundton nicht mehr im Bereich der hörbaren Töne liegt. Ausserdem ist diese natürliche Muskelvibration zwar annähernd periodisch, aber nicht so genau periodisch, wie die Bewegungen der schwingenden Stimmgabeln und Stahlfedern.

In der Hoffnung die Versuche wesentlich zu erleichtern, wenn ich sie mit Fröschen anstellen könnte, habe ich auch mit deren Muskeln Versuche angestellt. Den Ton von 120 Schwingungen zu hören, gelang spurweise, als ich einen Froschmuskel, der ein Gewicht hob, an einen in den Gehörgang gesteckten Stab gehängt hatte. Dagegen sieht man die
90 Vibrationen der Feder von 16 bis 20 Schwingungen sehr gut, wenn man den Muskel an das beschiebene Brettchen, welches die Feder hält, anhängt, und ihn im elektrischen Tetanus von entsprechender Anzahl von Schlägen ein Gewicht von zwei Unzen heben lässt. Schwingungen der Feder von der Schwingungszahl 120 durch isochrone elektrische Schläge vom Nerven aus hervorzurufen misslang gänzlich. Dagegen sah ich schwache Schwingungen der Feder, welche der natürlichen Vibrationsperiode des Froschrückenmarkes zu entsprechen schienen, wenn ich den Inductionsapparat auf 120 Schwingungen einstellte, und die mitschwingende Feder auf 16 Schwingungen.

Es ist dabei zu bemerken, dass, wie E. du Bois-Reymond zuerst bemerkte, und ich selbst bestätigt fand, Tetanus auch bei Kaninchen vom Rückenmark aus durch schnellschwingende Ströme hervorgerufen, nicht den Ton der Stromvibrationen, sondern den natürlichen Muskelton giebt.

Ströme von der Schwingungszahl 18, auf das Froschrückenmark einwirkend, gaben dagegen auch an der Feder starke isochrone Schwingungen. Deren Schwingungszahl scheint der natürlichen des Rückenmarkes so nahe zu sein, dass dieses sich vollkommen adaptirt.

XCII.

Mittheilung, betreffend Versuche über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reizung in den motorischen Nerven des Menschen, welche Herr N. Baxt aus Petersburg im Physiologischen Laboratorium zu Heidelberg ausgeführt hat.

Aus den Monatsberichten der Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Vom 29. April 1867. S. 228—234.

---

228 Die bisher über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reizung in den menschlichen Nerven angestellten Versuche beziehen sich auf die sensiblen Nerven und leiden an dem grossen Uebelstande, dass ein Theil der dabei gemessenen Zeit von psychischen Processen abhängt. Es wurde dabei nämlich immer die Zeit gemessen, welche nach der Erregung eines sensiblen Nerven vergeht, bis der Inhaber dieses Nerven, der die Erregung empfindet, in Folge davon eine willkürliche Bewegung eines Muskels eintreten lassen kann. Die Uebertragung der Reizung von den sensiblen auf die motorischen Nerven geschieht also hierbei durch einen Willensact des Experimentirenden, bei recht gespannter Aufmerksamkeit allerdings ziemlich regelmässig in etwa dem zehnten Theile einer Secunde, aber doch immerhin nicht regelmässig genug, dass nicht die kleinen, verschieden langer Nervenleitung entsprechenden Zeitdifferenzen bei verschiedenen Beobachtern und auch bei demselben Beobachter zu verschiedenen Zeiten ziemlich erhebliche Abweichungen zeigten. Meine eigenen ersten Beobachtungen vom Jahre 1850 hatten mir für die Leitung in den Armen

eine Geschwindigkeit von 61,0 ± 5,1 Meter für die Secunde ergeben, für die Beine 62,1 ± 6,7 Meter. Spätere Fortsetzungen dieser Versuchsreihen ergaben mir immer wieder ähnliche Zeitdifferenzen, nur bei zweien, wo ich statt mit der Hand den Strom mittels der Zähne geöffnet hatte, um eine grössere Sicherheit der Action zu erreichen, erhielt ich Zahlen, die mit den später von dem Astronomen Hrn. A. Hirsch gefundenen besser übereinstimmen.[1]) Letzterer Beobachter 229
fand dagegen eine Geschwindigkeit von 34 Meter, Herr Dr. Schelske 29,6 Meter, Herr F. C. Donders 26,09 Meter, Herr F. Kohlrausch wieder Werthe, die bis zu 94 Meter stiegen.

Unter diesen Umständen schien es mir wünschenswerth einen älteren Versuchsplan, bei dessen Ausführung ich früher gescheitert war, wieder aufzunehmen, und nach der für die motorischen Nerven des Frosches so sehr geeigneten Methode auch am Menschen Versuche anzustellen. Wenn man einen menschlichen Bewegungsnerven an zwei verschiedenen Stellen seines Verlaufes erregt, und die dadurch ausgelösten Zuckungen am Myographion aufschreiben lässt, so lässt der horizontale Abstand der beiden Zuckungscurven voneinander den Zeitunterschied wegen der Fortpflanzung im Nerven erkennen. Eine erste Schwierigkeit für die Uebertragung dieser Versuchsmethode auf den Menschen liegt aber in dem Umstande, dass jede Reizung eines Nervenstammes an einem höheren Punkte mehr Muskeln in Bewegung setzt, als die an einem tieferen Punkte, und deshalb auch andere Bewegungsformen der Glieder zu Stande kommen. Indessen versprach die von Marey angewendete Methode, die Anschwellung der Daumen-

---

1) Ein Rechenfehler, Auslassung des Factor 2, den ich anfangs den Beobachtungen von Hirsch gegenüber selbst vermuthete, ist bei jenen Beobachtungen nicht gemacht worden, wie auch die Nebeneinanderstellung der unmittelbar beobachteten Zeiten zeigt. Es brauchte die Uebertragung

	von Hand zu Hand,	von Gesicht zu Hand,
1. Bei mir, ältere Versuchsreihe	0″,13524	0″,12040
2. „ „ spätere Versuchsreihe	0″,12776 0″,12495	0″,11320
3. Bei Herrn Guillaume (Beobachter Hirsch)	0″,1424	0″,1110.

ballenmuskeln bei ihrer Zuckung aufschreiben zu lassen, diese Schwierigkeit zu beseitigen, und ich forderte deshalb Herrn N. Baxt auf, zu versuchen, ob auf diesem Wege das Ziel zu erreichen sei.

Es geschah das schliesslich nach vielen vergeblichen Versuchen folgendermaassen: Der Experimentirende (d. h. derjenige, dessen Nerven gereizt wurden; denjenigen, welcher am Myographion operirt, werde ich den Beobachter nennen) umfasst mit seiner rechten Hand in Supinationsstellung einen kurzen Holzcylinder, der in etwa drei Zoll Entfernung über einem horizontalen Brette festgelegt ist. Der Ellenbogen wird
230 auf das Brett gestützt. In dieser Lage wird der Vorderarm mit Gyps umgossen, sodass eine aus drei Stücken, einem unteren und zwei oberen, bestehende Gypsform für den Arm gebildet wird. Das untere Stück der Form umfasst den Ellenbogen, die Dorsalseite des Vorderarmes und der Hand, und reicht bis an die Enden der ersten Fingerphalangen. Von den beiden Deckelstücken überdeckt eines die Hand und den von ihr umfassten Holzcylinder bis zum Handgelenk hin. Das zweite Deckelstück bedeckt die Volarseite des Vorderarmes. Zwischen diesen beiden letzteren Stücken bleibt ein Zwischenraum von zwei Zoll Länge dicht über dem Handgelenk, in welchem man das untere Paar von Elektroden anlegt, und zwar auf den ulnaren Rand der Sehne des Flexor carpi radialis, unter welchem die Zweige des N. medianus liegen, die zum Daumenballen gehen.

Das erste Deckelstück der Gypsform hat ausserdem gerade über dem Daumenballen eine Oeffnung, sodass die Muskeln dieses Theiles frei liegen, die Knochen der Handwurzel dagegen und das Köpfchen des Metacarpalknochens des Daumens von der Form überdeckt und festgehalten werden.

So sind die Knochen des Vorderarmes und der Hand in dieser Weise vollständig festgehalten und unbeweglich; reizt man aber den N. medianus entweder dicht über dem Handgelenk an der genannten Stelle, oder weiter oben am Oberarm neben dem M. biceps, so sieht man die Muskeln des Daumenballens zucken und bei der Zuckung schwellen. Auf die Mitte dieser Muskeln wurde nun das Ende eines dünnen

Glasstabes gestellt, dessen oberes Ende sich von unten gegen einen Stab stemmte, der den Schreibhebel des Myographion rückwärts verlängerte. Zuckten die Muskeln des Daumenballens, so hoben sie den Glasstab und drängten den Schreibhebel des Myographion nach abwärts, wobei dieser eine Zuckungscurve auf den rotirenden Cylinder schrieb. Eine passend angebrachte Spiralfeder hob den Schreibhebel wieder empor.

Damit die zu vergleichenden Zuckungscurven immer genau von gleicher Grundlinie ausgehen, und die Gleichmässigkeit des Muskeltonus vor der Zuckung constatirt wird, diente der erwähnte Stab am Schreibhebel. Derselbe war etwa $1^1/_2$ Fuss
lang und trug an seinem Ende eine Nadelspitze, welche sich 231
dicht vor einer Millimetertheilung bewegte. Der Experimentirende hatte darauf zu sehen, dass die Nadel vor jeder Zuckung immer auf denselben Punkt der Theilung zeigte.

Uebrigens war das Verfahren, wie bei den entsprechenden Versuchen an den motorischen Nerven des Frosches. Das Myographion, wenn es die normale Umlaufszeit erlangt hatte, unterbrach den primären Strom eines Inductionsapparates, der inducirte Strom wurde dem N. medianus zugeleitet, und zwar bald am Handgelenk, bald am Oberarm neben dem unteren Ende des M. coracobrachialis. Zwei solche von den beiden verschiedenen Nervenstellen her ausgelöste Zuckungen wurden so auf den Cylinder geschrieben, dass sie von gleicher Grundlinie ausgingen, und dass der dem Augenblicke der Reizung entsprechende Punkt in beiden derselbe war. Hatten die Curven gleiche Höhe und congruente Form, so entsprach die horizontale Differenz ihrer Stellung dem Zeitunterschiede wegen der Nervenleitung.

Bei den Fröschen ist es verhältnissmässig leicht, Zuckungscurven von congruenter Gestalt zu erlangen, indem man die elektrischen Schläge so stark macht, dass man von beiden Nervenstellen aus das Maximum der Zuckung erhält. Beim menschlichen Arme stellte sich dagegen heraus, dass das Maximum der Zuckung bei momentaner Reizung des Nerven desto grösser ausfällt, je höher oben der Nerv gereizt wird.

Es ist dies ein wichtiger Umstand, weil er zeigt, dass

momentane Reizungen der motorischen Nerven des Menschen sich nicht in vollständig unveränderlicher Form durch längere Nervenstrecken fortpflanzen. Schon Pflüger hat nachgewiesen, dass die von den Muskeln entfernteren Theile der Nerven schwächere Reizungen erfordern, um schwache Zuckungen zu erzeugen. Dasselbe zeigte sich auch bei diesen Versuchen am menschlichen Arme; trotzdem im Allgemeinen die Nervenstämme desselben höher oben, zwischen dickere Muskeln verpackt, viel ungünstiger für die elektrische Reizung liegen, waren schwächere Schläge erforderlich zur Erregung der Muskeln des Daumenballens, je höher oben die Reizung ausgeführt wurde.

232 Unter diesen Umständen müssen die Bedingungen, unter denen von einer Fortpflanzungsgeschwindigkeit die Rede sein kann, enger begrenzt werden. Wir haben die Versuche so ausgeführt, dass der elektrische Schlag für die obere Stelle des Nerven so weit abgeschwächt wurde, bis die von ihm erregte Zuckung dieselbe Stärke und Höhe erhielt, wie das Zuckungsmaximum von der unteren Stelle aus erregt. Wir hatten dann also zwei momentane Erregungen des Nerven, welche gleiche mechanische Wirkungen nach aussen hervorbrachten, und da der Muskel in beiden Fällen gleich arbeitete, waren wir sicher, dass die Verzögerung der Wirkung bei Reizung der oberen Stelle nur der Leitung im Nerven angehörte.

Da es nicht immer gelang, die Stärke der Reizung für die obere Stelle so zu treffen, dass die entsprechende Zuckungscurve genau gleich hoch mit der für die untere Nervenstelle wurde, so wurde aus längeren Versuchsreihen, die unter übrigens gleichen Umständen angestellt waren, eine Interpolationsformel berechnet von der Form:

$$D = A + B\delta$$

worin D das Mittel der Horizontalabstände eines einzelnen Curvenpaares bezeichnet, dieselben in verschiedenen Höhen über der Grundlinie gemessen, δ dagegen den Höhenunterschied der beiden Zuckungen, A und B zwei empirisch zu bestimmende Constanten, die nach der Methode der kleinsten Quadrate aus sämmtlichen Curvenpaaren einer Versuchsreihe bestimmt wurden. Die Constante A ist der gesuchte mittlere Horizontalabstand der Curven.

Um den Grad der Uebereinstimmung der Versuche zu zeigen, setze ich die Resultate einer Reihe von Versuchen hierher, wobei Herr Studiosus F. als Experimentirender, Herr Baxt als Beobachter fungirte; h_0 ist die Zuckunghöhe von der unteren, h_1 die von der oberen Nervenstelle, das obige $\delta = h_0 - h_1$. Unter Differenz sind in der letzten Columne die Unterschiede der beobachteten und der aus der Interpolationsformel berechneten Werthe angegeben.

	D	h_0	h_1	$A + Bd$	Differenz	233
1	6,9375	12,725	11,95	6,8409	— 0,0966	
2	6,65	13,025	12,475	6,6797	0,0297	
3	5,966	9,45	9,5	6,2704	0,3044	
4	5,566	9,1	9,15	6,2687	0,7027	
5	6,195	17,6	17,8	6,2186	0,0236	
6	6,27	10,5	10,9	5,9885	— 0,2815	
7	6,06	10,25	10,65	5,9798	— 0,0802	
8	6,7	17,325	18,075	5,9436	— 0,7564	
9	5,925	9,7	10,15	5,9169	— 0,0081	
10	6,0875	11,575	12,125	5,9066	— 0,1809	
11	6,6166	9,8	10,5	5,7006	— 0,9160	
12	4,3	10,25	11,15	5,5592	— 0,2592	

$A = 6{,}3160$ Millimeter. $B = 8{,}6193$. Nervenlänge = 400 Millimeter.

Aus dem Werthe von A ergiebt sich als mittlerer Werth der Fortpflanzungsgeschwindigkeit für diese Reihe

31,5389 Meter per Secunde.

Eine andere vorher ausgeführte Versuchsreihe von 15 Curvenpaaren, wobei Herr Baxt Experimentirender, ich selbst Beobachter war, und wobei der Schreibhebel vor der Zuckung einen festen Anschlag gehabt hatte, statt in seiner Stellung durch den langen Hebel controlirt zu sein, hatte bei 44 Centimeter Nervenlänge ergeben

33,395 Meter.

Eine dritte Reihe von 10 Curvenpaaren, wo ebenfalls Herr Baxt Experimentirender, ich selbst Beobachter war, die Anordnung des Apparates übrigens wie bei der ersten Reihe, ergab

37,4927 Meter.

Der Mittelwerth aus allen diesen Bestimmungen würde sein

33,9005 Meter

sehr nahe übereinstimmend mit dem von Herrn A. Hirsch erhaltenen Resultate.

Nach der oben gegebenen Interpolationsformel treten schwächere Zuckungen von der oberen Nervenstelle später ein als stärkere; es scheint dies nicht blos eine Folge der grösseren Steilheit der höheren Zuckungscurven zu sein, son-
234 dern schwächere Zuckungen von der oberen Nervenstelle erregt, lösen sich auch merklich später von der Grundlinie ab, als stärkere Zuckungen, während dies bei den von der unteren Nervenstelle erregten Zuckungen nicht in gleichem Maasse der Fall ist. Daraus scheint zu folgen, dass schwächere Reizungen sich im Nerven langsamer fortpflanzen als stärkere. Versuchsreihen, bei denen absichtlich schwächere Zuckungen von beiden Nervenstellen aus hervorgerufen wurden, haben noch keine hinreichende Zahl guter Resultate ergeben.

Eine andere Versuchsreihe, wobei die obere gereizte Stelle dicht über dem Ellenbogen lag, schien eine etwas schnellere Fortpflanzung der Reizung in den Nerven des Vorderarmes zu ergeben, den Angaben von H. Munk für Froschnerven entsprechend; doch war der Unterschied zu klein, um ihn bei der nicht sehr grossen Zahl gelungener Versuche schon als sicher zu betrachten.

Die Abreise des Herrn Baxt und die Nothwendigkeit, die Apparate den Versuchen besser anzupassen, hat für den Augenblick die Versuche unterbrochen, weshalb ich mir erlaubt habe, vorläufig die bisher gewonnenen Resultate der Akademie mitzutheilen.

XCIII.

Neue Versuche über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reizung in den motorischen Nerven der Menschen, ausgeführt von N. Baxt aus Petersburg.

Aus den Monatsberichten der Akademie der Wissenschaften zu Berlin.
31. März 1870. S. 184—191.

In der Sitzung vom 29. April 1867 habe ich der Akade- 184
mie Mittheilung gemacht über Versuche, welche Herr N. Baxt in meinem Laboratorium unternommen hatte, um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Reizung in den motorischen Nerven des lebenden Menschen nach einer Methode zu bestimmen, wobei die psychischen Thätigkeiten des Experimentirenden zur Erregung der motorischen Nerven nicht in Anspruch genommen werden. Es wurde damals der Nervus medianus bald am Oberarm, bald am Handgelenk gereizt. Der Vorderarm und die Hand waren in eine Gypsform unverschieblich eingelegt, und die Zuckung der Muskeln des Daumenballens wurde durch einen hölzernen Stab auf den Schreibhebel des für die Versuche mit Froschmuskeln construirten Myographion übertragen. Uebrigens wurden mit den genannten Abänderungen die Versuche wesentlich nach demselben Principe ausgeführt, wie die zur Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit in den motorischen Nerven des Frosches.

Es ergaben sich hierbei Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in drei Versuchsreihen von 31,53, 33,39 und 37,49 Meter für die Secunde.

Bei der Wichtigkeit dieses Resultates und in der Hoffnung auch noch einige andere damit zusammenhängende Fragen entscheiden zu können, beschlossen wir die Methode zu möglichster Genauigkeit auszubilden, und ich liess deshalb (nach einem schon früher von A. Fick angegebenen Plane) ein Pendelmyographion bauen, im Wesentlichen aus einem schweren und festen eisernen
185 Pendel bestehend, dessen ganze Schwingung nahehin zwei Secunden dauerte, und welches an seinem unteren Ende eine rechteckige ebene Glastafel trägt, auf der die Zuckungscurven geschrieben werden. Das Pendel wird vor dem Versuche in schräger Lage durch einen Sperrhaken gehalten; sobald dieser gelöst wird, fällt es, löst in der Mitte seiner Bahn den Inductionsschlag aus, der den Nerven trifft, und wird schliesslich beim Rückschwunge vom Beobachter wieder aufgefangen und hinter den Sperrhaken gelegt. Somit dauert jeder Versuch nur zwei Secunden, und man kann schnell hintereinander sehr viele Zuckungen zeichnen. Um dies zu können, lässt sich die Glasplatte mittels einer Schraube am Pendel auf- und abschieben. Eine gleiche Platte an der anderen Seite des Pendels, welche die entgegengesetzte Bewegung macht, bewirkt, dass die Schwingungsdauer dabei nicht geändert wird.

Die Zuckungscurven erhalten auf dem neuen Apparat viel beträchtlichere Höhe (20 bis 40 Millimeter) und Länge, sodass auch ihre Entfernung voneinander viel genauer gemessen werden konnte. Letzteres geschah mit dem Ophthalmometer.

Unsere Hoffnung, genauere Resultate zu erhalten, erschien nach den ersten Versuchsreihen mit dem neuen Apparate zunächst fast ganz vereitelt zu sein. Bei den Versuchen Ende des Sommers 1868, im Winter 1868/69 und Anfang des Sommers 1869 fanden sich ziemlich ähnliche Werthe der Fortpflanzungsgeschwindigkeit für die Nervenstrecke vom Ellenbogen zum Handgelenk, wie die früher mitgetheilten für die Strecke von einer oberen Oberarmstelle (vom unteren Ende des Deltoideus) zum Handgelenk, dazwischen aber auch viel grössere für die Nervenstrecke zwischen Deltoideus und Ellenbogengelenk. Die Werthe der Fortpflanzungsgeschwindigkeit für die Strecke vom Ellenbogen bis zum Handgelenk wurden ziemlich übereinstimmend erhalten, sowohl bei Reizung des N. medianus, wo-

bei die Contractionen der Muskeln des Daumenballens verzeichnet wurden, als auch bei anderer Einrichtung der Gypsform und bei Reizung des N. ulnaris, wobei die Conctractionen der Mm. abductor indicis et adductor pollicis verzeichnet wurden. Diese Werthe für die Strecke vom Ellenbogen zum Handgelenk waren:

Reizung des N. medianus:
30,3904 Meter als Mittel aus 9 Curvenpaaren,
Reizung des N. ulnaris: 188
27,8081 Meter als Mittel aus 9 Curvenpaaren,
32,8827 „ „ „ „ 8 „
29,5142 „ „ „ „ 18 „

also im Mittel 30,1488 Meter in der Secunde.

Von Mitte des Sommers 1869 fanden sich aber ganz regelmässig grössere Werthe der Geschwindigkeit für die grosse Strecke vom unteren Rande des Deltoideus bis zum Handgelenk, und zwar:

62,1462 Meter als Mittelwerth aus 12 Curvenpaaren,
64,2099 „ „ „ „ 9 „
67,3272 „ „ „ „ 9 „

also im Mittel 64,5611 Meter in der Secunde.

Mancherlei Veränderungen in der Methode der Reizung und in den sonstigen Anordnungen der Versuche änderten nichts an diesen letzten Resultaten, bis endlich mit Anfang des Winters wieder kleinere Zahlen auch für diese grosse Strecke erhalten werden konnten.

Dieser Umstand schien anzuzeigen, dass die Temperatur die Ursache dieser Schwankungen sein müsse, obgleich die Veränderung der Temperatur der tiefer gelegenen Theile des menschlichen Körpers, der Muskeln und Nerven, so lange nicht gerade ein Gefühl des Unbehagens durch sie hervorgerufen wird, nach den bisher vorliegenden Beobachtungen nur sehr geringe Grösse haben kann. Diese Vermuthung hat sich vollständig bestätigt. Wir haben an demselben Versuchstage absichtlich hintereinander Veränderungen der Temperatur des zuckenden Armes hervorgebracht, und es gelang auf diese Weise abwechselnd, bald bei höherer Temperatur grössere, bald bei

stärkerer Abkühlung, namentlich des Vorderarmes, kleinere Werthe der Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu erhalten.

Versuchsreihe I. Das Handgelenk wurde durch eine Eisblase gekühlt, während der Arm in der Gypsform lag. Die brauchbaren Curven der ersten Tafel gaben eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 41,2752 Meter, die einer zweiten Tafel, wobei die Abkühlung mehr eingewirkt haben wird, 36,4765 Meter in der Secunde. Darauf wurden die Gypsplatten etwas gewärmt und das Handgelenk mit einer Blase voll Wasser von 40° C. bedeckt. Die Curven der ersten Tafel gaben dabei eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 45,2332 Meter, die einer zweiten
187 Tafel, wo die Erwärmung mehr eingewirkt haben wird, eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 51,8016 Meter in der Secunde. Es ist zu bemerken, dass auch bei dieser Erwärmung der Vorderarm zu einer behaglichen warmen Temperatur nicht gekommen war.

Versuchsreihe II. Der Arm wurde bei Winterkälte vor dem Versuche stark abgekühlt. Höhe der Zucknngen nur 15 bis 17 mm, deshalb die Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit unsicher, etwa 47,22 Meter. Darauf wurde der Arm durch die erwärmten Gypsplatten und warme Bedeckung gewärmt. Die Zuckungshöhe steigt auf 26 mm, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit für die Curven der ersten Tafel auf 54,1755 Meter, für die der zweiten Tafel auf 56,7808 Meter. Endlich wird der untere Theil des Vorderarmes wieder durch eine Eisblase gekühlt. Die erste Tafel ergiebt im Mittel 47,7276 Meter, die zweite Tafel 38,2331 Meter Fortpflanzungsgeschwindigkeit; die Höhe der Zuckungscurven sinkt dabei wieder bis auf 14 mm.

Hinsichtlich des erwärmten Armes gilt übrigens auch hier, obgleich in geringerem Grade, dieselbe Bemerkung wie bei Versuchsreihe I.

Versuchsreihe III. Um eine möglichst grosse Steigerung der Temperatur des Unterarmes zu erreichen, wurde das Zimmer ziemlich stark geheizt, die Gypsform erwärmt und äusserlich mit erwärmten Sand umgeben. Im Anfang wurde die Fortpflanzungsgeschwindigkeit für die Strecke zwischen Handgelenk und unterem Rande des Deltoideus bestimmt, und gleich

61,4185 Meter gefunden (Mittel aus 10 Curvenpaaren). Dann wurden zwei Tafeln voll Curven gezeichnet, welche der Fortpflanzungsgeschwindigkeit zwischen unterem Ende des Oberarmes und Handgelenkes entsprechen; der Werth dieser Geschwindigkeit betrug 57,3400 Meter (Mittel aus 8 Curvenpaaren). Endlich wurden die Versuche für die längere Strecke noch einmal wiederholt und ergaben nun eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 89,4272 Meter (Mittel aus 10 Curvenpaaren). Dabei war die Höhe der Zuckungen von 21,4 mm, ihrem Mittelwerthe im Anfang, bis auf 30 mm. gestiegen.

Versuchsreihe IV. Ein Versuch, den Oberarm durch eine Eisblase in einem ziemlich stark geheitzten Zimmer abzukühlen, sodass der Unterarm warm blieb, brachte keine erhebliche Aenderung hervor. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ergab sich im Mittel aus 5 Versuchen 50,6262 Meter in 1 Secunde, ein Werth, der etwas kleiner ist, als er sich unter übrigens 188
gleichen Umständen ohne die Eisblase ergeben haben würde.

Es ist hierbei noch zu bemerken, dass die Versuche mit abgekühltem Vorderarm immer nur wenige brauchbare Curvenpaare geben, weil das Zuckungsmaximum bei Reizung der Nerven am Handgelenk dann sehr geringe Höhe hat, und man stark abgeschwächte Inductionsschläge zur Reizung der oberen Nervenstelle anwenden muss. Deren Wirkung ist aber ziemlich unregelmässig, und es gelingt dann nur selten, zwei an Höhe wenigstens nahehin gleiche Curven von den beiden Reizungsstellen nebeneinander zu zeichnen.

Wird der Vorderarm gewärmt, so wächst das Zuckungsmaximum der unteren Nervenstelle stets erheblich, obgleich es uns bisher doch nicht gelungen ist, es dem von der oberen Stelle bei derselben Stärke des Inductionsschlages zu erhaltenden ganz gleich zu machen. Es ist dann aber viel leichter eine Stellung der Inductionsrollen zu finden, welche mit ziemlich grosser Regelmässigkeit Zuckungen der verlangten Höhe auch von der oberen Nervenstelle her giebt, sodass es unter solchen Umständen leicht ist schnell hintereinander eine grosse Anzahl brauchbarer Curvenpaare zu erhalten.

Die Versuche über Fortpflanzungsgeschwindigkeit zwischen Ellenbogengelenk und Handgelenk ergaben regelmässig eine kleinere Geschwindigkeit als zwischen Deltoideus und Handgelenk, wie es aus den zuerst angeführten Versuchen, die übrigens bei etwas niedrigerer Temperatur als die zuletzt angeführten angestellt worden sind, und ebenso aus der Versuchsreihe III zu ersehen ist. Die Ursache davon kann in dem Umstande gesucht werden, dass die Nerven im Vorderarm regelmässig kälter sind als im Oberarm; es könnte dabei aber auch an eine ungleichförmige Geschwindigkeit des Nervenreizes gedacht werden. In unseren Versuchen war eben selbst nach der eine Stunde lang fortgesetzten Einwirkung eines äusseren warmen Mediums der erwähnte Unterschied in der Fortpflanzung nicht ganz verschwunden.

Andererseits ergaben einige, wegen Kleinheit der Strecke allerdings nicht sehr sichere Bestimmungen der Fortpflanzung
189 zwischen Deltoideus und Ellenbogengelenk grosse Werthe der Geschwindigkeit. Da es zweifelhaft erscheinen konnte, ob die geringe Geschwindigkeit bei kaltem Vorderarm nicht herrühre von einer langsameren Fortpflanzung schwächerer Reizungen, wie sie unter solchen Umständen an der oberen Stelle angewendet wurden, so wurden die Ordinaten von Curven miteinander verglichen, welche von derselben Stelle aus mit verschiedener Stärke der Reizung hervorgebracht waren, aber gefunden, dass sich ihre Ordinaten für gleiche Zeiten nach der Reizung fast genau in dem Verhältniss der verminderten Gesammthöhe vermindern und keine Verzögerung der schwächeren Zuckungen zu bemerken ist.

Es sei noch erlaubt einige Resultate zu erwähnen, welche bei den Versuchen mit abgeänderten Reizungsmethoden gelegentlich erhalten wurden.

Um vom Handgelenk aus Zuckungen von grösserer Stärke zu erhalten, als sie ein einzelner Oeffnungsinductionsschlag lieferte, versuchten wir zwei schnell hintereinander zu gebrauchen. Es zeigte sich dabei, dass die Zeit, welche zwischen beiden Schlägen verfliessen musste, ehe der zweite

Schlag im Stande war, die maximale Wirkung des ersten ein wenig zu verstärken, $^1/_{500}$ Secunde betrug. Bei einer Zwischenzeit von $^1/_{300}$ Secunde war die Verstärkung schon bedeutend. In dieser Beziehung verhält sich also der menschliche Nerv denen des Frosches nahezu gleich.

Zweitens versuchten wir auch constante Ströme zur Reizung zu verwenden, diese gaben aber am lebenden Menschen leicht Tetanus, namentlich bei absteigender Stromesrichtung. Die Oscillationen, welche man dabei im Muskel fühlt, konnten auch mit Hülfe des Myographions verzeichnet werden. Es ergaben sich für die ersten Oscillationen dieser Art unmittelbar nach Beginn des Stromes folgende Werthe:

Zeitdauer der Oscillationen in Secunden. 193

Batterie	1	2	3
11 Kleine Groves	0,0936	0,0912	
	0,0883	0,0897	
	0,0906	0,0892	
15 Kleine Groves	0,0927	0,0876	
	0,0925	0,0860	
	0,0962	0,0856	0,0859
	0,0907	0,0863	0,0828
	0,0901	0,0854	0,0840

Die Vorzüge der bei den Versuchen über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit gebrauchten neuen Untersuchungsmethoden leuchten unter Anderem aus der Uebereinstimmung der einzelnen Versuche einer jeden Versuchsreihe hervor. Um den Grad dieser Uebereinstimmung zu zeigen, möge beispielsweise folgende Zusammenstellung nur einer Versuchsreihe dienen, wobei wegen der Bedeutung der einzelnen Buchstaben auf den Eingangs erwähnten Bericht verwiesen werden mag. D ist nämlich das Mittel der gemessenen Horizontalabstände eines einzelnen Curvenpaares, h_0 — die Zuckungshöhe von der unteren, h_1 — die von der oberen Nervenstelle, $A + B(h_1 - h_0)$ der aus der im angeführten Bericht angegebenen Interpolationsformel berechneten Werth der Horizontalabstände; in der letzten Ver-

ticalcolumne sind die Differenzen der gemessenen und berechneten Werthe der Horizontalabstände angegeben.

191

	D	h_0	h_1	$A + B(h_1 - h_0)$	Differenz
1	3,8537	35,35	36,1	4,0182	+ 0,1645
2	4,3975	36,0	35,8	4,3392	− 0,0583
3	3,8274	34,35	35,7	3,8013	− 0,0261
4	3,8069	33,9	34,7	3,9897	+ 0,1828
5	4,3177	35,4	35,2	4,3402	+ 0,0225
6	4,2577	36,3	36,7	4,1406	− 0,1171
7	3,8526	36,1	37,0	3,9736	+ 0,1210
8	3,9614	36,7	38,3	3,7498	− 0,2116
9	4,4304	37,55	37,3	4,3523	− 0,0781

Wie man sieht, stimmen sowohl die einzelnen gemessenen Horizontalabstände unter sich, als die gemessenen mit den berechneten Horizontalabständen viel besser überein, als in der früher mitgetheilten Zusammenstellung.

Nach Ausführung mancher noch mangelnden Versuche wird die ausführlichere Auseinandersetzung der Resultate dieser Untersuchung von Herrn N. Baxt ausgearbeitet und veröffentlicht werden.

XCIV.

Ueber die Zeit, welche nöthig ist, damit ein Gesichtseindruck zum Bewusstsein kommt, Resultate einer von Herrn N. Baxt im Heidelberger Laboratorium ausgeführten Untersuchung.

Aus den Monatsberichten der Akademie der Wissenschaften zu Berlin.
Vom 8. Juni 1871. S. 333—337.

Wenn ein sehr schnell vorübergehender Lichteindruck die 333
Netzhaut trifft, so entwickelt sich ein Reizungszustand in den nervösen Apparaten, der, wie wir wissen, erheblich viel länger dauert als die Einwirkung des Lichtes. Es zeigt sich dies in dem scheinbar continuirlichen Gesichtseindrucke intermittirender Beleuchtungen und sehr deutlich in den positiven Nachbildern. Letztere können unter günstigsten Bedingungen, bei ganz ausgeruhtem Auge, mässiger Dauer eines lebhaften Reizes, auf ganz dunklem Felde bis zu 12 Secunden dauern, wobei die Formen wenigstens der grösseren Gegenstände im Nachbilde noch erkennbar bleiben. Unter diesen Verhältnissen ist also auch bei kürzester Dauer des ursprünglichen Lichtreizes immer eine gewisse Zeit gegeben, während welcher der Beobachter mittels des Nachbildes eine Reihe von Einzelheiten des gesehenen Objectes wahrnehmen kann, zu deren Wahrnehmung ihm der unmittelbare Lichtreiz keine Zeit gelassen haben würde. So können wir im Dunkeln nach einem Blitze eine ganze Reihe von einzelnen Gegenständen erkennen, obgleich die Dauer der Beleuchtung nur Zehntausendtheile einer Secunde beträgt; das positive Nachbild ist aber gerade in einem

solchen Falle auch unter günstigsten Bedingungen entwickelt, und dauert deshalb verhältnissmässig lange Zeit.

Da es nun vielfaches Interesse hat zu ermitteln, welche Zeit für das Bewusstwerden eines mehr oder minder zusammengesetzten Gesichtsbildes nöthig ist, so veranlasste ich Hrn. N. Baxt seine zeitmessenden Versuche, über die ich schon früher der Akademie berichtet habe, auch nach dieser Richtung hin auszudehnen.

Das positive Nachbild kann man zwar nicht direct auslöschen, aber man kann es durch einen neu eintretenden mächtigen Lichteindruck so übertäuben, dass es seinen Werth für die Wahrnehmung verliert. Die Versuche wurden ausgeführt mit einem von mir construirten und schon früher von Hrn.
334 S. Exner[1]) beschriebenen Tachistoskope. Der Beobachter erblickte bei diesem Instrumente ursprünglich durch einen Schlitz einer rotirenden Scheibe für eine sehr kurze Zeitdauer das Object; unmittelbar nachher trat an Stelle des Schlitzes ein schwarzer, danach ein hell beleuchteter weisser Sector der Scheibe, dessen Beleuchtung den zuerst erhaltenen Eindruck modificiren sollte. Bei den neuen Versuchen zeigte es sich, dass die starke Beleuchtung, welche das positive Nachbild auslöschen sollte, nicht von vorn her auf die rotirende Scheibe fallen durfte, weil selbst schwarzer Sammet unter solcher Beleuchtung nicht dunkel genug war, um nicht das Nachbild wesentlich zu beeinflussen. Es wurde deshalb ein schmaler Streif eines Spiegels normal zur Axe an der Scheibe befestigt, welcher das Object für einen Augenblick sichtbar machte. Das auslöschende Licht fiel dann eine kurze Zeit später durch einen Ausschnitt der Scheibe von deren hinterer Seite her in das Auge des Beobachters. Als solches wurde das Licht einer Petroleumflamme gebraucht, die im Brennpunkte einer Convexlinse von kurzer Brennweite stand. Die durch den Spiegel gesehenen Objecte waren theils Buchstaben, theils verschlungene Curven (Lissajou's Schwingungscurven), welche hell auf dunklem Grunde erschienen.

---

1) Sitzungsberichte der Wiener Akademie. Bd. LVIII. Abth. 2. 1868.

Als Beispiel citire ich einige der Resultate einer so ausgeführten Versuchsreihe. Der primäre Eindruck dauerte 0,0129 Secunden, der zweite, der nach einer Pause von veränderlicher Länge eintrat, um den ersten auszulöschen, 0,055 Secunden. Das Object bestand aus einer Druckschrift, von der etwa drei Buchstaben zugleich sichtbar wurden. Wurde in diesem Falle der erste Eindruck $^1/_{50}$ Secunde, nachdem er begonnen hatte, wieder ausgelöscht, so war durchaus nichts von ihm zu erkennen. Bis zu $^1/_{30}$ Secunde Dauer waren zwar undeutliche Spuren gesehener Objecte wahrnehmbar, ohne dass aber einer der Buchstaben zu errathen war. Wurde die Dauer grösser als $^1/_{30}$ Secunde, so konnte der Beobachter von den Buchstaben desto mehrere und diese desto deutlicher erkennen, je länger er das Nachbild ungestört bestehen liess. Endlich bei einer Dauer von $^1/_{13}$ Secunde war kein Unterschied mehr zu bemerken, ob nun das auslöschende Licht eintrat oder ganz weggelassen wurde.

In sehr auffallender Weise zeigte sich übrigens hierbei der Einfluss verschiedener Figuren, welche als Objecte benutzt wurden, je nachdem sie mehr oder weniger bekannt, einfacher oder verwickelter waren. Bei einer einfachen Ellipse war der Eindruck vollständig da in $^1/_{20}$ Secunde, so- 335
dass Eintritt oder Nichteintritt des auslöschenden Lichtes gleichgiltig wurde. Dagegen bei der verwickelteren Lissajou'schen Curve für die Schwingungen der Quinte wurde etwa vier mal so viel Zeit, nämlich 0″,2085 gebraucht.

Bei den angegebenen Zahlen ist nun zu bemerken, dass auch der zweite starke Lichteindruck nicht unmittelbar in der Nervensubstanz seine ganze Höhe erreicht, sondern dazu eine gewisse kleine Zeit braucht. Allerdings steigt er nach dem von Hrn. Exner gefundenen Gesetze schneller als der schwächere erste. Bei den hellsten von Exner angewendeten Beleuchtungsstärken, die aber immer nur Beleuchtungen weissen Papieres, nicht directes Flammenlicht waren, trat das Maximum der subjectiven Lichtstärke sogar erst $^1/_9$ Secunde nach Beginn der objectiven Beleuchtung ein. In Hrn. Baxt's Versuchen muss es wegen der viel grösseren Licht-

stärke beträchtlich schneller eingetreten sein; ausserdem dürfen wir darauf rechnen, dass das zurückgebliebene Nachbild schon, ehe der zweite Lichtreiz das Maximum seiner Erregung herbeigeführt hatte, bis zum Unwahrnehmbaren abgeschwächt sein konnte. Dass dies wirklich der Fall war, geht namentlich aus anderen Versuchsreihen von Hrn. Baxt hervor, welche zeigen, dass innerhalb ziemlich weiter Grenzen die Helligkeit des gesehenen Objectes keinen merklichen Einfluss auf die Zeit der Wahrnehmung hatte. Die Aenderungen der Helligkeit wurden theils durch Aenderung der Breite des Spiegels erzeugt, theils durch Einschaltung von transparentem Papier zwischen dem Lichte und der dunklen Schicht, in welche die Figuren eingeschnitten waren. Bei sehr schwachem oder sehr starkem, blendendem Lichte dagegen ergab sich die für seine Wahrnehmung nöthige Zeit grösser als bei mittlerer Lichtstärke. Es ist deshalb nicht als wahrscheinlich anzusehen, dass die oben gegebenen Zahlen für die zur Wahrnehmung nöthige Zeit eine erhebliche Vergrösserung wegen der Dauer der Ansteigung des zweiten Lichtreizes zu erleiden haben.

Andere Versuchsreihen von Hrn. Baxt beziehen sich auf den Einfluss der gesehenen Objecte. Dazu war es nicht nöthig, den momentanen Lichteindruck durch einen zweiten auszulöschen, da bei gleichem Zustand des Auges und gleicher Helligkeit das positive Nachbild immer in gleicher Weise erzeugt wird.

356 Es wurden Schriftproben (Jäger's, für ophthalmologische Zwecke herausgegeben) von verschiedener Grösse bei gleicher Beleuchtung und gleicher Spaltbreite dem Versuche unterworfen. Es ergab sich, dass zur Erkennung kleiner Schrift eine viel längere Lichtwirkung, also auch ein länger dauerndes positives Nachbild nöthig war als für grosse Schrift. So war bei directer Sonnenbeleuchtung und einer Dauer des Lichteindruckes von 0,0007 Secunde von der kleinsten Schrift No. 1 nichts zu errathen, selbst die Zeilen nur als undeutliche Striche zu sehen, von No. 4 einzelne Buchstaben zu lesen, No. 11—14 dagegen waren vollständig zu lesen. Bei doppelt so grosser Dauer des Reizes waren dagegen auch von No. 2 und 3 einzelne Buchstaben zu erkennen.

Diese Versuche zeigen, dass grosse räumliche Differenzen im Gesichtsfelde schneller wahrgenommen werden als kleine.

Andere Versuche zeigten, dass auch grosse Helligkeitsdifferenzen (Differenzen der Logarithmen der Lichtstärke) schneller wahrgenommen werden als kleine. Zu dem Ende wurden Schriftproben auf transparent gemachtem Papier betrachtet. Die Schrift befand sich auf der Hinterseite des Papieres und erschien ganz schwarz, wenn sie nur von hinten beleuchtet wurde. Wurde ausserdem eine zweite Lichtquelle vor dem Papiere aufgestellt, so fügte diese noch eine gleichmässige Erhellung der Substanz des Papieres hinzu, und die Buchstaben erschienen grau auf weissem Grunde, übrigens bei dauernder Betrachtung vollkommen deutlich. Dadurch aber wurde die zu ihrer Wahrnehmung nöthige Dauer der Lichtwirkung ausserordentlich vergrössert.

So waren zum Beispiel bei constant bleibender Transparentbeleuchtung und ohne vordere Beleuchtung 4 Buchstaben nach einer Beleuchtungsdauer von $^1/_{500}$ Secunde zu lesen; bei etwa gleich starker Beleuchtung von vorn dagegen zwei Buchstaben erst nach mehr als $^1/_2$ Secunde Lichtwirkung; bei halb so starker vorderer Beleuchtung etwa drei Buchstaben nach $^1/_{10}$ Secunde Lichtwirkung.

Ich selbst erlaube mir noch aus eigenen früheren Beobachtungen, die ich bei Beleuchtung mit dem elektrischen
Funken angestellt habe, Einiges hinzuzufügen. Wenn man 337
gedruckte Zeilen vor sich hat und die Aufmerksamkeit nicht absichtlich auf einen bestimmten Theil des Sehfeldes richtet, erkennt man bei jedem Funken bald hier, bald dort einzelne Gruppen von Buchstaben. Dabei ist es sehr sonderbar, dass zuweilen mitten aus einem Worte, welches man liest, ein Buchstabe fehlt, oder dass man auch wohl von einzelnen Buchstaben nur einen Strich sieht, den andern nicht.

Ich hatte bei meinen Versuchen immer einen dauernd hellen Punkt im dunklen Felde vor mir, den ich als Fixationspunkt benutzte. Dabei fand ich es möglich, *ohne diesen Fixationspunkt zu verlassen*, die Aufmerksamkeit schon

vor der Beleuchtung durch den Funken auf diesen oder jenen Theil des dunklen Feldes hinzurichten, und dann sah ich, was dort erschien. Es scheint mir dies eine Thatsache von grosser Wichtigkeit zu sein, weil sie zeigt, dass das, was wir das willkürliche Richten der Aufmerksamkeit nennen, eine von Bewegungen der äusseren beweglichen Theile des Körpers unabhängige Veränderung in unserem Nervensystem ist, wodurch Reizungszustände gewisser Fasern vorzugsweise zum Bewusstsein gelangen.

XCV.

Ueber die Bewegungen des Brustkastens.

Aus den Sitzungsberichten der niederrheinischen Gesellschaft zu Bonn vom 12. März 1856. Abgedruckt in den Verhandlungen des naturhistorischen Vereins für Rheinland und Westphalen. Jahrgang XIII. S. 70—71.

Professor Helmholtz theilte die vorläufigen Resultate 70
seiner Untersuchungen über die Bewegungen der Rippen mit. Eine jede Rippe ist mit zwei Gelenken an der Wirbelsäule befestigt, und wenn sie vom Brustbein gelöst ist, dreht sie sich um eine durch die genannten beiden Befestigungen bestimmte Axe, welche von innen und von vorn nach hinten und aussen gerichtet ist. Da nun die vorderen Enden der Rippe alle tiefer liegen, als die hinteren Befestigungen, so ist der Erfolg einer solchen Drehung stets der, dass das vordere Rippenende, indem es sich hebt, sich auch von der Mittelebene des Körpers und dem Brustbein entfernt. So lange nun die natürlichen Verbindungen der Rippen bestehen, ist es nicht möglich, dass sich die vorderen Enden der Rippen vom Brustbein entfernen, und deshalb können sich die Rippen nur heben, indem sie selbst und ihre Knorpel sich gleichzeitig biegen.

Wenn man daher das Brustbein zwischen je zwei Rippen quer durchsägt und die Zwischenrippenmuskeln wegnimmt, erhält man eine Reihe von Rippenringen, die hinten an der Wirbelsäule zwar durch Gelenke befestigt sind, sich in diesen Gelenken aber nicht frei bewegen können, sondern vielmehr eine Gleichgewichtslage haben, in welche sie stets wieder zurückspringen, sobald man sie nach unten oder oben aus ihr entfernt. Die Federkraft der oberen Rippen ist am stärksten,

sie wird nach unten hin immer schwächer. Der Thorax ist demnach als ein Korb von elastischen Stäben zu betrachten, deren jeder eine Gleichgewichtslage hat, aus welcher er bei der Inspiration durch den Muskelzug entfernt wird, und in welche er bei der Exspiration von selbst wieder zurückspringt. Die Exspiration scheint bei ruhigem Athmen nur durch das Nachlassen der Inspirationsmuskeln bewirkt zu werden, ja es wird sogar durch die Verengung der Stimmritze meist noch der Ausgang der Luft erschwert, um denselben zu verzögern.

Es wurden männliche und weibliche Rippen vorgelegt, um daran nachzuweisen, wie beträchtlich der Unterschied der Biegsamkeit zwischen beiden sei.

Dadurch erklärt sich die grosse Beweglichkeit des oberen Theiles der Brust bei Frauen gegenüber der von Männern.

Wegen der Biegsamkeit der Rippen kann der Thorax beim Einathmen sehr verschiedene Formen annehmen. Der Vortragende glaubt aus den geschilderten Verhältnissen schliessen zu dürfen, dass die äusseren Zwischenrippenmuskeln namentlich bei der Respiratio thoracica, die inneren bei der abdominalis in Anwendung gezogen werden.

XCVI.

Die Wirkungen der Muskeln des Armes.

Vorgetragen in der ärztlichen Section der niederrheinischen Gesellschaft für Natur und Heilkunde vom 10. Decbr. 1856. — Aus der Allgemeinen medicinischen Centralzeitung. Jahrgang 1857. S. 85.

Herr Professor Helmholtz berichtete über Versuche, 85
welche theils an Leichen, theils an Lebenden angestellt waren, um die Wirkung verschiedener Muskeln des Körpers zu bestimmen. An Leichen war nicht, wie gewöhnlich geschieht, ein Zug vom Muskel oder von seiner Sehne aus ausgeübt worden, um dadurch das Glied zu bewegen, sondern es war das Glied bewegt worden, zu dem der Muskel ging, und die dabei erfolgende Verkürzung oder Verlängerung des Muskels beobachtet worden.

Der Vortragende sprach besonders über die obere Extremität. Er wies zunächst nach, dass die Bewegungen des Schultergürtels in Hebung oder Senkung des Schlüsselbeins, und Vorwärts- oder Rückwärtsbewegung desselben bestehen, und dass zu jeder dieser Stellungen des Schlüsselbeins eine Drehung des Schulterblattes im Acromialgelenke eintreten kann, wobei sich dessen unterer Winkel nach innen oder aussen bewegt, sodass also diese Drehung des Schulterblattes nicht blos als eine accessorische Bewegung für die Hebung der Schulter zu betrachten ist, sondern als eine selbständige Bewegung. Die Hebung des Armes geschieht bis zur Horizontale im Schultergelenke, von da ab weiter durch Drehung der Scapula im Acromialgelenke und durch Hebung des Schlüsselbeins. Zur

Hebung der Schulter ist namentlich die Clavicularportion des Cucullaris bestimmt, welche fast ganz zu trennen ist von dem Reste des Muskels, und an der Wirbelsäule bis zum fünften Halswirbel reicht. Dieselbe agirt auch beim Lebenden ganz unabhängig vom Reste des Muskels. Zur Drehung der Scapula mit dem unteren Winkel nach aussen wirken der Rest des Cucullaris und der untere Theil des Serratus anticus major; zur Drehung nach innen dagegen der Levator anguli Scapulae mit dem Pectoralis minor. — Das Verständniss der Muskelwirkungen zur Bewegung des Oberarmes ist leicht, wenn man als normale Lage des Armes die wählt, wo er unter 45° gegen den Horizont geneigt, seitlich vom Körper absteht, die Beugeseite des Ellenbogengelenkes gerade nach vorn gekehrt. Es ist dies in jeder Beziehung die mittlere Lage für seine Bewegungen im Schultergelenk. Als Drehungsaxen wähle man 1) eine horizontal von vorn nach hinten, 2) eine parallel der Länge des Oberarmbeins, 3) eine senkrecht gegen die beiden vorigen von oben und aussen nach unten und innen gehende. Die Bewegungen um die erste Axe sind Hebung (Supraspinatus, mittlerer Theil des Deltoideus) und Senkung (Teres major); um die zweite Axe: Rotation nach aussen (Infraspinatus und Teres minor) und Rotation nach innen (Subcapularis); um die dritte Axe Vorwärtswendung (Coracobrachialis) und Rückwärtswendung (hintere Abtheilung des Deltoideus, welche am Lebenden ganz unabhängig von dem Rest des Muskels wirkt).

Am Vorderarm sind die Wirkungen der Flexoren, Extensoren und Pronatoren keinem Zweifel unterworfen. Dagegen hat der sogenannte Supinator longus keinerlei Beziehung zur Supination, sondern ist ein reiner Beuger, der sogar bei Beugung mit Pronationsanstrengung gebraucht wird. Da der Supinator brevis sehr schwach ist, dient er wohl mehr zum Schutz des Kapselbandes, an das er angeheftet ist, als zur Bewegung des Armes. Der eigentliche Supinator ist der Biceps brachii. Um kräftige Supination bei gestrecktem Arme hervorzubringen, spannt der Lebende gleichzeitig Biceps und Triceps, deren beugende und streckende Wirkungen sich gegenseitig aufheben, während die supinirende Wirkung der um den Radius aufgerollten Sehne des Biceps bestehen bleibt. Bei

gebeugtem Arme supinirt der Biceps allein. Bei gleichzeitiger Pronationsanstrengung wird der Biceps zur Beugung des Armes nicht gebraucht, sondern nur der Brachialis internus und Supinator longus.

Der Palmaris longus wird gespannt, so oft die Hand hohl gemacht wird, und scheint die Beugesehnen vor dem Druck der zusammengefalteten Haut zu schützen.

Der Flexor brevis des Daumens wird nur in der opponirten Stellung gebraucht, der Extensor brevis nur in der reducirten, sodass der Daumen in der Opposition zwei Flexoren und einen Strecker, in der Reduction einen Beuger und zwei Strecker hat. Der Abductor brevis wirkt ebenfalls nur in der Opposition, und abducirt dann die erste Phalanx.

Endlich zeigte der Vortragende noch, dass in gebogener Stellung die ersten Phalangen um ihre eigene Axe durch die M. Interossei rotirt werden können, eine Bewegung, die man bisher noch nicht beachtet zu haben scheint.

Nachtrag neuester Abhandlungen.

XCVII.

Die Thermodynamik chemischer Vorgänge.

Aus den Sitzungsberichten der Akademie der Wissenschaften zu Berlin vom 2. Februar 1882.

3 Die bisherigen Untersuchungen über die Arbeitswerthe chemischer Vorgänge beziehen sich fast ausschliesslich auf die bei Herstellung und Lösung der Verbindungen auftretenden oder verschwindenden Wärmemengen. Nun sind aber mit den meisten chemischen Veränderungen Aenderungen des Aggregatzustandes und der Dichtigkeit der betreffenden Körper unlöslich verbunden. Von diesen letzteren aber wissen wir schon, dass sie Arbeit in zweierlei Form zu erzeugen oder zu verbrauchen fähig sind, nämlich **erstens** in der Form von Wärme, **zweitens** in Form anderer, unbeschränkt verwandelbarer Arbeit. Ein Wärmevorrath ist bekanntlich nach dem von Hrn. **Clausius** präciser gefassten **Carnot**'schen Gesetze nicht unbeschränkt in andere Arbeitsäquivalente verwandelbar; wir können das immer nur dadurch und auch dann nur theilweise erreichen, dass wir den nicht verwandelten Rest der Wärme in einen Körper niederer Temperatur übergehen lassen. Wir wissen, dass beim Schmelzen, Verdampfen, bei Ausdehnung von Gasen u. s. w. auch Wärme aus den umgebenden gleich temperirten Körpern herbeigezogen werden kann, um in Arbeit anderer Form überzugehen. Da solche Veränderungen, wie

gesagt, unlöslich mit den meisten chemischen Vorgängen verbunden sind, so zeigt schon dieser Umstand, dass man auch bei den letzteren nach der Entstehung dieser zwei Formen von Arbeitsäquivalenten fragen, und sie unter die Gesichtspunkte des Carnot'schen Gesetzes stellen muss. Bekannt ist längst, dass es von selbst eintretende und ohne äussere Triebkraft weitergehende chemische Processe gibt, bei denen Kälte erzeugt wird. Von diesen Vorgängen wissen die bisherigen theoretischen Betrachtungen, welche nur die zu entwickelnde Wärme als das Maass für den Arbeitswerth der chemischen Verwandtschaftskräfte betrachten, keine genügende Rechenschaft zu geben.[1]) Sie erscheinen vielmehr als Vorgänge, welche gegen die Verwandtschaftskräfte zu Stande kommen. Der Hauptsache nach ist die ältere Ansicht, die ich selbst in meinen früheren Schriften vertreten habe, allerdings gerechtfertigt. Es ist keine Frage, dass namentlich in den Fällen, wo die mächtigeren Verwandtschaftskräfte wirken, die stärkere Wärmeentwickelung mit der grösseren Verwandtschaft zusammenfällt, soweit letztere durch die Entstehung und Lösung der chemischen Verbindungen zu erkennen ist. Aber beide fallen doch nicht in allen Fällen zusammen. Wenn wir nun bedenken, dass die chemischen Kräfte nicht blos Wärme, sondern auch andere Formen der Energie hervorbringen können, letzteres sogar ohne dass irgend eine der Grösse der Leistung entsprechende Aenderung der Temperatur in den zusammenwirkenden Körpern einzutreten braucht, wie z. B. bei den Arbeitsleistungen der galvanischen Batterien: so scheint es mir nicht fraglich, dass auch bei den chemischen Vorgängen die Scheidung zwischen dem freier Verwandlung in andere Arbeitsformen fähigen Theile ihrer Verwandtschaftskräfte und dem nur als Wärme erzeugbaren Theile vorgenommen werden muss. Ich werde mir erlauben diese beiden Theile der Energie im Folgenden kurzweg als die freie und die gebundene Energie zu bezeichnen. Wir werden später sehen, dass die aus dem Ruhezustande und bei constant gehaltener gleichmässiger Temperatur

1) B. Rathke, Ueber die Principien der Thermochemie in Abhandl. d. Naturforsch.-Ges. zu Halle, Bd. XV.

des Systems von selbst eintretenden und ohne Hülfe einer äusseren Arbeitskraft fortgehenden Processe nur in solcher Richtung vor sich gehen können, dass die freie Energie abnimmt. In diese Kategorie werden auch die bei constant erhaltener Temperatur von selbst eintretenden und fortschreitenden chemischen Processe zu rechnen sein. Unter Voraussetzung unbeschränkter Gültigkeit des Clausius'schen Gesetzes würden es also die Werthe der freien Energie, nicht die der durch Wärmeentwickelung sich kundgebenden gesammten Energie sein, die darüber entscheiden, in welchem Sinne die chemische Verwandtschaft thätig werden kann.

Die Berechnung der freien Energie lässt sich der Regel nach nur bei solchen Veränderungen ausführen, die im Sinne der thermodynamischen Betrachtungen vollkommen reversibel sind. Dies ist der Fall bei vielen Lösungen und Mischungen, die innerhalb gewisser Grenzen nach beliebigen Verhältnissen hergestellt werden können. Auf solche beziehen sich z. B. die von G. Kirchhoff[1]) über Lösungen von Salzen und Gasen angestellten Untersuchungen. Für die nach festen Aequivalenten geschlossenen chemischen Verbindungen im engeren Sinne dagegen bilden die elektrolytischen Processe zwischen
5 unpolarisirten Elektroden einen wichtigen Fall reversibler Vorgänge. In der That bin ich selbst durch die Frage nach dem Zusammenhange zwischen der elektromotorischen Kraft solcher Ketten und den chemischen Veränderungen, die in ihnen vorgehen, zu dem hier zu entwickelnden Begriffe der freien chemischen Energie geführt worden. Denn auch hier drängen sich Fragen auf wie die, ob und wann die latente Wärme der bei der Wasserzersetzung sich entwickelnden Gase, oder die durch Auskrystallisiren eines bei der Elektrolyse erzeugten Salzes frei gewordene Wärme auf die elektromotorische Kraft Einfluss habe, oder nicht. Die von mir am 26. November 1877 gemachte Mittheilung „Ueber galvanische Ströme verursacht durch Concentrationsunterschiede“ (Bd. I. No. XLIV) fällt schon in dieses Gebiet hinein.

---

1) Poggendorff's Annalen, Bd. 103. S. 177 u. 206. Bd. 104. S. 612.

Die Vorgänge in einem constanten galvanischen Elemente, welche bei verschwindend kleiner Stromintensität vor sich gehen, wobei man die dem Widerstand und dem Quadrat dieser Intensität proportionale Wärmeentwickelung im Schliessungsdrahte als verschwindende Grössen zweiter Ordnung vernachlässigen kann, sind vollkommen reversible Processe und müsssen den thermodynamischen Gesetzen der reversiblen Processe unterliegen. Wenn wir ein galvanisches Element von gleichmässiger absoluter Temperatur ϑ (d. h. Temperatur gerechnet von -273^0 C. als Nullpunkt der Scala) haben, so wird dessen Zustand, wenn das elektrische Quantum $d\varepsilon$ hindurchgeht, dadurch verändert, dass eine dieser Grösse $d\varepsilon$ proportionale chemische Veränderung eintritt, und wir können den Zustand des Elementes betrachten als definirt durch die Menge von Elektricität ε, die in einer bestimmten, als positiv angenommenen Richtung durch dasselbe hindurchgegangen ist. Wenn die Enden der constanten Batterie mit den beiden Platten eines Condensators von sehr grosser Capacität verbunden sind, der zur Potentialdifferenz p geladen ist, so würde der Uebergang der Menge $d\varepsilon$ von der negativen zur positiven Platte des Condensators der Zunahme $p\,.\,d\varepsilon$ im Vorrathe vorhandener elektrostatischer Energie entsprechen. Bezeichnen wir gleichzeitig mit dQ die Wärmemenge, welche wir dem galvanischen Elemente zuführen (beziehlich, wenn negativ, entziehen) müssen, um bei der genannten Ueberleitung von $d\varepsilon$ seine Temperatur constant zu halten, mit $\mathfrak{J}$ das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit und mit U den Gesammtvorrath der in ihm enthaltenen Energie, welche wir als Function von ϑ und ε ansehen können, so ist nach dem Satze von der Constanz der Energie:

$$\mathfrak{J}\cdot dQ = \frac{\partial U}{\partial \vartheta}\cdot d\vartheta + \left(\frac{\partial U}{\partial \varepsilon} + p\right)\cdot d\varepsilon \Big\}. \qquad (1)$$

Andererseits wird es nach dem Carnot-Clausius'schen Princip eine Function der Variablen ϑ und ε geben, von Hrn. 6 Clausius die Entropie des Systems genannt, deren Aenderung dS ist:

$$dS = \frac{1}{\vartheta}\cdot\mathfrak{J}\cdot dQ = \frac{1}{\vartheta}\cdot\frac{\partial U}{\partial \vartheta}\cdot d\vartheta + \frac{1}{\vartheta}\left[\frac{\partial U}{\partial \varepsilon} + p\right] d\varepsilon \Big\}, \qquad (1a)$$

wobei:

$$\frac{\partial S}{\partial \vartheta} = \frac{1}{\vartheta} \cdot \frac{\partial U}{\partial \vartheta}. \qquad \frac{\partial S}{\partial \varepsilon} = \frac{1}{\vartheta}\left[\frac{\partial U}{\partial \varepsilon} + p\right].$$

Daraus folgt, dass:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \vartheta . \partial \varepsilon} = \frac{1}{\vartheta} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \vartheta . \partial \varepsilon} = \frac{1}{\vartheta}\left[\frac{\partial^2 U}{\partial \varepsilon . \partial \vartheta} + \frac{\partial p}{\partial \vartheta}\right] - \frac{1}{\vartheta^2}\left[\frac{\partial U}{\partial \varepsilon} + p\right],$$

oder:

$$\vartheta \cdot \frac{\partial p}{\partial \vartheta} = \frac{\partial U}{\partial \varepsilon} + p.$$

Wir können also die Gleichung (1) nun schreiben:

$$\mathfrak{J} \cdot dQ = \frac{\partial U}{\partial \vartheta} d\vartheta + \vartheta \cdot \frac{\partial p}{\partial \vartheta} d\varepsilon \Big\}, \tag{1*}$$

d. h. der letzte Summandus giebt das mechanische Aequivalent derjenigen Wärmemenge an, welche wir während des Ueberganges von $d\varepsilon$ dem galvanischen Elemente zuführen müssen, um seine Temperatur constant zu halten. In der That, wenn wir in (1*) die Aenderung der Temperatur $d\vartheta$ gleich Null setzen, wird:

$$\vartheta \cdot \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \cdot d\varepsilon = \mathfrak{J} \cdot dQ,$$

Die in dieser Weise entwickelte Wärmemenge ist meistens verhältnissmässig klein, und bei kräftig arbeitenden Zellen würde sie schwer durch calorimetrische Versuche zwischen den weit grösseren Wärmemengen zu entdecken sein, die dem Widerstande der Leitung und dem Quadrat der Stromintensität proportional sind. Dazu kommen noch Unterschiede der Erwärmung an beiden Elektroden, die dem Peltier'schen Phänomen bei den thermo-elektrischen Strömen in der Erscheinungsweise ähnlich sehen, wenn sie auch vielleicht in den Ursachen verschieden sind. Dagegen lässt sich viel leichter und mit grosser Schärfe ermitteln, ob die elektromotorische Kraft eines constanten galvanischen Elementes mit steigender Temperatur ab- oder zunimmt.

7 Versuche letzterer Art sind angestellt worden von Lindig[1]; leider beziehen sie sich hauptsächlich auf einen nicht streng reversiblen Fall, nämlich Daniell'sche Zellen, bei denen das

1) Poggendorff's Annalen, Bd. 123, S. 1—30. 1864.

Zink in verdünnte Schwefelsäure tauchte, die beim rückwärts gerichteten Strome also H am Zink entwickeln mussten. Wirklich reversible Daniells, bei denen das Zink in Zinkvitriollösung taucht, zeigen nach neuerlich von mir selbst angestellten Versuchen bei steigender Temperatur Abnahme der Kraft, wenn die Zinklösung mässig oder sehr concentrirt ist, dagegen Zunahme bei sehr verdünnten Zinklösungen. Zwischen diesen beiden Alternativen giebt es eine Grenze, wo die elektromotorische Kraft von der Temperatur nicht merklich abhängig ist. Bei concentrirter Kupferlösung ist dies mit einer Zinklösung der Fall, deren specifisches Gewicht etwa 1,04 beträgt.

Die Ketten von Hrn. Latimer Clark, wo in concentrirter Zinklösung eine Schicht von Mercurosulfat auf Quecksilber als der Anode liegt, und die Kathode durch amalgamirtes Zink gebildet wird, sind zu scharfen Messungen besonders geeignet, weil man nicht mit der Diffusion zweier Flüssigkeiten zu kämpfen hat, und das Ganze selbst vollständig in Glas einschmelzen kann. Ihre elektromotorische Kraft ist in besonders auffallender Weise von der Temperatur abhängig. Hr. L. Clark[1]) selbst hat angegeben, dass die Kraft bei Steigerung um 1° C. um 0,06 Procent abnimmt. Das Maximum dieser Veränderlichkeit tritt ein, wenn man Pulver des Zinksalzes sowohl auf dem Quecksilber zwischen dessen Sulfat, wie auf dem flüssigen Zinkamalgam ruhen lässt. Ich fand jene Grösse dann 0,08 Procent; sie nahm bei starker Verdünnung der Zinklösung bis auf 0,03 ab, wobei andererseits die elektromotorische Kraft erheblich anwuchs. Die obige Formel lässt erkennen, dass bei jener concentrirtesten Lösung die als Wärme abgegebene Arbeit zu der in der elektromotorischen Kraft wiedererscheinenden sich verhält, wie:

$$\vartheta \, . \, \frac{\partial p}{\partial \vartheta} : p = 1 : 4{,}2 \, .$$

In diesem Falle kann das vom Strome neugebildete Zinksulfat sich nicht mehr auflösen und es wird die latente Wärme seiner Lösung gespart, daher stärkere Wärmeentwickelung in der Zelle trotz der schwächeren elektromotorischen Kraft. Die Discussion

1) Proc. Roy. Soc. XX. 444.

der thermo-dynamischen Verhältnisse der Lösungen krystallisirbarer Salze, welche ich mir später zu geben vorbehalte, zeigt übrigens ganz allgemein, dass in Ketten von diesem Typus Ver-
8 dünnung der Lösung die elektromotorische Kraft um einen bei zunehmender Temperatur zunehmenden Betrag steigern müsse.

Ketten von ähnlichem Typus, die ich wegen ihrer Reinlichkeit und Constanz für ganz schwache Stromintensitäten in den letzten Jahren vielfach gebraucht habe, in denen das Mercurosulfat der Clark'schen durch Mercurochlorid (Calomel) und die Lösung von Zinkvitriol durch eine solche von Zinkchlorid ersetzt ist, zeigen bei starker Verdünnung der letzteren Lösung im Gegentheil eine, wenn auch kleine, Zunahme der Kraft bei steigender Temperatur.

Ich führe diese Thatsachen an, weil sie erkennen lassen, dass hier sehr mannigfache Verhältnisse vorkommen. Die thermoelektrischen Versuche von Lindig, Bleekrode[1], Bouty[2], Gore[3]) zeigen die Häufigkeit solcher Unterschiede an. Wenn man nämlich ein mit vier Seitengefässen durch Heberröhren communicirendes Centralgefäss sich vorstellt, alle mit derselben Flüssigkeit gefüllt, aber zwei von den Seitengefässen erwärmt, zwei andere kalt, und wenn A und a die Potentialunterschiede zweier unpolarisirbarer metallischer Elektroden einer Art gegen die Flüssigkeit des centralen Gefässes sind, B und b die zweier Elektroden von anderer Art bedeuten, A und B aber für erwärmte Flüssigkeit gelten, a und b dagegen für kalte: so geben die Electroden A mit a verbunden eine Thermokette, ebenso B mit b verbunden. Dagegen A mit B eine Hydrokette von höherer, a mit b dieselbe von niederer Temperatur. Wenn nun die elektromotorische Kraft:

$$A - a > B - b,$$

so ist auch:

$$A - B > a - b,$$

und

$$(A - B) - (a - b) = (A - a) - (B - b).$$

1) Poggendorff's Annalen, Bd. 138. S. 571–604.
2) Almeida Journal de Physique, Bd. 9. S. 229.
3) Proc. Roy. Soc. 1871. Febr. 23.

Beziehen sich z. A. A und a auf Zinkamalgam, B und b auf Quecksilber mit Mercurosulfat überschüttet, alle in derselben Zinkvitriollösung, so konnte ich die letzte Gleichung durch den Versuch in der That bewahrheiten.

Um aber diese und andere Thatsachen sicher verwenden zu können, schien mir zunächst die Discussion einer etwas verallgemeinerten Form der allgemeinen Principien der Thermodynamik nothwendig, und eine dem Gegenstande mehr angepasste Ausdrucksweise derselben wünschenswerth. Dies führte zu einer vereinfachten analytischen Ausdrucksweise derselben Gesetze.

Ich will mich heute darauf beschränken, diese theoretischen Erörterungen hier vorzulegen.

§ 1.

Begriff der freien Energie.

Die Dynamik hat eine grosse Vereinfachung und Verallgemeinerung ihrer analytischen Entwickelungen dadurch erreicht, dass sie den Begriff der potentiellen Energie (negativ genommene Kräftefunction nach C. G. J. Jacobi, Ergal nach Clausius, Quantität der Spannkräfte nach Helmholtz) eingeführt hat. In den bisherigen Anwendungen dieses Begriffes sind aber Aenderungen der Temperatur der Regel nach nicht berücksichtigt, entweder weil die Kräfte, deren Arbeitswerth man berechnete, überhaupt nicht von der Temperatur abhängen, wie z. B. die Gravitation, oder weil die Temperatur während der untersuchten Vorgänge als constant, beziehlich als Function bestimmter mechanischer Aenderungen (z. B. bei der Schallbewegung als Function der Dichtigkeit des Gases) angesehen werden konnte. Allerdings konnten die im Werthe des Ergals vorkommenden physikalischen Constanten, wie die Dichtigkeit, die Elasticitätscoëfficienten u. a. m. mit der Temperatur variiren, und in diesem Sinne war jene Grösse allerdings schon eine Function der Temperatur. Dabei blieb aber die im Werthe jedes Ergals vorkommende Integrationsconstante vollkommen willkürlich für jede neue Temperatur zu bestimmen, und man konnte die Uebergänge von einer zur

anderen Temperatur nicht machen. Wie dies zu thun sei, ergiebt sich indessen leicht aus den von Hrn. Clausius aufgestellten beiden Grundgleichungen der Thermodynamik.

Derselbe hat sich zunächst in den von ihm veröffentlichten Abhandlungen auf die Fälle beschränkt, wo der Zustand des Körpers durch die Temperatur und nur einen anderen Parameter bedingt ist. Der Ausdruck des Gesetzes für den Fall, wo verschiedenartige Aenderungen eintreten können, indem der Zustand des Körpers von mehreren anderen Parametern neben der Temperatur bedingt ist, ist leicht nach denselben Principien zu bilden, wie der für einen einzigen. Ich werde die absolute Temperatur im Folgenden mit ϑ, die den Zustand des Körpers definirenden, von einander und von der Temperatur unabhängigen Parameter aber mit p_a bezeichnen. Ihre Anzahl muss endlich, kann übrigens beliebig gross sein.

Hr. Clausius braucht zur Darstellung seiner allgemeinen Gesetze zwei Functionen der Temperatur und des einen von ihm beibehaltenen Parameters, welche er die Energie U und die Entropie S nennt. Beide sind aber nicht von einander unabhängig, sondern durch die Differentialgleichung:

$$\frac{\partial S}{\partial \vartheta} = \frac{1}{\vartheta} \cdot \frac{\partial U}{\partial \vartheta},$$

10 miteinander verbunden. Es wird sich zeigen, dass diese beiden durch Differentialquotienten des als Function der Temperatur vollständig bestimmten Ergals dargestellt werden können, sodass die thermodynamischen Gleichungen nicht mehr zwei Functionen der Variablen, sondern nur noch eine, nämlich das Ergal erfordern.

Die von Hrn. Clausius in seinen Gleichungen mit W bezeichnete Function fällt mit dem Ergal zusammen, so lange die Temperatur sich nicht ändert; bei veränderlicher Temperatur aber ist sie überhaupt keine eindeutige Function der Temperatur und der Parameter mehr. Was Hr. G. Kirchhoff (l. c.) „Wirkungsgrösse" genannt hat, ist die Function U.

Ich nehme zunächst ein beliebig zusammengesetztes System von Massen an, welche alle dieselbe Temperatur ϑ haben und alle auch immer die gleichen Temperaturänderungen erleiden.

Der Zustand des Systems sei durch ϑ und eine Anzahl von passend gewählten Parametern p_a vollständig bestimmt.

Ich bezeichne, wie Hr. Clausius, die bei einer verschwindend kleinen Aenderung im Zustande des Körpers hinzutretende Wärmemenge mit dQ, die innere Energie mit U. Das Gesetz von der Constanz der Energie kann in die Form gebracht werden:

$$\mathfrak{J} \cdot dQ = \frac{\partial U}{\partial \vartheta} \cdot d\vartheta + \sum_a \left\{ \left(\frac{\partial U}{\partial p_a} + P_a \right) dp_a \right\}, \tag{1}$$

Hierin bezeichnet $\mathfrak{J}$ das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit und $P_a . dp_a$ die ganze bei der Aenderung dp_a zu erzeugende, frei verwandelbare Arbeit, welche theils auf die Körper der Umgebung übertragen, theils in lebendige Kraft der Massen des Systems verwandelt werden kann. Diese letztere ist eben auch als eine den inneren Veränderungen des Systems gegenüberstehende äussere Arbeit zu betrachten.

Der zweite Satz der mechanischen Wärmetheorie sagt aus, dass:

$$\int \frac{dQ}{\vartheta} \cdot d\vartheta = 0,$$

wenn der Endzustand des Körpers wieder derselbe ist, wie der Anfangszustand war, und die Reihe der Veränderungen, die der Körper durchgemacht hat, vollkommen reversibel ist. Letztere Bedingung fordert für ein Körpersystem, dessen Theile unter einander immer gleiche Temperatur haben, nur, dass keine neue Wärme auf Kosten anderer Energieformen erzeugt werden dürfe. Obige Forderung kann nicht erfüllt werden, wenn nicht unter den genannten Bedingungen dQ/ϑ das Differential einer eindeutigen, nur von der Temperatur und dem Zustande des Körpers, d. h. von den Parametern p_a abhängigen 11
Function ist, welche Hr. Clausius für einen Parameter „Entropie" genannt und mit S bezeichnet hat.

Also:

$$\frac{1}{\vartheta} \cdot dQ = dS = \frac{\partial S}{\partial \vartheta} \cdot d\vartheta + \sum_a \left\{ \frac{\partial S}{\partial p_a} \cdot dp_a \right\}. \tag{1a}$$

Aus (1) und (1a) folgt:

$$\mathfrak{J} \cdot \frac{\partial S}{\partial \vartheta} = \frac{1}{\vartheta} \cdot \frac{\partial U}{\partial \vartheta}, \qquad \mathfrak{J} \cdot \frac{\partial S}{\partial p_a} = \frac{1}{\vartheta} \left[\frac{\partial U}{\partial p_a} + P_a \right].$$

Daraus folgt:

$$P_a = \frac{\partial}{\partial p_a}[\mathfrak{J} \cdot \vartheta \cdot S - U] \Big\} . \tag{1b}$$

Ferner:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{J} \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial \vartheta . \partial p_a} = \frac{1}{\vartheta} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \vartheta . \partial p_a} = \frac{1}{\vartheta}\left[\frac{\partial^2 U}{\partial \vartheta . \partial p_a} + \frac{\partial P_a}{\partial \vartheta}\right] \\ - \frac{1}{\vartheta^2}\left[\frac{\partial U}{\partial p_a} + P_a\right] \end{aligned}\right\} . \tag{1c}$$

Aus der letzten Gleichung folgt wiederum:

$$\vartheta \cdot \frac{\partial P_a}{\partial \vartheta} = \frac{\partial U}{\partial p_a} + P_a \Big\} . \tag{1d}$$

Wenn wir nun setzen:

$$\mathfrak{F} = U - \mathfrak{J} . \vartheta . S \Big\} , \tag{1e}$$

so ist $\mathfrak{F}$, wie U und S es sind, eine eindeutige Function der Grössen p_a und ϑ. Die Functionen U und S, welche nur durch die Grössen ihrer Differentialquotienten definirt sind, enthalten jede eine willkürliche additive Constante. Wenn wir diese mit α und β bezeichnen, folgt, dass in der Function $\mathfrak{F}$ ein additives Glied von der Form:

$$[\alpha - \beta . \mathfrak{J} . \vartheta],$$

willkürlich bleibt; sonst ist diese Function $\mathfrak{F}$ durch die Gleichung (1e) vollständig definirt.

Die Gleichungen (1b) gehen dadurch in die Form über:

$$P_a = - \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial p_a} \Big\} , \tag{1f}$$

d. h. bei allen in constant bleibender Temperatur vorgehenden Uebergängen stellt die Function $\mathfrak{F}$ den Werth der potentiellen Energie oder des Ergals dar.

Durch Differentiation der Gleichung (1e) nach ϑ erhält man:

$$\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \vartheta} = \frac{\partial U}{\partial \vartheta} - \mathfrak{J} \cdot S - \mathfrak{J} \cdot \vartheta \cdot \frac{\partial S}{\partial \vartheta} .$$

12 Da aber, wie bei (1a) schon bemerkt:

$$\mathfrak{J} \cdot \frac{\partial S}{\partial \vartheta} = \frac{1}{\vartheta} \cdot \frac{\partial U}{\partial \vartheta},$$

so reducirt sich unsere Gleichung auf:

$$\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \vartheta} = - \mathfrak{J} \cdot S \Big\} , \tag{1g}$$

woraus durch Berücksichtigung von (1e) sogleich folgt:

$$U = \mathfrak{F} - \vartheta \cdot \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \vartheta} \Big\} . \tag{1h}$$

Diese beiden Gleichungen ergeben also die Werthe der beiden Functionen U und S (Energie und Entropie nach Clausius) ausgedrückt durch Differentialquotienten von $\mathfrak{F}$.

Aus der letzteren folgt:

$$\frac{\partial U}{\partial \vartheta} = - \vartheta \cdot \frac{\partial^2 \mathfrak{F}}{\partial \vartheta^2} = \mathfrak{J} \cdot \vartheta \cdot \frac{\partial S}{\partial \vartheta} .$$

Dies ist die oben schon besprochene Verbindung durch eine Differentialgleichung zwischen den Functionen S und U, die also durch unsere Darstellung derselben mittels der Function $\mathfrak{F}$ unmittelbar erfüllt ist.

Bei constant erhaltenen Parametern p_a ergiebt Gleichung (1):

$$\mathfrak{J} \cdot dQ = \frac{\partial U}{\partial \vartheta} \cdot d\vartheta .$$

Die Grösse $\partial U / \partial \vartheta$ stellt also auch in unserem verallgemeinerten Falle die Wärmecapacität des Systems bei constanten Parametern vor (berechnet für die sämmtlichen ihm angehörigen Massen zusammengenommen). Wir wollen diese mit Γ bezeichnen. Dann ist also:

$$\mathfrak{J} \cdot \Gamma = - \vartheta \cdot \frac{\partial^2 \mathfrak{F}}{\partial \vartheta^2} \Big\} . \tag{1i}$$

Da Γ wie ϑ eine nothwendig positive Grösse ist, so folgt hieraus, dass $\partial^2 \mathfrak{F} / \partial \vartheta^2$ nothwendig negativ sei, und dass also die Grössen $(- \partial \mathfrak{F} / \partial \vartheta)$ und $(\mathfrak{F} - \vartheta . \partial \mathfrak{F} / \partial \vartheta)$ bei steigender Temperatur und unveränderten Parametern zu positiv steigenden Werthen fortschreiten müssen. Es sind dies die Grössen $(\mathfrak{J} S)$ und U.

Es ergiebt sich weiter zur Berechnung der Werthe von $\mathfrak{F}$ bei steigenden Temperaturen und unveränderten Parametern, dass:

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{F}}{\partial \vartheta^2} = - \mathfrak{J} \frac{\partial S}{\partial \vartheta} = - \mathfrak{J} \frac{1}{\vartheta} \cdot \Gamma .$$

Da andererseits: 13

$$\vartheta \cdot \frac{\partial^2 \mathfrak{F}}{\partial \vartheta^2} = \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left[\vartheta \cdot \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \vartheta} - \mathfrak{F} \right] = - \mathfrak{J} \Gamma ,$$

so ergiebt sich durch eine einfache Quadratur für den Unterschied zweier Werthe von $\mathfrak{F}$, die demselben Werthsysteme der Parameter, aber zwei verschiedenen durch die Indices 1 und 0 unterschiedenen Temperaturen angehören, dass:

$$\mathfrak{F}_1 - \mathfrak{F}_0 = \mathfrak{J}\left\{(\vartheta_0 - \vartheta_1)\, S_0 + \int_{\vartheta_0}^{\vartheta_1} \Gamma\left(1 - \frac{\vartheta_1}{\vartheta}\right) d\vartheta\right\}. \qquad (1k)$$

Die willkürlich zu wählenden Werthe von $\mathfrak{F}_0$ und S_0 bilden die oben erwähnten beiden willkürlichen Constanten.

Innerhalb solcher Temperaturintervalle, in denen Γ als constant angesehen werden kann, wäre:

$$\mathfrak{F}_1 - \mathfrak{F}_0 = \mathfrak{J}\,(\Gamma - S_0)\,(\vartheta_1 - \vartheta_0) - \mathfrak{J}\cdot\Gamma\cdot\vartheta_1\cdot\log\cdot\left(\frac{\vartheta_1}{\vartheta_0}\right)\Big\}. \qquad (1l)$$

Hieraus geht hervor, dass der Werth von $\mathfrak{F}_1$ auch für den absoluten Nullpunkt der Temperatur, $\vartheta = 0$, endlich bleiben würde, auch wenn die Werthe von Γ bis dahin endlich bleiben, während der Werth von:

$$\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \vartheta} = -\mathfrak{J}\cdot S_1\,,$$

an der Grenze $\vartheta = 0$ unendlich werden würde, wenn nicht Γ bezogen auf absolute Temperatur an dieser Grenze verschwindend klein wird. Dagegen wird das Product $(\vartheta_1 . S_1)$ auch bei endlichem Γ an der Grenze: $\vartheta = 0$, gleich Null.

Für die Berechnung der Arbeit von physikalischen Vorgängen hat die Unbestimmtheit dieser beiden Constanten keinen Nachtheil, da wir immer nur mit den Differenzen der Arbeitswerthe zwischen verschiedenen Zuständen und Temperaturen des Körpers zu thun haben. Da die Grösse S, die ihren Dimensionen nach einer Wärmecapacität entspricht, mit jeder dem Systeme zugeführten Wärmemenge wächst, so wollen wir aber im Folgenden immer eine solche Wahl des Werthes S_0 voraussetzen, dass bei jedem erreichbaren Kältegrad der Werth von S positiv bleibe. Ich werde deshalb auch das Zeichen $\mathfrak{J} . S$, als einer wesentlich positiven Grösse statt des negativ bezeichneten Werthes $(-\partial\mathfrak{F}/\partial\vartheta)$ zu gebrauchen fortfahren.

Nachdem die Werthe $\mathfrak{F}_0$ und S_0 für einen als normalen Anfangspunkt gewählten Zustand des Körpers festgesetzt sind:

sind, wie das Vorige ergiebt, alle Werthe von $\mathfrak{F}$ bestimmbar, wenn man für ein Werthsystem der Parameter die Capacität 14
Γ kennt, und für jede constante Temperatur die Arbeit zwischen diesem und jedem anderen Werthsysteme berechnen kann.

Die Function $\mathfrak{F}$ fällt, wie wir gesehen haben, für isotherme Veränderungen mit dem Werthe der potentiellen Energie für die unbeschränkt verwandelbaren Arbeitswerthe zusammen. Ich schlage deshalb vor, diese Grösse die freie Energie des Körpersystems zu nennen.

Die Grösse:

$$U = \mathfrak{F} - \vartheta \cdot \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \vartheta} = \mathfrak{F} + \mathfrak{J} \cdot \vartheta \cdot S,$$

könnte, wie bisher, als die gesammte (innere) Energie bezeichnet werden; die etwa vorhandene lebendige Kraft der Massen des Systems bleibt von $\mathfrak{F}$ wie von U ausgeschlossen, so weit sie zu den frei verwandelbaren Arbeitsäquivalenten gehört, und nicht zu Wärme geworden ist. Dann könnte man die Grösse:

$$U - \mathfrak{F} = - \vartheta \cdot \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \vartheta} = \mathfrak{J} \cdot \vartheta \cdot S,$$

als die gebundene Energie bezeichnen.

Vergleicht man den Werth der gebundenen Energie:

$$U - \mathfrak{F} = \mathfrak{J} \,.\, \vartheta \,.\, S,$$

mit der Gleichung (1a):

$$dQ = \vartheta \,.\, dS,$$

so ergiebt sich, dass die gebundene Energie das mechanische Aequivalent derjenigen Wärmemenge darstellt, die bei der Temperatur ϑ in den Körper eingeführt werden müsste, um den Werth S seiner Entropie hervorzubringen.

Zu bemerken ist, dass alle diese Werthe von U, $\mathfrak{F}$, S nur die Ueberschüsse derselben über die entsprechenden Werthe des Normalzustandes darstellen, von dem man als Anfangspunkt bei der Berechnung derselben ausgegangen ist, da uns noch die Thatsachen mangeln, um bis auf den absoluten Nullpunkt der Temperatur zurückgehen zu können.

Wir bedürfen schliesslich in diesem Gebiete noch eines Ausdrucks, um das, was die theoretische Mechanik bisher als lebendige Kraft oder actuelle Energie bezeichnet hat, deutlich

zu unterscheiden von den Arbeitsäquivalenten der Wärme, die doch auch grösstentheils als lebendige Kraft unsichtbarer Molecularbewegungen aufzufassen sind. Ich möchte vorschlagen, erstere als „die lebendige Kraft geordneter Bewegung" zu bezeichnen. Geordnete Bewegung nenne ich eine solche, bei welcher die Geschwindigkeitscomponenten der bewegten Massen als differenzirbare Functionen der Raumcoordinaten angesehen werden können. Ungeordnete Bewegung dagegen wäre eine solche, bei welcher die Bewegung jedes einzelnen Theilchens keinerlei Art von Aehnlichkeit mit der seiner Nachbarn zu haben brauchte. Wir haben allen Grund zu glauben, dass die Wärmebewegung von letzterer Art ist, und man dürfte in diesem Sinne die Grösse der Entropie als das Maass der Unordnung bezeichnen. Für unsere, dem Molecularbau gegenüber verhältnissmässig groben Hilfsmittel ist nur die geordnete Bewegung wieder in andere Arbeitsformen frei verwandelbar.[1])

§. 2.

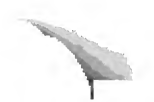
Die Arbeitsleistungen ausgedrückt durch die freie Energie.

Nachdem somit festgestellt ist, wie die Function $\mathfrak{F}$ zu bilden, und wie aus ihr die beiden Functionen U und S abzuleiten sind, ist es leicht auch die beiden andern in den Clausius'schen Gleichungen vorkommenden, nicht mehr allgemein integrirbaren Grössen dW und dQ auszudrücken.

Zur Abkürzung der Bezeichnung wollen wir die Aenderungen, die eine beliebige Function der Coordinaten erleidet, wenn die Parameter p_a, aber nicht die Temperatur variiren, mit dem Zeichen δ anzeigen, die vollständige Variation aber, wo auch die Temperatur variirt, mit d. Für eine beliebige Function φ der p_a und des ϑ, wäre also:

$$\delta\varphi = \sum_a \left[\frac{\partial\varphi}{\partial p_a}\delta p_a\right], \quad d\varphi = \delta\varphi + \frac{\partial\varphi}{\partial\vartheta}d\vartheta,$$

1) Ob eine solche Verwandlung den feinen Structuren der lebenden organischen Gewebe gegenüber auch unmöglich sei, scheint mir immer noch eine offene Frage zu sein, deren Wichtigkeit für die Oekonomie der Natur in die Augen springt.



Demnach ist die frei verwandelbare äussere Arbeit:

$$\left.\begin{aligned} dW &= \sum (P_\mathfrak{a} \cdot dp_\mathfrak{a}) = -\delta\mathfrak{F} \\ &= -d\mathfrak{F} + \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \vartheta} \cdot d\vartheta = -d\mathfrak{F} - \mathfrak{J} \cdot S \cdot d\vartheta \end{aligned}\right\}. \qquad (1\text{m})$$

Die gleichzeitig einströmende Wärme wäre nach Gleichung (1):

$$\mathfrak{J} . dQ = dU - \delta\mathfrak{F},$$

oder mit Benutzung des in (1h) gefundenen Werthes von U:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{J} \cdot dQ &= d\mathfrak{F} - d\left[\vartheta \cdot \frac{\delta \mathfrak{F}}{\partial \vartheta}\right] - \delta\mathfrak{F}, \\ &= -\vartheta \cdot d\left[\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \vartheta}\right] = \vartheta \mathfrak{J} \cdot dS \end{aligned}\right\}, \qquad (1\text{n})$$

wie es (1a) und (1g) fordern.

Durch diese Festsetzungen für dQ und dW sind die in 16
(1) und (1a) aufgestellten Grundgleichungen des Systems auch für den Fall mehrerer Parameter identisch erfüllt und damit auch alle aus diesen von Hrn. Clausius und andern Physikern abgeleiteten Folgerungen.

Was die Kreisprocesse betrifft, so können wir die Arbeit derselben berechnen unter der aus (1m) genommenen Form:

$$dW = -d\mathfrak{F} - \mathfrak{J} \cdot S \cdot d\vartheta \,\} \qquad (1\text{m})$$

Wenn die Reihe der eingeschlagenen Veränderungen von der besonderen Art ist, dass während derselben S als eine eindeutige Function von ϑ dargestellt werden kann, etwa in der Form:

$$S = \frac{\partial \sigma}{\partial \vartheta} \Big\}, \qquad (2)$$

wo σ eine Function nur von ϑ, so ist:

$$dW = d\mathfrak{F} - \mathfrak{J} . d\sigma;$$

und da die rechte Seite ein vollständiges Differential ist, ist es auch die linke, folglich für eine in sich zurücklaufende Reihe von Aenderungen:

$$\int dW = 0.$$

Hierbei ist also nicht nöthig, dass beim Rückweg genau dieselben Werthsysteme der Parameter $p_\mathfrak{a}$ für jeden Werth von ϑ eintreten, wie beim Hinweg, sondern nur, dass für jeden Werth von ϑ auch immer wieder derselbe Werth von S ein-

tritt. Insofern hat der Kreisprocess ohne Arbeit hier eine grössere Freiheit, als im Fall des einzigen Parameters.

Andererseits zeigt sich hier, dass:

$$\int_1^2 dW = \mathfrak{F}_1 - \mathfrak{F}_2,$$

auch dann, wenn während der Veränderung die Gleichung (2) bestehen bleibt, und

$$\vartheta_2 = \vartheta_1,$$

aber die Parometer p_a am Ende andere Werthe als am Anfang haben.

Der einfachste Fall der Gleichung (2) ist der der adiabatischen Aenderung:

$$S = Const.$$

Dann ist:

$$\int_1^2 dW = \mathfrak{F}_1 - \mathfrak{F}_2 + \mathfrak{J} \cdot S(\vartheta_1 - \vartheta_2).$$

Wenn man die im Werthe von $\mathfrak{F}$ und S enthaltene Constante S_0 so wählt, dass der hierin enthaltene Werth $S = 0$ wird, so ist ebenfalls einfach die äussere Arbeit durch die Differenz
17 der Werthe von $\mathfrak{F}$ zu Anfang und Ende der Aenderung gegeben. Nur muss dann aus dem Werthe von $\mathfrak{F}$ noch die Temperatur eliminirt werden mittels der Gleichung:

$$\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \vartheta} = 0.$$

Arbeit kann also, wie Gleichung (1m) zeigt, auch im Falle mehrerer Parameter durch einen vollständigen Kreisprocess nur geleistet werden, wenn das Integral:

$$\int S \cdot d\vartheta < 0,$$

oder:

$$\int \vartheta \cdot dS > 0,$$

d. h. das Steigen von ϑ muss überwiegend bei kleineren Werthen von S, dagegen das Steigen von S, oder die positiven Werthe von dQ, müssen auf höhere Werthe von ϑ fallen. Die Werthe

der Parameter können dabei aber jede Art der Aenderung erleiden, welche mit dem für jeden Werth von ϑ bestimmten Werthe von S verträglich ist.

Uebergang freier Arbeit in gebundene.

Der Werth der gebundenen Arbeit, den ich mit $\mathfrak{G}$ bezeichnen will, ist:

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{J} \cdot \vartheta \cdot S,$$

ihre Aenderung also:

$$\begin{aligned} d\mathfrak{G} &= \mathfrak{J} \cdot \vartheta \cdot dS + \mathfrak{J} \cdot S \cdot d\vartheta \\ &= \mathfrak{J} \cdot dQ + \mathfrak{J} \cdot S \cdot d\vartheta. \end{aligned}$$

Dagegen

$$\begin{aligned} d\mathfrak{F} &= \delta\mathfrak{F} + \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \vartheta} \cdot d\vartheta \\ &= -dW - \mathfrak{J} \cdot S \cdot d\vartheta. \end{aligned}$$

Das heisst also, $\mathfrak{G}$ wächst erstens regelmässig auf Kosten der hinzugeleiteten Wärme dQ, zweitens bei Temperatursteigerungen auf Kosten der freien Energie um die Grösse $\mathfrak{J} \cdot S \cdot d\vartheta$. Die freie Energie vermindert sich um diesen letzteren Betrag und um den Betrag der nach aussen geleisteten Arbeit, wie es unmittelbar die Gleichung:

$$-\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \vartheta} d\vartheta = \mathfrak{J} \cdot S \cdot d\vartheta,$$

zeigt. Dadurch erhält die Variation von $\mathfrak{F}$, die der Variation von ϑ entspricht, auch ihre Bedeutung als Arbeitsleistung, und die „*Entropie*“ S erscheint als die *Wärmecapacität
für die auf Kosten der freien Energie bei adiaba-* 18
tischem Uebergange erzeugten Wärme.

Bei allen *isothermen* Veränderungen, wo $d\vartheta = 0$, wird Arbeit nur auf Kosten der freien Energie geleistet. Die gebundene ändert sich dabei auf Kosten der ein- oder austretenden Wärme.

Bei allen *adiabatischen* Veränderungen, wo $dQ = 0$, wird Arbeit erzeugt auf Kosten der freien, wie der gebundenen Energie.

In allen andern Fällen kann man die Sache so ansehen, dass alle äussere Arbeit auf Kosten der freien Energie ge-

liefert wird, alle Wärmeabgabe auf Kosten der gebundenen und endlich bei jeder Temperatursteigerung im System freie Energie in dem angegebenen Betrage in gebundene übergeht.

Das letztere kann nun auch bei den irreversiblen Processen dadurch geschehen, dass freie Energie in lebendige Kraft, und letztere durch reibungsähnliche Vorgänge theilweise oder ganz in Wärme verwandelt wird. Wenn das letztere der Fall ist, wird einfach

$$dQ = dU,$$

also die beim Uebergange von dem durch den Index (1) bezeichneten Anfangszustande zu dem durch (2) bezeichneten Endzustande abgegebene Wärme:

$$\mathfrak{J} Q = U_1 - U_2 .$$

Dies ist die bisher bei den Untersuchungen über Wärmebindung chemischer Processe bestimmte Grösse, wobei man dem Anfangs- und Endzustand gleiche Temperatur gab. Die freie Arbeit beim isothermen Uebergang ist davon wesentlich verschieden, nämlich:

$$W = \mathfrak{F}_1 - \mathfrak{F}_2 ,$$

und kann also auch nicht, wie ich schon in der Einleitung bemerkt durch blosse Bestimmung der gesammten Wärmeentwickelung gefunden werden.

Bedingung des Gleichgewichts und Richtung der von selbst eintretenden Aenderungen.

Da bei verschwindend kleinen Aenderungen nur die durch die Variation der Parameter bedingte Grösse $\delta \mathfrak{F}$ für alle Leistungen von frei verwandelbarer Arbeit in Betracht kommt, ganz unabhängig von dem Werthe der gleichzeitig stattfindenden Temperaturänderung $d\vartheta$, so ergiebt sich zunächst, dass ohne Zutritt reversibler äusserer Arbeitsäquivalente, zu denen auch die lebendige Kraft geordneter Bewegung gehören würde, ein mit der Zeit δt wachsender positiver Werth von $\delta \mathfrak{F}$ nicht eintreten kann. Es kann unter solchen Bedingungen das Verhältniss $\delta \mathfrak{F} / \delta t$ nur Null oder negativ sein. Das Beharren in
19 dem gegebenen Zustande würde also gesichert sein, wenn für

alle möglicherweise eintretenden Veränderungen der Parameter bei der zeitweiligen Temperatur:

$$\delta \mathfrak{F} \geqq 0.$$

Wenn durch Steigerung der Temperatur ein Punkt erreicht werden kann, wo $\delta \mathfrak{F}$ durch Null in negative Werthe überzugehen anfinge, so würde bei chemischen Verbindungen hier das Phänomen der Dissociation eintreten. Unterhalb dieses Punktes aber würde mit sinkender Temperatur $\delta \mathfrak{F}$ steigen müssen, d. h. der Differentialquotient:

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta}\left[\delta \mathfrak{F}\right] = \delta \left[\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \vartheta}\right] = - \mathfrak{J} \cdot \delta S,$$

würde negative Werthe, δS also positive haben müssen. Da nun, für $d\vartheta = 0$,

$$d Q = \vartheta \cdot d S,$$

so ergiebt sich, dass alle chemischen Verbindungen, die bei höherer Temperatur sich dissociiren, wenigstens in den zunächst unter der Dissociationstemperatur gelegenen Theilen der thermometrischen Scala Wärme abgeben müssen, wenn sie sich auf reversiblen Wege bilden, dagegen Wärme binden müssen, wenn sie zerlegt werden.

Umgekehrt wird es bei solchen sein, die in der Kälte in ihre Bestandtheile zerfallen, wie z. B. die Lösungen krystallisirbarer Salze.

Mit diesen allgemeinen Folgerungen stimmen in der That die oben erwähnten Beobachtungen an galvanischen Elementen.

Um schliesslich noch einmal die wesentlichen Beziehungen der Function $\mathfrak{F}$, aus denen ihre physikalische Bedeutung und ihre Eigenschaften sich herleiten, zusammenzustellen, so sind dies folgende:

1. Alle äussere reversible Arbeit entspricht der durch die Aenderung der Parameter bedingten Aenderung der Function $\mathfrak{F}$:

$$d W = - \delta \mathfrak{F}.$$

2. Der Differentialquotient $\partial \mathfrak{F} / \partial \vartheta$ kann sich nur verändern durch Zuleitung von neuer Wärme $d Q$. Unter „neuer

Wärme“ verstehe ich solche, die entweder aus den Körpern der Umgebung zugeleitet oder durch Ueberführung frei verwandelbarer Arbeitsäquivalente in Wärme neu erzeugt ist:

$$d\left[\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \vartheta}\right] = -\frac{1}{\vartheta}\cdot \mathfrak{J} \cdot dQ.$$

Hierbei ist zu bemerken, dass bei Verwandlung von dW in Wärme dQ:

$$dW = \mathfrak{J} \,.\, dQ.$$

19 3. Der Differentialquotient:

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{F}}{\partial \vartheta^2} = -\mathfrak{J}\cdot\frac{1}{\vartheta}\cdot\Gamma,$$

ist nothwendig stets negativ.

Dass Γ nothwendig positiv sei, wird in allen thermodynamischen Untersuchungen stillschweigend vorausgesetzt, ist aber wesentliche Bedingung dafür, dass nur der Uebergang von Wärme aus höherer in niedere Temperatur Arbeit erzeugen könnne.

Was die Beziehungen mehrerer verschieden temperirter Körper oder Körpersysteme zu einander betrifft, so ist die Function $\mathfrak{F}$ eines jeden einzelnen gänzlich unabhängig von denen der anderen. Ihre Beziehungen zu einander sind nur dadurch gegeben, dass sie sich freie Energie und Wärme gegenseitig mittheilen können, und dass bei reversiblen Processen beide Quanta in unveränderter Grösse übergehen; bei irreversiblen kann, wie schon bemerkt, Arbeit in Wärme übergehen. Für solche Uebergänge kommt noch die neue Bedingung der Reversibilität hinzu, dass der Uebergang von Wärme nur zwischen gleich temperirten Körpern erfolgen darf. In allen diesen Beziehungen ändert sich nichts durch die hier ausgeführte Verallgemeinerung und veränderte Ausdrucksweise der Principien.

Nachträglicher Zusatz. Es ist oben vielleicht nicht deutlich genug hervorgehoben, dass die entwickelten Sätze nur gelten, wenn die Parameter so gewählt sind, dass bei ihrer Constanz Aenderung der Temperatur mit keiner Arbeitsleistung verbunden ist.

XCVIII.

Zur Thermodynamik chemischer Vorgänge.

Aus den Sitzungsberichten der Akademie der Wissenschaften zu Berlin vom 27. Juli 1882.

Es lag mir daran für die thermodynamischen Theoreme, die 1
ich in meiner unter dem 2. Februar d. J. der Classe gemachten Mittheilung aus dem zweiten Axiom der mechanischen Wärmetheorie hergeleitet hatte, genauer quantitativ durchgeführte experimentelle Prüfungen an geeigneten Beispielen anzustellen. Die Zahl der dafür passenden Fälle ist bisher nicht gerade gross. Um die Anwendbarkeit der Theoreme zu prüfen, muss die betreffende chemische Veränderung in mindestens zwei verschiedenen Weisen zu genau messbarer und reversibler Arbeitsleistung verwendet werden können. Dies ist zunächst möglich für die Aenderung der Concentration von Lösungen. Eine solche kann durch Verdunstung, beziehlich Niederschlag von Dämpfen, aber auch durch Elektrolyse herbeigeführt werden.

Dass die Unterschiede der elektromotorischen Kraft galvanischer Elemente, welche durch Unterschiede in der Concentration der als Elektrolyte angewendeten Salzlösungen hervorgebracht werden, aus den Dampfspannungen dieser Lösungen thermodynamisch berechnet werden können, zeigen schon die Versuche von Hrn. James Moser, welche derselbe zur Prüfung meiner unter dem 26. November 1877 der Akademie

mitgetheilten Theoreme angestellt hat.[1]) Aber in jenen Beispielen hängt der Erfolg wesentlich von der Geschwindigkeit ab, mit der die elektrolytische Fortführung verschiedener Bestandtheile in der Flüssigkeit vor sich geht. Dadurch wird eine weitere Verwickelung der Vorgänge eingeführt, die in
2 Rechnung gezogen werden muss, und über deren Grösse, namentlich in concentrirteren Lösungen bisher nur wenige, für unseren Zweck hinreichend vollständige Messungsreihen vorliegen. Von der Einmischung dieses Processes aber können wir uns frei machen, wenn wir galvanische Elemente mit einer Flüssigkeit und einer unlöslichen depolarisirenden Substanz anwenden, wie solche von Leclanché, Pincus, Warren de la Rue, Latimer Clark u. A. m. gebaut worden sind. Diese Ketten, zu denen auch die in meiner letzten Mittheilung erwähnten Kalomelketten gehören, sind allerdings nicht im Stande starke dauernde Ströme zu geben, aber zur Messung elektromotorischer Kräfte nach Poggendorff's Methode der Compensation sind sie zum Theil sehr geeignet, da sie dabei nur stromlos angewendet werden. Bei diesen Versuchen kann man auch die von mir vorgeschlagenen Kalomelketten recht wohl anwenden, um den compensirenden Strom zu erzeugen. Die Bestandtheile einer solchen Kette sind:

Zink,
Chlorzinklösung (fünf bis zehn Procent Salz enthaltend),
Kalomel, fein gepulvert,
Quecksilber.

Zwei solche Elemente neben einander verbunden, geben in einem Kreise von 10,000 Siemens'schen Widerstandseinheiten einen Strom, der Monate lang ohne merkliche Polarisation der Elektroden andauern kann, und bei Anwendung eines sehr empfindlichen Galvanometers ausreichend ist, um Unterschiede von einem Milliontel der elektromotorischen Kraft eines Daniell'schen Elements noch erkennen zu lassen. Die elektromotorische Kraft dieser Ketten wird durch Temperaturschwankungen sehr wenig beeinflusst (sie steigt um etwa 0,0002 ihres

1) Wiedemann's Annalen d. Physik u. Chemie. Bd. III, S. 216—219; — Bd. XIV, S. 62—85.

Betrages für 1° C.) und ihr Widerstand ist verschwindend gegen den von 10,000 Siemens' Einheiten. Nach Durchgang stärkerer Ströme ist allerdings Polarisation vorhanden, ebenso stört mechanische Erschütterung, wobei die Quecksilberfläche theils gedehnt, theils zusammengezogen wird, und die von Hrn. G. Lippmann beobachteten elektromotorischen Kräfte auftreten. Aber in den Elementen, welche über fünf Procent $ZnCl_2$ in der Lösung enthalten, verschwinden diese Störungen der Regel nach in fünf bis zehn Minuten. Bei noch stärker verdünnter Lösung werden die Elemente aber so empfindlich gegen Erschütterungen, dass der Magnet des Galvanometers hier in Berlin wenigstens unter dem Einflusse der von der Strasse kommenden Vibrationen fortdauernd unruhig hin- und hergeht.

Da Chlorzink unter den für galvanische Elemente geeigneten Salzen dasjenige ist, für dessen Lösungen die ausführlichste Reihe von Beobachtungen der Dampfspannung vorliegt, so habe ich zunächst die beschriebenen Kalomelelemente den
Messungen unterworfen. Im Verlaufe der Versuche stellten 3
sich freilich dabei einige Schwierigkeiten heraus, die zu ihrer vollständigen Lösung die Hülfe eines in chemischen Arbeiten gewandteren Beobachters verlangen würden.

Berechnung der freien Energien in Salzlösungen.

Ein Strom, der in der Richtung vor sich geht, wie ihn die elektromotorische Kraft dieser Elemente zu erregen strebt, löst Zink auf, während eine äquivalente Menge des Kalomels reducirt wird und ihr Chlor abgiebt. Es entsteht also neugebildetes Zinkchlorid $ZnCl_2$, was in die Lösung übergeht. Andererseits zerfällt ungelöstes festes Quecksilbersalz Hg_2Cl_2 in Hg_2, welches sich dem übrigen Quecksilber zumischt, und Cl_2, welches an das Zink tritt. Bei umgekehrter Stromrichtung wird im Gegentheil Zink aus der Lösung reducirt und neues Mercurochlorid gebildet. Bei verschiedener Concentration der Flüssigkeit ändert sich in diesen Vorgängen nur, dass das neugebildete Zinkchlorid in eine anders concentrirte Lösung desselben Salzes eintritt, beziehlich das ausgeschiedene

aus einer solchen austritt. Ausser den chemischen Kräften, welche die Bildung des Chlorzinks auf Kosten des Kalomels begünstigen, kommen also noch in Betracht diejenigen, welche das gebildete Chlorzink in wässerige Lösung überzuführen suchen; diese werden in verdünnten Lösungen, wie gleich von vorn herein zu vermuthen ist, wirksamer sein, als in concentrirteren. In der That zeigen die Versuche sogleich, dass die verdünnteren Lösungen den Elementen grössere elektromotorische Kraft geben.

Wenn man, wie es bei den Versuchen geschah, zwei Elemente mit verschieden concentrirten Lösungen einander entgegensetzt, so wird ein Strom, der durch beide geht, im einen so viel $ZnCl_2$ bilden, als im anderen zerlegt wird, und im ersten so viel Hg_2Cl_2 zerlegen, als im zweiten gebildet wird. Aber wenn in eine verdünntere Lösung Chlorzink eintritt, und dieselbe Quantität aus einer concentrirteren austritt, so wird dies ein Vorgang sein, der Arbeit leisten, also auch als elektromotorische Kraft einen Strom erregen kann. Dieser Process ist übrigens bei geringer Stromintensität, bei welcher die dem Quadrate derselben proportionale Wärmeentwickelung im Schliessungsbogen verschwindet, und nur die der Intensität direct proportionalen Grössen zu beachten sind, vollkommen reversibel.

Nun können wir aber die Concentration von solchen Lösungen auch auf einem zweiten, vollkommen reversiblen Wege, nämlich durch Verdunstung ändern.

Es sei w die Menge Wasser in der Lösung eines Salzes und s die Menge Salz. Um die beiden Bestandtheile von einander zu trennen, wird ein Arbeitsaufwand nöthig sein, und zwar für jedes Milligramm der Lösung ein Aufwand von gleicher Grösse, der aber je nach der Concentration verschieden sein kann. Setzen wir:

$$\frac{w}{s} = h \Big\}, \tag{1}$$

so wird der Arbeitsaufwand für jede Masseneinheit eine Function von h sein müssen, die wir mit F_h bezeichnen wollen, also für die gesammte vorhandene Lösung wird die ihrer Bildung entsprechende freie Energie sein:

$$\mathfrak{F} = (w + s) F_h \}, \tag{1a}$$

oder mit Berücksichtigung von Gleichung (1):

$$\mathfrak{F} = s(1 + h) F_h \}. \tag{1b}$$

Wenn wir die Wassermenge sich ändern lassen durch Verdampfung oder Niederschlag von Wasser, während s constant bleibt, wird:

$$\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial w} = s \frac{\partial}{\partial h} [(1 + h) F_h] \frac{\partial h}{\partial w},$$

oder mit Berücksichtigung des Werthes von h:

$$\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial w} = \frac{\partial}{\partial h} [(1 + h) F_h] \Big\} \cdot \tag{1c}$$

Diese Grösse, multiplicirt mit dw, giebt die Arbeit an, welche für jede reversible Ueberführung der Wassermenge dw bei constant gehaltener Temperatur aus reinem Wasser an die Lösung zu verwenden ist. Bezeichnen wir mit p den Druck des Dampfes, mit v das Volumen seiner Masseneinheit, so wird zu setzen sein:

$$\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial w} = -\int_{h=\infty}^{h=h} p \cdot dv \Big| \cdot \tag{2}$$

Vernachlässigt sind dabei die kleinen Aenderungen im Volumen der tropfbaren Flüssigkeiten, da diese in den hier zunächst berücksichtigten Fällen gegen das Dampfvolumen verschwinden. Uebrigens hat es keine Schwierigkeit, die Formeln in dieser Beziehung zu vervollständigen.

Bezeichnen wir in Gleichung (2) die Werthe von p und v, die dem gesättigten Dampfe des reinen Wassers, d. h. dem Werthe $h = \infty$, entsprechen mit P und V, so haben wir bei Berechnung des Integrals in Gleichung (2) drei Perioden zu unterscheiden. Erstens müssen wir die Wassermenge dW aus reinem Wasser verdampfen lassen, dies giebt als entsprechenden Betrag des obigen Integrals die Arbeit:

$$P \,.\, V \,.\, dw \,.$$

Dann müssen wir den Dampf ausser Berührung mit Wasser sich weiter dehnen lassen, bis er das specifische Volumen v_h
des über der Salzlösung stehenden gesättigten Dampfes hat; 5
dies giebt zum Integrale den Betrag:

$$dw \int_V^{v_h} p \cdot dv .$$

Endlich ist der Dampf in Berührung mit der Salzlösung unter dem constant bleibenden Drucke p_h zu comprimiren. Dies giebt den letzten Betrag:

$$- p_h \cdot v_h \cdot dw .$$

Folglich ist:

$$\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial w} = - P \cdot V - \int_V^{v_h} p \cdot dv + p_h \cdot v_h,$$

oder nach partieller Integration:

$$\left.\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial w} = \int_P^p v \cdot dp = - \int_h^{\infty} v \cdot \frac{\partial p}{\partial h} \cdot dh \right\} \cdot \tag{2a}$$

Da nach Gleichung (1c) das $\partial \mathfrak{F} / \partial w$ eine Function von h allein ist, ebenso rechts v und p nur Functionen von h sind, kann die Gleichung (2a) nach h differenzirt werden, und ergiebt:

$$\left.\frac{\partial^2}{\partial h^2} [(1 + h) F_h] = v_h \cdot \frac{\partial p}{\partial h} \right\} \cdot \tag{2b}$$

Nach den Auseinandersetzungen in § 1 meines ersten Beitrags ist die Grösse $- \partial \mathfrak{F} / \partial w$, als die Kraft zu bezeichnen, mit der Wasser von der Lösung angezogen wird. Gleichung (2a) lehrt deren Betrag aus dem Dampfdruck berechnen.

Andererseits erhalten wir aus Gleichung (1b), wenn wir nach s partiell differenziren:

$$\left.\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial s} = (1 + h) F_h - h \frac{\partial}{\partial h} [(1 + h) F_h] \right\} \cdot \tag{1d}$$

Wenn ein galvanischer Strom von der Intensität J durch eines unserer Elemente geht, und q diejenige Menge des Salzes bezeichnet, welche durch die Stromeinheit in der Zeiteinheit aufgelöst wird, so wird in t Secunden durch die Auflösung des Salzes der vorhandene Energievorrath vermehrt um:

$$\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial s} \cdot J \cdot q \cdot t = J \cdot q \cdot t \left\{ (1 + h) F_h - h \cdot \frac{\partial}{\partial h} [(1 + h) F_h] \right\} \cdot$$

Nun ist die Arbeit, welche eine elektromotorische Kraft A verrichtet, wenn ein Strom J während der Zeit t in der

Richtung, nach der A wirkt, durch den Leiter fliesst, gleich 6
AJt, vorausgesetzt, dass die Einheit von A dieser Bestimmung entsprechend gewählt ist.

Ich werde im Folgenden nach Ampères und Volts rechnen: dabei muss aber dann auch die Arbeit der Dämpfe in den entsprechenden Einheiten, nämlich cg. 10^{-9} für Masse, cm. 10^9 für Längen und Secunden für die Zeit, berechnet werden. Die in $C.G.S$ Maass berechnete Arbeit der Dämpfe ist also mit 10^{-7} zu multipliciren, um sie in jenes Maass zu übertragen.

Aus Gleichung (2b) folgt also:

$$A = -q\left\{(1+h)F_h - h\frac{\partial}{\partial h}[(1+h)F_h]\right\} \tag{2c}$$

und mit Berücksichtigung von Gleichung (2):

$$\frac{\partial A}{\partial h} = qh\cdot\frac{\partial^2}{\partial h^2}[(1+h)F_h] = q\cdot h\cdot v\cdot\frac{\partial p}{\partial h}. \tag{2d}$$

Das Zeichen ist hier so gewählt, dass ein die metallische Basis des Salzes auflösender Strom und die in seiner Richtung wirkende elektromotorische Kraft gleichzeitig als positiv gelten.

Haben wir Ausscheidung des Salzes in einer Zelle mit dem Verdünnungswerthe h_0 und Auflösung in einer anderen vom Werthe h_1, so wird durch Integration nach h aus der Gleichung (2d) gefunden:

$$A_1 - A_0 = q\int_0^1 h\cdot v\cdot\frac{\partial p}{\partial h}\cdot dh. \tag{2e}$$

Diese Gleichung lässt die den Unterschieden des Wassergehalts der Lösung entsprechenden elektromotorischen Kräfte aus den Dampfspannungen berechnen.

Da bei den Temperaturen unter 40° die Dichtigkeit auch der gesättigten Dämpfe reinen Wassers sehr klein ist, so können wir die Grösse v durch die Gesetze der vollkommenen Gase bestimmen, und indem wir mit V_0 und P_0 die Grössen von v und p für reines Wasser bei der absoluten Temperatur Θ bezeichnen, können wir setzen:

$$\frac{P_0 . V_0}{\Theta} = \frac{p . v}{\vartheta} \tag{3}$$

und
$$A_1 - A_0 = \frac{\vartheta q \cdot P_0 \cdot V_0}{\Theta} \int_0^1 h \cdot \frac{\partial \log . p}{\partial h} \cdot dh \,. \tag{3a}$$

Da für das Chlorzink noch keine Beobachtungen über Dampfspannung bei verschiedenen Temperaturen vorliegen, ist es nützlich, noch folgende Beziehungen zu bemerken.

Wenn wir die Gleichung (2d) nach der absoluten Temperatur ϑ differenziren, so erhalten wir:

7
$$\frac{\partial^2 A}{\partial h \,.\, \partial \vartheta} = q \cdot h \cdot \frac{\partial^2}{\partial h^2}\left[(1+h)\frac{\partial F}{\partial \vartheta}\right] \tag{4}$$

und wenn wir (4) mit ϑ multipliciren und von (2d) abziehen, giebt es:

$$\frac{\partial}{\partial h}\left\{A - \vartheta \cdot \frac{\partial A}{\partial \vartheta}\right\} = q \cdot h \cdot \frac{\partial}{\partial h}\left[\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial w} - \vartheta \cdot \frac{\partial^2 \mathfrak{F}}{\partial \vartheta \,.\, \partial w}\right], \tag{4a}$$

wobei zu berücksichtigen ist, dass $\partial \mathfrak{F}/\partial w$, also auch dessen Differentialquotient nach ϑ die Grössen w und s nur implicite in h enthalten. Nun ist aber, wie in dem früheren Aufsatze gezeigte wurde,

$$\mathfrak{F} - \vartheta \cdot \frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial \vartheta} = U$$

und U die gesammte innere Energie, freie und gebundene zusammengenommen. Daher ist $\partial U/\partial w$ auch nur Function von h und $\partial U/\partial w \cdot dw$ bezeichnet das mechanische Aequivalent der Wärmemenge, welche bei dem Zusatz der Wassermenge dw zur Salzlösung zugeführt werden muss, um die Temperatur der Lösung constant zu halten, wenn das Wasser entweder direct und ohne Leistung äusserer Arbeit oder unter Rückverwandlung von letzterer in Wärme zugesetzt wurde.

Setzen wir also $-\partial U/\partial w = W$, so ist W die durch Verdünnung mit der Gewichtseinheit Wasser zu entwickelnde Wärmemenge, ebenfalls nur eine Function von h und ϑ, und Gleichung (4a) wird:

$$\frac{\partial}{\partial h}\left\{A - \vartheta \cdot \frac{\partial A}{\partial \vartheta}\right\} = -\, q \cdot h \frac{\partial W}{\partial h} \,. \tag{4b}$$

Daraus folgt, dass bei Lösungen, welche bei weiterer Verdünnung keine Wärme entwickeln oder latent machen, die von der Concentration der Lösung abhängigen Theile der

elektromotorischen Kraft proportional der absoluten Temperatur wachsen müssen, da dann:

$$\frac{\partial A}{\partial h} = \vartheta \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial \vartheta . \partial h}$$

wird, oder:

$$d(\log \vartheta) = d\left(\log \frac{\partial A}{\partial h}\right)$$

$$\frac{\partial A}{\partial h} = C \cdot \vartheta$$

sein muss. Da für reines Wasser ($h = \infty$), $W = 0$ wird, ist bei negativem Werthe von $\partial W / \partial h$ die Grösse W selbst nothwendig positiv und umgekehrt. Also wenn Verdünnung Wärme
erzeugt, wird $\partial A / \partial h$ langsamer wachsen müssen, als die ab- 8
solute Temperatur, im gegentheiligen Falle schneller.

Führen wir die Annahme (3) in (2d) ein, so wird:

$$\frac{\partial A}{\partial h} - \vartheta \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial h . \partial \vartheta} = q \cdot h \cdot \frac{V_0 . P_0}{\Theta} \cdot \vartheta^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial h . \partial \vartheta} [\log p] = -q h \cdot \frac{\partial W}{\partial h} \cdot$$

Also:

$$-\frac{\partial W}{\partial h} = \frac{V_0 . P_0}{\Theta} \cdot \vartheta^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial h . \partial \vartheta} (\log p).$$

Dies integrirt nach h bis $h = \infty$, wo $W = 0$ sein muss, giebt:

$$W = \frac{V_0 . P_0}{\Theta} \vartheta^2 \cdot \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left[\log \frac{P}{p}\right], \qquad (4c)^{1)}$$

welche Gleichung die Verdünnungswärme aus den Temperaturänderungen der Dampfspannungen zu berechnen erlaubt, oder letztere aus ersterer.

Zur Berechnung der Versuche.

Bei Salzlösungen von geringem Salzgehalt hat Hr. Wüllner gefunden, dass nahehin:

$$P - p = \frac{b}{h} \cdot P, \qquad (5)$$

wo b eine von der Natur des Salzes abhängende Constante bezeichnet, welche bei einigen Salzen auch von der Temperatur unabhängig erscheint. Dies in Gleichung (3a) gesetzt würde ergeben:

---

1) In (4c) und den zwei vorausgehenden Gleichungen steht im Original irrthümlich ϑ an Stelle von ϑ^2.

$$A_1 - A_0 = \frac{\vartheta P_0 \cdot V_0}{\Theta} q \cdot b \log \cdot \left(\frac{h_1 - b}{h_0 - b}\right). \qquad (5a)$$

Beim Chlorzink sind verhältnissmässig hohe Concentrationen anwendbar, für welche die einfache Wüllner'sche Formel der Gleichung (4) nicht mehr zureicht. Ziemlich gut passt auf die Beobachtungsreihe von Hrn. James Moser über die Dampfspannung von Chlorzinklösungen eine Formel zweiten Grades:

$$P - p = \frac{\mathfrak{A}}{h} + \frac{\mathfrak{B}}{h^2}. \qquad (6)$$

Aus dieser lässt sich der Werth von p auf die Form bringen:

$$p = \mathfrak{B}\left[\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{h}\right]\left[\frac{1}{\beta} - \frac{1}{h}\right],$$

worin $-\alpha$ und β die Werthe von h sind, die in Gleichung (6) den Werth $p = 0$ ergeben würden. Daraus ergiebt sich:

$$A_1 - A_0 = \frac{q . P_0 . V_0 . \vartheta}{\Theta}\left\{\beta \cdot \log\left(\frac{h_1 - \beta}{h_0 - \beta}\right) - \alpha \cdot \log\left(\frac{h_1 + \alpha}{h_0 + \alpha}\right)\right\}. \qquad (6a)$$

9 Die Coëfficienten $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ habe ich aus den Moser-schen Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt und die Werthe gefunden:

$$\mathfrak{A} = 4 . 17{,}1608,$$
$$\mathfrak{B} = 16 . \ 1{,}9559.$$

Die Vergleichung der darauf gegründeten Rechnung mit den Beobachtungen ergiebt für 20,2° C. in Millimetern Wasserdruck:

$4 \cdot \frac{1}{h}$	$P-p$ berechnet	$P-p$ beobachtet	Differenz
1	19,127	19,50	+ 0,373
2	42,145	39,83	− 2,315
3	69,085	69.87	+ 0,785
4	99,938	101,9	+ 1,961
5	134,701	133,6	− 1,101

Der Werth von P ist nach der Dampfspannungstabelle von Magnus gesetzt gleich 239,79 mm Wasser von 20,2° C.

Daraus, und aus den Werthen von $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ ergeben sich die Werthe von:

$$\alpha = 0{,}24545,$$
$$\beta = 0{,}53171.$$

Für ein Ampère ist q nach den neueren Bestimmungen von F. Kohlrausch auf Silber bezogen 0,0011363 gr per Secunde, also bezogen auf $ZnCl_2$ gleich 136/216 Mal dieses Betrages, nämlich:

$$q = 0{,}00071545.$$

Für $P_0 V_0$ ist für 0° der für sehr kleine Dichtigkeiten des Wasserdampfes geltende theoretische Werth genommen in C. G. S. Maass:

$$P_0 \,.\, V_0 = 1{,}25985 \,.\, 10^9.$$

Ich werde die nach der oben stehenden Interpolationsformel (6) mit den angegebenen Werthen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ berechneten Werthe der elektromotorischen Kraft als „berechnet nach *a*" aufführen. Da bei der Vergleichung der berechneten und beobachteten Dampfspannungen, wie sie oben gegeben ist, einige Differenzen vorkommen (z. B. bei (2) und (4)), welche grösser sind als die der Einzelbeobachtungen des Hrn. Moser unter einander, und da möglicher Weise Bildung von Hydraten des Salzes verschiedenen Gang der Function für verschiedene Concentrationen bedingen könnte, so habe ich noch eine zweite Rechnung angestellt, wobei ich eine wie (6) gebildete Formel auf je drei auf einander folgende beobachtete Werthe anwendete, zwischen denen die betreffenden Concentrationen der betreffenden Elemente lagen. Die davon herrührenden Werthe, werde ich als „berechnet nach *b*" bezeichnen. Die beiden 10
Rechnungen differirten für die kleineren Intervalle ziemlich erheblich von einander. Die Summe aber für die elektromotorische Kraft der grösseren Intervalle stimmte ziemlich gut.

Ein Hinderniss für exacte Ausführung der Messungen bildet die grosse Neigung des Chlorzinks, basische Salze zu bilden. Die Normallösung, durch deren Verdünnung die anderen Concentrationen gebildet wurden, musste so gewählt werden, dass sie in den Elementen bei Zimmertemperatur kein Zink mehr unter Wasserstoffentwickelung lösen konnte, dazu musste

sie ein wenig basisches Chlorzink enthalten. Und andererseits durfte sie nicht so viel von dem letzteren enthalten, dass sie beim Verdünnen mit reichlichen Quantitäten Wasser Niederschläge von stärker basischem Salz gab. Diese beiden Bedingungen geben eine ziemlich schmale Grenze für die Zusammensetzung der Flüssigkeit. Meine Lösung enthielt nach der Bestimmung ihres Zink- und ihres Chlorgehaltes auf 100 gr:

63,736 gr $ZnCl_2$,
0,881 gr ZnO,
35,383 gr H_2O.

Ich glaube annehmen zu dürfen, dass Hrn. Moser's Lösungen ähnlicher Art waren, kalt mit Zink gesättigte Chloridlösungen, da er bei seinen Versuchen dieselben beiden Bedingungen einhalten musste, wie ich. Leider hat er über diesen Punkt, sowie über die Art, wie er die Concentration der Lösungen bestimmt hat, in seinen Publicationen nichts angegeben.

Der Werth der Kalomelelemente in Volts wurde durch Ermittelung ihres elektrolytischen Aequivalents bestimmt, bei einem in Siemens-Einheiten gemessenen Widerstande. Da ich den Werth des elektrolytischen Aequivalents des Silbers aus den Messungen von F. Kohlrausch entnommen hatte, schien es mir am sichersten, den dazu gehörigen, von demselben Beobachter bestimmten Werth der Siemens'schen Widerstandseinheit zu nehmen, nämlich 0,9717 des theoretischen Ohm. Darnach ergab sich die elektromotorische Kraft meiner compensirenden Kalomelelemente, die durch die 10,000 Widerstandseinheiten wirkten, gleich 1,043 Volt. Da aber die bisherigen Bestimmungen der besten Beobachter für den absoluten Werth der Siemens-Einheit noch um 3 Procent auseinander gehen, und also der Werth meiner Elemente in Volts doch nur unsicher auszudrücken sein würde, habe ich schliesslich vorgezogen, die berechneten Werthe auf die elektromotorische Kraft meiner Kalomelelemente zu reduciren.

Da ausser diesen Unsicherheiten auch noch, wenn auch kleine, Ungleichheiten der verschiedenen Zinkstäbe sich geltend
11 zu machen schienen, welche auf die Werthe der kleineren
Intervalle verhältnissmässig merklichen Einfluss hatten, wird

es genügen, hier die Resultate für dass grösste Concentrations-Intervall anzugeben, welches sich anwenden liess zwischen h = 0,8 und h = 9,1992, zwischen 17,7° und 21° C.

Elektromotorische Kraft.

Beobachtet	Maximum	0,11648
	Minimum	0,11428
Mittel aus 13 Tagen		0,11541.
Berechnet	a.	0,11579
	b.	0,11455.

Ausserdem habe ich einen Thermostaten construiren lassen, in den die sechs verschiedenen zu compensirenden Elemente gleichzeitig eingesetzt werden konnten. Es wurde zwischen 35,1° und 36,1° C. beobachtet:

Maximum	0,11609
Minimum	0,11524
Mittel von 8 Tagen	0,11569.

Daraus ergiebt sich, dass der von den Concentrations-Unterschieden abhängige Theil der elektromotorischen Kraft fast gar nicht mit der Temperatur sich ändert.

Also ist das $\partial^2 A / \partial \vartheta . \partial h$ der Gleichung (4b) nahehin gleich Null, woraus folgt, dass $\partial W / \partial h$ negativ sein muss. Da $\partial A / \partial h$ positiv ist, und da W für $h = \infty$ (d. h. reines Wasser zu reinem Wasser gesetzt) nothwendig gleich Null wird, so muss W für alle Lösungen von Chlorzink positiv sein. Wasserzusatz muss Wärme entwickeln. Dass dies der Fall ist, und auch ungefähr in dem zu erwartenden Grade, haben mir vorläufige Versuche schon gezeigt. Aber genaue Berechnungen und Messungen werden dafür erst nach genauer Bestimmung des Ganges der Dampfspannungen und elektromotorischen Kräfte möglich sein.

Die elektromotorische Kraft zwischen den Metallen aber nimmt bei der Erwärmung in dem schon oben angegebenen Grade zu, d. h. die Kalomelkette gehört, wie ich schon in der Einleitung meines ersten Berichtes erwähnt habe, zu den Wärme bindenden Ketten, die zum Theil auf Kosten der thermometrischen Wärme der umgebenden Körper arbeiten.

12 Ein bemerkenswerther Zug in diesen Vorgängen scheint mir darin zu liegen, dass die Anziehung des Wassers zu dem zu lösenden Salze einen so grossen Theil der wirksamen chemischen Kräfte zwischen den sich gegenseitig verdrängenden Elementen (Zink und Quecksilber) ausmachen kann. In den vorliegenden Messungen beträgt die elektromotorische Kraft der Lösung allein etwa nur ein Achtel von der ganzen Kraft der concentrirteren Lösungen. Aber die Kraft der Lösung kann sich bei den weiteren Verdünnungen, welche nicht mehr hinreichende Constanz für genauere Messungen hatten, noch erheblich vermehren, und nach der in Gleichung (5a) gegebenen Formel könnte sich diese Kraft bei immer weiter wachsenden Werthen von b, bis zu jedem beliebigen Grade steigern. Daraus würde folgen, dass in sehr verdünnten Lösungen oder in ganz salzfreien Säuren Metalle, die wir sonst als unoxydirbar in der betreffenden Säure betrachten, sich spurweise bis zu einer gewissen Grenze unter Wasserstoffentwickelung würden lösen können. Ich bemerke, dass ganz ähnliche Verhältnisse auch bei der Lösung der Gase nach der mechanischen Wärmetheorie stattfinden müssen, woraus sich zum Theil ganz veränderte Ansichten über das Wesen der galvanischen Polarisation ergeben möchten.

IC.

Ueber absolute Maassysteme für electrische und magnetische Grössen.

(Wiedemann's Annalen Bd. XVII. S. 42–54. 1882.)

Die Physiker haben bisher zwei verschiedene Systeme 42
electrischer absoluter Maasse brauchen müssen, das electrostatische und electromagnetische, während für magnetische Grössen bisher immer nur eins, nämlich das von Gauss eingeführte gedient hat, an welchem nur die als Einheiten der Länge und Masse gebrauchten Theile des Meter und Gramm gewechselt haben. Die Anwendung jener zwei electrischen Maassysteme war schon aus dem praktischen Grunde bisher nicht zu umgehen, weil die Bestimmung des Factors, der zur Reduction der electrostatischen auf electromagnetische Maasse zu dienen hat, nämlich der kritischen Geschwindigkeit Weber's, noch nicht mit dem gleichen Grade der Genauigkeit ausgeführt werden konnte, der innerhalb des Kreises der electromagnetischen Messungen einerseits und der electrostatischen Messungen andererseits zu erreichen war. Es war deshalb vortheilhafter, wenn bei jeder Experimentaluntersuchung dasjenige Maassystem angewendet wurde, auf welches die gemessenen Grössen mit der grösseren Genauigkeit zu beziehen sind.

Dazu kommt dann noch die Rücksicht auf die Vermeidung allzu langer Zahlen, welche vielleicht bewirken wird, dass wir fortfahren werden, für electrostatische und galvanische Phänomene zweierlei, wenn auch aufeinander zurückführbare

Maasse anzuwenden. Zur Zeit sind die electromagnetischen Messungsmethoden am meisten ausgebildet, sie sind unverkennbar die praktisch wichtigsten für eine in riesigen Schritten wachsende Technik, und ich habe es deshalb ganz zweckentsprechend gefunden, dass der im vorigen Jahre in Paris tagende internationale Congress ein electromagnetisches System von absoluten Maassen festzustellen gesucht hat. Hätte es sich um rein wissenschaftliche Zwecke gehandelt, so würde ich das bisher gebräuchliche electrostatische System vorgezogen haben,
43 da dieses, wie mir scheint, die wesentlichen Analogien der Erscheinungen durch analoge Formeln am besten darstellt, und ihnen den übersichtlichsten und fasslichsten Ausdruck giebt. Es war dieses auf Principien von Gauss gestützte System, welches bisher den meisten physikalisch mathematischen Abhandlungen dieses Gebietes zu Grunde gelegen hat.

Eben deshalb würde es mir sehr wenig wünschenswerth erscheinen, wenn dieses System nun gänzlich fallen und sogar seinen Namen an ein neues abgeben sollte, wie es Hr. Clausius[1]) in seinem kürzlich veröffentlichten Aufsatze vorgeschlagen hat. Vervielfältigung der Maassysteme ohne ganz dringende Gründe würde ich überhaupt nicht empfehlen. Uebertragung aber eines bisher schon gebrauchten und vielfach benutzten Namens auf ein neues System würde unausbleiblich wieder unnöthige und verdriessliche Verwirrung in der physikalischen Literatur hervorbringen, auch abgesehen von jeder Werthschätzung des aufgegebenen im Verhältniss zu dem neuen System.

Jede Feststellung eines neuen absoluten Maasses muss auf die messende Beobachtung eines natürlichen Vorganges oder Verhaltens basirt werden, wie schon unter den drei Grundeinheiten das Gramm mittels der Dichtigkeit des reinen Wassers von 4° C. auf die beiden anderen reducirt worden ist. Das Maass der magnetischen Quanta, welches bisher ausschliesslich angewendet wurde, ist auf die von Gauss aufgestellte Definition gegründet, wonach die abstossende Kraft zwischen zwei magnetischen Quantis, m_1 und m_2, die in der

---

1) Clausius, Verhandl. des naturh. Vereins d. preuss. Rheinl. u. Westfal. 39. 6. März. 1882. — Wied. Ann. 16. p. 529. 1882.

Entfernung r voneinander sich befinden, nicht blos proportional, sondern gleich dem Werthe $(m_1 . m_2/r^2)$ gesetzt wird. Da die Kraft und die Länge r nach bekannten Methoden zu messen sind, ist dadurch der Werth des Productes $(m_1 . m_2)$ in absoluten Maassen bestimmt, und wenn also aus anderen Thatsachen das Verhältniss (m_1/m_2) bestimmt werden kann, sind m_1 und m_2 einzeln zu bestimmen.

Genau dasselbe Princip wendet Gauss im Anfang seiner Abhandlung: „Allgemeine Lehrsätze in Beziehung auf die im verkehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung wirken- 44
den Anziehungs- und Abstossungskräfte“[1]) auch auf die electrischen Quanta und die gravitirenden Massen an. Wenn er in den beiden letzteren Fällen das Princip auch nicht in praktische Ausführung gesetzt hat, so würde es doch gerechtfertigt sein, alle drei Methoden mit seinem Namen, als dem ihres geistigen Autors, zu bezeichnen. Die, welche sich auf die Electricität bezieht, giebt das electrostatische System, wie es bisher angewendet worden ist. Die dritte, welche sich auf die gravitirenden Massen bezieht, wird vielleicht in Zukunft eine wichtige Rolle spielen, wenn es gelungen sein wird genauere Bestimmungen der Gravitationskraft auszuführen. Bezeichnen wir, wie Maxwell, durch eckige Klammern die Dimensionen des von denselben eingefassten Ausdrucks, mit M eine Masse, mit L eine Länge, mit T eine Zeit, so ist nach Gauss die Anziehung zwischen zwei schweren Massen m in der Entfernung r:

$$\left[\frac{m^2}{r^2}\right] = \left[\frac{M . L}{T . T}\right] \quad \text{oder} \quad \left[\frac{M}{L^3}\right] = \left[\frac{1}{T^2}\right].$$

Links steht eine Dichtigkeit, rechts eine Function der Zeit. Setzen wir also, wie bisher, die absolute Dichtigkeit des Wassers gleich eins, während die Einheit der Masse nach Gravitationsmaass bestimmt ist, so ist dadurch ein von der wahrscheinlich veränderlichen Rotation der Erde unabhängiges Zeitmaass gegeben, und es bliebe nur die Ueberlieferung eines einzigen Maasses, des Meter, der Tradition überlassen. Aber

1) Resultate aus den Beobachtungen des magnet. Vereins 1839.

auch dieses liesse sich absolut definiren, wenn man eine unveränderliche Geschwindigkeit, z. B. die Lichtgeschwindigkeit im freien Aether zu Hülfe nähme.

So würde z. B. die Umlaufszeit T eines kleinen Trabanten, der dicht an der Oberfläche einer Kugel aus reinem Wasser von normaler Dichtigkeit D umliefe, sich unabhängig von dem Radius der Kugel in Gravitationsmaass finden:

45 $$T^2 = \frac{3\pi}{D},$$

und die Lichtgeschwindigkeit:

$$v = \frac{L}{T} = L\sqrt{\frac{D}{3\pi}},$$

durch welche letztere Gleichung die Länge L gegeben wäre. Dieses System würde uns also von der Ueberlieferung jedes traditionellen Maasses frei machen.

Im Gauss'schen magnetischen und electrostatischen Maasse sind die Dimensionen des magnetischen Quantums m und des electrostatischen Quantums e bestimmt durch die Gleichungen:

$$[m] = [e] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}],$$

beide basirt auf das Phänomen der Abstossung zwischen ruhenden magnetischen, beziehlich ruhenden electrischen Quantis.

Für die electromagnetischen Bestimmungen wurde dagegen die ponderomotorische Wirkung eines geschlossenen electrischen Stromes auf einen Magnetpol benutzt, deren Gesetze hauptsächlich und vollständig von Ampère formulirt worden sind.

Die Componenten der magnetischen Kräfte, die ein electrischer Strom in seiner Nachbarschaft hervorbringt, lassen sich ebenso wie die eines Magneten als Differentialquotienten einer Potentialfunction darstellen, welche dieselben Differentialgleichungen erfüllt, wie die der Magnete, und sich von denen der letzteren nur dadurch unterscheidet, dass sie periodisch um die gleiche Grösse in ihrem Werthe wächst, so oft man mit nur einem Pole einen ganzen Umlauf um den Stromleiter macht. Da die electromagnetischen Kräfte der Stromintensität des Leiters proportional sind, so ist auch die Periode des Potentials dieser Intensität proportional und unabhängig

von der Form des Leiters. Maxwell benutzt deshalb den Werth der Periode des Potentials Ω als Maass für die Intensität des Stromes C und setzt deshalb in § 623 seines Treatise on Electricity and Magnetism die Dimensionen beider gleich:

$$[\Omega] = [C].$$

Die feste Zahlenbeziehung zwischen beiden ergiebt sich aus einer früheren Stelle des genannten Buches § 479, wo T die magnetische Kraft eines sehr langen geraden Stromleiters in der kleinen Entfernung r von seiner Axe bezeichnet, und 46
J für C gesetzt ist:

$$Tr = 2J.$$

Da: $$\Omega = T.2\pi r,$$

so ist: $$\Omega = 4\pi J,$$

wodurch Maxwell's Bestimmung bei Benutzung des Gauss'schen magnetischen Maasses gleich dem von W. Weber vorgeschlagenen electromagnetischen Maasse wird.

Zu Ampère's Zeiten lag eine ausgeführte Theorie der Potentialfunctionen noch nicht vor. Er hat aber, was wir jetzt in der angegebenen Weise naturgemäss ausdrücken können, durch eine geschickt gewählte Fiction durchaus genau dargestellt, indem er sich eine vom Stromleiter begrenzte Trennungsfläche des in diesem Falle doppelt zusammenhängenden Raumes mit einer magnetischen Doppelschicht belegt construirt dachte. Wenn das magnetische Moment jeder Flächeneinheit der Doppelschicht mit μ bezeichnet wird, so muss nach bekannten Sätzen der Potentialsprung zwischen den beiden Seiten sein:

$$\Omega = 4\pi\mu, \quad \text{also: } \mu = J.$$

Bei dieser Ausdrucksform des Ampère'schen Gesetzes ist Hr. Clausius stehen geblieben.

Beide Ausdrucksformen sind vollkommen gleichbedeutend und vollkommen gleichberechtigt, solange wir die magnetischen Quanta nach Gauss'scher Vorschrift messen. Das erkennt auch Hr. Clausius an; aber er glaubt eine erweiterte Anwendung des Maxwell'schen Ausdrucks auf andere Maasssysteme verwerfen zu dürfen; er erklärt dies für ein Versehen von Maxwell und die daraus hergeleiteten Gleichungen und Dimensionsbestimmungen für falsch.

Der einzige Grund, den er in dieser Beziehung gegen Maxwell's Definition anführt, ist der folgende in § 3 der oben citirten Abhandlung: „Nun ist aber die Kraft, welche ein Strom auf einen Magnetpol ausübt, eine electrodynamische, und daraus folgt, dass eine Gleichung, deren Ableitung sich auf diese Kraft stützt, nur in dem auf die electrodynamischen Kräfte gegründeten Maassysteme als gültig be-
47 trachtet werden darf, aber nicht im statischen Maassysteme, welches auf die electrostatischen Kräfte gegründet ist."

Aber selbst, wenn man als Anhänger von Ampère's Hypothese gegen den ersten Theil dieses Satzes keine Zweifel hegte, sehe ich nicht ein, warum der Schluss nur gegen Maxwell und nicht gegen die von Hrn. Clausius selbst adoptirte Fassung des Ampère'schen Gesetzes angewendet werden soll. da letztere doch nichts als eine andere Ausdrucksweise derselben Thatsachen ist. Beide Grössen, sowohl Maxwell's Potentialperiode Ω, wie Ampère's magnetisches Moment der Flächeneinheit sind im Gauss'schen Maassystem von der Dimension $[m/L]$; beide haben eine physikalische Bedeutung nur in „der Darstellung der Kraft, welche ein Strom auf einen Magnetpol ausübt."

Auch scheint mir der eigentliche Grund der Differenz in einem ganz anderen Umstande zu stecken, nämlich in Maxwell's Definition des magnetischen Potentials Ω. Dies ist bei ihm nicht die Rechnungsform $\Sigma[m/r]$, sondern er definirt es in diesem Falle, wie auch in den entsprechenden Anwendungen auf Electrostatik und Electrodynamik dadurch, dass $\Omega . m$ eine Arbeit ist, welche Bestimmung auch der Gauss'schen Bestimmung von m zu Grunde liegt.

Der Differentialquotient $-d\Omega/dx$ ist dem entsprechend die Kraft, welche auf die Einheit des Magnetismus wirkt, und $(-\Omega)$ also Jacobi's Kräftefunction. Wenn wir für m eine andere Maasseinheit einführen und mit dieser messend m_1, Ω_1, J_1 statt m, Ω, J erhalten, so muss nach Maxwell's Definition:

$$m\Omega = m_1 \Omega_1$$

also auch:

$$m J = m_1 J_1$$

sein. Die Einheit des Stromes wächst also umgekehrt wie

die neugewählte Einheit des Magnetismus im Verhältniss zur alten; die Kraft, welche die Stromeinheit auf die Einheit des Magnetismus ausübt, bleibt aber constant. Bei Hrn. Clausius wachsen dagegen m und J beide in demselben, nicht im umgekehrten Verhältnisse, und die Kraft, wie m^2 oder J^2. Nach seinen Festsetzungen bringt die fingirte Ampère'sche Fläche immer noch einen dem Momente der Flächeneinheit gleichen
Sprung in der Function $\Sigma(m/r)$ hervor; aber diese Function 18
hat dann nicht mehr die Bedeutung der Kräftefunction für die neugewählten magnetischen Einheiten.

Ein Versehen von Maxwell kann ich in allem diesen nicht erkennen, und seine aus der von ihm gewählten Formulirung des Grundphänomens abgeleiteten Gleichungen sind durchaus in sich ebenso folgerichtig und richtig, wenn sie im Sinne ihres Autors verstanden werden, wie die von Hrn. Clausius. Vielmehr zeigt dieser Fall, dass wenn wir die Gauss'sche Bestimmung der magnetischen Einheit verlassen, wir wieder in mindestens zwei verschiedene und gleichberechtigte Systeme von Maasseinheiten verfallen, und ich für meinen Theil würde daraus den beiden Autoren Maxwell und Clausius gegenüber die praktische Folgerung ziehen, dass wir die genannte Methode von Gauss überhaupt nicht verlassen sollten, ehe nicht ganz besonders wichtige Gründe und ein ganz bestimmter Zweck zu solchem Verfahren vorliegen, wobei dann auch wahrscheinlich die Wahl zwischen Maxwell's und Clausius' System durch sachliche Gründe sich entscheiden würde.

Wenn ich nun auch Maxwell gegen die Beschuldigung, dass er infolge eines Versehens unrichtige Gleichungen aufgestellt habe, in Schutz nehmen muss: so ist doch zu erwähnen, dass in der Redaction des Textes von § 623 seines angeführten Werkes, wo er die Dimensionen sämmtlicher übrigen electrischen und magnetischen Grössen auf die Dimensionen einer beliebig gewählten unter ihnen zurückführt, eine Lücke vorkommt, welche den Leser leicht in die Irre führen könnte, wenn er den Zusammenhang der etwas verwickelten Gleichungssysteme des § 622 und 623 nicht genau untersucht, und welche den Sätzen des § 623 eine grössere Tragweite zu geben scheint, als Maxwell selbst wahrscheinlich ihnen hat geben wollen. Er spricht

nämlich im Anfang seines Capitels X, in § 620, zwar von elektrostatischen und electromagnetischen Einheiten, aber nicht von magnetischen, giebt übrigens Definitionen, wonach die electrokinetischen Einheiten ganz ohne Berücksichtung des Magnetismus bestimmt werden. Dann aber kommen in § 621 auch
49 magnetische Grössen hinein, welche er einführt, ohne irgendwie ausdrücklich zu sagen, dass in allen seinen Bestimmungen des Verhältnisses zwischen electrischen und magnetischen Grössen durchaus die in den vorliegenden Capiteln von ihm besprochene electromagnetische Bestimmung:

$$4\pi J = \Omega$$

festgehalten werden solle.

In dieser Beziehung ist Maxwell's Absicht in der Entwerfung verschiedener Systeme genau dieselbe und ebenso beschränkt gewesen, wie die neuerlich von Hrn. Clausius durchgeführte, wenn auch die Ausführung dieser Absicht bei beiden aus dem besprochenen Grunde verschieden ausgefallen ist.

Bei der Wichtigkeit der Sache erlaube ich mir, hier eine Uebersicht von dem Zusammenhang der Gleichungen der entsprechenden Paragraphen (621 bis 623) von Maxwell's Treatise on Electricity and Magnetism zu geben. In § 621 dieses Buches stellt Maxwell die Grössen zusammen, für welche die Dimensionen der Einheit zu bestimmen sind. Ich lasse dieselben hier in etwas anderer Ordnung und mit den in Deutschland gebräuchlicheren Bezeichnungen ihres Sinnes folgen. Es sind dies vier electrostatische, nämlich:

e) electrisches Quantum,

E) electrostatische Potentialfunction,

$\mathfrak{D}$) diëlectrische Polarisation (gemessen durch die electrische Dichtigkeit an der Oberfläche des Diëlectricums),

$\mathfrak{E}$) electrische Kraft in einem Punkte (wirkend auf die Einheit von e).

Die vier entsprechenden magnetischen Grössen bezeichnet er in derselben Reihenfolge mit m, Ω, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{H}$.

Dazu kommen noch vier entsprechende Grössen, die sich auf electrische Ströme beziehen, nämlich:

C) Intensität eines Stromes,

$\mathfrak{C}$) Stromdichtigkeit,

p) electrokinetisches Moment eines Stromes,

$\mathfrak{A}$) Vectorpotential electrischer Ströme.

Was den Sinn der beiden letzten Grössen betrifft, so ist p das Neumann'sche electrodynamische Potential der vorhandenen anderen Ströme bezogen auf den von der Stromeinheit durchzogenen ganzen Leiter, für den es berechnet wird, und $\mathfrak{A}.ds$ ist dasselbe Potential bezogen auf ein an einem bestimmten Orte liegendes Leiterelement ds.

Ich bemerke noch, dass die mit grossen deutschen Buchstaben bezeichneten Grössen „Vectoren“ sind, d. h. gerichtete, und nach dem Gesetz des Parallelogramms der Kräfte in Componenten zerlegbare Grössen, und dass die Auswahl derselben durch Maxwell's Streben, nur möglichst direct beobachtbare Grössen in die Rechnung einzuführen und Hypothesen fern zu halten, bedingt ist.

In § 622 stellt Maxwell Dimensionsbestimmungen auf für Producte und Quotienten dieser zwölf Grössen, wie sie unmittelbar durch den Sinn derselben gegeben sind. Es sind dies fünfzehn Bestimmungen, in denen die einerseits auf Electricität und andererseits auf Magnetismus bezüglichen Grössen vollständig getrennt bleiben, sodass, was wohl zu bemerken ist, aus diesen fünfzehn Bestimmungen keine Beziehung zwischen Electricität und Magnetismus hervorgeht. Ich stelle sie tabellarisch zusammen, indem ich Maxwell's schon oben angewendete Bezeichnung der Dimension beibehalte.

Nr.	Dimension	Electrische Grössen			Magnetische Grössen
1	L^2M/T^2	$[e.E]$,	$[p.C]$		$[m.\Omega]$
2	$M/(LT^2)$	$[\mathfrak{D}.\mathfrak{E}]$,	$[C.\mathfrak{A}]$		$[\mathfrak{B}.\mathfrak{H}]$
3	T	$[e/C]$,	$[p/E]$,	$[\mathfrak{A}/\mathfrak{E}]$	—
4	L	$[E/\mathfrak{E}]$,	$[p/\mathfrak{A}]$		$[\Omega/\mathfrak{H}]$
5	L^2	$[e/\mathfrak{D}]$,	$[C/\mathfrak{C}]$		$[m/\mathfrak{B}]$

Die Bestimmungen der letzten Reihe folgen aus der ersten, wenn man sie durch das Product der betreffenden Grössen der zweiten und vierten Reihe dividirt.

Die fünfte Reihe kann also als überflüssig weggelassen werden; dann bleiben noch folgende identische Gleichungen zwischen den in den vier ersten Zeilen vorkommenden Grössen:

51 $$\left[\frac{p}{E}\right] = \frac{[p \cdot C]}{[e \cdot E]} \cdot \left[\frac{e}{C}\right],$$

$$\left[\frac{\mathfrak{A}}{\mathfrak{E}}\right] = \frac{[p \cdot C] \cdot \left[\frac{e}{C}\right]}{[e \cdot E] \cdot \left[\frac{p}{\mathfrak{A}}\right]} \cdot \left[\frac{E}{\mathfrak{E}}\right]$$

Dann sind schliesslich also noch drei unabhängige Bestimmungen für die vier magnetischen Grössen m, Ω, $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{H}$ übrig, und sieben solche für die acht electrischen Grössen s, E, p, C, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{A}$. Wenn also je eine Grösse dieser beiden Gruppen durch andere Feststellungen bestimmt wird, z. B. m und e, das Quantum des Magnetismus und der Electricität, so sind die anderen alle vollständig bestimmt, nämlich:

	Electrisch	Electrokinetisch	Magnetisch
Potentiale . . .	$[E] = \left[\frac{L^2 M}{e T^2}\right]$	$[p] = \left[\frac{L^2 M}{C T^2}\right]$	$[\Omega] = \left[\frac{L^2 M}{m T^2}\right]$
Kräfte	$[\mathfrak{E}] = \left[\frac{L M}{e T^2}\right]$	$[\mathfrak{A}] = \left[\frac{L M}{C T^2}\right]$	$[\mathfrak{H}] = \left[\frac{L M}{m T^2}\right]$
Dichtigkeiten . .	$[\mathfrak{D}] = \left[\frac{e}{L^2}\right]$	$[\mathfrak{C}] = \left[\frac{C}{L^2}\right]$	$[\mathfrak{B}] = \left[\frac{m}{L^2}\right]$
	$[e] = [CT]$		

Dies sind die Bestimmungen, die ohne weitere beschränkende Gleichungen aus den obigen fünfzehn herfolgen. Diese lassen sich auf jede beliebige Festsetzung der Einheiten von m und e, also auch auf das electrostatisch-magnetische System von Gauss anwenden.

Nun folgt bei Maxwell in § 623 der Passus: „Diese fünfzehn Gleichungen sind nicht von einander unabhängig, und um aus ihnen die Dimensionen aller darin enthaltenen zwölf Einheiten abzuleiten, brauchen wir noch eine Gleichung.“ In der That brauchen wir zwei, da e und m einzeln bestimmt werden müssen, dadurch, dass man auf zwei als Fundamentalphänomene

betrachtete Beobachtungsthatsachen zurückgeht. Die eine hier fehlende, von Maxwell nicht ausdrücklich angeführte, sondern aus dem Zusammenhange als selbstverständlich vorausgesetzte 62
Gleichung können wir wie oben schreiben:

$$[\Omega] = [C].$$

Hr. Clausius hat dafür die andere minder durchsichtige:

$$[p] = [m]$$

gewählt. Aber da eine der fünfzehn Bestimmungen des § 622 lautet:

$$[m.\Omega] = [p.C],$$

so folgt jede von beiden aus der anderen.

Eben deshalb müssen nun aber die Schlussworte des § 623: „Alle die oben gegebenen Bestimmungen sind richtig für jedes beliebige System von Einheiten, welches wir wählen mögen“, geändert und auf electromagnetische Systeme beschränkt werden, und zwar auch nur auf solche, welche aus der von Maxwell definirten Bedeutung des electromagnetischen Grundgesetzes hergeleitet sind. Denn jener Schlusssatz passt weder auf das electrostatische System, noch auf die Systeme, welche Hr. Clausius aufgestellt hat. An die Möglichkeit, dass eine andere Fassung des electromagnetischen Grundgesetzes hier zu anderen Consequenzen führen könne, hat Maxwell wohl nicht gedacht, und in dieser Beziehung giebt die neueste Arbeit des Hrn. Clausius in der That eine dankenswerthe Bereicherung unserer Einsichten.

Schliesslich wäre noch zu reden von dem Grunde, weshalb Hr. Clausius das bisherige, nach den Principien von Gauss entworfene electrostatische System fallen lassen will. Das einzige, was er darüber sagt, ist in § 1 seiner Abhandlung enthalten. Nachdem er erwähnt hat, dass die von geschlossenen electrischen Strömen aufeinander ausgeübten Kräfte als unzweifelhaft bekannt angesehen werden können, fährt er fort: „Da ferner die kleinen, nach Ampère im Inneren eines Magnets anzunehmenden electrischen Ströme ebenfalls geschlossen sind, so hat man es beim Magnetismus mit Kräften derselben Art zu thun“. Darauf folgt eine Auseinandersetzung, wonach die Kräfte zweier magnetischer Quanta als dynamische zu betrachten seien.

Dieser Grund würde aber doch nur dann entscheidend sein.
53 wenn sicher constatirt wäre, dass die Ampère'sche Annahme der Wirklichkeit entspräche, während man bisher kaum sagen kann, dass dieselbe klar und consequent für alle Arten diamagnetischer und ferromagnetischer Körper durchgeführt sei. Namentlich würde diese Hypothese auch erfordern, dass die hypothetischen Molecularströme der magnetisirten Körper die durch electrodynamische Induction zu erzeugenden Veränderungen zeigten, wie dies Hr. W. Weber in seiner bekannten Erklärung der diamagnetischen Polarisation in der That folgerichtig angenommen hat. Wie dies mit den Eigenschaften der ferromagnetischen Körper vereinigt werden könne, überlasse ich den Anhängern dieser Theorie auseinanderzusetzen. Vorläufig können wir diese Theorie, so interessant sie auch ist, weder als bewiesen noch auch nur als vollständig durchgeführt ansehen.

Neben den electrodynamischen Theorien, welche directe Fernwirkung annehmen, deren Grösse und Richtung von den absoluten oder relativen Bewegungen je zweier electrischer Quanta abhängen soll, steht die von Faraday-Maxwell. Sie hat vor jenen ersten mindestens den Vorzug, dass sie weder das Princip der Endlichkeit und Constanz von der Energie, noch das von der Gleichheit der Action und Reaction verletzt, und ausserdem noch eine von manchen Schwierigkeiten der bisherigen Undulationstheorie freie Theorie des Lichts auf dieselben Annahmen begründet, die der Electrodynamik zu Grunde liegen. Um den wesentlichen Character der Kräfte der Electricität und des Magnetismus zu finden, schliesst Maxwell diejenigen Processe aus, bei denen nach Art der Reibung Wärme erzeugt und electrische oder magnetische Energie verloren wird, und legt seiner Theorie nur die conservativen Vorgänge zu Grunde. Namentlich schliesst er die Leitung der Electricität in Leitern und die Coërcitivkraft in Magneten aus. Dann bleibt aber in seinen Grundgleichungen die vollkommenste Analogie nicht zwischen Magneten und bewegter Electricität, sondern zwischen ruhender diëlectrischer und ruhender magnetischer Polarisation stehen. Gerade dieser Analogie passt sich Gauss' electrostatisches Maassystem vollkommen an.

Ich will noch bemerken, dass wenn man nach Analogie 54
des Hamilton'schen Princips dasjenige nach der Zeit genommene Integral zu bilden sucht, dessen Variation die Bewegungsgleichungen nach Maxwell giebt, an Stelle des electrodynamischen Potentials von Clausius (electrokinetischer Energie Maxwell's), eine bilineare Function der Componenten der electrischen Strömung einerseits und der Componenten der magnetischen Momente andererseits auftritt, in welcher die letzteren aber nicht als Geschwindigkeiten zu behandeln sind. Diesen letzteren Punkt behalte ich mir vor nächstens an einem anderen Orte zu behandeln.

Vorläufig kommt es mir nur darauf an daran zu erinnern, dass der Grund, auf den hin Hr. Clausius das bisherige electrostatische System verwerfen will, eine zwischen verschiedenen Theorien streitige hypothetische Annahme ist, und ich möchte die Physiker bitten, den Namen des von Gauss ausgehenden, in mathematischen Arbeiten bisher vorzugsweise gebrauchten electrostatischen Systems nicht auf ein anderes zu übertragen. In diesem System sind die Potentiale (m^2/r) und (e^2/r) Arbeitsgrössen, ihre ganze physikalische Wichtigkeit beruht darauf, dass sie das sind. Die Theorie der Potentialfunctionen bildet eines der entwickeltsten und interessantesten Capitel der mathematischen Physik, welches gut und vollständig gekannten physikalischen Vorgängen entspricht. Aendert man die Gauss'schen Einheiten, so muss man sich gewöhnen, allen Potentialfunctionen Factoren hinzuzufügen, damit sie Arbeitsgrössen bleiben und ihre Differentialquotienten die Kräfte geben. Ob dagegen J^2 eine Kraft ist, und mJ eine Arbeit, oder ob wir dafür zu schreiben haben A^2J^2 und AmJ, scheint mir viel unerheblicher zu sein, namentlich da wir von dem Gebiete der electromagnetischen Wirkungen doch erst einen Theil, nämlich den der geschlossenen Ströme gut und genau kennen, im Gebiete der ungeschlossenen Ströme aber noch die üppigste Flora von Hypothesen wuchert.

Personen-Register.

Die römischen Ziffern beziehen sich auf den Band, die arabischen auf die Seite.

Abbe, E., II. 211. 212.
Abdul Kadir, I. 425.
Aguilonius, II. 448.
Airy, I. 233—254. II. 26. 44.
Amici, II. 185.
Ampère, I. 61. 547. 559. 563. 688—701. 702—762. 775—790. II. 996—999.
Andral, II. 702. 720.
Appel, II. 458.
Arago, II. 869.

Banks, II. 684.
Baxt, N., II. 932—938. 939—946. 947—951.
Becquerel, E., I. 7. 56. II. 688—695. 714—718. 745—748.
Beltrami, II. 617. 643. 647. 652.
Berger, II. 686. 687. 691. 693.
Bergmann, II. 721.
Bernouilli, D., I. 247. 303.
Bernstein, J., I. 631.
Berthold, II. 692. 693.
Berthollet, I. 33.
Bertrand, J., I. 135—145. 646. 647. 672. 679—683. 690. 699—700. 706. 708. 720. 721. 726—728.
Bessel, I. 207. II. 116. 292.
Biot, I. 254.
Blagden, II. 684. 725.
Blake, E. W., I. 233. 242.
Blaserna, P., I. 630—631.
Bleekrode, II. 964.
du Bois-Reymond, E., I. 457. 463. 476. 513—519. 832. II. 714. 747. 758. 760. 765. 781. 784. 802. 812. 813. 874. 891—923. 926. 931.
Bouty, II. 964.
Braun, II. 693.
Breguet, II. 867.
Breschet, II. 688—695. 714—718. 745—748.
Brewster, D., I. 250. II. 5. 7. 24—44. 302. 305. 598—600.
Brodie, I. 4—6. II. 715. 717. 719.
Brücke, E., II. 38. 231. 233—235. 255. 258. 264—265. 303. 337. 338. 343. 604.
Bunsen, I. 852. 873.
Buntzen, II. 746.
Buys-Ballot, I. 250.

Carion, s. Stellwag von Carion.
Carnot, I. 6. 7. 17. 33.
Castell, P., II. 4.
Cauchy, A., I. 142. 437. II. 80—81. 214.
Cazin, I. 631.
Challis, J., I. 233—254.
Chaussat, I. 5. II. 715. 716.
Chevreul, II. 350.
Chisholm, II. 694.
Chladni, I. 257. 264. 265. 270. 271. 286.
Christiansen, II. 221. 225.
Clapeyron, I. 6. 7. 17. 33. 38. 41.
Clark, J. W., I. 893. 894.
Clark, L., II. 963.
Clausius, R., I. 39. 71. 76—93. 157. 380. 488. 677. II. 965—973. 994—1005.
Colding, I. 72.
Colladon, I. 244.
Cotes, II. 116.
Coulomb, I. 799. 816.

Crahay, I. 250.
Cramer, II. 283. 284. 316. 325. 337. 339—344.
Cumming, II. 233.
Currie, II. 694. 695.
Cuvier, II. 762.

Davy, H., I. 34.
Davy, J., I. 3. 4. II. 682—691. 714. 718. 745. 746.
Delaroche, II. 684. 725.
Despretz, I. 5. 8—11. 66. 385. II. 693. 703—713.
Didymus, I. 425.
Dippel, L., II. 203.
Donders, F. C., I. 402. II. 283. 284. 338—341. 345. 352. 354. 361. 376. 933.
Doppler, I. 250. 255.
Dove, H., I. 262. 284. 431. II. 51. 62. 457.
Draper, II. 26—29.
Dugès, A., II. 762.
Duhamel, I. 234—249. 273. 307.
Dulong, I. 5. 8—11. 39. 66. II. 703—713.
Dumas, II. 691.
Dupuy de Lome, I. 169—171.
Dutrochet, II. 689. 692. 693. 748.

Earle, II. 695. 717.
Edlund, I. 895—897.
Edwards, II. 685.
Ehrenberg, II. 668. 679. 728.
Elster, J., I. 866.
Encke, II. 116.
v. Erlach, II. 234. 264.
Esselbach, E., II. 78—82.
Euklides, II. 611. 615. 638. 642—643. 649. 658—659.
Euler, I. 101. 159. 247. 303. 304. 311. II. 116.
Exner, F., I. 929.
Exner, S., II. 948. 949.

Faraday, M., I. 48. 52. 94. 95. 459. 556. 629. 777. 779. 788. 798—800. 824. 827. 911.
Favre, I. 9. 824. II. 703—710.
Fechner, II. 458. 604.
Fermat, II. 148.
Fick, A., II. 354. 365. 375. 389. 412. 940.
Fick, L., II. 342. 344.
Fizeau, I. 462. II. 869.
Forbes, J. D., II. 4. 5. 7. 22.
Fordyce, II. 684. 725.
Foucault, II. 46. 604. 869.
Fraunhofer, II. 73. 78—81.
Fricke, II. 687.
Frölich, II. 694. 695.

Galvani, II. 890—891. 914.
Gassiot, I. 526.
Gauss, I. 105. 130. 176. 190. 489. 492. 497. 563. 702. 712. 777. 879. II. 116. 611. 612. 777. 786. 993—1005.
Gavarret, II. 702. 720.
Gay-Lussac, II. 726. 731.
Gerlach, II. 532.
Gierse, I. 3. II. 682—695. 714. 745.
Girard, I. 218—220.
Göthe, II. 601.
Gore, II. 964.
Gounelle, I. 462.
v. Graefe, Albr., II. 344. 345.
Graham, I. 827. 828. 835. 918.
Grassi, I. 245.
Grassmann, I. 61. 547. 691—696. 719—722. 777. II. 45. 50. 54. 65—69.
Green, I. 90. 105. 309. 327. 496.
Gruber, J., II. 531—533. 550.
Guillaume, II. 933.
Gundlach, II. 204.

Hällström, I. 256. 258. 265—266. 277—278. 286. 292.
Haga, I. 893. 894.
Hales, I. 5. II. 715.
Hallmann, I. 3. II. 682. 687. 695.
Hankel, II. 748.
Harrison, II. 203.
Harting, II. 184. 201—203.
Hartnack, II. 185. 203.
Hasse, C., II. 583.
Hassenfratz, II. 54. 65.
Haughton, II. 513. 925. 930.
Hauptmann, I. 425.
Hausen, A., II. 890.
Hay, D. R., II. 4. 5.
Henke, II. 555.
Henle, II. 362. 527. 541.
Henrici, I. 271.
Henry, J., II. 784.
Henry, W., I. 33.

Hensen, V., II. 583. 585.
Hering, E., II. 365. 478—481. 482—483. 492—496.
Hermann, L., I. 463. 471.
Herschel, J., II. 41. 44.
Herwig, I. 763. 767—771.
Hess, I. 10. 56. II. 703. 710.
Hirsch, A., II. 933. 938.
Hirschmann, II. 419.
Hittorf, I. 840. 848—850.
Holtzmann, I. 7. 37—41. 71. 90.
Home, II. 695. 717.
Hopkins, I. 305—307. 311.
Huber, II. 694.
v. Humboldt, A., II. 693. 891. 914. 916.
Hunter, II. 687. 691. 695.
Huschke, II. 280.

Jacobi, C. G. J., I. 74. II. 163. 965. 998.
v. Jacobi, M. H., I. 573.
Jochmann, I. 538. 552.
Joule, J. P., I. 33—40. 50. 55. 71—74. 775.

Kant, E., I. 68. II. 640—660.
Ketteler, II. 213.
Kiesewetter, I. 425.
Kirchhoff, G., I. 71. 139. 141. 158. 432. 435. 475. 476. 485. 488. 538—544. 545. 550—551. 554—555. 573. 610—611. 647. 650. 652. 667. 670. 672. 680. 681. 683. 687. 689. 690. 878. 892. II. 193. 519—521. 895. 960. 966.
Knapp, II. 385.
Knochenhauer, I. 46.
Köllicker, II. 338. 340.
König, A., I. 925—938.
Kohlrausch, F., I. 858. 873. 887. 888. II. 933. 989. 990.
Kohlrausch, R., I. 563. 633. II. 285.
Krause, A., II. 647. 650.
Krause, W., II. 118. 282. 303. 330.
Kundt, II. 222. 226.

Lagrange, I. 101. 286. 303. II. 96. 116. 183. 187. 194. 197.
Lambert, J. H., II. 4. 22.
Land, II. 640—660.
Langenbeck, M., II. 283.
Laplace, II. 703. 704. 710.
Lavoisier, I. 4. 8. 10. II. 703. 704. 710. 713.
Lecanu, II. 703.
Lecat, II. 890.
Lefebvre, I. 234.
Legallois, I. 5. II. 709. 716. 719.
Lehmann, II. 736. 741.
Lenz, I. 7. 49. 53. 54. 55. 775.
Liebig, G., II. 919.
Liebig, J., I. 4—10. II. 702. 704. 708—710. 726. 728. 731. 735.
Lindig, II. 962. 964.
Liouville, I. 523.
Lippmann, I. 931—938. II. 981.
Lipschitz, R., I. 70.
Liscovius, I. 243.
Listing, II. 116. 185. 195. 306. 329—336. 357—359. 360. 374—396. 407. 411. 417—419. 440—441. 466. 493.
Lobatschewsky, II. 617. 639. 646.
Lorberg, I. 538. 552. 586. 650. 672.
Lucae, II. 555. 556.
Lucas, I. 631.
Ludwig, II. 767.

Magnus, G., I. 895. II. 988.
Marchand, II. 718.
Marey, II. 933.
Marianini, I. 457.
Martine, II. 691.
Masson, I. 307.
Matteucci, I. 66—67. II. 747. 891—923.
Matthiesen, I. 874.
Maxwell, Cl., I. 538—544. 548—549. 556—558. 561. 564. 578. 626. 629. 637—639. 674. 703. 777. 779. 788. 795—797. 799—800. 816—820. 826. II. 347. 348. 995—1005.
v. Mayer, J. R., I. 41. 71—74.
Mayer, J. T., II. 4. 5. 7.
Meckel, II. 762.
Meissner, II. 352. 357. 361—365. 374. 389—391. 412. 422. 429.
Melloni, II. 26. 27.
Meyer, O. E., II. 214.
Mitchel, I. 462.
Möbius, II. 116.
v. Mohl, H., II. 201.
Moigno, II. 46.
Moleschott, II. 389.
Montigny, I. 250.
Moon, R., I. 233—254.
Moser, J., I. 847. 849. 853. 919. II. 979. 988—990.

Moser, L. F., II. 41. 116.
Müller, J., II. 353. 364. 424. 441—446. 479—480. 593. 605. 679. 718.
Mulder, II. 706.
Munk, II. 938.

Navier, I. 172. 196.
Neumann, C., I. 537—544. 548. 629. 642. 645. 647—652. 659—661. 667—678. 687. 690. 691. 703—706. 710—711. 742. 759—760. 763. 767. 772. 777.
Neumann, F., I. 6. 61—65. 90—93. 182. 537—544. 546—549. 555. 558—564. 602. 636—639. 679—682. 688—701. 702—762. 763. 773. 774—790.
Newport, II. 671—679. 694.
Newton, J., I. 68—70. II. 4—7. 15. 20. 25. 27. 45. 50. 54. 64—68. 347. 591—592. 598—601. 659.
Nobert, II. 201—205.
Nobili, II. 891. 902.

Oertling, II. 71.
Ohm, G. S., I. 52. 256. 258. 267. 287—292. 398—400.

Pallas, II. 691.
Peltier, I. 57.
Pflüger, II. 936.
Philip, I. 5. II. 716.
Piola, II. 116.
v. Piotrowski, G., I. 172—222. 874. 892. 898.
Playfair, II. 703.
Plinius, II. 4.
Poggendorff, I. 51. 53. 54. 256. 266. II. 751.
Poiseuille, J. L. M., I. 173—175. 215—222. 866. 874. 890—897.
Poisson, I. 90. 172. 196. 245. 247. 304—307. 311. 350. 556. 615. 798—803. 816. 925.
Politzer, II. 549—556. 569.
Pouillet, I. 429. 455. II. 701. 767. 771. 778.
Prévost, II. 365. 442. 691.
Provençal, II. 693.
Prussack, II. 536.
Ptolemäus, I. 425.

Quet, I. 305—306.
Quincke, I. 799. 819. 865—898. 929. 934. 935.

Rathke, B., II. 959.
Recklinghausen, II. 354. 390. 427. 433. 452.
Recoss, E., II. 279. 851. 876.
Remak, II. 678.
Reuss, II. 694. 695.
Riccati, I. 247.
Riecke, E., I. 690. 698. 706. 741. 766.
Riemann, B., I. 103. 777. 860. II. 503. 515. 611—617. 618—621. 637. 638.
Riess, P., I. 46. 77—80. 857.
Ritter, II. 812.
Rivini, II. 527.
Robert-Lefebvre, s. Lefebvre.
Roeber, I. 256. 258. 266. 270. 278. 282. 286. 292.
Roger, II. 685. 694.
Romberg, II. 717.
Root, E., I. 835—839. 918.
Rowland, H. A., I. 791—797.
Rudberg, II. 80.
Ruete, II. 261—279. 357. 374. 376.
Ruhmkorff, II. 747.
Russel, Sc., I. 233. 250.

Saissy, II. 692.
Sanson, II. 308.
Savart, I. 248. 291.
Saweljew, I. 55.
Schafieddin, I. 425.
Scharling, II. 702. 713.
Scheibler, I. 256. 258. 266. 278—282. 299.
Schelske, II. 933.
Schiller, N., I. 780. 791.
Schklarewsky, A., I. 223—225.
Schlemm, II. 341.
Schopenhauer, II. 641. 657.
Schwann, Th., II. 727.
Seebeck, I. 234—249. 271. 287—292. 389. 398. 399. II. 348.
Séguin, I. 72.
Sellmeier, W., II. 213. 214. 223.
Senff, II. 282. 285. 296. 300.
Siemens, W., II. 778. 865. 867.
Silbermann, J. T., I. 9. 824. II. 703—710.
Silbermann (Orgelbauer), I. 387.
Silow, I. 819.

Simon, II. 736.
Smaasen, I. 475. 476. 491. II. 895.
Sollit, II. 203.
Sondhauss, I. 316. 379. 382.
Sorge, I. 264.
Spengler, II. 296.
Stefan, I. 691—692.
Stellwag von Carion, II. 340.
Stinde, J., II. 204.
Stokes, G. G., I. 141. 159. 172. 196. 207. 210—211. 233—254. 384. II. 49. 55—57. 71—75.
Strehlke, I. 247.
Sturm, I. 244.

Tait, P. G., I. 71. 141.
Talbot, II. 78—80.
Tartini, I. 264. 277.
Thomson, J., I. 94. 95.
Thomson, W., I. 72. 141. 223. 523. 561. 795. 799—800. 856. 857. 861. 912.
Tiedemann, II. 691.
Toynbee, II. 541.
Tröltsch, II. 528—529.
Turner, II. 691.
Tyndall, I. 97. 152.

Valenciennes, II. 693.
Valentin, II. 663—664. 668—669. 672—679. 713. 720.
Valli, II. 812.
Varley, I. 826.
da Vinci, L., II. 4.
Volkmann, II. 246. 300. 428. 431. 458. 460. 884.
Volta, II. 890.
Vorsselmann de Heer, I. 46. 77. 78.

Walker, I. 461.
Waller, II. 4.
Weber, Ed., II. 516—517. 764. 766. 794. 796. 807. 884.
Weber, F., I. 852.
Weber, W., I. 61. 64. 65. 93. 256. 258. 264—265. 292. 388. 503. 537—544. 545—554. 563—564. 567. 573. 586. 628. 629. 637—645. 647—687. 711. 772. 777. 791. 796—797. 852. II. 777. 786. 993. 997. 1004.
Wernicke, II. 225.
Wertheim, G., I. 233—246. 314—316. 379.
Wheatstone, II. 778. 867. 869.
Wiedemann, G., I. 866. 872—877.
Williams, I. 5. II. 716.
Wollaston, I. 46. II. 6. 513. 925. 930.
Wüllner, I. 847—849. 853. 865. II. 987.
Wundt, II. 354—359. 365. 375. 376. 386—389. 412. 494.

Yelloly, II. 695. 717.
Young, Th., I. 265. 286—289. 292—293. 410. 415. II. 6. 7. 21. 26. 346. 349.

Zamminer, I. 305. 314. 315. 383. 385. 394.
Zenker, J. C., II. 762.
Zöllner, I. 652. 763. 767. 773. 864.

Sach-Register.

Die römischen Ziffern beziehen sich auf den Band, die arabischen auf die Seite.
Mit einem * sind diejenigen Stellen ausgezeichnet, an welchen sich über den betreffenden Gegenstand eine eingehendere Darlegung findet.

Abbildung, conforme I. 153. *520.
Absolute Einheiten für physikalische Grössen II. 995.
— Maasssysteme für elektrische und magnetische Grössen II. *993.
Accommodation des Auges II. *280. *283.
Action und Reaction I. 69.
Aequator eines Muskelbündels II. 900.
Aether, Maxwell's Hypothese über die Constitution desselben I. 638.
Akustik, Bericht über theoretische Arbeiten I. *233.
— physikalische I. *231.
— physiologische II. *501.
Amboss II. 543.
Analogie zwischen den Bewegungen der Elektricität in einem Leiter und denen eines Gases I. 550. 577.
— zwischen den Bewegungen der Elektricität in einem Dielektricum und denen des Lichtäthers (resp. eines festen elastischen Körpers) I. 557. 625.
— zwischen Farben und Tönen II. 81.
Anschaubarkeit II. 644.
Armmuskeln, Wirkung derselben II. *955.
Arbeitsäquivalent chemischer Vorgänge II. *958. *979.
Athembewegungen II. *953.
Atrope Linie des Auges II. 356. 371.
Aufgabe der Physik I. 13.
Auge, Farbenzerstreuung in demselben II. 51.
— Gang der Lichtstrahlen in demselben II. 231. 262.
Augenaxe, s. Accommodation.
Augenbewegungen II. *352. *360.
— Listing's Gesetz über dieselben II. 374.
Augenmedien, Brechung der Lichtstrahlen in denselben II. *116.
Augenspiegel II. *229. *261.
— Ruete'scher II. 270.
Augenstellung, s. Augenbewegungen.
Axiome der Geometrie II. *610. *618. *640.
— von Newton I. 68.

Begreiflichkeit der Natur I. 13.
Beugungserscheinungen im Mikroskope II. 198.
— in der Pupille II. 32.
Bewegung, geordnete und ungeordnete II. 972.
Bewegungsgleichungen der Elektricität I. *537. *545. 572.
Bewegungsströme I. *899.
Bilder, welche durch Prismen entworfen sind II. *147.
Bildgrösse in einem optischen System in Beziehung zur Divergenz der Strahlen II. 95. 188.
Bildschärfe, abhängig vom Zerstreuungskreis II. *126.

Binoculare Projection II. *492.
Blickpunkt II. 432.
Blinder Fleck, benutzt zur Bestimmung der Augenstellung II. 389.
Brandung der Schallwellen I. 239. 253.
Brechung des Lichtes an Kugelflächen II. *83.
— des Lichtes im Auge II. *116.
— des Lichtes im Prisma II. *164.
— des Lichtes, nicht homocentrische II. 174.
— der Schallstrahlen I. 255.
Breitenwinkel eines Punktes im Sehfeld II. 437.
Brennebenen II. 92.
Brennpunkte II. 92. 98. 104. 162.
Brustkasten, Bewegung desselben II. *953.

Calomel-Elemente II. 964. 980.
Capillar-elektrische Vorgänge I. *855. *925.
Capillarelektrometer I. 936.
Capillarröhren, Bewegung der Flüssigkeit in denselben I. 173. 215. 223.
Causalität I. 13. 68.
Centralkräfte I. 19. 68. 81.
Centrirtes System von Kugelflächen, Lichtbrechung in demselben II. *83.
Centrum, optisches, einer Linse II. 110.
Ciliarkörper II. 337.
Circularhoropter II. 421.
Combinationstöne I. *256. *263.
— objective Existenz derselben I. 262. 301.
Complementärfarben, s. Farbenmischungen.
Complexe Functionen I. 153.
Concentrationsunterschiede als Ursache galvanischer Ströme I. *840.
Condensatorische Ladung polarisirter Elektroden I. 913.
Condensatorwirkung einer Spirale I. 535.
Conforme Abbildung I. 153. *520.
Conjugirte Vereinigungspunkte (Bilder) bei der Lichtbrechung II. 87. 92.
Constitutionswärme, s. Kraftäquivalent der Wärme.
Contacttheorie, elektrische I. 47. 910.
Contrast, simultaner und successiver II. 350.
Contrasterscheinungen II. 38. *350.
Convection, elektrische I. 779. 917.
— elektrolytische I. 828.
Convergenz, optische II. 89.
Convergenzstellung der Augen II. *497.
Correspondirende Punkte in den beiden Sehfeldern II. *427. 435.
Corti'sches Organ II. *582.

Dampfspannung von Salzlösungen, s. Wärmetheorie, mechanische.
Dehnung durch dielektrische Kräfte I. 814. 819.
Diamagnetismus I. 556. 615.
Diaphragmenströme I. 865.
Dielektricum I. 556. 611. *798.
Differenztöne I. 282.
Diffraction im Mikroskope II. 198.
— in der Pupille II. 32.
Dimensionen physikalischer Grössen II. 995.
Dipolar elektromotorische Molekeln II. 910.
Discontinuirliche Flüssigkeitsbewegung I. *146.
Dispansive Linsen, s. Zerstreuungslinsen II. 115.
Dispersion, anomale II. *213.
Divergenz, optische II. 89.
Divergenzwinkel, Gesetz derselben II. 188. 193.
Doppelbilder, binoculare, benutzt zur Bestimmung der Augenstellung II. 390.
Doppelschicht, elektrische I. 489. *855. *925.
Doppelspalt, Beschreibung desselben II. 47.
Draht, elektrische Bewegung in demselben I. 603.
Drahtspirale, Condensatorwirkung derselben I. 535.
Drehungsmoment, Bestimmung desselben I. 182.
Drehungswinkel des Auges um die Gesichtslinie II. 421.

Egel, Nervensystem derselben II. 664. 668. 676.
Einfache Töne I. 257. 267.
— Wellenbewegung I. 267.
Einfach zusammenhängender Raum I. 103.

Einheit des elektrischen Widerstandes I. 573.
Elastische Körper, Bewegungen derselben I. 28.
Elektricität, thierische I. 513. II. *886.
Elektrische Convection I. 779. 917.
— — elektromagnetische Wirkung derselben I. *791.
— Oscillationen I. *531. 633.
— Schläge, Verbreitung derselben I. *526.
— Vertheilung I. *520.
Elektrochemische Theorie I. 56.
Elektrode, unpolarisirbare I. 900.
Elektrodynamik I. 58. 90. *427.
Elektrodynamisches Grundgesetz I. *537. *545.
— Potential, I. 703.
Elektrodynamische Theorien, Uebersicht über dieselben I. 776.
Elektrolyse, Hypothese über die Vorgänge bei derselben I. 909.
Elektrolytische Convection I. 828.
Elektromagnetismus in Beziehung zum Gesetz von der Erhaltung der Kraft I. 61.
Elektromagnetisches Maasssystem II. *993.
Elektromotor zur Erregung von Muskelcontractionen II. 754.
Elektromotorische Kraft II. 894.
Elektrostatisches Maasssystem II. *993.
Elektrotonischer Zustand eines Nerven II. 908.
Energie, actuelle oder kinetische, s. lebendige Kraft.
— actuelle, der elektrischen Bewegung I. 703.
— freie II. 959. 965. 972. 981.
— gebundene II. 959. 971.
— potentielle, s. Summe der Spannkräfte.
— eines Muskels II. 766.
Entoptische Objecte im Gesichtsfeld des Mikroskopes II. 197.
Entropie, s. Thermodynamik.
Ergal, s. Summe der Spannkräfte.
Erhaltung der lebendigen Kraft I. *17. 81.
— der Kraft I. *12. *76.
— — bei elektrodynamischen Vorgängen I. 61. 553. 640. 648. 677. 711. 748. 811.
— — bei galvan. Vorgängen I. 824.
Erhebungswinkel des Auges II. 361.
Erkenntnisstheorie I. 14. 68. 678. II. *589.
Erschütterungsströme, s. Bewegungsströme.
Extrastrom I. 431.

Fäulniss II. *726.
Farbenänderung durch Steigerung der Intensität II. 55.
Farbenblindheit II. *346.
Farbengleichungen II. 347.
Farbenkreis, Newton'scher, s. Farbentafel.
Farbenkreisel II. 18. 347.
Farbenmischung II. *3. *45. 592.
Farbensystem, als dreifach ausgedehnte Mannigfaltigkeit II. 612. 616. 623.
Farbentafel II. 64.
Farbentheorie, Brewster'sche II. *24.
— Young'sche II. 6. 21.
Farbenzerstreuung im Auge II. 51. 73.
Fieber II. 694.
Fliegen der Menschen I. 166.
Flüssigkeitsbewegungen, discontinuirliche I. *146.
Flüssigkeitselement, allgemeinste Aenderung desselben I. 106. *135. *140.
Flüssigkeitsreibung I. 159. 163. *172.
Fluorescenz der Netzhaut, der Hornhaut und der Linse II. 74. 77.
Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles I. 233. 251.
— — Einfluss der Reibung auf dieselbe I. *383.
— der Elektricität, Fehler in der Messungsmethode I. 461.
— elektrodynamischer Wirkungen I. *629.
— der Reizung in den Nerven II. *764. *844. *932. *939.
Froschschenkel, stromprüfender II. 913.
Froschstrom II. 902.
Functionen eines complexen Arguments I. 153.
Funkendauer I. 630.

Gährung II. *726.
Galvanische Ketten I. 50. II. 894.

Galvanische Ketten, neue Zusammensetzung derselben (Calomel-Elemente) II. 964. 980.
— Kraft, Natur derselben I. 48. 858. 910.
— Werthe (der Metalle) I. 910.
Galvanismus I. *46. *821.
Ganglien II. 663. 675.
Ganglienzellen II. 665.
Gehirnganglien II. 675. 678.
Gehörknöchelchen II. *503. *515.
Gelber Fleck in der Netzhaut II. 53.
— Besichtigung desselben durch den Augenspiegel II. 254.
Geometrie, reeller Sinn derselben II. *640.
— physische und reine II. 648.
— thatsächliche Grundlagen derselben II. *610. *618.
Geometrisch ähnliche Bewegungen flüssiger Körper I. *158.
Geometrischer Ort eines Objects im Sehfeld II. 432.
Geometrische Sätze, Ursprung und Sinn derselben II. *640.
Geschwindigkeitspotential I. 101. 308.
Gesichtseindrücke, Schnelligkeit derselben II. *947.
Gesichtsfeld II. 431.
Gesichtslinien II. 420.
Gleichgewicht der Elektricität I. 542. 578. 644. 650.
— eines Massensystems I. 26.
Gleichgewichtszustand magnetischer Vertheilung, die zur Herstellung desselben erforderliche Zeit I. 458.
Gleichzeitigkeit des inducirenden und inducirten Stromes I. 456.
Gleitstellen I. 697. 736.
Gletschertheorie, s. Plasticität des Eises.
Gliakerne II. 663.
Gravitationsconstante als Mittel zur Festsetzung der Zeiteinheit II. 995.
Green'scher Satz, Erweiterung desselben I. 327.
Grenzschichten, elektrische I. *855.
Grün, aus Blau und Gelb nicht mischbar II. 19.
Grünblindheit II. 348.
Grundfarben, s. Farbenmischung und Farbenblindheit.

Hammer (im menschlichen Ohre) II. 533.
Hauptebenen II. 92. 99.
Hauptpunkte II. 92. 99. 104.
Hefe, Natur derselben II. 727.
Helligkeit optischer Bilder II. 143. 192.
— reciproker Bilder II. *134.
— der Zerstreuungskreise II. *126.
Höhenwinkel eines Punktes im Sehfeld II. 436.
Homocentricität eines Strahlenbündels beim Passiren eines Prismas II. 168.
Horizontalhoropter II. 438. 456.
Hornhaut des menschlichen Auges II. 77. 117. 282. 294.
Horopter II. *420. *427. *478. 492.
— seine Bedeutung für das Sehen II. *448.
— seine Form mathematisch dargestellt II. *460.
Horopterkreis II. 424.
Hydrodynamik I. *99. *868.
Hydrodynamische Gleichungen, grosse Annäherung derselben an die Wirklichkeit I. 158.
Hylogene Momente II. 657.

Inducirte Farbe II. 38.
— Zuckung II. 915.
Inductionsapparat zur Erregung von Muskelcontractionen II. 754.
Inductionsgesetz I. *537. *545. *688. *702.
— allgemeinere Form desselben I. 549. *558.
— experimentelle Prüfung desselben I. 554. 599. 700. 711. 762. *774. *791.
— von Weber, Widerspruch desselben mit dem Gesetz von der Erhaltung der Kraft I. 553.
Inductionsgesetze, Geschichte ihrer Aufstellung I. 548.
Inductionsströme, s. Inductionsgesetz und I. 61. 92.
— Dauer und Verlauf derselben I. *429.
Innenwendung des Auges II. 362.
Insecten, Nervensystem derselben II. 673.
Intensität der Lichtempfindung, verschiedenes Gesetz für verschiedene Farben II. 62.

Intensitätsänderung des Schalles durch Reibung I. 384.
Ionen, Wanderung derselben I. 840.
Iris des menschlichen Auges II. 337.
— bei der Accommodation II. 280. 313. 340.
— Entfernung von der Hornhaut II. 307.

Kanten, Flüssigkeitsströmungen an denselben I. 149.
Klang I. 289.
Klangfarbe I. 400.
— bei telephonischer Uebertragung I. *463.
Klangzerlegung I. 287.
Kleidung, Einfluss derselben auf die Abkühlung des Körpers II. 722.
Klirrtöne, s. Obertöne, unharmonische.
— im Ohr II. 561.
Knotenebenen (bei Lichtbrechung) II. 103.
Knotenflächen (bei Luftschwingungen) I. 305. 312. 348.
Knotenpunkte (bei Lichtbrechung) II. 92. 102. 104.
Körperliche Leiter, Stromvertheilung in denselben I. *475.
Kraft, Begriff derselben I. 14. 68.
Kraftäquivalent chemischer Prozesse I. 7. 50. II. *958. *979.
— elektrischer Vorgänge I. 34. *41. 76. 562. 856.
— des Elektromagnetismus I. *58.
— des Magnetismus I. *58.
— bei organischen Prozessen I. *65.
— der Wärme I. 6. *31.
Krebs, Nervensystem desselben II. 663. 671. 676.
Kritische Entfernung (bei der Bewegung zweier elektrischer Massenpunkte) I. 654.
Krystalllinse, Aenderung ihrer Dimensionen II. 336.
— Fluorescenz derselben II. 77.
— Krümmungsradien derselben, s. Accommodation.
— Lichtbrechung in derselben II. 119.
Kugel, elektrische Stromvertheilung in derselben I. 494.
Kugelflächen, Lichtbrechung an denselben II. *83.

Längsschnitt, natürlicher und künstlicher eines Muskels II. 900. 901.
Lebendige Kraft, Erhaltung derselben I. 17.
— Quantität derselben I. 18.
— geordneter Bewegung II. 972.
Leuchten des Auges II. 136. 233. 262.
Licht, Wesen desselben II. 594.
— gradlinige Fortpflanzung desselben II. 596.
Lichtäther, Magnetisirbarkeit desselben I. 556.
Lichtempfindung II. 593.
— Intensitätsänderung derselben abhängig von der Farbe II. 62.
Lichtgeschwindigkeit als Normalmaass für die Länge II. 996.
Lichttheorie, magnetische und dielektrische I. 556.
Linse des menschlichen Auges, s. Krystalllinse.
Linsen, verschiedene Arten derselben II. 111.
Luftballons, Lenkbarkeit derselben I. *158.
Luftperspective II. 457.
Luftreibung bei Schallbewegung I. *383.
Luftschwingungen, Bericht über verschiedene dieselben betreffenden Arbeiten I. 233.
— in offenen Röhren I. *303.

Maassysteme, absolute für elektrische und magnetische Grössen II. *993.
Magnetismus I. 58. 556. 611. *798.
Mannigfaltigkeit, n-fach ausgedehnte II. 611.
Maschinen, einfache, s. mechanische Potenzen.
Materie, Begriff derselben I. 14. 68.
Mechanische Potenzen I. 28.
— Theoreme in Beziehung zur Erhaltung der Kraft I. 27.
Mehrfach zusammenhängender Raum I. 103.
Membran, gespannte II. 578.
— gekrümmte, Mechanik derselben II. 575.
Meridiane im Sehfeld II. 432.
Meridianebene des Auges II. 420.
Messung kleiner Zeittheile I. 429. 438. II. *764. *844. *862.

Metamathematische Untersuchungen II. *610. *618. *640.
Mikroskope, Grenze ihrer Leistungsfähigkeit II. *183. *185.
— Beugungserscheinungen in denselben II. 198.
— Normalvergrösserung derselben II. 195.
— Penetration derselben II. 186.
Minimum der Ablenkung im Prisma, sein Einfluss auf die Homocentricität der Strahlen II. 173.
Mittlere Sehrichtung II. 493.
Molekel, peripolar elektromotorische II. 906.
— dipolar elektromotorische II. 910.
Mollusken, Nervensystem derselben II. 666.
Moment einer elektrischen Doppelschicht I. 490. 856.
Monodromie des Raumes II. 624.
Multiplicator, Kräfte, welche seine Ablenkung bewirken II. 750.
Muskelaction, Wärmeentwickelung bei derselben II. *745.
Muskelbündel, Aequator und Pole desselben II. 900.
Muskelgeräusch oder Muskelton II. 513. *924. *928.
Muskelmechanik (des Armes) II. *955.
Muskeln, Structur derselben II. 897.
— Längs- und Querschnitte derselben II. 900.
— Stoffverbrauch in denselben II. *735.
Muskelstrom I. 513. II. 902. 908.
Muskelzuckungen, Verlauf derselben II. *764. *881.
Myographion II. 766. *844.

Nachbilder, positive, Dauer derselben II. 947.
— benutzt zur Bestimmung der Augenbewegungen II. 376.
Naturwissenschaft, Aufgabe und Ziel derselben I. 13.
Nerven, Structur derselben II. *663. 897.
— motorische und sensible II. 887.
— Wärmeentwickelung in denselben II. 758.
Nervenfasern II. 663. 674. 898.
Nervenkittsubstanz II. 663.
Nervenreizung, Fortpflanzungsgeschwindigkeit derselben II. *764. *844. 872. *932. *939.
Nervenstrom, s. Muskelstrom.
Nervensystem II. 887.
— der Wirbellosen II. *663.
Netzhaut, künstliche Beleuchtung derselben II. 230.
— Besichtigung derselben vermittels des Augenspiegels II. 253. 268.
— Bilder auf derselben objectiv sichtbar II. 253.
— Empfindlichkeit derselben für ultraviolette Strahlen II. 55. *71.
— Fluorescenz derselben II. 74.
— lichtempfindende Theile derselben II. 257.
Netzhauthorizont II. 362.
Netzhautpunkte, identische II. 420.
Neuroglia II. 663.
Newton's Axiome I. 68.
Normalform des mathematischen Ausdrucks für die Energie I. 802.
Normalvergrösserung eines Mikroskopes II. 195.

Oberflächenspannung des Quecksilbers I. *925.
Obertöne der Stimmgabeln I. 257. 270.
— unharmonische I. 257. 270.
„Objectiv“ im Gegensatz zu „reell“ II. 655.
Occlusion der Gase durch Metalle, s. Polarisation, galvanische.
Ohr, Bau desselben II. *503. *515.
Ophthalmometer II. *286.
Optik, physikalische II. *1.
— physiologische II. *227.
Optische Länge eines Lichtstrahles II. 148.
Orgelpfeifen I. 242. *303. 385.
Oscillationen, elektrische I. 527. *531. 633.

Parallelogramm der Kräfte I. 68.
Parelektronomische Schicht II. 904.
Peltier'sches Phänomen I. 57.
Pendelmyographion II. 940.
Penetration der Mikroskope II. 186.
Peripolar elektromotorische Molekeln I. 514. II. 906.
Persönliche Gleichung II. 863.

Phasenänderung bei Uebertragung elektrischer sinusoider Schwingungen durch Induction, s. Telephon.
Physik, Aufgabe derselben I. 13.
Physiologie II. *661.
Pigmentfarben im Unterschied von Spectralfarben II. 16.
Plasticität des Eises I. *94.
Polardistanz im Gesichtsfeld II. 421.
Polarisation, diëlektrische und magnetische I. 556. 611. *798.
— galvanische I. 49. *823. *835. *899. *925.
Pole eines Muskelbündels II. 900.
Ponderomotorische Kräfte, ausgeübt von Leitern elektrischer Ströme I. *702.
Potential, elektrostatisches und elektrodynamisches I. 642.
— eines Körpers auf sich selbst I. 42. 59. 74. 76. 488.
— zweier Stromelemente aufeinander I. 549. 567. 637.
— zweier elektrischer Massen nach Weber I. 554.
— für continuirlich im Raume verbreitete elektrische Ströme I. 550. 568.
Potentialgesetz, elektrodynamisches, s. Inductionsgesetz.
— elektrodynamisches, die aus ihm sich ergebenden Kräfte I. 695. 707.
Potenzen, mechanische I. 28.
Primärstellung des Auges II. 356. 374.
Prinzip der leichtesten Orientirung im Gesichtsfeld II. 363. 396.
— der schnellsten Ankunft (eines Lichtstrahles) II. 149.
— von den elektromotorischen Oberflächen I. 481.
— der Superposition elektrischer Ströme I. 476.
Prisma, Brechung in demselben II. 164.
Prismatische Bilder I. *147.
— — scheinbare Breite derselben II. *176.
Projection, binoculare II. *492.
— des gedrehten Auges II. *482.
Pseudosphärische Geometrie II. 617. 643. 652.
Punkthoropter II. 439. 470.
Punktkräfte, s. Centralkräfte.
Pupille, Beugungserscheinungen in derselben II. 32.
Purpur, Vorkommen im Spectrum II. 54.
Pythagoräischer Lehrsatz, allgemeinste Form desselben II. 612. 620.

Quantität der lebendigen Kraft I. 18.
Querschnitt, natürlicher und künstlicher, eines Muskels II. 900.

Raddrehung des Auges II. *360. *482.
Radialhoropter II. 421.
Radialströmungen der Elektricität in einer leitenden Kugel I. 585.
Raum, n-fach zusammenhängender I. 103.
Raumanschauung II. 641.
Reciprocität der Wirkung elektromotorischer Flächenelemente I. 496.
Reciprocitätsgesetz bei Luftwellen I. 333.
Reciprocitätsgesetze bei der Brechung der Lichtstrahlen II. 136. 138.
Reciproke Bilder, Helligkeit derselben II. *134.
Reducirte Länge einer Orgelpfeife I. 311. 358.
„Reell" im Gegensatz zu „objectiv" II. 655.
Reflexgeschwindigkeit II. *881.
Reflexion des Lichtes an Glasplatten II. 237. *259.
Regelation, s. Plasticität des Eises.
Reibung in Beziehung zur Erhaltung der Kraft I. 32.
— Darstellungsart ihrer Theorie I. 647.
— Einfluss derselben auf die Schallgeschwindigkeit I. *383.
— von Flüssigkeiten I. 159. 163. *172.
Reibungselektricität I. 41. 860.
Reibungsströme I. 864.
Resonanz bei Orgelpfeifen I. 313. 351.
Resonatoren I. 372. 404.
Rippen, Bewegung derselben II. *953.
Rotation, s. Wirbelbewegung.
— Zusammensetzung derselben II. 370.
Rothblindheit II. 348.

Saite, belastete I. 273.
Saitenschwingungen I. 234. 287.
Sammellinsen II. 114.
Sammelnde Flächen II. 89.
Sanson'sche Bildchen II. 308. 320. 345.
Schallbewegung I. *231.
Schallgeschwindigkeit I. 233. 251. *383.
Schallstrahlen, Brechung derselben I. 255.
Schallwellen, Brandung derselben I. 239. 253.
Scheinbarer Ort eines Objectes im Sehfeld II. 432.
Schifffahrt I. 164. 167.
Schnecke des Ohres II. *582.
Schnecken, Nervensystem derselben II. 667.
Schnelligkeit der Gesichtseindrücke II. *947.
Schwebungen, Verwendung derselben zum Nachweis von Tönen I. 278.
Schwingungen einer elastischen Flüssigkeit (Bericht über verschiedene Arbeiten) I. 233.
— in offenen Röhren I. *303.
— von Stäben I. 234.
Schwingungsbäuche I. 312.
Secundäre Zuckung II. 881. 915.
Sehfeld II. 431.
Sehnerv, Eintritt desselben in die Retina, objectiv sichtbar II. 253.
Sinnesempfindungen II. *591.
Sirene von Dove I. 262. 284.
Spannkräfte I. 22.
Spannungsreihe, elektrische I. 47. 858.
Spectralfarben, Zusammensetzung derselben II. *3. *45.
Spectrum, Benennung der einzelnen Theile desselben II. 49.
— Farbe an den Enden desselben II. 54.
— Helligkeit desselben II. 179.
— Reinheit desselben II. 178.
— Sichtbarkeit seiner Enden I. *71.
Sphärischer Raum II. 643.
Spinnen, Nervensystem derselben II. 673.
Spirale, Condensatorwirkung derselben I. 535.
Stationäre reibende Strömung I. *223.
Statische Elektricität I. 41. 860.
Steigbügel II. 552.
Stereoskopisches Sehen II. 457. *484. *492. *497.
Stimmgabeln I. 257. 268.
Stimmung, reine, praktische Ausführung derselben I. 423.
— temperirte I. 420.
Stoffverbrauch in den Muskeln II. *735.
Stoss unelastischer Körper I. 31.
Strahlenbündel, astigmatisches II. 159.
— unendlich dünnes II. 155.
Ströme, radiale elektrische in einer leitenden Kugel I. 585.
Strömung in Röhren von ringförmigem Querschnitt I. 878.
Strom, polarisirender und depolarisirender I. 823.
Stromprüfender Froschschenkel II. 913.
Stromvertheilung (elektrische) in einer Kugel I. 494.
— (elektrische) in körperlichen Leitern I. *475.
Summationstöne I. 282.
Summe der Spannkräfte I. 22. II. 965.
Superposition elektrischer Ströme I. 476.

Tachistoskop II. 948.
Talbot'sche Linien II. 78.
Tangentenboussole, excentrische Aufhängung der Nadel II. 777.
Tapetenbilder II. 499.
Telephon I. *463.
Telestereoskop II. *484.
Temperatur, musikalische I. *420.
Temperaturerhöhung bei Muskelaction II. *745.
— bei Verdichtung II. 701.
Thatsachen der Geometrie II. *610. *618. *640.
Thermodynamik chemischer Vorgänge II. *958. *979.
Thermoëlektrische Ströme I. 57.
Thermoëlektrisches Element für physiologische Versuche II. 748.
Thierische Elektricität I. 513. II. *886.
— Wärme I. 4. 65. II. *680. *745.
— Ursprung derselben II. 695. *745.
Töne ohne Obertöne, s. einfache Töne.
Ton I. 289.

Ton stärkster Resonanz I. 346.
Tonleiter, arabisch-persische I. *424.
Topogene Momente II. 657.
Totalhoropter II. 422.
Transformation (bei elektrischen Vertheilungen) durch eine Kugel I. *520.
Trägheitsmoment, Bestimmung desselben I. 182.
Trennungsfläche, s. Wirbelfläche.
Trommelfell II. 525. 565.
— Schwingungen desselben I. 261. 296. II. 575.
Trommelhöhle II. *503. *515.
Trübung der Augenmedien II. 32.

Ultraviolett, Sichtbarkeit desselben II. 55. *71.
Ultraviolettes Licht, Messung der Wellenlänge desselben II. *78.
Unipolare Strömungen der Elektricität II. 760.

Verbrennungswärme I. 9. II. 703.
Verticalhoropter II. 439. 467.
Violine, Benutzung zur Erzeugung von Combinationstönen I. 277.
Violinsaiten, Schwingungen derselben I. *410.
Visirebene II. 353. 361. 420. 432.
Visirlinie II. 432.
Vocale I. *395. *397. *408.
Vogelflug I. 165. 166.
Vorstellbarkeit II. 644.

Waage, elektrodynamische I. *922.
Wärme, thierische I. 3. 65. II. *680.
— Wesen derselben I. 7. II. 696.
Wärmeäquivalent, s. Kraftäquivalent.
Wärmeentwickelung bei der Muskelaction II. *745.
Wärmetheorie, mechanische, Folgerungen aus derselben I. *840. II. *958. *979.
Weiss, Abhängigkeit seines Farbentones von der Intensität II. 63.
Wellen, elektrische I. 554. 599.
— nicht divergirende I. 237.
Wellenbewegung I. 28. 267. II. 518.
Wellenfläche der Lichtstrahlen II. 153.
Wellenlänge der sichtbaren Enden des Spectrums II. *78.
Wippe für schnell aufeinander folgende Schliessung und Oeffnung galvanischer Ströme I. 438.
Wirbelbewegung I. *101.
Wirbelfäden I. 102.
Wirbelfläche I. 121. *146.
Wirbellinien I. 102.
Wirbellose, Nervensystem derselben II. *663.
Wirbelring I. 127.

Zeitmessungsmethode vermittels des Galvanometers I. 429. 455. II. 767. 870.
— vermittels des Myographions II. 766.
— von W. Siemens II. 865.
Zerstreuende Flächen II. 89.
Zerstreuungskreise II. *126.
Zerstreuungslinsen II. 115.
Zitteraale und Zitterrochen II. 915.
Zuckung, inducirte oder secundäre II. 881. 915.
Zungen, einschlagende und ausschlagende I. 389.
Zungenpfeifen I. *388.
Zusammengesetzte Farben II. *3. *45.

Druckfehlerverzeichniss.

Band I.

S. V, Z. 8 v. u. ist hinter a/b einzuschalten: anzuwenden.
S. VII, Z. 14—17 v. o. muss stehen J. Bertrand statt S. Bertrand.
S. 5, Z. 15 v. o. muss stehen Williams statt William.
S. 51—54 muss mehrfach stehen Poggendorff statt Poggendorf.
S. 83, Z. 3 v. u. muss stehen $X = \frac{dL}{dx_1}$ statt $X = \frac{dL}{dx_2}$.
S. 108, Z. 13 v. o. muss stehen $\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy} = 2\xi$ statt $\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{d\gamma} = 2\xi$.
S. 135, Z. 3 u. 5 v. o.; S. 140, Z. 3 v. o.; S. 145, Z. 2 v. o. muss stehen J. Bertrand statt S. Bertrand.
S. 256, Z. 12 v. o. muss stehen G. S. Ohm statt M. Ohm.
S. 302, Z. 1 v. u. muss stehen beschreiben statt schreiben.
S. 523, Z. 18 v. o. muss stehen Liouville statt Lionville.
S. 538, Z. 3 v. o. muss stehen Cl. Maxwell statt A. Maxwell.
S. 568 muss in der Gleichung (1a) stehen $d\xi \,.\, d\eta \,.\, d\zeta$ statt $d\xi \,.\, d\eta \,.\, d \,.\, \zeta$. In der folgenden Zeile ist der Punkt vor r^2 auf der linken Seite der Gleichung zu löschen.
S. 570, Gl. (2c) muss heissen

$$\psi = \int r \frac{dE}{dt} \,.\, d\xi \,.\, d\eta \,.\, d\zeta \text{ statt } \psi = \int r \frac{dE}{dt} \,.\, d\xi \,.\, d\zeta \,.\, d\zeta.$$

S. 765, Z. 3 v. u. muss stehen $i \,.\, j \,.\, ds \,.\, d\sigma \,.\, \frac{\cos \varepsilon}{r^2}$ statt $i \,.\, j \,.\, ds \,.\, d\sigma \,.\, \frac{\cos \varepsilon}{r_2}$.
S. 766, Z. 6 v. o. muss stehen $i \,.\, j \,.\, ds \,.\, d\sigma \frac{\sin \varepsilon}{r}$ statt $i \,.\, j \,.\, ds \,.\, d\sigma \frac{\sin}{r}$.
S. 870, Z. 3 v. u. muss stehen $\varphi - \frac{4\pi k^2 Q}{J\sigma} u_1 = C - \frac{J\sigma}{Q} \,.\, x + by + cz$

$$\text{statt } \varphi - \frac{4\pi k^2 Q}{J\sigma} u_1 = C - \frac{\sigma J}{Q} + by + cz.$$

S. 932, Z. 11 v. u. muss stehen $dW = T \,.\, d\omega + (p_m - p_f - k_m + k_f) \,.\, d(\omega\varepsilon)$

$$\text{statt } dW = T \,.\, d\omega + (p_m - p_f - k_m + k_f) d \,.\, (\omega\varepsilon).$$

Band II.

S. 14 in der Anmerkung muss stehen LI statt LII.
S. 46, Z. 14 v. u. muss vor Fig. 2 eingeschaltet werden: Tafel I.
S. 58, Z. 26 v. o. muss stehen Hundertmillionentheile statt Millionentheile.
S. 82 in der zweiten Zeile der Tabelle muss stehen G statt g.
S. 93, Z. 16 v. o. muss stehen $P_2 t$ statt $q P_2$.
S. 97, Z. 20 v. o. muss stehen Ebene statt Linie.

S. 99, Z. 9 v. o. muss stehen $H_1 = \frac{M_1 L_1}{M_1 + L_2}$ statt $H_1 = \frac{H_1 L_1}{M_1 + L_2}$.

S. 103, Z. 15 v. o. muss stehen $n_1 \gamma_1 = n_{m+1} \cdot \gamma_{m+1}$ statt $n_1 \gamma_1 = n_m \cdot \gamma_m$.

S. 103, Z. 27 v. o. muss stehen $\gamma_{m+1} = \frac{n_1}{n_{m+1}} \cdot \gamma_1$ statt $\gamma_{m+1} = \frac{n_{m+1}}{n_1} \cdot \gamma_1$.

S. 105 in den letzten drei Formeln und } muss stehen $f_{,,}$ statt f_2
S. 106 in der ersten Formel } und β_1 statt β'.

S. 243, Z. 8 v. u. }
S. 249, Z. 9 v. o. } muss stehen Tafel IV statt Tafel I.

S. 283, Z. 3 v. o. muss stehen Bd. I. Abth. 2. S. 1—74. 1855 statt Bd. II. S. 1—74. 1856.

S. 337, Z. 14 v. o. muss stehen $n^2 = 1/m$ statt $n_2 = 1/m$.

S. 349, Z. 15 v. o. muss stehen Grünblau statt Grüngelb.

S. 398 Gl. (5a) muss heissen

$$\int_0^{2\pi} d\vartheta \int_0^{\alpha_0} d\alpha \int_0^{2\pi} d\varepsilon \,.\, \varrho^2 \sin\alpha = R \text{ statt } \int_0^{2} d\vartheta \int_0^{\alpha_0} d\alpha \int_0^{2\pi} d\varepsilon \,.\, \varrho^2 \sin\alpha = R.$$

S. 423 Gl. (2) das erste Glied in der zweiten Zeile muss heissen

$$\frac{r_1 - r_2}{2 \,.\, \sin\alpha} \,.\, y \text{ statt } \frac{r_1 + r_2}{2 \,.\, \sin\alpha} \,.\, y.$$

S. 614. Z. 12 v. u. muss stehen $n(n+1)/2$ statt $n(n-1)/2$.

S. 617, Z. 2 v. o. muss stehen 1869 statt 1868.

S. 637, Z. 1 v. u. muss stehen 617 statt 618.

S. 647 und 650 muss in den Anmerkungen stehen A. Krause („Kant und Helmholtz". Lahr 1878) statt Krause (l. c.).

S. 727, Z. 13 und 18 v. u. muss stehen Schwann statt Schwan.

S. 749, Z. 5 und 6 v. o. muss stehen Tafel I statt Tafel IV.
Z. 17 v. u. muss stehen Fig. 15 statt Fig. 2.

S. 844, Z. 5 v. o. muss stehen: (Hierzu Tafel II).

S. 862, Z. 6 v. u. muss stehen S. 1—21 statt S. 1—24.

S. 967, Z. 18 v. o. muss stehen $\int \frac{dQ}{\vartheta} = 0$ statt $\int \frac{dQ}{\vartheta} \,.\, d\vartheta = 0$.

Bezüglich der in der Bezeichnung der Tafeln vorgekommenen Irrthümer vergleiche man den am Anfang dieses Bandes auf Seite VII befindlichen Nachweis zu den Figurentafeln.

Digitized by Google

Verlag von JOH. AMBR. BARTH in Leipzig.

H. Helmholtz

Wissenschaftliche Abhandlungen.

Erster Band.

938 Seiten. gr. 8°. Mit Portrait und 3 lith. Tafeln. ℳ 20.—

Inhalt.

Zur Lehre von der Energie: Bericht über die Theorie der physiologischen Wärmeerscheinungen für 1845. — Ueber die Erhaltung der Kraft. — Erwiderung auf die Bemerkungen von Hrn. Clausius. — Ueber Eigenschaften des Eises. — **Hydrodynamik:** Ueber Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche den Wirbelbewegungen entsprechen. — Sur le mouvement le plus général d'un fluide. — Sur le mouvement des fluides. — Réponse à la Note de M. S. Bertrand du octobre. — Ueber discontinuirliche Flüssigkeitsbewegungen. — Ueber ein Theorem, geometrisch ähnliche Bewegungen flüssiger Körper betreffend, nebst Anwendung auf das Problem, Luftballons zu lenken. — Ueber Reibung tropfbarer Flüssigkeiten. — Zur Theorie der stationären Ströme in reibenden Flüssigkeiten. — **Schallbewegung:** Bericht über die theoretische Akustik betreffenden Arbeiten im Jahre 1848 und 1849. — Ueber Combinationstöne. — Theorie der Luftschwingungen in Röhren mit offenen Enden. — Ueber den Einfluss der Reibung in der Luft auf die Schallbewegung. — Zur Theorie der Zungenpfeifen. — Ueber die Vocale. — Ueber die Klangfarbe der Vocale. — Ueber Klangfarben. — Ueber die Bewegung der Violinsaiten. — Ueber musikalische Temperatur. — Ueber die arabisch-persische Tonleiter. — **Elektrodynamik:** Ueber die Dauer und den Verlauf der durch Stromesschwankungen inducirten Ströme. — Telephon und Klangfarbe. — Ueber einige Gesetze der Vertheilung elektrischer Ströme in körperlichen Leitern mit Anwendung auf die thierisch-elektrischen Versuche. — Ueber eine allgemeine Transformationsmethode der Probleme über elektrische Vertheilung. — Ueber die physiologische Wirkung kurzdauernder elektrischer Schläge im Innern von ausgedehnten leitenden Massen. — Ueber elektrische Oscillationen. — Ueber die Gesetze der inconstanten elektrischen Ströme in körperlich ausgedehnten Leitern. — Ueber die Theorie der Elektrodynamik. Erste Abhandlung. — Ueber die Bewegungsgleichungen der Elektricität für ruhende leitende Körper. — Ueber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrodynamischen Wirkungen. — Ueber die Theorie der Elektrodynamik. Zweite Abhandlung. — Vergleich des Ampère'schen und Neumann'schen Gesetzes für die elektrodynamischen Kräfte. — Ueber die Theorie der Elektrodynamik. Dritte Abhandlung. — Kritisches zur Elektrodynamik. — Versuche über die im

ungeschlossenen Kreise durch Bewegung inducirten elektromotorischen Kräfte. — Bericht betreffend Versuche über die elektromagnetische Wirkung elektrischer Convection, ausgeführt von Hrn. Henry A. Rowland. — Ueber die auf das Innere magnetisch oder dielektrisch polarisirter Körper wirkenden Kräfte. — **Galvanismus:** Ueber galvanische Polarisation in gasfreien Flüssigkeiten. — Bericht über Versuche des Hrn. Dr. Root aus Boston. — Ueber galvanische Ströme, verursacht durch Concentrationsunterschiede; Folgerungen aus der mechanischen Wärmetheorie. — Studien über elektrische Grenzschichten. — Ueber Bewegungsströme am polarisirten Platina. — Eine elektrodynamische Wage.

W. R. Hamilton

Elemente der Quaternionen

Deutsch von

Paul Glan

Docent für Physik an der Universität Berlin.

Erster Band.

XXIV, 746 Seiten. gr. 8°. Mit Figuren. In engl. Leinenband. Preis ℳ 20.—

Complet in zwei Bänden.

Julius Thomsen

Professor der Chemie an der Universität Kopenhagen

Thermochemische Untersuchungen

Erster Band:

Neutralisation und verwandte Phänomene.

XII, 450 Seiten. gr. 8°. Mit 5 Tafeln. 1882. ℳ 12.—

Zweiter Band:

Metalloide.

XIV, 506 Seiten. Mit 1 Tafel. 1882. ℳ 12.—

Der III. Band wird die Metalle, der IV. die organischen Verbindungen behandeln.

Fig. 2.

Fig. 3.

Roth 2500
Orange
Goldgelb
Gelb
2000 Grün
C.Blau
J.Blau
Violett
1500
A 1500 Violett. JBl. C.Bl. Grün 2000 Gelb Orange 2500 Roth

Fig. 1.

Fig. 14.

Fig. 4.

Fig. 5.

Grün
Cyanblau
Gelb
Weiss
Orange
Indigo
Roth
Purpur
Violett

Fig. 15.

Lith. Anst. v. C. Kirst, Leipzig

Digitized by Google

Fig. 2.

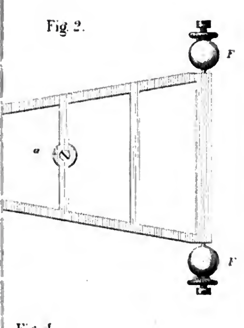
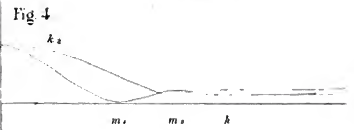


Fig. 4.



p
o
q
B

Fig. 5.

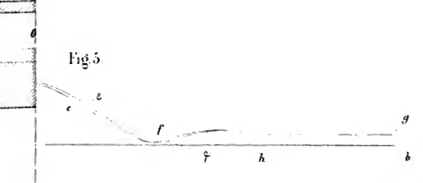


Fig. 6.

Fig. 7.

ε
g
φ
h
b

Digitized by Google

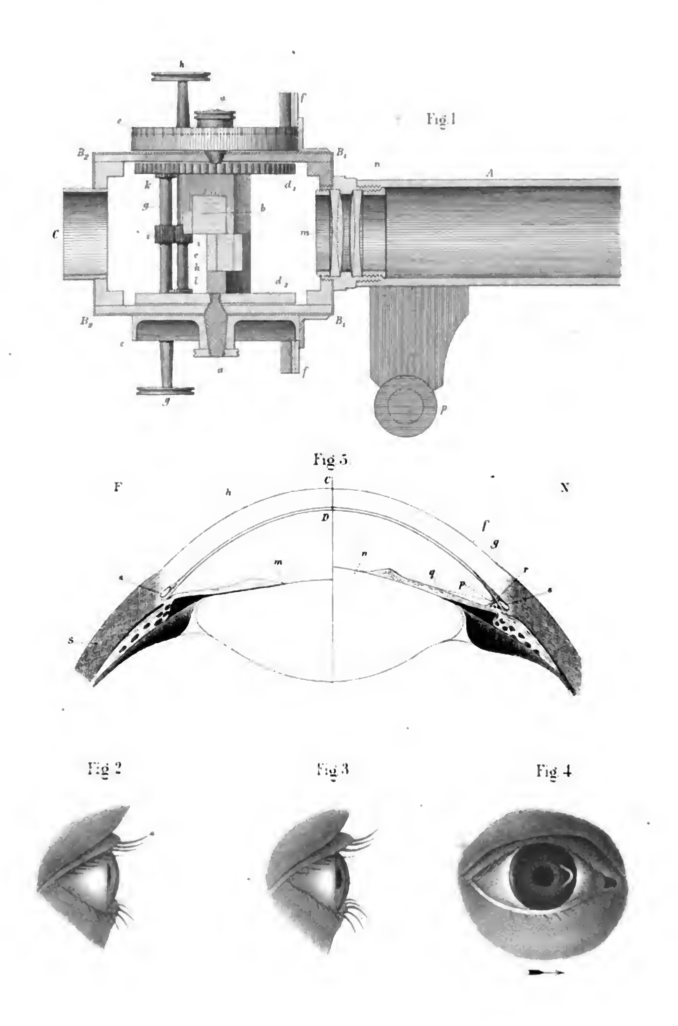


Fig. 1
Fig. 5
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4

Fig. 4.

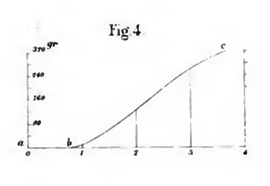


Fig. 5.

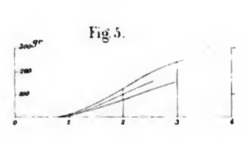


Fig. 7

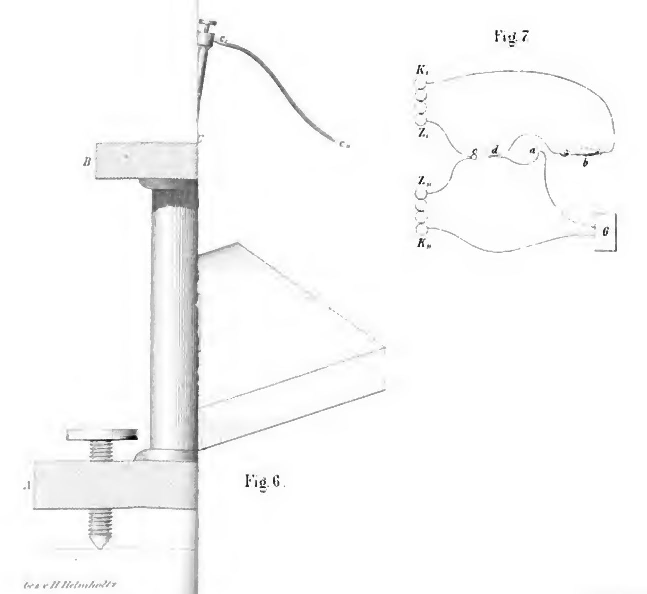
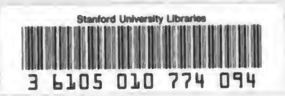


Fig. 6.

Digitized by Google

Digitized by Google



STANFORD UNIVERSITY LIBRARIES
STANFORD, CALIFORNIA 94305-6004